

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU

GRAĐEVINSKI FAKULTET



Petra Mužic, Sara Pirc

ANALIZA VIBRACIJA PJEŠAČKIH MOSTOVA PRI PROMETNOM OPTEREĆENJU PJEŠACIMA



Zagreb, 2017.

**Ovaj rad je izrađen u Zavodu za konstrukcije Građevinskog fakulteta Sveučilišta
u Zagrebu pod vodstvom doc.dr.sc. Anđelka Vlašića i predan je na natječaj za dodjelu
Rektorove nagrade u akademskoj godini 2016./2017**

Sadržaj

1. Uvod	1
2. Konstrukcijski kriteriji	2
2.1. Dinamičke karakteristike pješačkih mostova	2
2.2. Ovisnost raspona i vlastite (prirodne) frekvencije.....	4
2.3. Prigušenje	5
2.4. Krutost	7
3. Dinamičke sile uzrokovane kretanjem ljudi	8
3.1. Vertikalna komponenta sile	9
3.2. Poprečna komponenta sile	10
4. Reprezentativne vrste aktivnosti.....	11
4.1. Ritmičko kretanje tijela	11
4.2. Lock in.....	12
5. Modeliranje gibanja pješaka po mostu.....	13
6. Usporedba normi za granično stanje uporabljivosti pješačkih mostova.....	15
6.1. Predložene granične vrijednosti akceleracija.....	16
6.2. Predložene granične vrijednosti frekvencija [21].....	17
7. Korišteni modeli opterećenja.....	19
7.1. Model stvarnog kretanja prema Bachmannu	19
7.2. Model prema britanskom nacionalnom dodatku na Eurocode 1 [22].....	19
7.2.1. Dinamičko opterećenje koje predstavlja prolaz pojedinačnog pješaka i grupe pješaka	20
7.2.2. Stacionarno modeliranje pojave gomile pješaka na mostu.....	22
8. Ciljevi istraživanja.....	24
9. Eksperimentalni rad.....	25
9.1. Podaci o konstrukciji	25
9.2. Oprema	27
9.3. Dobivanje oblika titranja, vrijednosti vlastitih frekvencija i prigušenja mosta za impulsnu pobudu skakanjem	29
9.3.1. Priprema ispitivanja.....	29
9.3.2. Tijek ispitivanja.....	30
9.4. Mjerenje vertikalnih akceleracija mosta prolaskom pješaka različitim oblicima kretanja	31
9.4.1. Priprema ispitivanja.....	31
9.4.2. Tijek ispitivanja.....	32
10. Rezultati ispitivanja.....	33

10.1. Dobivanje oblika titranja, vrijednosti vlastitih frekvencija i prigušenja mosta za impulsnu pobudu skakanjem	33
10.1.1. Eksperimentalna modalna analiza(EMA) i Operacionalna modalna analiza (OMA) ...	33
10.1.2. Prigušenje	36
10.2. Mjerenje vertikalnih akceleracija mosta prolaskom pješaka različitim oblicima kretanja	39
11. Modeli pješačkih mostova	44
11.1. Metode kontrole vibracija.....	44
11.2. Most na Građevinskom fakultetu	45
11.2.1. Izrada modela	45
11.2.2. Usporedba rezultata dobivenih eksperimentalno i numerički	48
11.2.3. Zaključak ispitivanja	54
11.3. Viseći most	55
11.3.1. Podaci o konstrukciji	55
11.3.2. Modeli	56
11.3.3. Rezultati.....	57
11.3.4. Rasprava rezultata	61
11.4. Sandučasti most.....	62
11.4.1. Podaci o konstrukciji	62
11.4.2. Modeli	63
11.4.3. Rezultati.....	63
11.4.4. Rasprava rezultata	677
12. Zaključak.....	68
13. Sažetak.....	70
14. Summary	71
15. Literatura	72
16. Zahvale	74

Popis simbola

m_i	generalizirana masa i-tog moda vibracije za sustav sa n stupnjeva slobode, [kg]
k_i	generalizirana krutost i-tog moda vibracije za sustav sa n stupnjeva slobode, [N/m]
L	duljina grede, [m]
c_i	prigušenje i-tog moda vibracije za sustav sa n stupnjeva slobode, [N/[m/s]]
E	Youngov modul elastičnosti, [N/m ²]
I	moment inercije grede, [m ⁴]
ζ_i	i-ti koeficijent relativnog prigušenja oscilatora sa n stupnjeva slobode, [-]
$x(t)$	položaj oscilatora s obzirom na ravnotežni položaj, [m]
P_0	amplituda harmoničke sile, [N]
$\bar{\omega}$	kružna frekvencija sile pobude, [rad/s]
ω_n	prirodna kružna frekvencija, [rad/s]
ω_j	kružna frekvencija i-tog moda titranja oscilatora sa n stupnjeva slobode, [rad/s]
ω_R	rezonantna kružna frekvencija, [rad/s]
f_n	prirodna frekvencija oscilatora, [Hz]
u_{st}	statički odgovor sustava na pobudu, [m]
u	dinamički odgovor sustava, [m]
R_d	dinamički koeficijent, [-]
α_i	koeficijent i-tog moda vibracije grede sa jednim rasponom, [-]
c_{kr}	kritični koeficijent prigušenja, [-]
c	mjera utrošene energije jednog titraja, [Nm]
f_v	vertikalna frekvencija, [Hz]
W	ukupna težina konstrukcije, [kN]
f_s	frekvencija hodanja, [Hz]
$\alpha_{i,v}$	Fourierov koeficijent i-tog harmonika u vertikalnom smjeru, [-]
$\alpha_{i,lat}$	Fourierov koeficijent i-tog harmonika u poprečnom smjeru, [-]

$\alpha_{i,long}$	Fourierov koeficijent i-tog harmonika u uzdužnom smjeru, [-]
G	statičko opterećenje tijela pješaka, [N]
f_s	frekvencija hoda, [Hz]
φ_i	fazni pomak i-tog harmonika, [°]
n	ukupan broj harmonika, [-]
m	koeficijent za uvećavanje amplituda vibracija, [-]
λ	srednja brzina protoka pješaka kroz određeni vremenski period, [osoba/m ²]
T_0	vrijeme potrebno za prelazak preko mosta, [s]
N	broj pješaka., [-]
F_0	referentna amplituda primjenjene putujuće sile, [N]
f_v	Vlastita frekvencija vertikalnog moda koji se promatra, [Hz]
$k(f_v)$	koeficijent koji uzima u obzir realno ponašanje pješaka, [-]
t	ukupno vrijeme, [s]
γ	faktor redukcije koji uzima u obzir nesinkronizirano ponašanje u skupini pješaka, [-]
S_{eff}	efektivni raspon dužine, [m]
S	raspon mosta, [m]
N	Ukupan broj pješaka koji se nalaze po cijelome rasponu mosta S , [-]
ρ	Zahtjevana gustoća grupe, [osoba/m ²]
S	raspon mosta, [m]
b	širina mosta podložna opterećenju pješaka, [m]
λ	faktor koji reducira efektivni broj pješaka, [-]

Popis slika

Slika 2.1. Jednostavni model proste grede ekvivalentan ponašanju mosta s jednim rasponom	2
Slika 2.2. Dinamički koeficijent s obzirom na omjer ω / ω_n	3
Slika 2.3. Prikaz osnovne frekvencije 67 grednih pješačkih mostova	4
Slika 2.4. Prigušenje i maksimalni odgovor konstrukcije u m/s^2 za različite betonske i čelične mostove	6
Slika 2.5. Razina prigušenja u ovisnosti o amplitudi	6
Slika 2.6. Odgovor mosta na pješačko opterećenje frekvencijom f_n u odnosu na krutost mosta	7
Slika 3.1. Tipični oblici komponenta dinamičke sile uzrokovane kretanjem ljudi	8
Slika 3.2. Karakteristično vertikalno opterećenje za različite načine kretanja čovjeka	9
Slika 3.3. Periodičan hod u vertikalnom smjeru	9
Slika 3.4. Poprečna i vertikalna komponenta sile za tri uzastopna koraka	10
Slika 4.1. a) The Millennium Bridge u Londonu; b) most Solferino u Parizu	11
Slika 4.2. Sinkronizirano kretanje	12
Slika 6.1. Granične vrijednosti vertikalnih vibracija pješačkih mostova	17
Slika 6.2. Frekvencije pješačkih mostova u ovisnosti o smjeru vibriranja koje je poželjno izbjegavati	18
Slika 7.1. Proračun efektivnog raspona	21
Slika 7.2. Odnos varijable $k(f_v)$ i frekvencije moda f_v	21
Slika 7.3. Redukcijski faktor, γ , koji omogućuje nesinkronizirano ponašanje pješaka u grupama i gomilama	22
Slika 9.1. Pogled na most Građevinskog fakulteta	26
Slika 9.2. Dispozicija mosta	26
Slika 9.3. Akcelerometar	27

Slika 9.4. Računalo i sustav za prikupljanje podataka.....	28
Slika 9.5. Prvi položaj akcelerometara	29
Slika 9.6. Drugi položaj akcelerometara	29
Slika 9.7. Treći položaj akcelerometara	30
Slika 9.8. Impulsne pobude: a) skakanje u polovici raspona, b) skakanje u četvrtinama raspona i c) skakanje za dobivanje torzijskog moda titranja	30
Slika 9.9. Oznake prosječne duljine koraka	31
Slika 9.10. Položaj akcelerometara na mostu	31
Slika 9.11. Prolazak jedne osobe po mostu: a) hodanje, b) stupanje i c) trčanje	32
Slika 10.1. Funkcija odgovora konstrukcije u frekvencijskoj domeni	33
Slika 10.2. Prvi vertikalni oblik osciliranja za frekvenciju 11,97 Hz	34
Slika 10.3. Torzijski oblik osciliranja za frekvenciju 19,64 Hz	35
Slika 10.4. Drugi vertikalni oblik osciliranja za frekvenciju 28,35 Hz	35
Slika 10.5. Krivulja jednostupanjskog sustava određena CFDD metodom za prvu vlastitu frekvenciju.....	36
Slika 10.6. Krivulja jednostupanjskog sustava određena CFDD metodom za drugu vlastitu frekvenciju.....	36
Slika 10.7. Krivulja jednostupanjskog sustava određena CFDD metodom za treću vlastitu frekvenciju.....	36
Slika 10.8. EFDD metoda određivanja prigušenja prve vlastite frekvencije.....	37
Slika 10.9. EFDD metoda određivanja prigušenja druge vlastite frekvencije	37
Slika 10.10. EFDD metoda određivanja prigušenja treće vlastite frekvencije	38
Slika 10.11. Akceleracije dobivene na akcelerometru br. 2	39

Slika 10.12. Akceleracije dobivene na akcelerometru br. 3	39
Slika 10.13. Akceleracije dobivene na akcelerometru br. 4	40
Slika 10.14. Akceleracije dobivene na akcelerometru br. 2	40
Slika 10.15. Akceleracije dobivene na akcelerometru br. 3	41
Slika 10.16. Akceleracije dobivene na akcelerometru br. 4	41
Slika 10.17. Akceleracije dobivene na akcelerometru br. 2	42
Slika 10.18. Akceleracije dobivene na akcelerometru br. 3	42
Slika 10.19. Akceleracije dobivene na akcelerometru br. 4	43
Slika 11.1. Pogledi na model mosta	45
Slika 11.2. Položaj i iznos opterećenja na most	46
Slika 11.3. Prvi vertikalni oblik osciliranja za frekvenciju 11,93 Hz	47
Slika 11.4. Prvi torzijski oblik osciliranja za frekvenciju 22,40 Hz	47
Slika 11.5. Drugi vertikalni oblik osciliranja za frekvenciju 31,25 Hz	47
Slika 11.6. Akceleracije prilikom prolaska jednog, tri i šest pješaka mostom	48
Slika 11.7. Funkcija Bachmann-ova hoda	49
Slika 11.8. Vrijednosti ubrzanja pri hodanju jedne osobe	50
Slika 11.9. Vrijednosti ubrzanja pri hodanju tri osobe	51
Slika 11.10. Vršne vrijednosti ubrzanja pri hodanju šest osoba	51
Slika 11.11. Deformacija mosta prilikom prelaska jednog pješaka	52
Slika 11.12. Deformacija mosta prilikom prelaska jednog pješaka	52
Slika 11.13. Deformacija mosta prilikom prelaska jednog pješaka	52
Slika 11.14. Deformacija mosta prilikom prelaska jednog pješaka	53
Slika 11.15. Deformacija mosta prilikom prelaska jednog pješaka	53
Slika 11.16. Poprečni presjek mosta	55

Slika 11.17. Pogled na viseći most s vertikalnim vješaljkama	56
Slika 11.18. Pogled na viseći most s kosim vješaljkama	57
Slika 11.19. Prikaz deformacija kada se model opterećenja pješacima nalazi na početku mosta	57
Slika 11.20. Prikaz deformacija kada se model opterećenja pješacima nalazi na sredini mosta	58
Slika 11.21. Prikaz deformacija kada se model opterećenja pješacima nalazi na kraju mosta	58
Slika 11.22. Prikaz deformacija kada se model opterećenja pješacima nalazi na početku mosta	59
Slika 11.23. Prikaz deformacija kada se model opterećenja pješacima nalazi na sredini mosta	59
Slika 11.24. Prikaz deformacija kada se model opterećenja pješacima nalazi na kraju mosta	60
Slika 11.25. Pogled na most	62
Slika 11.26. Poprečni presjek grednog mosta	62
Slika 11.27. Prikaz deformacija kada se model opterećenja pješacima nalazi na početku mosta	63
Slika 11.28. Prikaz deformacija kada se model opterećenja pješacima nalazi na sredini mosta	64
Slika 11.29. Prikaz deformacija kada se model opterećenja pješacima nalazi na kraju mosta	64
Slika 11.30. Prikaz deformacija kada se model opterećenja pješacima nalazi na početku mosta	65
Slika 11.31. Prikaz deformacija kada se model opterećenja pješacima nalazi na sredini mosta	65
Slika 11.30. Prikaz deformacija kada se model opterećenja pješacima nalazi na kraju mosta	66

Popis tablica

Tablica 2.1. Izmjerene vrijednosti prigušenja (Bachmann et al. (1997))	5
Tablica 2.2. Izmjerene vrijednosti prigušenja (Bachmann et al. (1997))	6
Tablica 3.1. Intervali u kojima se kreću frekvencije nastale pri normalnom hodu ili trčanju	10
Tablica 5.1. Fourierovi koeficijenti definirani od strane različitih autora.....	14
Tablica 6.1. preporučene vrijednosti koeficijenta uporabe mosta k_1	16
Tablica 6.2. preporučene vrijednosti koeficijenta opterećenja mosta k_2	16
Tablica 6.3. preporučene vrijednosti koeficijenta visine mosta k_3	16
Tablica 7.1. Fourierovi koeficijenti prema Bachmannovoj teoriji	19
Tablica 7.2. Preporučena gustoća mase na konstrukciji	20
Tablica 7.3. Parametri koji se uzimaju u proračun odgovora konstrukcije na opterećenje pješacima..	21
Tablica 9.1. Određivanje prosječne duljine koraka	31
Tablica 10.1. Vrijednosti vlastitih frekvencija po metodama i prosječna vrijednost	34
Tablica 10.2. Vrijednosti prigušenja dobivene pomoću EFDD i CFDD metode	38
Tablica 10.3. Ispis akceleracija dobivenih za pojedine oblike gibanja na akcelerometrima 2, 3 i 4	43
Tablica 11.1. Pretpostavljene vrijednosti opterećenja	46
Tablica 11.2. Usporedba eksperimentalno i numerički dobivenih vlastitih frekvencija	48
Tablica 11.3. Vrijednosti vršnih vertikalnih akceleracija [m/s^2]	53
Tablica 11.4. Usporedba visećeg mosta izvedenog sa vertikalnim i kosim vješaljka	60-61
Tablica 11.5. Usporedba grednog mosta i mosta sa djelomično upetim ležajevima	67

1. Uvod

Ubrzanim razvojem materijala i tendencijom da se projektiraju što vitkije strukture gradimo mostove nižeg poprečnog presjeka i većeg raspona što za posljedicu ima smanjenje mase i krutosti za razliku od prijašnjih mostova. Tako u eksploataciji dobivamo značajne horizontalne i vertikalne vibracije od opterećenja pješaka, te niže vlastite frekvencije mosta koje u konačnici mogu dovesti do pojave rezonancije. Iako je ovaj problem vibracija poznat već od 1980-ih postaje vrlo aktualan na mostovima današnjice.

Kako su pješački mostovi namijenjeni prelasku i zadržavanju pješaka, bitno je da vibracije ne izazivaju njihovu nelagodu i nesigurnost. Ljudski organizam je vrlo osjetljiv na vibracije te ukoliko su one prisutne u značajnoj mjeri na mostu prilikom njegove eksploatacije može se zaključiti kako dokaz graničnog stanja uporabivosti nije zadovoljen.

Pri projektiranju nailazimo na više različitih smjernica koje definiraju kriterije za zadovoljavanje dokaza graničnog stanja uporabivosti. Svrha rada je usporediti preporučene smjernice u vidu pronalaska najefikasnijeg modela opterećenja i prikladne norme za proračun koje će na zadovoljavajućoj razini pomoći inženjerima u rješavanju problema vibracija na pješačkim mostovima. Također, proučit će se kako odabirom elemenata grednih i visećih mostova u modelima programskog paketa "Sofistik" možemo utjecati na pojavu vibracija i njihovo umanjivanje.

Cilj eksperimentalnog dijela rada je dobiti dinamičke karakteristike odgovora konstrukcije na pobudu izazvanu kretanjem pješaka na primjeru postojećeg mosta smještenog između stare i nove zgrade Građevinskog fakulteta.

Koristeći rezultate iz istraživačkog dijela rada i one iz numeričkih modela iznijet će se usporedba pojedinih dobivenih odgovora konstrukcija. Nakon analize ponašanja konstrukcija zaključit će se koje promjene elemenata i rubnih uvjeta osiguravaju bolje rezultate u pogledu smanjenja vibracija mosta.

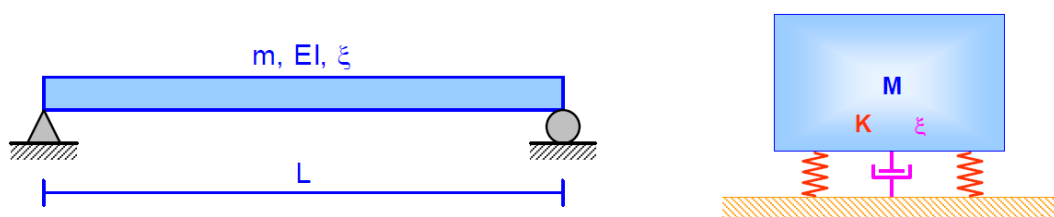
Rezultat ove analize bit će i ocjena adekvatnosti primijenjenih normi u odnosu na stvarno opterećenje i preporuke za mjere umanjivanja vibracija kod takvih tipova mostova.

2. Konstrukcijski kriteriji

2.1. Dinamičke karakteristike pješačkih mostova

Kod pješačkih mostovima određena razina vibracija mora biti dozvoljena. Mostovi koji su projektirani toliko kruti da ne ostvaruju nikakvo gibanje su ili izrazito malih raspona ili nisu posebno elegantne strukture. Glavni cilj projektanta ne smije biti u potpunosti konstrukciju lišiti profinjenosti već vibracije zadržati na prihvatljivoj razini. Vibracije treba zadržati u određenom okviru tako da ne dođe do pojave rezonancije koja bi ugrozila nosivost konstrukcije te također da one ne izazivaju nelagodu kod korisnika. Prema tome, projektant mora dobro poznavati koji faktori utječu na vibracije mostova te istovremeno poznavati i granice ljudske osjetljivosti na njih.

Dinamičko ponašanje pješačkog mosta uključuje složeno međudjelovanje više komponenti. Kako su najjače vibracije uzrokovane sa prvih par vlastitih frekvencija možemo pomoću jednostavnog modela zaključiti koji su najbitniji utjecaji na ponašanje mosta. Kod grednih mostova se može pomoću modela sa jednim stupnjem slobode (slika 2.1.) lako doći do mjerodavnih komponenti. Ovaj model proste grede je često razmatran i kod kompleksnijih struktura. Točniji rezultati dobivaju se preko modela konačnih elemenata, no temeljna spoznaja dinamičkog ponašanja već je sadržana u ovakvoj aproksimaciji. [1, 2]



Slika 2.1. Jednostavni model proste grede ekvivalentan ponašanju mosta s jednim rasponom [1]

Jednadžba ravnoteže modela:

$$m \cdot \ddot{x}(t) + c \cdot \dot{x}(t) + k \cdot x(t) = P_0 \cdot \sin(\bar{\omega}t) \quad (1)$$

Prepostavlja se da se oscilator može gibati samo translacijsko u jednom smjeru tj. da ima samo jedan stupanj slobode, time je položaj mase definiran sa $x(t)$.

Dinamički parametri specifični za ovaj oscilator su sljedeći:

- $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = 2\pi f_n$, prirodna kružna frekvencija (rad/s) (2)

- $\xi = \frac{c}{2\sqrt{km}}$, bezdimenzionalni koeficijent kritične razine prigušenja (3)

U praksi se ζ uvijek uzima s vrijednošću manjom od 1. Treba napomenuti da se prije samih eksperimentalnih analiza na konstrukciji koeficijent prigušenja može samo pretpostaviti.

Kako je statički odgovor ovakvog sustava za konstantnu silu P_0 sadržan u izrazu:

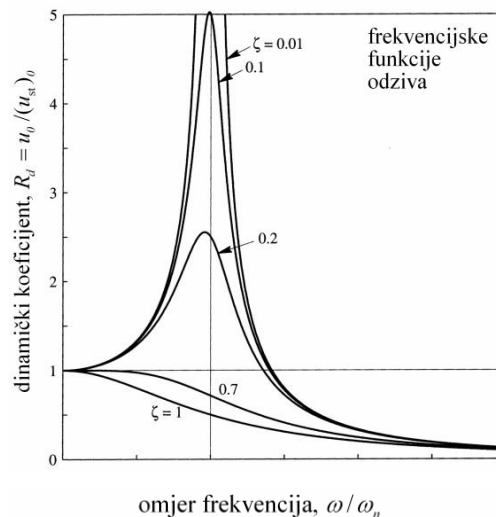
$$(u_{st})_0 = \frac{P_0}{k} = \frac{P_0 / m}{\omega_n^2} \quad (4)$$

Dinamički odgovor dobivamo množenjem dinamičkim koeficijentom R_d :

$$u_0 = (u_{st})_0 \cdot R_d \quad (5)$$

$$R_d = \frac{u_0}{(u_{st})_0} = \frac{1}{\sqrt{[1 - (\omega / \omega_n)^2]^2 + [2\zeta(\omega / \omega_n)^2]^2}} \quad (6)$$

Dinamički koeficijent možemo prikazati skupinom krivulja ovisnih o vrijednosti prigušenja ζ . Krivulje za neke vrijednosti ζ prikazane su na Slici 2.2.



Slika 2.2. Dinamički koeficijent s obzirom na omjer ω / ω_n [3]

Krivulje imaju izražen vrh za vrijednost koja odgovara $\omega / \omega_n \approx 1$ gdje je $R_d \gg 1$, dinamički odziv konstrukcije je puno veći od statičkog te je pomak kontroliran prigušenjem. Rezonantno gibanje se prema tome postiže za $\omega_R = \omega_n \sqrt{1 - 2\zeta^2}$ (7) te rezonantnu frekvenciju $f_R = \frac{\omega_R}{2\pi}$ (8). Kako je prigušenje

konstrukcija obično slabo, može se pretpostaviti da do rezonancije dolazi kada iz (6) vrijedi $u_0 \approx \frac{(u_{st})_0}{2\zeta} = \frac{F_0}{k} \cdot \frac{1}{2\zeta}$ (9).

Dinamički koeficijent za rezonanciju je u direktnoj povezanosti sa prigušenjem, stoga je potrebno taj parametar točno odrediti kako bi mogli dosljedno dimenzionirati konstrukciju. Treba naglasiti da se u aproksimaciji mosta linearnim oscilatorom pretpostavlja linearno viskozno prigušenje sa prigušenjem proporcionalnim brzini. [1, 2, 3].

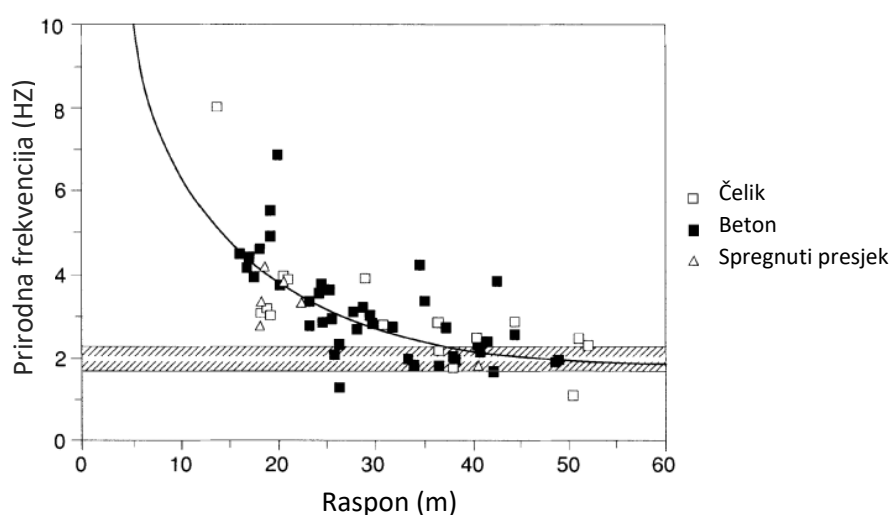
2.2. Ovisnost raspona i vlastite (prirodne) frekvencije

Kod procjene prirodne frekvencije pješačkih mostova u obzir se treba uzeti masa svih stalnih opterećenja na mostu, ali i opterećenje pješacima ako je modalna masa pješaka veća od 5% modalne mase mosta [4]. Fleksijsku krutost je potrebno odrediti s obzirom na karakteristike neraspucalog poprečnog presjeka (za beton) i dinamičke vrijednosti modula elastičnosti E_{din} materijala koji je npr. kod betona 5-10% veći od statičkog.

Više je mogućnosti određivanja prirodne frekvencije mosta posebice za preliminarnu kontrolu. Generalno se načini određivanja prirodne frekvencije mogu podijeliti u dvije grupe:

- 1) procjena metodom konačnih elemenata
- 2) procjena korištenjem pojednostavljenog izraza za ručni proračun. [5]

Na Slici 2.3. prikazana je vlastita eksperimentalno izmjerena frekvencija 67 pješačkih mostova statičkog sustava proste grede u odnosu na njihove raspone i građevinski materijal prema (Bachmann et al. (1997)). Šrafirani dio na Slici 2.3. pokazuje u kojim granicama se kreću frekvencije hoda 95% pješaka. Prema ovom grafu se za sve mostove može odrediti funkcija promjene frekvencije ovisno o rasponu sa $f_n = 33,6 \times L^{-0,73}$ (10).



Slika 2.3. Prikaz osnovne frekvencije 67 grednih pješačkih mostova [5]

Potrebno je uočiti da se pojavljuje veliko rasipanje rezultata predviđeno ovim izrazom, te je ispravnije koristiti funkcije odnosa raspona i frekvencije za pojedine građevinske materijale Tablica 2.1.

Tablica 2.1. Izmjerene vrijednosti prigušenja (Bachmann et al. (1997))

Beton	$f_n = 39 \cdot L^{-0,77}$
Čelik	$f_n = 35 \cdot L^{-0,73}$
Spregnuti presjek	$f_n = 42 \cdot L^{-0,84}$

Iz ovoga slijedi da je opasnost od pojave neželjenih vibracija pješačkih mostova izraženija za čelične mostove raspona $L \geq 35m$ te betonske raspona $L \geq 25m$. [5]

2.3. Prigušenje

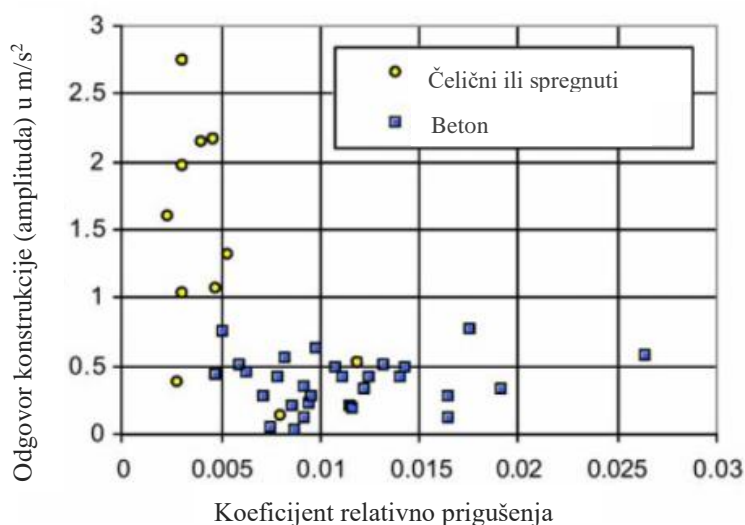
Koeficijentom viskoznog prigušenja modeliramo trošenje energije u elastičnom području gdje je ovisnost amplitude i sile linearna.

Definicija prigušenja:

$$c_{kr} = 2m\omega_n = 2\sqrt{km} = \frac{2k}{\omega_n} \quad \text{kritični koeficijent prigušenja (nema titranja)} \quad (11)$$

$$\xi = \frac{c}{c_{kr}} = \frac{c}{2m\omega_n} \quad \text{koeficijent relativnog prigušenja (dio kritične vrijednosti)} \quad (12)$$

Koeficijent relativnog prigušenja pješačkih mostova, pogotovo čeličnih i spregnutih mostova (čelični nosači spregnuti betonskom pločom) može biti na jako niskoj razini i zbog toga prijelaz preko takvih konstrukcija izaziva jake vibracije. Tablica 2.2. daje vrijednosti za eksperimentalno određeno ekvivalentno viskozno prigušenje ξ u ovisnosti o materijalu dobivene mjerenjem na 47 pješačkih mostova statičkog sustava proste grede pobuđenih prelaskom jednog pješaka u prirodnoj frekvenciji mosta f_n . [5]

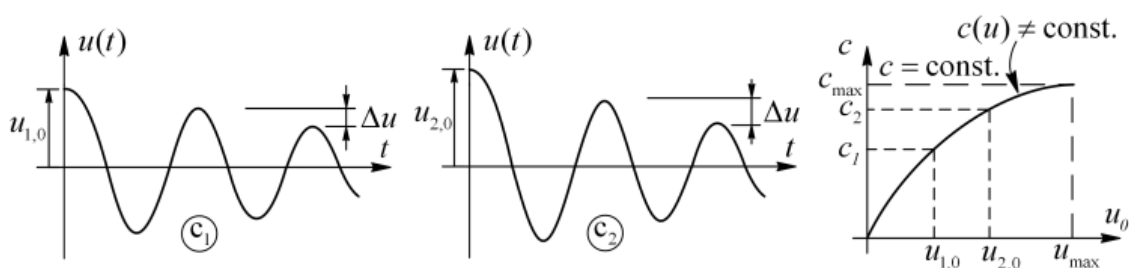


Slika 2.4. Prigušenje i maksimalni odgovor konstrukcije u m/s^2 za različite betonske i čelične mostove [5]

Tablica 2.2. Izmjerene vrijednosti prigušenja (Bachmann et al. (1997)) [5]

Tip presjeka	minimalni ξ	srednji ξ	maksimalni ξ
Armirani beton	0,008	0,013	0,020
Prednapeti beton	0,005	0,010	0,017
Spregnuti presjek čelik-beton	0,003	0,006	-
Čelik	0,002	0,004	-

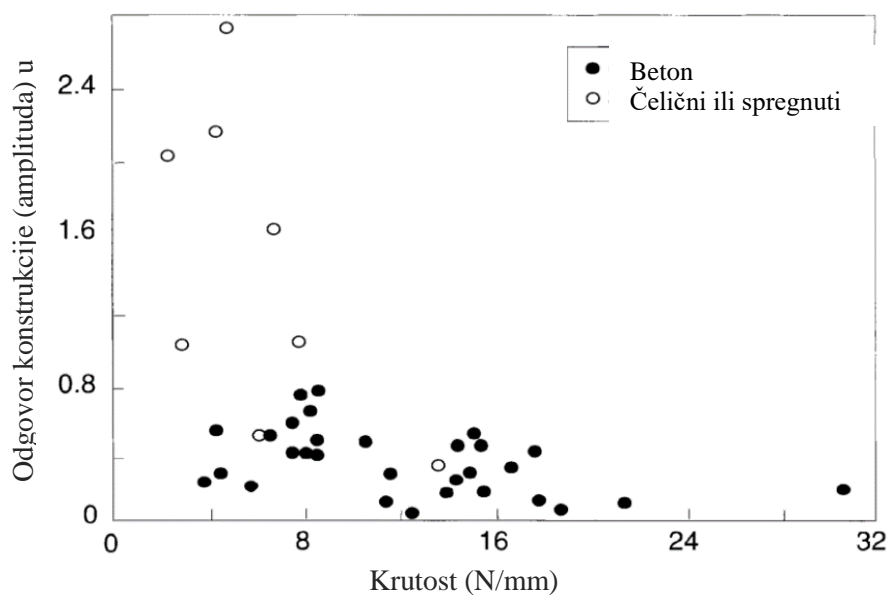
Razina povećanja ili smanjenja koeficijenta prigušenja ovisi o mnogo parametara. Općenito se smatra da on nije konstantan već ovisi o iznosu elastičnog pomaka, konstantnu vrijednost poprima tek kod amplitude na granici tečenja u_y (Slika 2.5.). [3]


Slika 2.5. Razina prigušenja u ovisnosti o amplitudi [3]

Također, istovremeno zadržavanje većeg broja ljudi na mostu povećava masu konstrukcije i razinu disipacije energije što dodatno povećava nivo prigušenja. Navedeno je dokazano samo za gredne mostove. Za viseće, ovješene, lučne i mostove posebnih struktura teško se mogu usvojiti univerzalna pravila ponašanja osnovnih tonova vibracije i prigušenja. [5]

2.4. Krutost

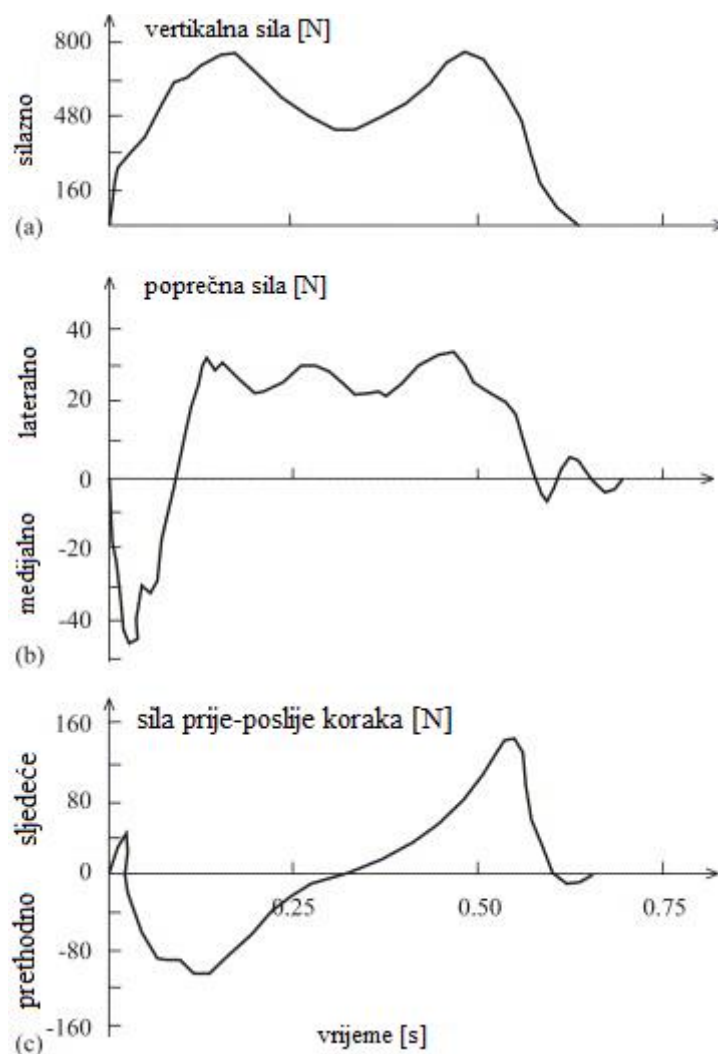
Krutost pješačkih mostova je faktor koji se određenom točnošću može predvidjeti s obzirom na materijal, poprečni presjek i karakteristike oslonaca mosta. Krutosti se za pješačke mostove kreću u granicama od 2 do 30 kN/mm, načelno su izmjerene krutosti manje za čelične mostove u odnosu na betonske. Slika 2.6. prikazuje maksimalni odgovor mosta tj. vertikalnu akceleraciju prilikom prolaska pješaka u prirodnoj frekvenciji mosta f_n . Ako se usvoji maksimalna vertikalna akceleracija od $0,7\text{m/s}^2$ kao granična može se zaključiti da do problema izraženih vibracija neće doći ako je krutost konstrukcije veća od 8 kN/mm. [5]



Slika 2.6. Odgovor mosta na pješačko opterećenje frekvencijom f_n u odnosu na krutost mosta [5]

3. Dinamičke sile uzrokovane kretanjem ljudi

Prilikom kretanja čovjek proizvodi dinamičku silu koja je promjenjiva u vremenu i prostoru. Periodički se ponavlja u pravilnim vremenskim intervalima. Ona ima komponente u tri smjera: vertikalna i dvije horizontalne - uzdužna i poprečna.

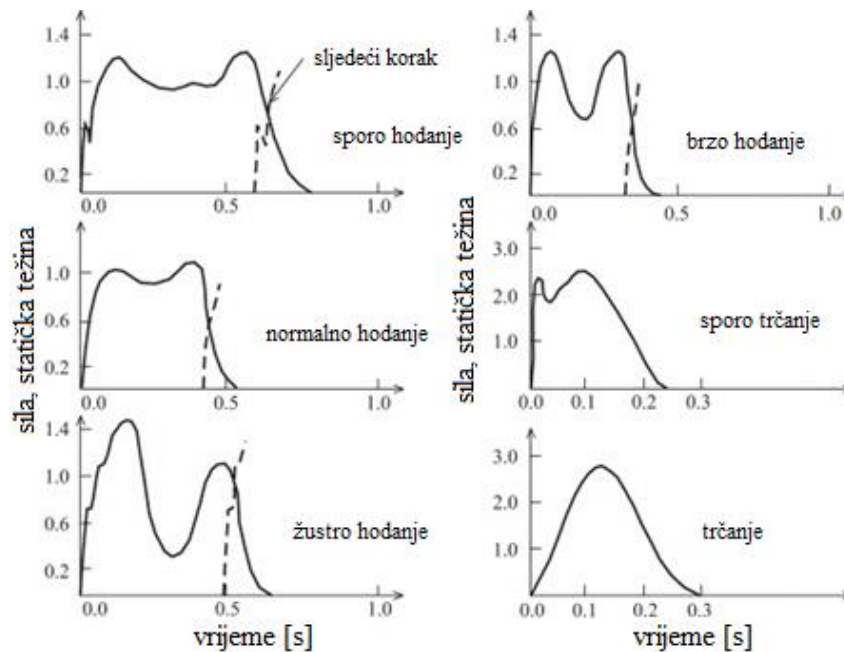


Slika 3.1. Tipični oblici komponentata dinamičke sile uzrokovane kretanjem ljudi [6]

Svrha postojanja dinamičke sile prilikom kretanja čovjeka je da ona ubrzava ili usporava masu tijela pojedinca. Najviše se istražuje vertikalna komponenta dinamičke sile. Uzrok tomu je najveća magnituda te komponente sile u odnosu na druge dvije (Slika 3.1.) [7]. Ipak, studije napravljene u nekoliko posljednjih godina su pokazale kako i poprečna sila uzrokovana kretanjem pješaka po mostu može uzrokovati probleme i ugroziti granično stanje uporabljivosti mosta.

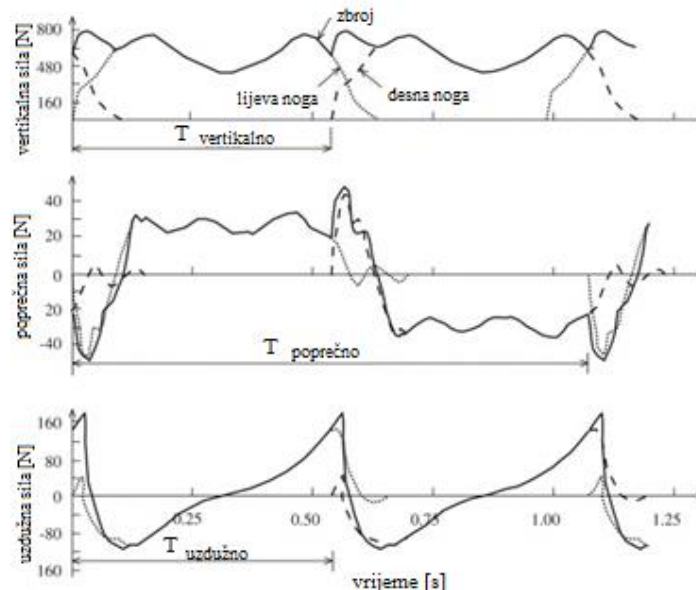
3.1. Vertikalna komponenta sile

Veličina vertikalne komponente sile prilikom hodanja ili trčanja za jednu nogu prikazana je na slici 3.2. Prvi maksimum prikazuje udar noge u podlogu, a drugi prikazuje trenutak kada prednji dio stopala napušta podlogu. Reakcija prilikom trčanja izgleda drugačije od one prilikom hodanja zbog isprekidanog kontakta noge sa podlogom.



Slika 3.2. Karakteristično vertikalno opterećenje za različite načine kretanja čovjeka [7]

Prikaz stvarne sile nastale od djelovanja obje noge na podlogu prikazana je na slici 3.3. Isprekidane i točkaste linije pokazuju nam kako novi korak počinje prije nego li završi prvi.



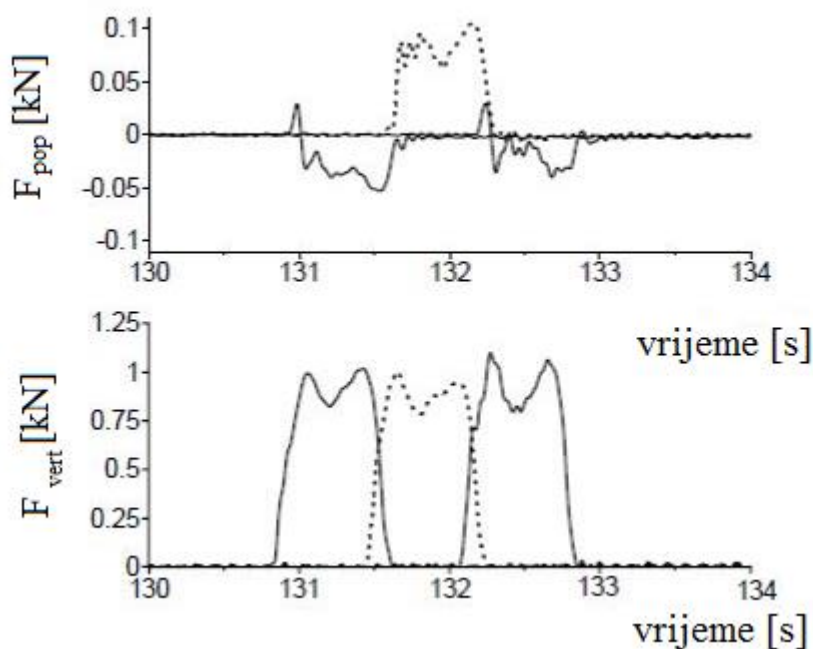
Slika 3.3. Periodičan hod u vertikalnom smjeru [7]

Tablica 3.1. Intervali u kojima se kreću frekvencije nastale pri normalnom hodu ili trčanju [2]

Vrsta kretanja	Karakteristika kretanja	Raspon frekvencija [Hz]
Hodanje	Kontinuiran kontakt sa podlogom	1.6 do 2.4
Trčanje	Diskontinuirani kontakt	2.0 do 3.5

3.2. Poprečna komponenta sile

Prilikom hoda čovjek se uz kretanje prema naprijed i njiše od jedne na drugu stranu i tako stvara poprečnu komponentu dinamičke sile kretanja. Njezina vrijednost je niža od vertikalne što vidimo na slici 3.3. Poprečna komponenta se razlikuje od vertikalne i prema periodu opterećenja. Razmak pojave poprečnog opterećenja je između dva lijeva ili desna koraka koji slijede jedan nakon drugoga. Na slici 3.4. se vidi kao je period vertikalne komponente dva puta veći nego li poprečne, a frekvencija poprečnog opterećenja je polovica frekvencije vertikalnog.

**Slika 3.4.** Poprečna i vertikalna komponenta sile za tri uzastopna koraka [8]

Promjenjiva priroda sile može se vidjeti proučavajući samo jedan parametar ljudskog kretanja kao što su frekvencija takta, brzina ili dužina koraka. Svaki parametar može pokazati drugačiji odnos brzine hoda i frekvencije [9]. Također povećanjem brzine kretanja variranje vertikalne i horizontalne-poprečne sile značajno raste dok horizontalna-uzdužna komponenta sile ima minimalne varijacije [10].

4. Reprezentativne vrste aktivnosti

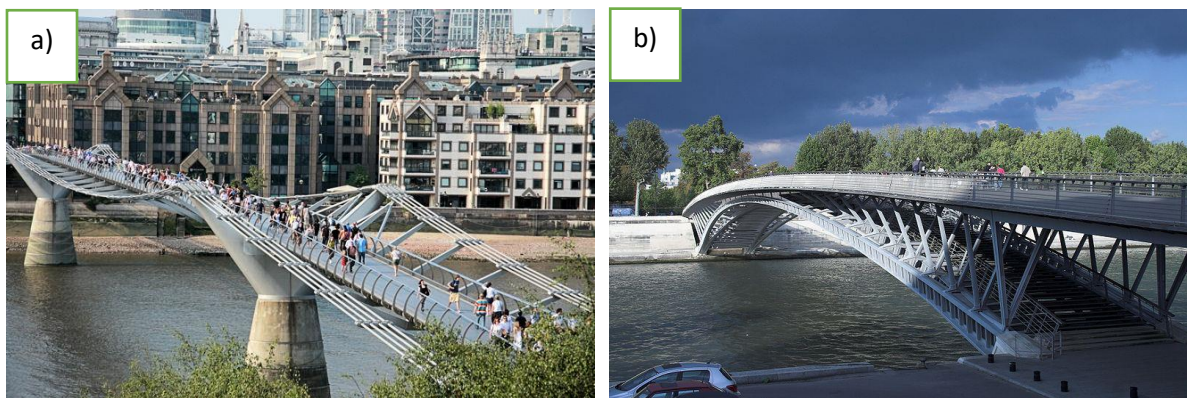
Različiti načini kretanja čovjeka po mostu stvaraju različite dinamičke sile. Načini kretanja koji se mogu razmatrati pri proračunima konstrukcije su:

- sporo hodanje,
- normalno hodanje,
- brzo hodanje,
- stapanje,
- sporije trčanje i
- trčanje.

Zajedničko svim načinima hodanja je da uvijek postoji kontakt s površinom s barem jednom nogom [11].

4.1. Ritmičko kretanje tijela

Sinkronizacija prilikom kretanja pješaka vidljiva je i u vertikalnom i u poprečnom smjeru što pokazuje kako pješaci međusobno usklađuju kretanje jedan prema drugome. Osjetljiviji su na vibracije koje djeluju u poprečnom smjeru nego u vertikalnom. U vertikalnom smjeru kompenziraju vibracije svojim koljenima, a i stabilniji su u tome smjeru. The Millennium Bridge u Londonu i most Solferino u Parizu su pravi primjeri mostova na kojima su vibracije u poprečnom smjeru izazvale mnoštvo problema.



Slika 4.1. a) The Millennium Bridge u Londonu [12]; b) most Solferino u Parizu [13]

Pojava znatnih poprečnih vibracija na mostovima uzrokovana je ritmičkim kretanjem velike skupine ljudi po mostu. U prirodi je čovjeka da se kreće prema gibanju mosta što čini njegov prolaz mostom ugodnijim. Taj instinkt rezultira da se frekvencija pokreta čovjeka poklapa s frekvencijom mosta što na kraju doprinosi sve većim pomacima mosta [8]. Ta pojava se naziva „Lock in“ efekt te će o njoj biti više riječi u sljedećem poglavlju.

4.2. Lock in

Prilikom kretanja čovjekovo težište varira ne samo vertikalno nego i poprečno prilikom premještanja s noge na nogu. Kada čovjek hoda po mostu koji vibrira, on će pokušati kompenzirati dodatni horizontalni pomak težišta tijela zbog vibracije mosta tako što će pratiti pomake mosta u svrhu osiguranja svoje bočne stabilnosti [14]. Kretanje tijela u svrhu praćenja poprečnih pomaka i nastalih poprečnih vibracija uzrokuju da su reakcije podloge uhvaćene u stanje rezonancije skupa sa silama nastalih od kretanja čovjeka [4].

Takva pojava se naziva „Lock in“ efekt. Čovjek nesvjesno podliježe ovome efektu.

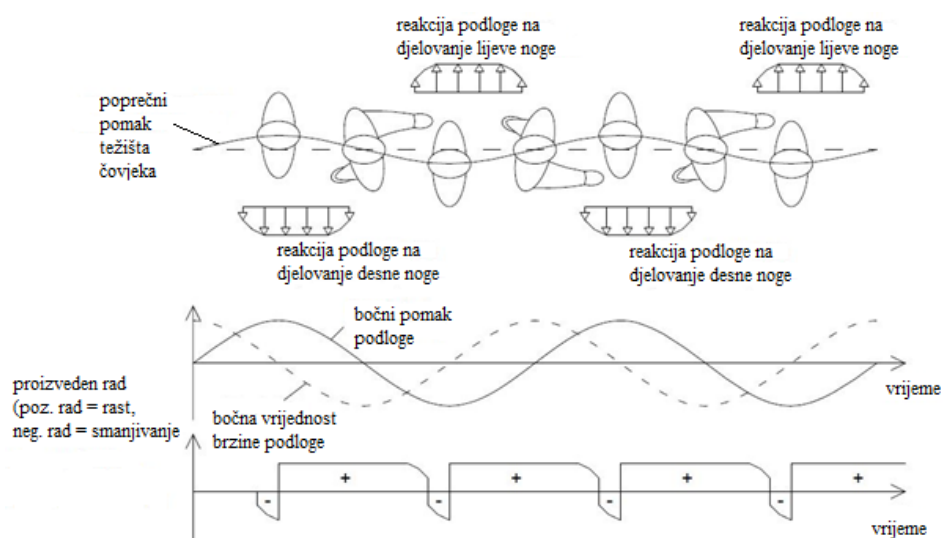
„Lock in“ efekt se povećava s povećanjem:

- amplitude vibracije mosta i
- broja pješaka koji se kreću mostom.

U slučaju da most počne vibrirati graničnim pomacima za ljudsku stabilnost, svakim novim korakom čovjek će dodavati određenu impulsnu pobudu u svaki titraj mosta. Tako će se povećati reakcija podloge mosta na njegovo kretanje po istome [15].

Ako se mostom kreće velik broj ljudi, veći udio sile dolazi od svakog pojedinca koji se kreće po mostu, a s time se oni sinkroniziraju s mostom. Tako se frekvencija hoda čovjeka počne podudarati sa vlastitom frekvencijom mosta. Nastaje vrlo neugodna pojava - rezonancija koja je opasna i za pojedinca i za konstrukciju.

„Lock in“ efekt raste puno brže za vibracije nastale poprečnim kretanjem težišta čovjeka. Male vrijednosti takvih vibracija su dovoljne da izbace čovjeka iz bočne stabilnosti. Ako pješački most u poprečnome smjeru ne vibrira značajno, a pješaci usklade svoj hod, zbog efekta sinkronizacije hoda mogu se na mostu pojaviti značajne vibracije. [4]



Slika 4.2. Sinkronizirano kretanje [4]

5. Modeliranje gibanja pješaka po mostu

Prolazak pješaka preko mosta može se opisati djelovanjem koje je promjenjivo u vremenu i mijenja svoj položaj kako osoba prolazi mostom.

- Dinamički model opterećenja za jednog pješaka

Periodična komponenta sile nastale kretanjem pješaka može se zapisati pomoću Fourierovog niza [4]: $F_{p,v}(t)$ predstavlja vertikalnu komponentu dinamičke sile,

$$F_{p,v}(t) = G + G \sum_{i=1}^n \alpha_{i,v} \sin(2\pi \cdot i \cdot f_s \cdot t - \varphi_i) \quad (13)$$

$F_{p,lat}(t)$ predstavlja poprečnu komponentu dinamičke sile,

$$F_{p,lat}(t) = G \sum_{i=1}^n \alpha_{i,lat} \sin(2\pi \cdot i \cdot \frac{f_s}{2} \cdot t - \varphi_i) \quad (14)$$

$F_{p,long}(t)$ predstavlja longitudinalnu komponentu dinamičke sile,

$$F_{p,long}(t) = G \sum_{i=1}^n \alpha_{i,long} \sin(2\pi \cdot i \cdot f_s \cdot t - \varphi_i). \quad (15)$$

Gdje su:

$\alpha_{i,v}$, $\alpha_{i,lat}$, $\alpha_{i,long}$ Fourierovi koeficijenti i -tog harmonika u vertikalnom, poprečnom i uzdužnom smjeru, [-]

G statičko opterećenje tijela pješaka, [N] (u prosjeku se uzima 700 N ili 800 N)

f_s frekvencija hoda, [Hz]

φ_i fazni pomak i -tog harmonika, [°]

n ukupan broj harmonika, ovisi o složenosti opterećenja i njegovom mijenjaju u vremenu, [-].

Tablica 5.1. Fourierovi koeficijenti definirani od strane različitih autora

Autori	Fourierov koeficijent / fazni kut	Granične frekvencije	Smjer opterećenja
Blanchard et al.	$\alpha_1=0,257$	iznad 4 Hz	vertikalni
Charles & Hoorpah	$\alpha_1=0,4$	-	vertikalni
	$\alpha_1=0,05$	-	poprečni
	$\alpha_1=0,2$	-	uzdužni
Young	$\alpha_1=0,37(f_s - 0,95) \leq 0,5$ $\alpha_1=0,054+0,0088f_s$ $\alpha_1=0,026+0,015f_s$ $\alpha_1=0,01+0,0204f_s$	Srednje vrijednosti dinamičkih faktora su pri $f_s = 1 \div 2,8$ Hz	vertikalni
Schulze	$\alpha_1=0,37; \alpha_2=0,1; \alpha_3=0,12;$ $\alpha_4=0,04; \alpha_5=0,08$	pri 2 Hz	vertikalni
	$\alpha_1=0,039; \alpha_2=0,01;$ $\alpha_3=0,043; \alpha_4=0,012;$ $\alpha_5=0,015$	pri 2 Hz	poprečni
	$\alpha_{1/2}=0,37; \alpha_1=0,204;$ $\alpha_{3/2}=0,026; \alpha_2=0,083;$ $\alpha_{5/2}=0,024$	pri 2 Hz	uzdužni

Različiti Fourierovi koeficijenti su preporučeni u literaturi [7, 16]. Dinamički faktori opterećenja su definirani kao odnos amplitude sile prema svakom harmoniku koji odgovara masi pješaka. U tablici 4. su navedeni neki od njih. Broj harmonika, ovisno o autorima, varira od 1 do 5. [17] Fazni pomaci u stvarnosti pokazuju veliko raspršenje zbog mnoštva parametara o kojima ovise [5].

Periodične sile navedene u izrazima (13, 14, 15) nisu stacionarne. Kreću se po mostu sa određenom brzinom. U literaturi [7, 16, 18] brzina kretanja sile je preporučena s $v = 0,9 \cdot f_s$ gdje je 0,9 duljina koraka izražena u metrima. Osim opterećenja jednoga pješaka, most može biti opterećen i grupom pješaka ili čak i navalom ljudi. Utjecaj gomile ljudi na mostu može se uračunati pomoću faktora sinkronizacije frekvencije koraka koji su preporučeni u [16].

Također, u poglavlju 7.1. gdje će se obraditi britanski nacionalni dodatak na Eurocode 1 (NA to BS EN 1991-2:2003, UK National Annex to Eurocode 1: Actions on structures - Part 2: Traffic loads on bridges) bit će opisan način kako pristupiti problemu vibracija koje se javljaju pri pojavi navale pješaka na most. Opisana je funkcija pulsirajućeg opterećenja koje mora biti nanoseno dovoljno dugi period kako bi zadovoljilo stacionarne uvjete na mostu.

- Dinamički model opterećenja za skupinu pješaka

Prema [19] i [20], za mostove sa statičkim sustavom proste grede koji su oslonjeni na dva kraja i čija se prirodna frekvencija kreće u intervalu od 1,8 do 2,2 Hz, amplituda vibracija nastalih od djelovanja jednog pješaka može se pomnožiti koeficijentom m :

$$m = \sqrt{\lambda T_0} \quad (17)$$

Gdje je:

m koeficijent za uvećavanje amplituda vibracija prilikom kretanja većeg broja pješaka mostom,

λ srednja brzina protoka pješaka kroz određeni vremenski period,

T_0 vrijeme potrebno za prelazak preko mosta.

Ovaj koeficijent se može upotrijebiti u slučaju da je prelazak pješaka preko mosta nasumičan, a ne sinkroniziran. U slučaju da prva prirodna frekvencija mosta nije blizu srednje vrijednosti od 2 Hz ili kada se sinkronizirano kretanje pješaka ne može smatrati savršenim, tada faktor m moramo reducirati. [20]

6. Usporedba normi za granično stanje uporabljivosti pješačkih mostova

Izmjerene ili proračunate vrijednosti dinamičkog odgovora mosta mogu se uspoređivati i kontrolirati različitim smjernicama. Smjernice su u različitim normama donesene s obzirom na:

- psihološki utjecaj vibracija mosta na pješake (mehanički, optički i akustični)
- zahtjeve konstrukcije (progibi, otpornost materijala, umor materijala itd.)

Mjerodavni utjecaj na određivanje smjernica u slučaju pješačkog mosta ipak ima psihološki utjecaj vibracija na pješake. Utvrđivanje odrednica za vertikalne i horizontalne vibracije po pitanju psihološkog utjecaja na korisnike povlači za sobom mnogo varijabli npr. dob, spol, osjetljivost pješaka te zbog toga smjernice različitih normi toliko i variraju. Korištenju smjernica se mora pristupiti sa određenom pažnjom jer se njima rijetko mogu uzeti u obzir svi utjecaji koji djeluju na most npr.:

- izvanredni događaji
- željena razina udobnosti korištenja
- očekivana razina tolerancije na vibracije od strane korisnika.

Predložena ograničenja daju se u obliku vrijednosti horizontalnih i vertikalnih akceleracija i frekvencije. [21]

6.1. Predložene granične vrijednosti akceleracija

Kao što je prije rečeno, maksimalne dopuštene akceleracije se kod različitih normi drugačije utvrđuju. Britanski nacionalni dodatak na Eurocode 1991-2:2003 (UK National Annex to Eurocode 1: Actions on structures - Part 2: Traffic loads on bridges) daje granicu akceleracije izrazom:

$$a_{limit} = 1,0 \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot k_4, \quad (18)$$

za $0,5 \text{ m/s}^2 \leq a_{limit} \leq 2,0 \text{ m/s}^2$.

k_1, k_2, k_3 su koeficijenti odgovora konstrukcije uzeti iz tablice 6.1. u kojoj su:

k_1 koeficijent uporabe mosta,

k_2 koeficijent opterećenja rute,

k_3 koeficijent visine konstrukcije.

k_4 je koeficijent izloženosti koji se uzima vrijednosti 1,0 osim ako to nije drugačije definirano u projektu.

Tablica 6.1. preporučene vrijednosti koeficijenta uporabe mosta k_1

Način uporabe mosta	k_1
Primarni put prema bolnicama i drugim institucijama visoke važnosti	0,6
Glavni put prema školama	0,8
Glavni put prema sportskim stadionima i drugi putevi visoke važnosti	0,8
Glavni urbani centralni dijelovi	1,0
Mostovi u predgrađima	1,3
Ruralna lokacija mosta, rijetko korišten u rijetko naseljenom području	1,6

Tablica 6.2. preporučene vrijednosti koeficijenta opterećenja mosta k_2

Opterećenje rute	k_2
Putevi ograničenog pristupa	0,7
Primarni putevi	1,0
Alternativne, lako dostupne rute	1,3

Tablica 6.3. preporučene vrijednosti koeficijenta visine mosta k_3

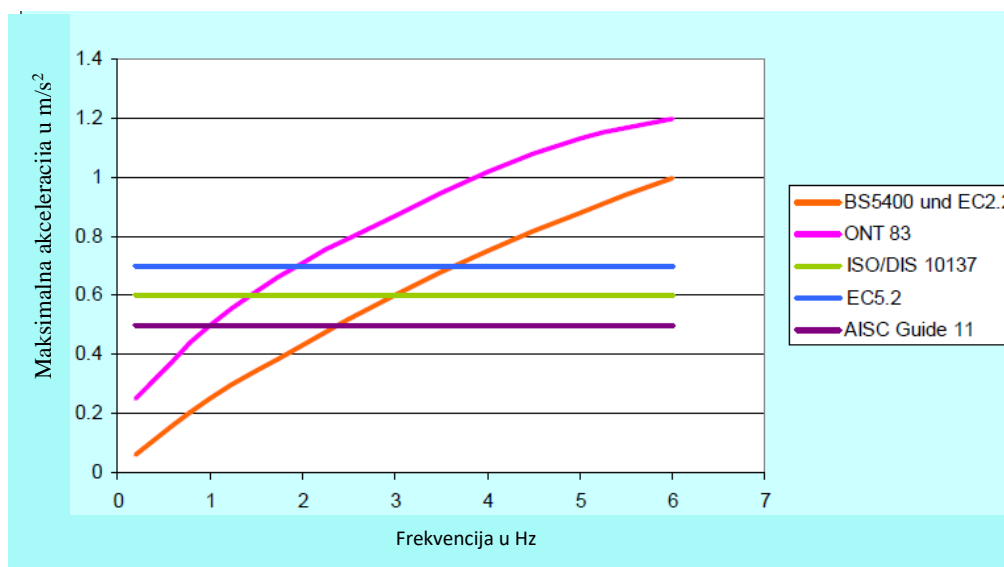
Visina mosta	k_3
Viši od 8 m	0,7
Od 4 m do 8 m	1,0
Niži od 4 m	1,1

Ontario bridge code (ONT 83) ima stroži pristup. Kriteriji ove skupine normi dobiveni su iz velikog broja istraživanja koja su se bavila proučavanjem osjetljivosti ljudi na vibracije. Iz tih eksperimenata dobivena je zakonitost $0,25 \cdot f_n^{0,78} [m/s^2]$ (19), prema tome za prirodnu frekvenciju mosta u iznosu 2 Hz dobivamo graničnu vrijednost akceleracije $0,43 \text{ m/s}^2$. [5]

U normi koju je donijela International Organization for Standardization-ISO/DIS 10137 predložena granica tolerancije vibracija je $0,59 \text{ m/s}^2$, dok je kod American institute of steel construction

(AISC) granica $0,50 \text{ m/s}^2$. Eurocode (EN) ograničava maksimalnu vertikalnu akceleraciju na $0,70 \text{ m/s}^2$. [5]

Na slici 6.1. prikazane su granične vrijednosti vertikalnih akceleracija pet prethodno navedenih sustava normi. Za najkritičnije područje frekvencije oko 2 Hz, postoji dobro podudaranje. Prema svemu navedenom očito je da vertikalne akceleracije ne bi trebale prekoračiti granicu od $0,5$ do $0,7 \text{ m/s}^2$. [1]



Slika 6.1. Granične vrijednosti vertikalnih vibracija pješačkih mostova [1]

Za horizontalne vibracije gotovo nije moguće utvrditi točne granične vrijednosti. Iskustva sa Millennium Bridge-a u Londonu, pješačkog mosta za koji se na otvaranju pokazalo da pod opterećenjem pješaka pobuđuje u korisnicima vrlo neugodne i značajne horizontalne vibracije. Te se predlažu vrijednost od $0,25 \text{ m/s}^2$ kao granicu kod koje je omogućen normalan hod pješaka i $1,5 \text{ m/s}^2$ kao vrijednost kod koje pješaci osjećaju potrebu stabiliziranja svojeg hoda uz pridržavanje za ogradu. [1]

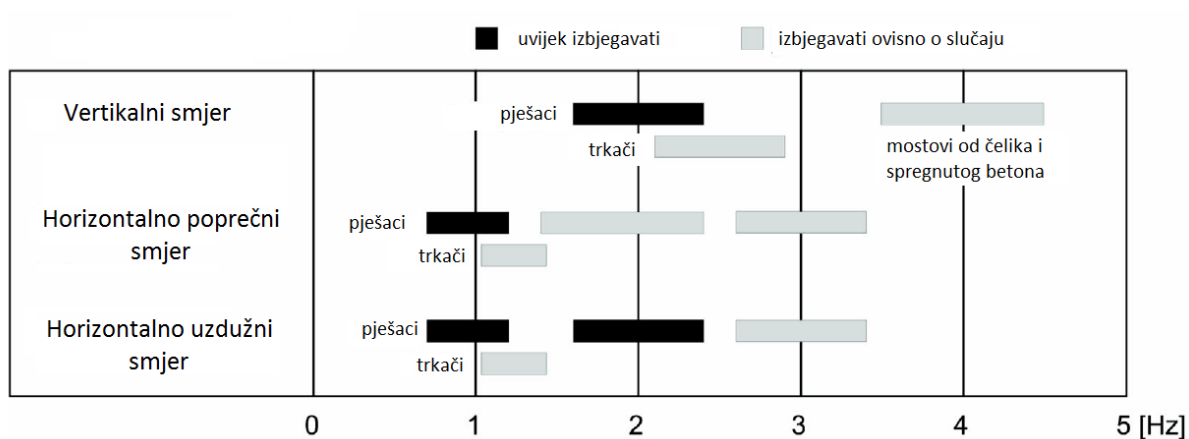
6.2. Predložene granične vrijednosti frekvencija [21]

U različitim izvorima se nastoje dati okvirne vrijednosti vlastitih frekvencija mosta unutar kojih se ne očekuju problemi vibracija uzrokovani pješacima.

U vertikalnom smjeru se na temelju najučestalijih frekvencija hoda pješaka može zaključiti da će most biti potaknut na velike vibracije ako se njegova vlastita frekvencija nalazi između vrijednosti 1,6 Hz do 2,4 Hz tj. prva vlastita frekvencija f_1 ne smije zadovoljiti izraz $1,6\text{Hz} < f_1 < 2,4\text{Hz}$. U slučaju da se na mostu predviđa pojačana koncentracija trkača također je potrebno izbjegavati granice od 2,1 Hz do 2,9 Hz.

Kod čeličnih i spregnutih mostova koji prirodno imaju manju masu i prigušenje treba osigurati da se druga vlastita frekvencija ne nalazi u području $3,5\text{Hz} < f_2 < 4,5\text{Hz}$.

Sigurni od velikih horizontalnih vibracija se smatraju mostovi kod kojih je horizontalna poprečna frekvencije $f_h > 3,4\text{Hz}$. Granične vrijednosti koje se u horizontalnom uzdužnom smjeru moraju izbjegavati gotovo su jednake onima u poprečnom smjeru kao što je prikazano na slici 14.



Slika 6.2. Frekvencije pješačkih mostova u ovisnosti o smjeru vibriranja koje je poželjno izbjegavati [21]

7. Korišteni modeli opterećenja

Trenutna europska norma koja utvrđuje opterećenje prometom na mostovima, ne daje nikakve modele za pješačko opterećenje kojima bi se provjeravalo granično stanje uporabljivosti mostova.

Eurocode usmjeruje inženjere na važeće nacionalne dodatke pojedine države u kojima su definirani odgovarajući dinamički modeli. U Hrvatskom nacionalnom dodatku takvi dinamički modeli još uvijek nedostaju.

7.1. Model stvarnog kretanja prema Bachmannu

Prijedlog opterećenja pješacima u prema Bachmannu podrazumijeva potpuno sinkronizirano gibanje N broja pješaka. Za određivanje komponenti gibanja koriste se funkcije navedene pod (13, 14, 15). Fourierovi koeficijenti, fazni kut te granične vrijednosti za modeliranje prema Bachmannu prikazani su u tablici 7.1.

Tablica 7.1. Fourierovi koeficijenti prema Bachmannovoj teoriji

Autori	Fourierov koeficijent / fazni kut	Granične frekvencije	Smjer opterećenja
Bachmann i suradnici	$\alpha_1=0,4/0,5$ $\alpha_2 = \alpha_3 = 0,1$ $\varphi_2 = \varphi_3 = \pi/2$	pri 2/2,4 Hz	vertikalni
	$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0,1$ $\varphi_2 = \varphi_3 = \pi/2$	pri 2 Hz	poprečni
	$\alpha_{1/2}=0,1 ; \alpha_1=0,2; \alpha_2=0,1;$	pri 2 Hz	uzdužni

7.2. Model prema britanskom nacionalnom dodatku na Eurocode 1 [22]

Istraživanjem mnogih teorijski opisanih dinamičkih modela u ovome radu odlučeno je da se koristi važeći britanski nacionalni dodatak na Eurocode 1991-2:2003 (UK National Annex to Eurocode 1: Actions on structures - Part 2: Traffic loads on bridges), koji opisuje djelovanja na konstrukcije, točnije prometna opterećenja koja djeluju na mostove.

Pod točkom NA.2.44. opisan je dinamički model za djelovanja pješaka na pješačkim mostovima. Svaki most se kategorizira u jedan od četiri navedena razreda prema načinu njegova korištenja. Definirana je i gustoća grupe ljudi koja hoda mostom u jedinici [osoba/m^2]. Također, definirane su i veličine grupa pješaka koji se kreću na mostu te se one u dinamički model uzimaju u obzir prema koeficijentu N čije vrijednosti možemo iščitati iz tablice 7.2.

Tablica 7.2. Preporučena gustoća mase na konstrukciji

Razred mosta	Način korištenja mosta	Veličina grupe (hodanje)	Veličina grupe (trčanje)	Gustoća grupe ρ [osoba/m ²] (hodanje)
A	Ruralna lokacija mosta, rijetko korišten u rijetko naseljenom području	N = 2	N = 0	0
B	Prigradski most, blage varijacije pješačkog opterećenja u povremenim razdobljima	N = 4	N = 1	0.4
C	Urbana područja u kojima je most izložen značajnijim varijacijama opterećenja u svakodnevnom korištenju (putovi prema školama, uredima, itd.)	N = 8	N = 2	0.8
D	Most kao primarni pristup javnim sadržajima poput sportskih stadiona ili većih javnih transportnih putova.	N = 16	N = 4	1.5

7.2.1. Dinamičko opterećenje koje predstavlja prolaz pojedinačnog pješaka i grupe pješaka

Vršne vertikalne akceleracije koje proizlaze iz djelovanja opterećenja od jednog pješaka ili grupe pješaka treba proračunati s pretpostavkom da nastaju zbog djelovanja pulsirajuće sile F [N] duž mosta s konstantnom brzinom v_t .

$$F = F_0 \cdot k(f_v) \cdot \sqrt{1 + \gamma \cdot (N - 1)} \cdot \sin(2\pi \cdot f_v \cdot t) \quad (20)$$

Gdje su:

N Broj pješaka koji se odnosi na tablicu 7.2., [-]

F_0 referentna amplituda primijenjene putujuće sile [N] koja je dana u tablici 7.2. (predstavlja najveću amplitudu primijenjene sile nastale od pješaka na najvjerojatnijoj frekvenciji koraka)

f_v Vlastita frekvencija [Hz] vertikalnog moda koji se promatra

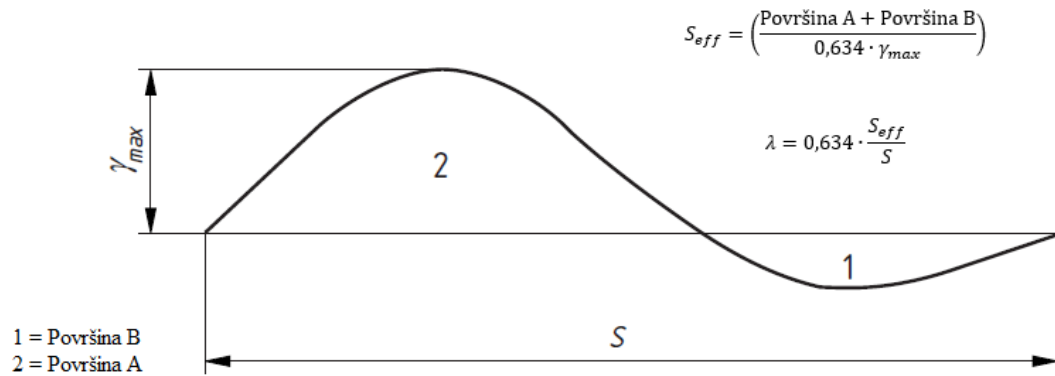
$k(f_v)$ koeficijent dan na slici 7.2. koji uzima u obzir realno ponašanje pješaka, harmonijske odgovore i osjetljivost pješaka na odgovor konstrukcije, [-]

t ukupno vrijeme, [s]

γ faktor redukcije koji uzima u obzir nesinkronizirano ponašanje u skupini pješaka, funkcija je prigušenja i efektivnog raspona, dan je na slici 7.3.

S_{eff} efektivni raspon dužine jednake prostoru koji definira vertikalna komponenta moda koji se razmatra; dijeljen za 0,634 puta od vršne vertikalne komponente istog oblika odgovora konstrukcije. (Pri konzervativnom pristupu je dopušteno koristiti da je $S_{eff} = S$.)

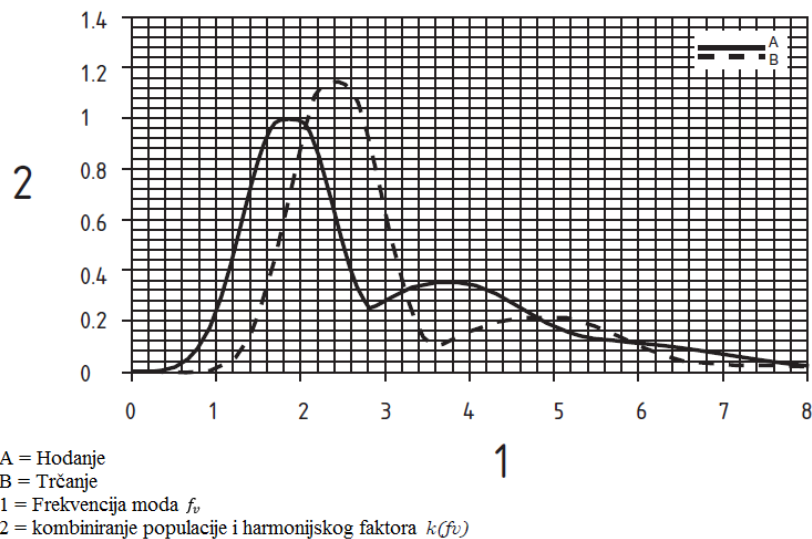
S raspon mosta, [m]



Slika 7.1. Proračun efektivnog raspona [17]

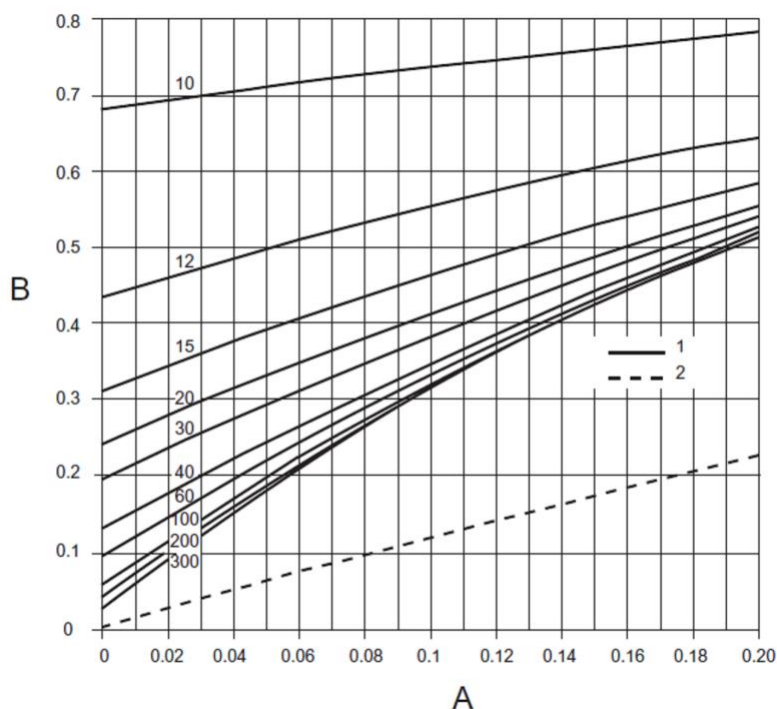
Tablica 7.3. Parametri koji se uzimaju u proračun odgovora konstrukcije na opterećenje pješacima

Parametri opterećenja	Hodanje	Trčanje
Referentno opterećenje, F_0 [N]	280	910
Brzina prolaska pješaka, v_f [m/s]	1,7	3,0



Slika 7.2. Odnos varijable $k(f_v)$ i frekvencije oblika f_v [17]

Harmonijski faktor $k(f_v)$ poprima najveće vrijednosti u kritičnom području frekvencija (od 1,8 Hz do 2,4 Hz). On također umanjuje amplitude titranja u područjima kada se most nalazi izvan kritične frekvencije hoda koja može izazvati značajne vibracije.



1 = grupa pješaka
 2 = opterećenje gomile ljudi
 A = prigušenje konstrukcije - logaritamski dekrement, δ
 B = faktor redukcije broja pješaka, γ
 NAPOMENA Sve krivulje predstavljaju varijaciju faktora smanjenja sa strukturnim prigušenjem za danu vrijednosti efektivnog raspona, S_{ef} [m]

Slika 7.3. Redukcijski faktor, γ , koji omogućuje nesinkronizirano ponašanje pješaka u grupama i gomilama [22]

Faktor redukcije hoda pješaka γ u velikoj mjeri ovisi o rasponu mosta. Što je veći raspon mosta to je manja vjerojatnost da pri ukupnom prelasku pješaka preko mosta njihov hod bude sinkroniziran.

7.2.2. Stacionarno modeliranje pojave gomile pješaka na mostu

Vršne vrijednosti vertikalnih ubrzanja koje proizlaze iz opterećenja od gomile pješaka na mostu mogu se izračunati pod pretpostavkom da su dobivene iz pulsirajućeg distribuiranog opterećenja w [N/m^2], koje je nanoseno na most dovoljno dugo da se zadovolje stacionarni uvjeti prema:

$$w = 1,8 \cdot \left(\frac{F_0}{A}\right) \cdot k(f_v) \sqrt{\gamma \cdot N/\lambda} \cdot \sin(2\pi \cdot f_v \cdot t) \quad (21)$$

Gdje su:

N Ukupan broj pješaka koji se nalaze po cijelome rasponu mosta S , [-]

$$N = \rho A = \rho S b \quad (22)$$

ρ Zahtijevana gustoća grupe (Tablica 3.) s maksimalnom vrijednošću $1,0$ osoba/ m^2

S raspon mosta, [m]

- b širina mosta podložna opterećenju pješaka, [m]
- γ faktor redukcije koji uzima u obzir nesinkronizirano ponašanje u skupini pješaka, funkcija je prigušenja i efektivnog raspona, dan je na slici 3.
- λ faktor koji reducira efektivni broj pješaka kada opterećenje samo jednog dijela raspona mosta pridonosi pojavljivanju interesantnog oblika titranja mosta. $\lambda = 0,634(S_{eff}/S)$ (23)

Kako bi se postigao najnepovoljniji učinak, ovo opterećenje trebalo bi se primjenjivati na sva područja mosta na kojima smjer sile varira tako da odgovara smjeru vertikalnih pomaka onoga moda vibriranja mosta za koji računamo odgovor konstrukcije.

Dinamički odgovori konstrukcije izložene opterećenju gomile ljudi još uvijek su predmet istraživanja. Postoje dokazi koji govore kako vršna ubrzanja, dobivena koristeći pulsirajuće distribuirano opterećenje w [N/m²], mogu biti konzervativnog karaktera u nekim slučajevima.

Alternative radi, za svaku pojedinu konstrukciju može se odrediti zasebni dinamički model i u konačnici dobiti vrijednosti vršnih vertikalnih ubrzanja.

8. Ciljevi istraživanja

Uobičajeno je korištenje modela konačnih elemenata u kombinaciji sa rezultatima ispitivanja za provjeru pješačkih mostova na različite oblike opterećenja koji se na njima mogu javiti.

Prvi cilj ovog istraživanja je u programskom paketu SOFISTIK metodom konačnih elemenata sa dovoljnom točnošću izraditi model vremenski i prostorno promjenjivog djelovanja kretanja pješaka kako bi se na njega naknadno mogli dodavati slučajevi opterećenja pješacima. Primijenjena metoda proračuna opterećenja u vremenu ("time history" analiza) za odabrane slučajeve kretanja pješaka bit će potvrđena eksperimentalno provedbom dinamičkog ispitivanja mosta.

Provedbom ispitivanja mosta utvrdit će se njegovi modalni parametri: vlastite frekvencije, oblici vibriranja i koeficijenti prigušenja. Model će biti podešen tj. kalibriran prema dobivenim vrijednostima i na njega će biti nanoseno opterećenje pješacima. Na mostu će se zatim mjeriti vertikalne akceleracije dobivene prolaskom pješaka te će daljnji tijek istraživanja bit će usmjeren na usporedbi rezultata dobivenih eksperimentalnim načinom i numeričkim modelom. Usporedbom rezultata će se vidjeti u kolikoj mjeri pretpostavljeni računalni modeli vibriranja pri prolasku pješaka odgovaraju izmjenenom odgovoru mosta. Model opterećenja i proračuna koji pokazu najbolju korelaciju sa mjerenjima iz ispitivanja će se koristiti u drugom dijelu istraživanja.

Drugi dio istraživanja bavit će se upotrebom potvrđenih računalnih modela pješaka i proračuna vibracijskog odgovora mosta na konkretnim primjerima pješačkih mostova. Odabrana su dva karakteristična pješačka mosta - gredni i viseći. U ovoj analizi ocijenit će se ponašanje mostova za stvarno i normirano pješačko opterećenje, a promjenama elemenata dispozicije i rubnih uvjeta će se pokazati utjecaji na veličinu i oblik osciliranja. Rezultat ove analize bit će ocjena adekvatnosti primijenjenih normi u odnosu na stvarno opterećenje i preporuke za mjere umanjavanja vibracija kod takvih tipova mostova.

9. Eksperimentalni rad

Kretanjem pješaka po mostu, oni stvaraju dinamičku, vremenski promjenjivu silu. Ona se može rastaviti na tri komponente: vertikalnu, horizontalno uzdužnu i horizontalno poprečnu komponentu. Ispitivanje će biti posvećeno isključivo dobivanju vertikalne komponente jer je njezina magnituda mnogo veća i osjetnija od druge dvije.

Ispitivanje je podijeljeno na dva dijela:

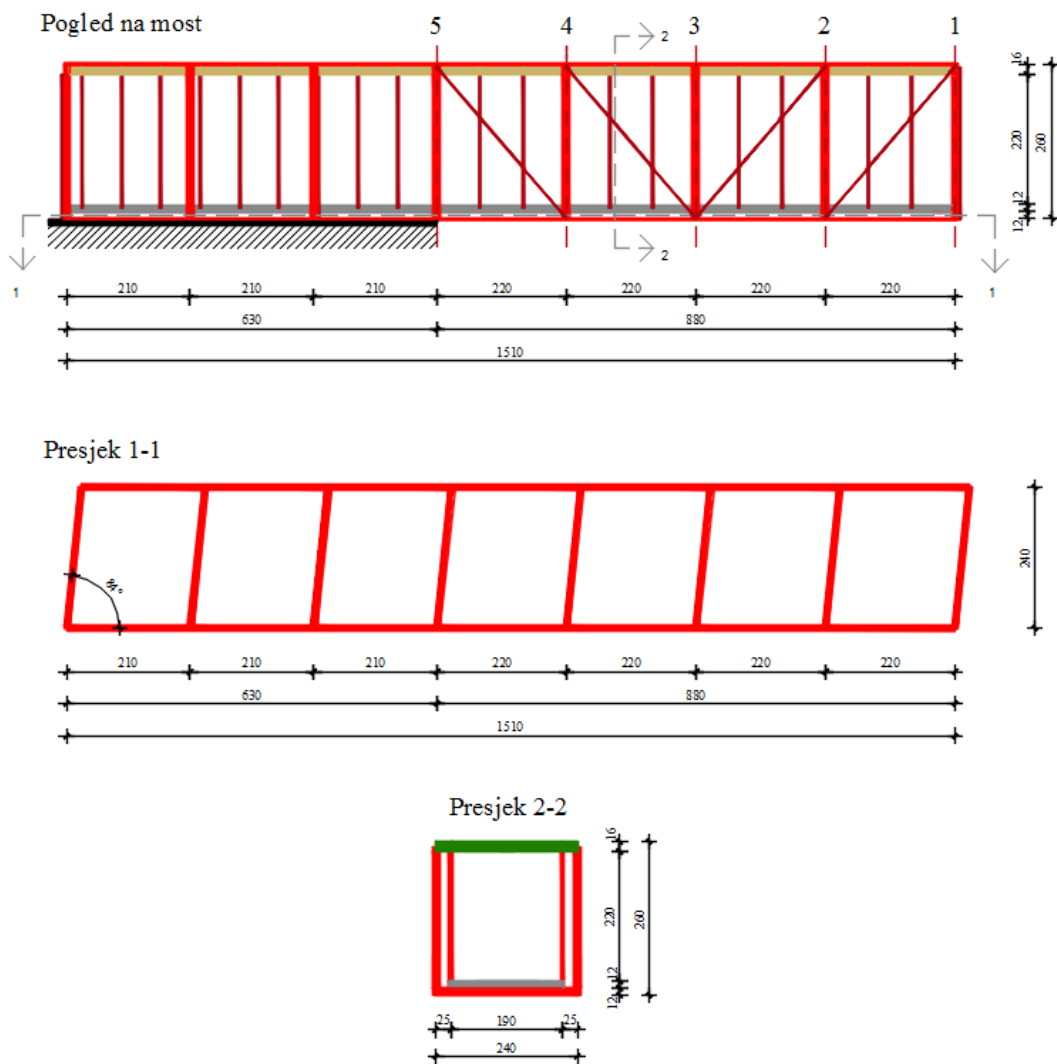
1. Dobivanje oblika titranja, vrijednosti vlastitih frekvencija i prigušenja mosta za impulsnu pobudu od strane pješaka izazvana njihovim skakanjem
2. Mjerenje vertikalnih akceleracija mosta prolaskom pješaka različitim oblicima kretanja

9.1. Podaci o konstrukciji

Ispitivanje je provedeno na mostu koji povezuje glavnu i dvorišnu zgradu AGG fakulteta u Zagrebu. Statički sustav mosta je čelična rešetkasta konstrukcija sa dobetoniranom armiranobetonskom pločom debljine 12 cm koja je spregnuta sa poprečnim nosačima donjeg pojasa. Ukupna duljina pješačkog mosta je 15,10 m. Vertikale te poprečni nosači donjeg i gornjeg pojasa dijele rešetku na 7 polja. Prva tri polja duljine po 2,10 m oslonjena su na terasu dvorišne zgrade, a preostala četiri duljine po 2,10 m čine raspon konstrukcije od ukupno 8,80 m. U ravninama gornjeg i donjeg pojasa rešetke izvedeni su horizontalni stabilizacijski spregovi iz „L“ profila dimenzija 45x45x5 mm. Uzdužni vlačni elementi donjeg pojasa sastavljeni su od dva „L“ profila dimenzija 60x60x6 mm. Poprečni nosači donjeg pojasa izvedeni su od dva „C“ profila visine 120 mm, širine 55 mm, debljine hrpta 7 mm i debljine pojasnice od 9 mm. Poprečni nosači gornjeg pojasa izvedeni su od dva „C“ profila visine 80 mm, širine 45 mm, debljine hrpta 7 mm, debljine hrpta 6 mm i debljine pojasnice od 8 mm. Vertikale u rasponskim poljima i rubne vertikale su izvedene od dva „L“ profila dimenzija 60x60x6 mm, dok su ostale vertikale izvedene od dva „L“ profila dimenzija 45x45x5 mm. Vlačni elementi vertikalnog sprega izvedeni su iz „L“ profila dimenzija 45x45x5 mm. Lijevi dio mosta oslonjen je na betonsku ploču koja se nastavlja na terasu zgrade te tako možemo pretpostaviti upeti spoj na tome kraju mosta. Desni dio koji se oslanja na glavnu zgradu fakulteta uzimamo kao zglobno oslonjen (slika 9.1. i slika 9.2.).



Slika 9.1. Pogled na most Građevinskog fakulteta



Slika 9.2. Dispozicija mosta

U svrhu ispitivanja bit će izostavljen dio oslonjen na terasu te će se promatrati samo raspon između okvira 1-5 (slika 9.2.).

9.2. Oprema

Oprema za prikupljanje podataka sastojala se od: osjetila, sustava za prikupljanje podataka i sustava za obradu podataka.

- **osjetilo**

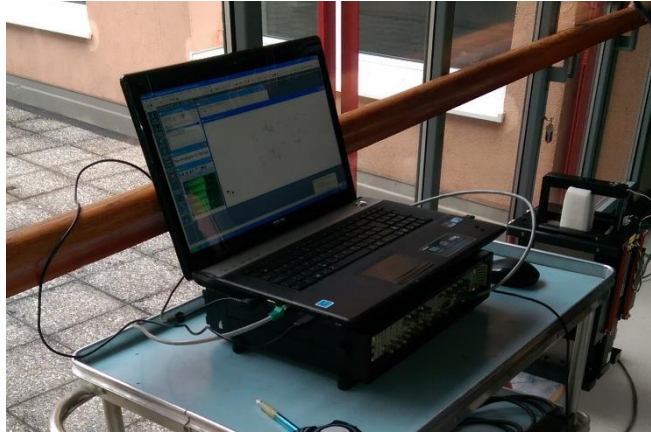
kao osjetila su korišteni akcelerometri sa piezoelektričnim kristalima koji generiraju električni naboj pri deformiranju. Akcelerometri obuhvaćaju širok spektar frekvencija te se unutar njega ponašaju linearno. Za ovo istraživanje korišteni su piezoelektrični akcelerometri tipa Brüel & Kjær 4508B s osjetljivošću od 10 mV/ms^{-2} , amplitudnim područjem frekvencija od 0,3 Hz do 8 kHz. [23]



Slika 9.3. Akcelerometar

- **sustav za prikupljanje podataka**

U okviru ovog istraživanja korišten je sustav za prikupljanje podataka tipa Brüel & Kjær 3560C. Sustav za prikupljanje podataka ima 5 ulaznih kanala, rezolucija A/D pretvarača je 16 bitna, a raspon ulaznog napona je od 7,071 mV do 7,071 V. Najčešće je izlazni signal osjetila (napon, struja, električni naboj) prenizak za direktnu obradu u analogno digitalnom pretvaraču pa je potrebno razinu signala povećati stoga je korišten i pojačivač signala. Također, za prikupljanje i obradu podataka korišteno je prijenosno računalo, proizvođača Asus, tipa N71V. [23]



Slika 9.4. Računalo i sustav za prikupljanje podataka

- **programski sustav za obradu podataka**

Prilikom obrade podataka korišten je programskim sustavom "Pulse" proizvođača Brüel & Kjær.

- **metronom**

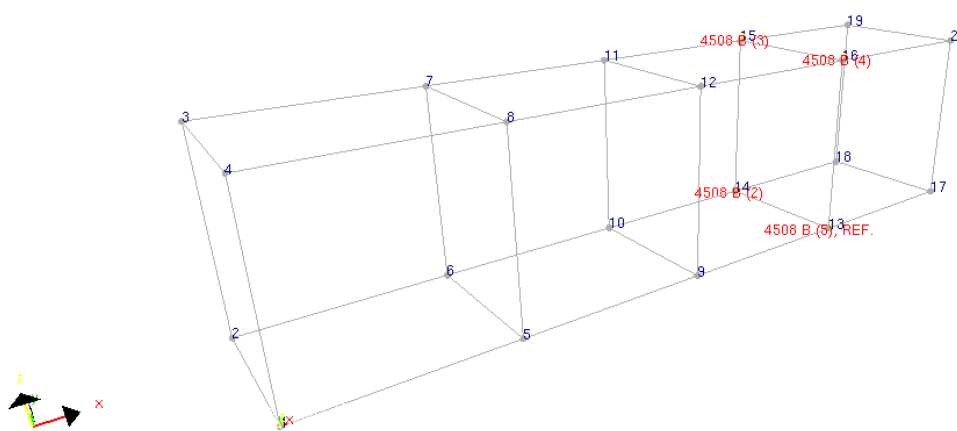
Za mjerenje frekvencija kretanja pješaka po mostu korištena je aplikacija metronoma na mobilnom uređaju.

9.3. Dobivanje oblika titranja, vrijednosti vlastitih frekvencija i prigušenja mosta za impulsnu pobudu skakanjem

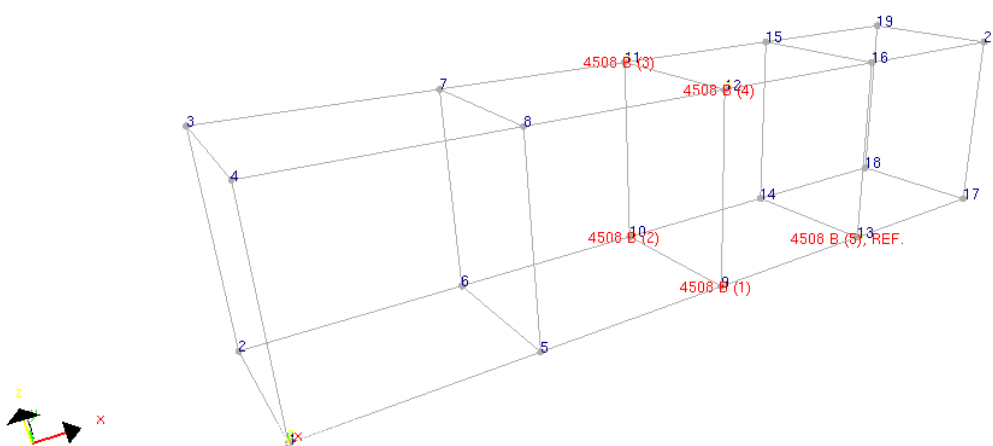
9.3.1. Priprema ispitivanja

Slike 9.5.-9.7. prikazuju raspored akcelerometara i njihovo premještanje prilikom određivanja oblika titranja i vlastitih frekvencija. Jedan akcelerometar korišten je kao referentni (akcelerometar broj 5) a ostala četiri će se premještati od okvira 2 do 4 (Slika 9.2.). Promatrani su samo središnji okviri (2-4) dok krajnji nisu relevantni zbog vertikalnog oslanjanja.

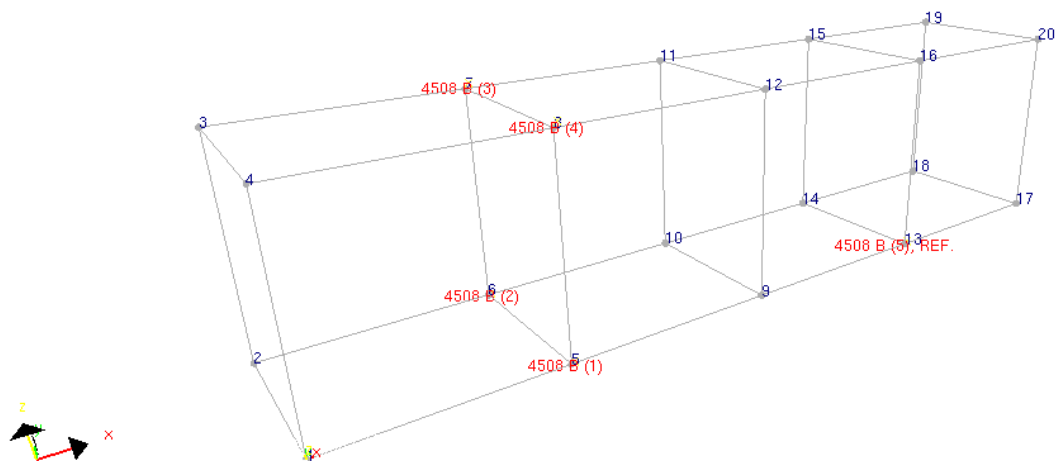
Svaki akcelerometar je spojen u odgovarajuću kanal na uređaju za prikupljanje podataka.



Slika 9.5. Prvi položaj akcelerometara



Slika 9.6. Drugi položaj akcelerometara



Slika 9.7. Treći položaj akcelerometara

9.3.2. Tijek ispitivanja

Primjenom teorijskog znanja u svrhu pravilnog pozicioniranja impulsa pobuđeno je prvih nekoliko oblika titranja. U prvom mjeranju dvije osobe su skakale naizmjenično pa zatim i zajedno; u sredini raspona i u četvrtinama. Za dobivanje torzijskog moda na četvrtinama osobe su se razmaknule na suprotne strane te skakale naizmjenično. Postupak je ponovljen tri puta uz uzastopno premještanje četiriju akcelerometara na odgovarajuće okvire.



Slika 9.8. Impulsne pobude: a) skakanje u polovici raspona, b) skakanje u četvrtinama raspona i c) skakanje za dobivanje torzijskog oblika titranja

9.4. Mjerenje vertikalnih akceleracija mosta prolaskom pješaka različitim oblicima kretanja

9.4.1. Priprema ispitivanja

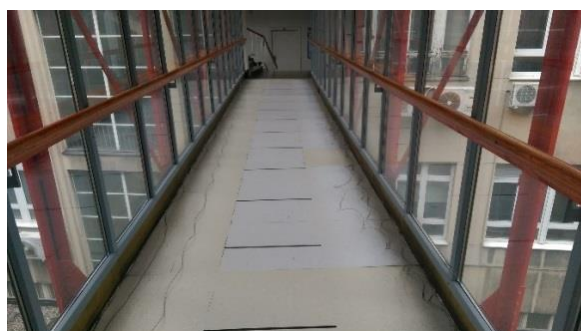
Iz literature i pokusnim mjerenjem određena je prosječna duljina koraka čovjeka.

Tablica 9.1. Određivanje prosječne duljine koraka

Prolaz osobe br.	Duljina mosta [m]	Broj koraka	Duljina koraka po prolazu [m]
1.	15,10	18	0,839
2.	15,10	21	0,719
3.	15,10	22	0,686
Prosječna duljina koraka [m]			0,748

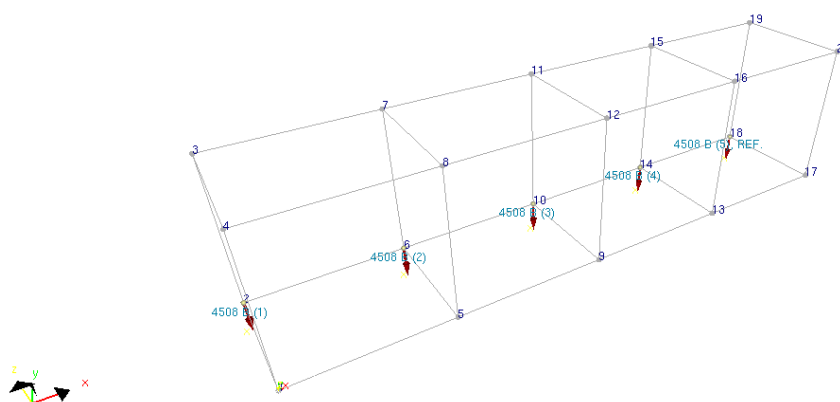
Odabrana je duljina koraka od 0,75m.

Ljepljivim vrpčama označena je na mostu ta duljina te je tako osigurano da duljina koraka pješaka ne varira.



Slika 9.9. Oznake prosječne duljine koraka

Na slici 9.10. Prikazan je raspored akcelerometara kada je provedeno mjerenje vertikalne akceleracije prolaskom pješaka mostom. Promatrani su samo središnji okviri (2-4) dok krajnji nisu relevantni zbog vertikalnog oslanjanja.



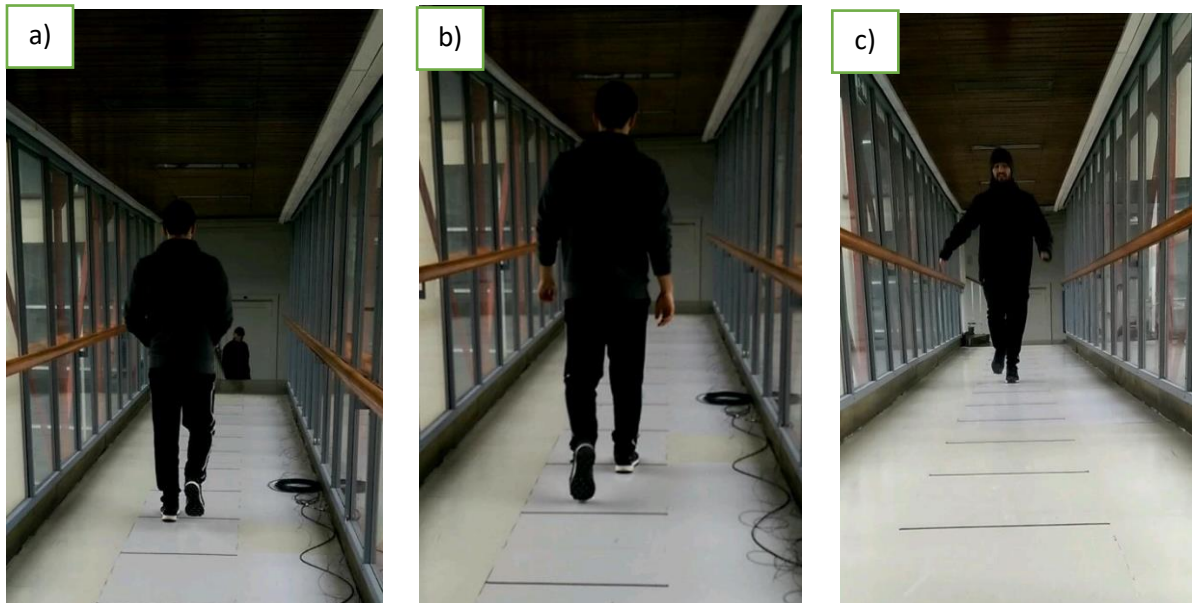
Slika 9.10. Položaj akcelerometara na mostu

Svaki akcelerometar je spojen u odgovarajuću kanal na uređaju za prikupljanje podataka.

9.4.2. Tijek ispitivanja

U prvoj seriji mostom je prolazila jedna osoba, prvo normalnim hodom frekvencijom diktiranom metronomom u iznosu od 2,3 Hz, zatim stupanjem u istoj frekvenciji, potom i trčanjem frekvencijom od 3 Hz.

U drugoj seriji prolazaka mostom su hodale i stupale tri osobe frekvencijom 2,3 Hz, a u trećoj je u prolasku sudjelovalo šest osoba uz ponovljeni postupak iz druge serije.



Slika 9.11. Prolazak jedne osobe po mostu: a) hodanje, b) stupanje i c) trčanje

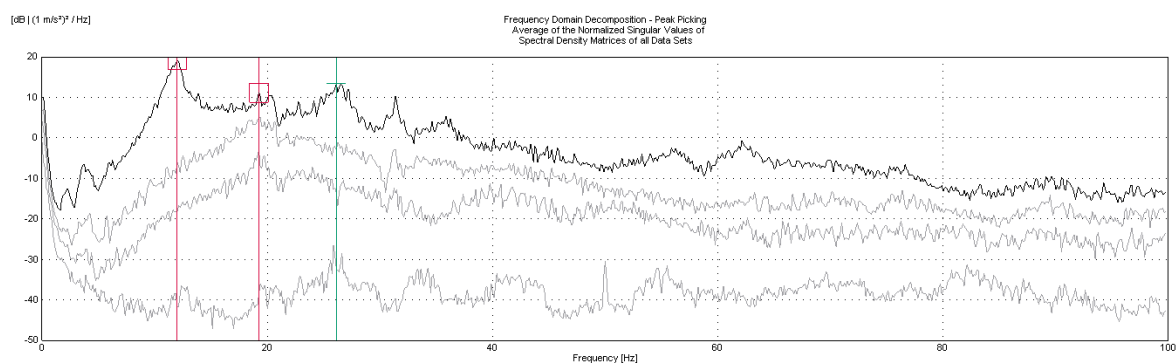
10. Rezultati ispitivanja

10.1. Dobivanje oblika titranja, vrijednosti vlastitih frekvencija i prigušenja mosta za impulsnu pobudu skakanjem

Kako bi se dobili konkretni rezultati ispitivanja provodi se modalna analiza. U načelu, može se reći da je modalna analiza proces kojim se opisuje frekvencija, prigušenje i modalni oblik konstrukcije, dakle njezini osnovni dinamički parametri [24]. Dinamičko ponašanje konstrukcije u određenom frekventnom opsegu može se modelirati kao superpozicija pojedinačnih oblika vibriranja [25].

Modalni oblik je apstraktni matematički parametar koji opisuje režim gibanja sustava pri određenoj vlastitoj frekvenciji uz izoliranje svih ostalih modova sustava tj. ostalih vlastitih frekvencija. Iako su stvarni pomaci konstrukcije generirani kombinacijom svih modova, u slučaju harmonijske pobude bliske vlastitoj frekvenciji pojedinog moda, 95% pomaka može biti ostvareno gibanjem konstrukcije u tom modu. Modalni oblik opisuje relativne pomake svih dijelova konstrukcije prilikom gibanja u tom modu i kao takav predstavlja osnovni dinamički parametar. [25]

Modalna frekvencija je ona frekvencija koja pobuđuje konstrukciju da se giba u određenom obliku te kod vrijednosti frekvencije bliske modalnoj funkcija frekventnog odgovora (FRF) poprima vrhove (slika 10.1.). [26]



Slika 10.1. Funkcija odgovora konstrukcije u frekvencijskoj domeni

Modalno prigušenje definirano je kao mjera raspršivanja energije u konstrukciji i najčešće se definira koeficijentom prigušenja u odnosu na kritično ξ . Modalno prigušenje je vrlo teško odrediti te se najčešće dobiva iz eksperimentalno izmjerenih parametara s velikim stupnjem nepouzdanosti dobivenih rezultata. [26]

10.1.1. Eksperimentalna modalna analiza (EMA) i Operacionalna modalna analiza (OMA)

Postoje dvije osnovne metode eksperimentalne modalne analize klasična eksperimentalna modalna analiza (EMA) i Operacionalna modalna analiza (OMA). Za primjenu EMA-e potrebno je poznavanje ulazne funkcije pobude i funkcije odgovora. Kod primjene OMA-e dinamički parametri se određuju iz funkcija odgovora konstrukcije pri pobudama koje se javljaju u operacionalnim uvjetima. Pri tome se

pretpostavlja da je funkcija pobude stohastičkog, odnosno nasumičnog karaktera [25]. Upravo iz tog razloga su u ovom radu vlastite frekvencije i modalni oblici određivani metodom operacionalne modalne analize (OMA).

Metode OMA-e mogu se podijeliti na metode razvijene u frekventnom i metode razvijene u vremenskom području. U ovom radu spomenute su samo metode razvijene u frekventnom području koje se temelje na dekompoziciji funkcije odgovora u frekventnom području (eng. Frequency Domain Decomposition, FDD). [25]

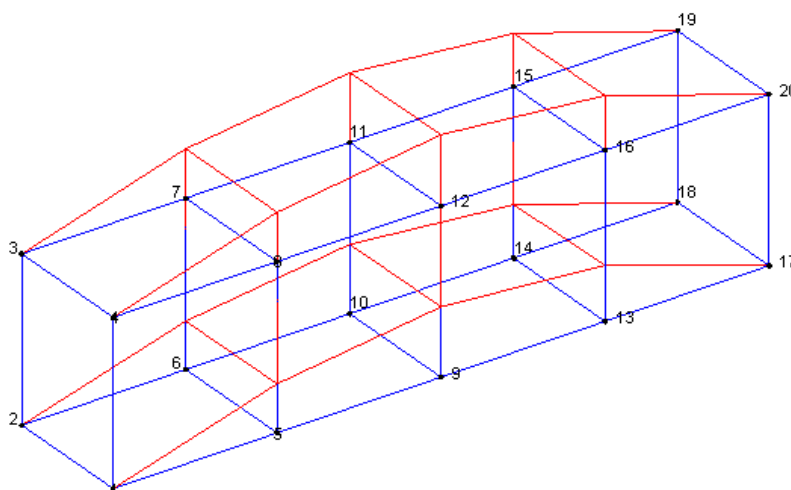
Također, rezultati su osim preko osnovne FDD dobiveni i pomoću EFDD metode poboljšane dekompozicije (eng. Enhanced Frequency Domain Decomposition) i CFDD metode izjednačavanja krivulja (eng. Curve – fit Frequency Domain Decompositon).

U tablici 10.1. prikazane su prosječne vlastite vrijednosti po metodama dobivene iz četiri serije mjerenja i srednje vrijednosti vlastitih frekvencija koje uzimamo kao mjerodavne.

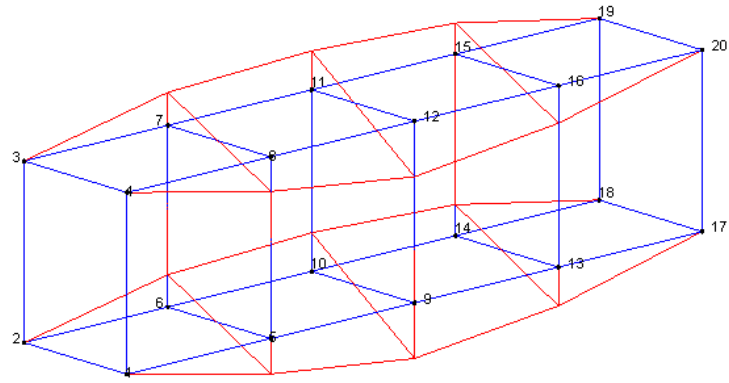
Tablica 10.1. Vrijednosti vlastitih frekvencija po metodama i prosječna vrijednost

Metoda	1. vlastita frekvencija [Hz]	2. vlastita frekvencija [Hz]	3. vlastita frekvencija [Hz]
FDD	12.07	19.57	28.44
EFDD	11.82	19.68	28.31
CFDD	12.03	19.66	28.31
Mjerodavne frekvencije	11.97	19.64	28.35

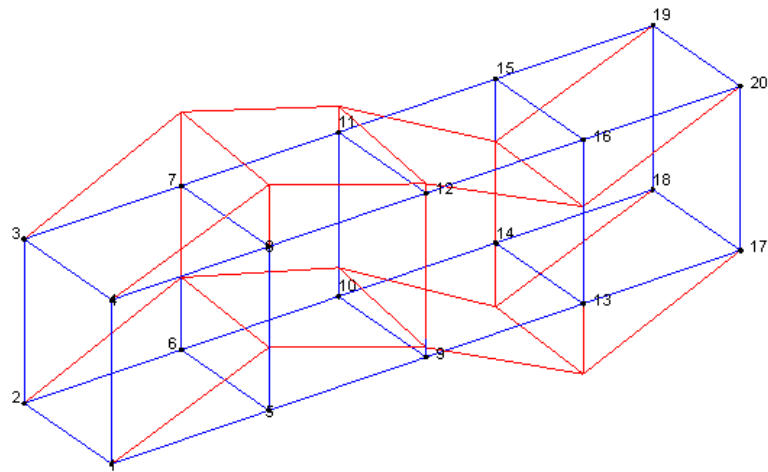
Nadalje su prikazani dobiveni modalni oblici osciliranja za prve tri pripadajuće vlastite frekvencije.



Slika 10.2. Prvi vertikalni oblik osciliranja za frekvenciju 11,97 Hz



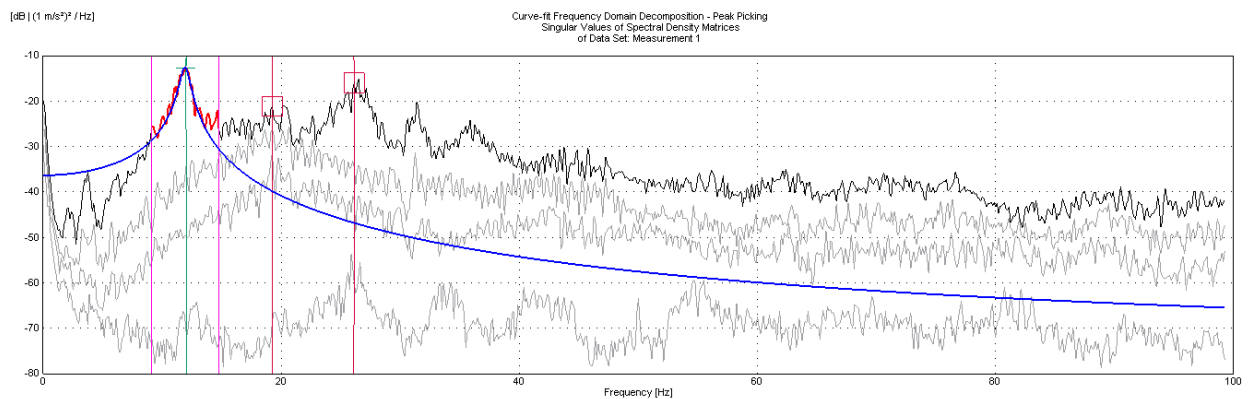
Slika 10.3. Torzijski oblik osciliranja za frekvenciju 19,64 Hz



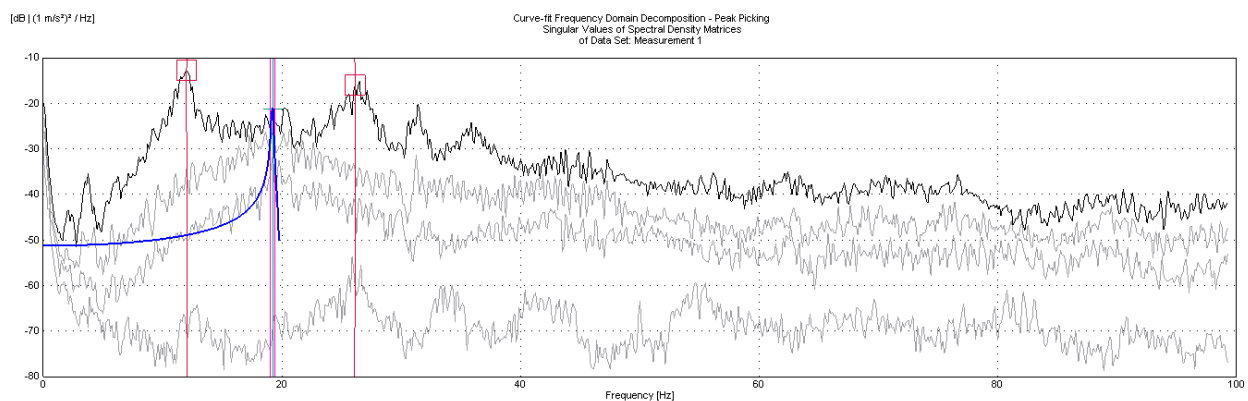
Slika 10.4. Drugi vertikalni oblik osciliranja za frekvenciju 28,35 Hz

10.1.2. Prigušenje

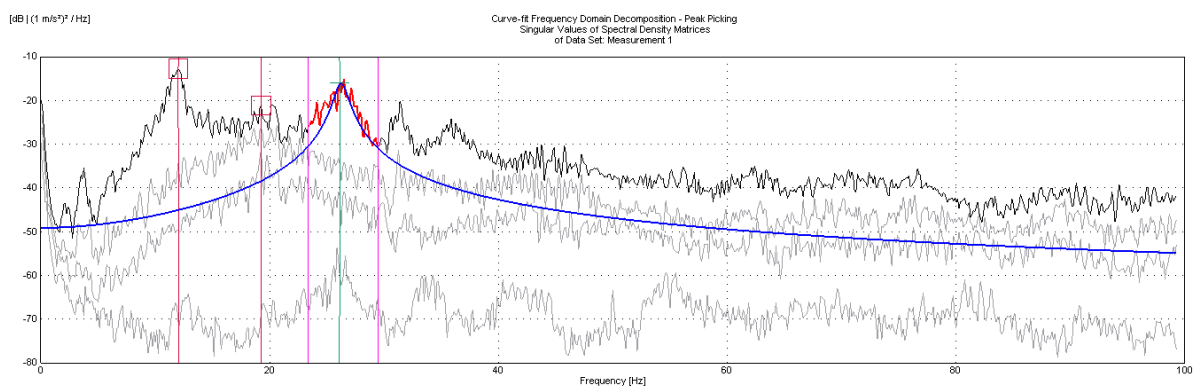
Metode koje omogućuju procjenu prigušenja su poboljšana dekompozicija frekventnog područja (eng. Enhanced Frequency Domain Decomposition, EFDD) i FDD metoda izjednačavanja krivulja (eng. Curve – fit Frequency Domain Decompositon, CFDD). CFDD metoda za određivanje modalnih parametara koristi izjednačavanje krivulja jednostupanjskih sustava u frekventnom području, a prigušenje je zatim određeno iz oštine rezonantnog vrha [25].



Slika 10.5. Krivulja jednostupanjskog sustava određena CFDD metodom za prvu vlastitu frekvenciju

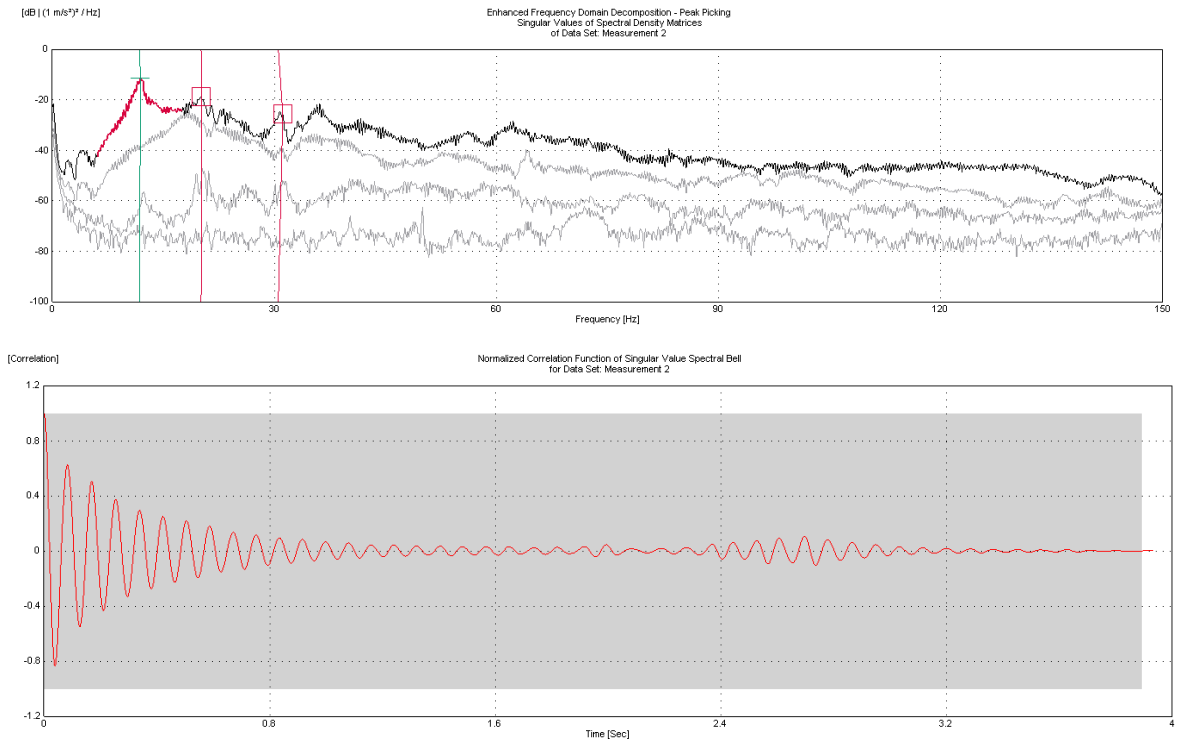


Slika 10.6. Krivulja jednostupanjskog sustava određena CFDD metodom za drugu vlastitu frekvenciju

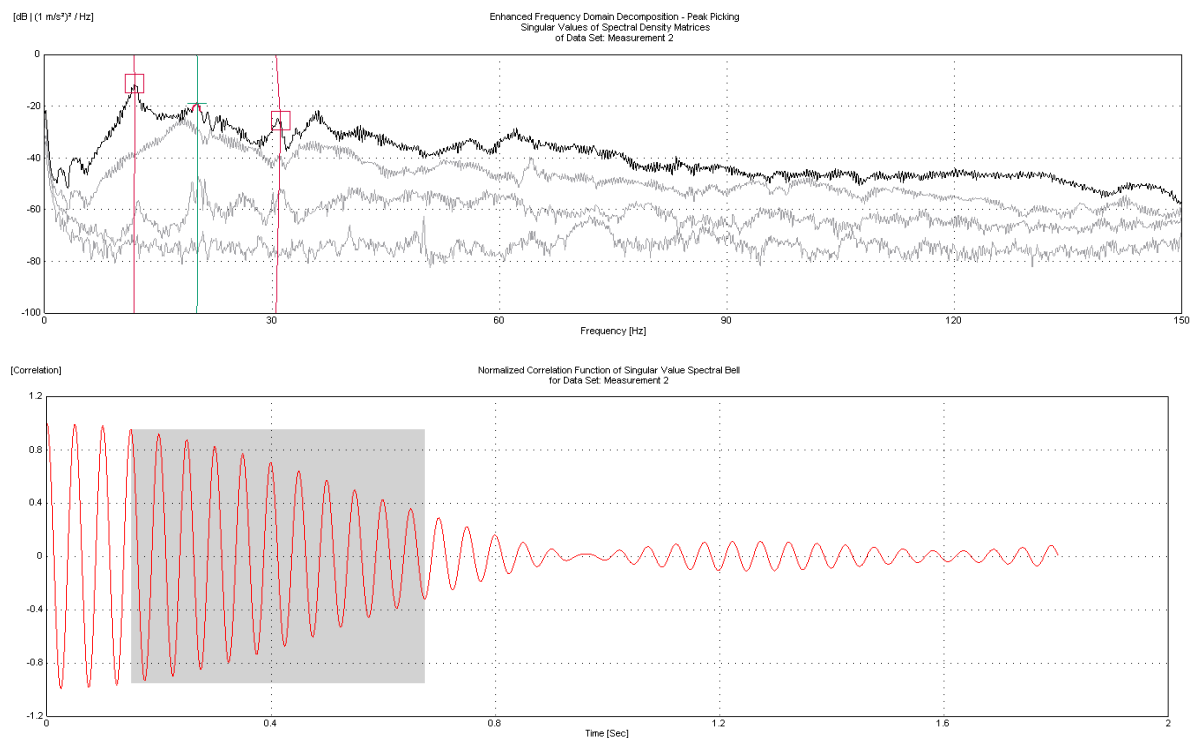


Slika 10.7. Krivulja jednostupanjskog sustava određena CFDD metodom za treću vlastitu frekvenciju

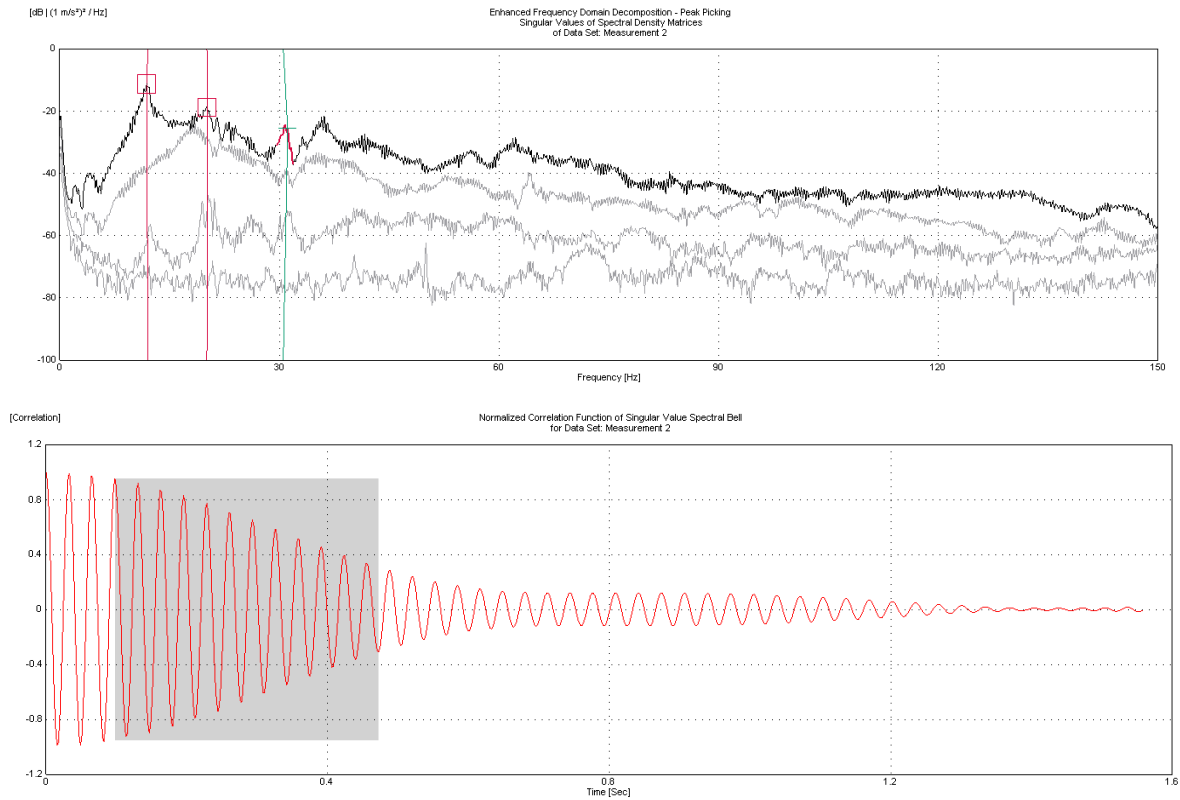
Kod EFDD metode, funkcija gustoće snage za jednostupanjski sustav određena u blizini rezonantnog vrha se vraća u vremensko područje postupkom inverzne diskretne Fourierove transformacije (IDFT). Tako određene funkcije u vremenskom području koriste se za određivanje vlastitih frekvencija i prigušenja [27].



Slika 10.8. EFDD metoda određivanja prigušenja prve vlastite frekvencije



Slika 10.9. EFDD metoda određivanja prigušenja druge vlastite frekvencije



Slika 10.10. EFDD metoda određivanja prigušenja treće vlastite frekvencije

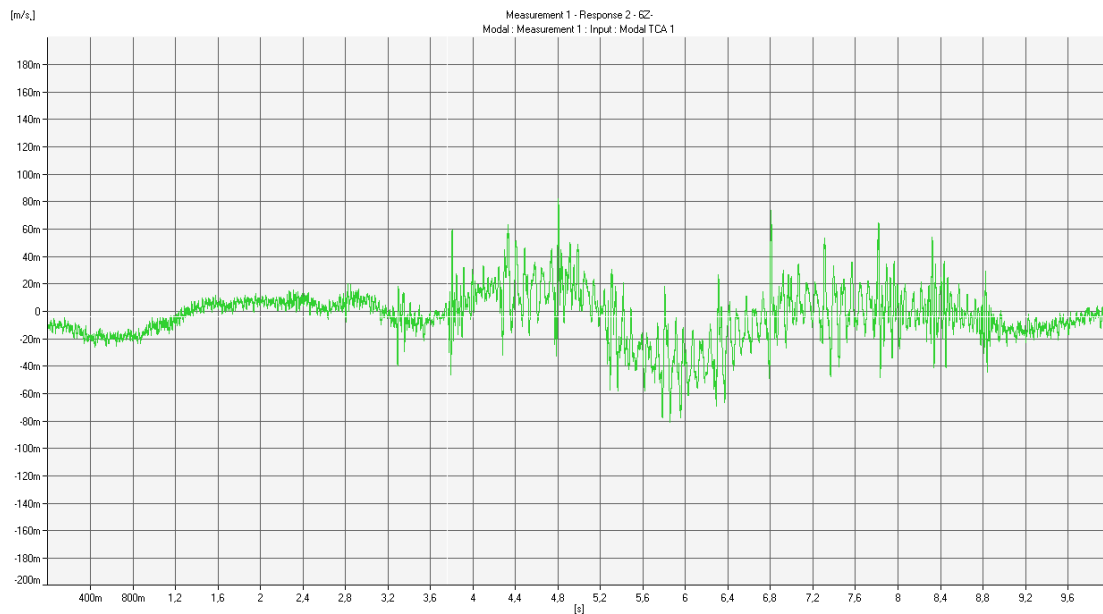
Kao mjerodavne vrijednosti prigušenja za pojedine vlastite frekvencije uzete su srednje vrijednosti dobivene pomoću EFDD i CFDD metode (tablica 10.2.).

Tablica 10.2. Vrijednosti prigušenja dobivene pomoću EFDD i CFDD metode

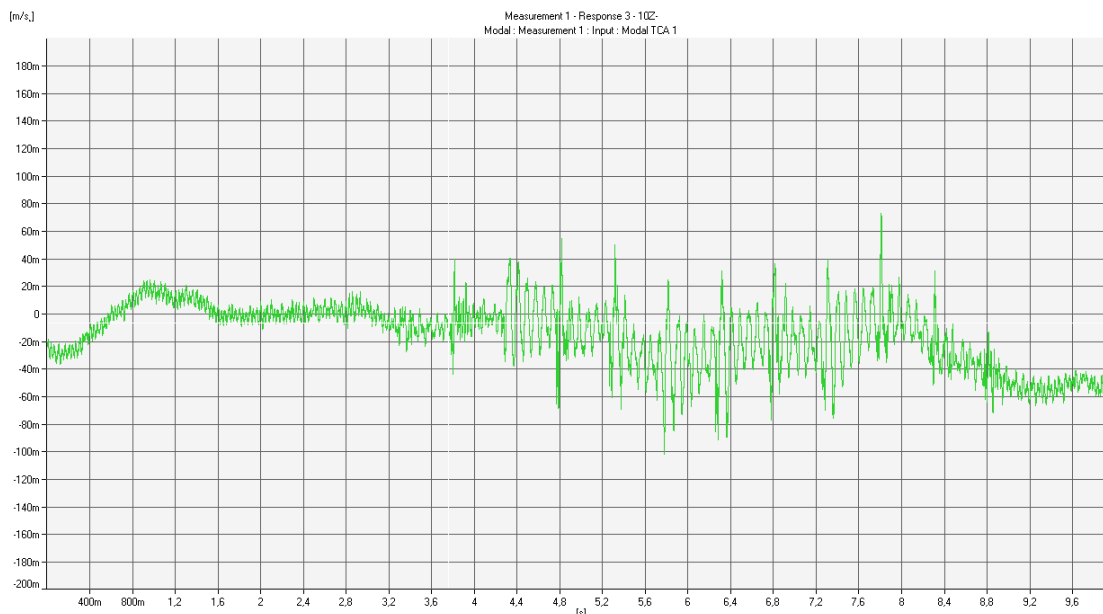
metoda	1. vlastita frekvencija [%]	2.vlastita frekvencija[%]	3.vlastita frekvencija[%]
EFDD	4,22	0,96	3,24
CFDD	4,48	0,74	1,57
Srednja vrijednost prigušenja	4,35	0,85	2,41

10.2. Mjerenje vertikalnih akceleracija mosta prolaskom pješaka različitim oblicima kretanja

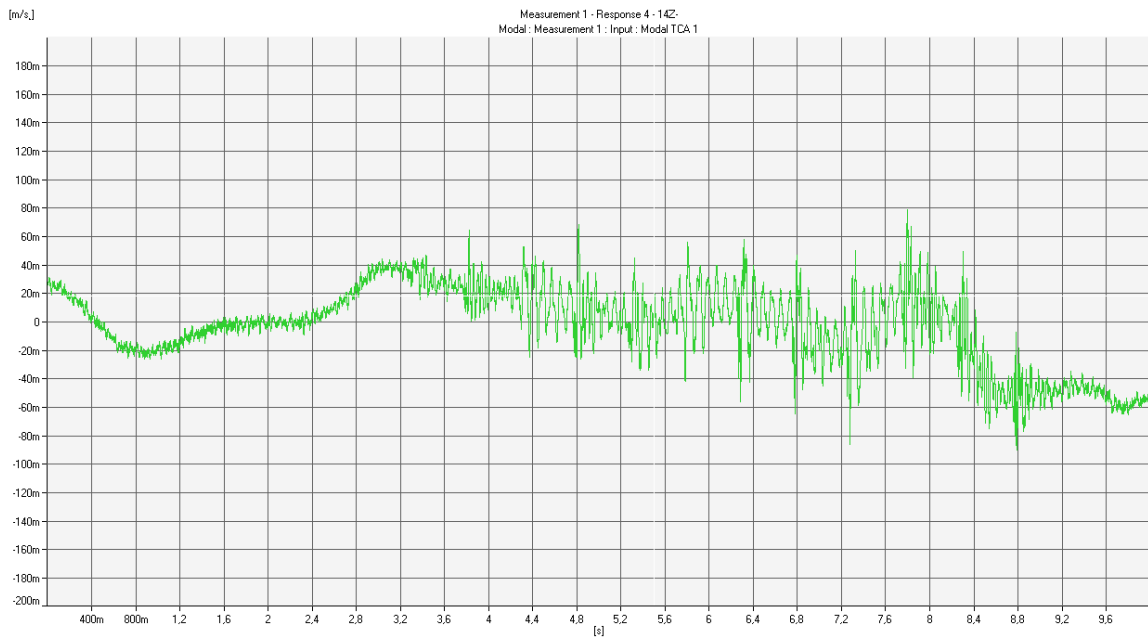
Na promatranim akcelerometrima na okvirima od 2-4 za prolazak jedne osobe hodanjem dobiveni su sljedeći rezultati.



Slika 10.11. Akceleracije dobivene na akcelerometru br. 2

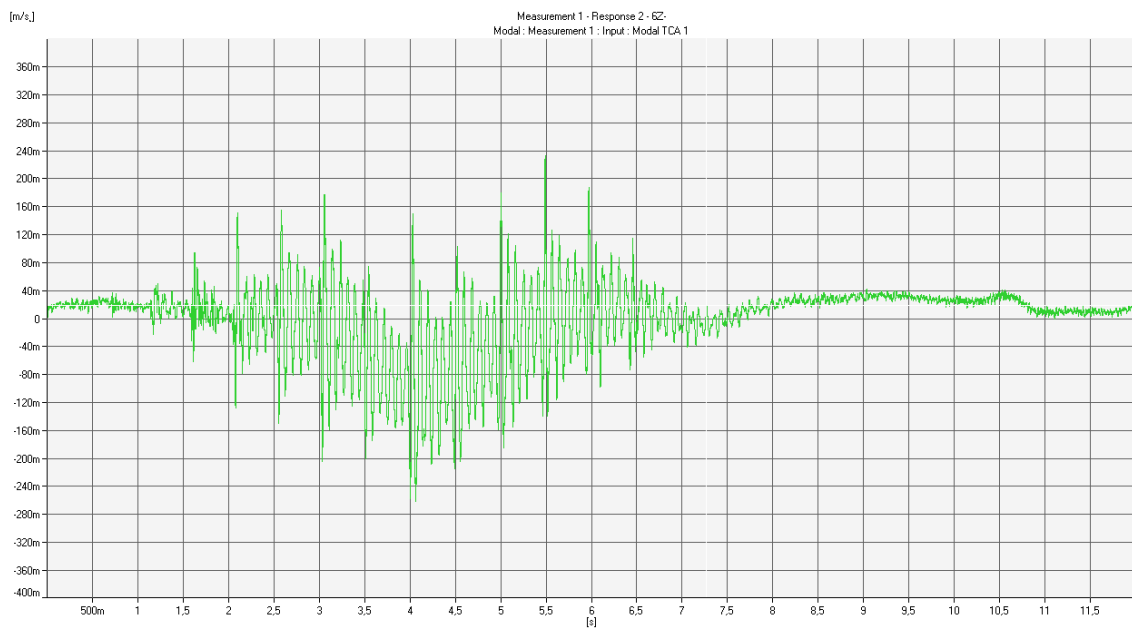


Slika 10.12. Akceleracije dobivene na akcelerometru br. 3

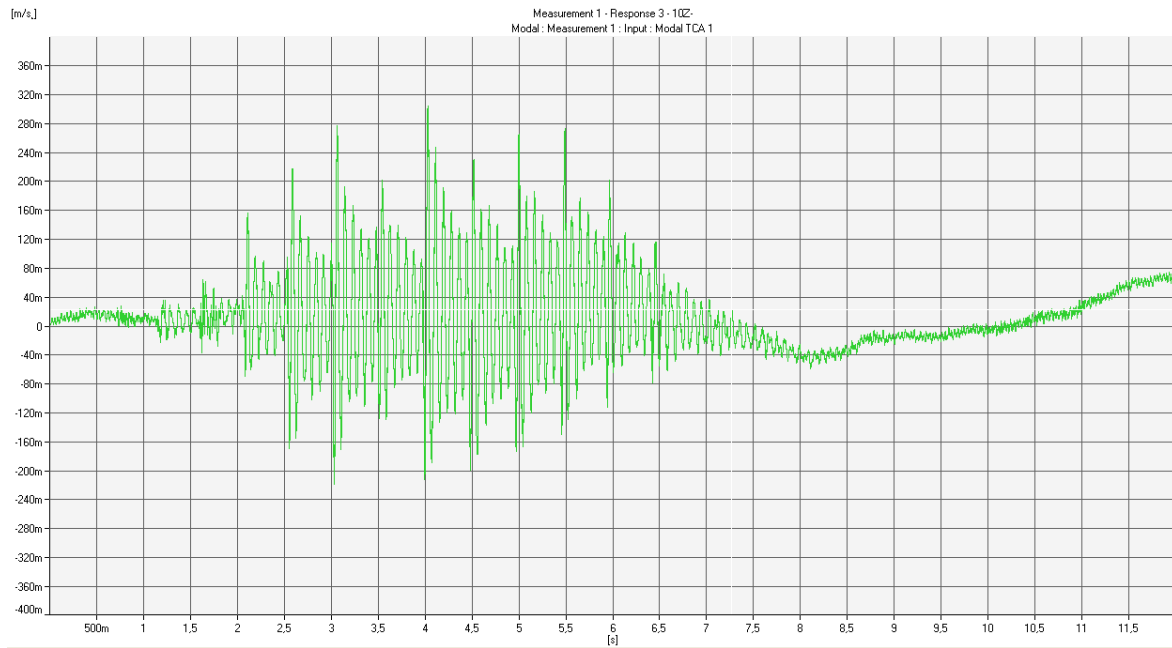


Slika 10.13. Akceleracije dobivene na akcelerometru br. 4

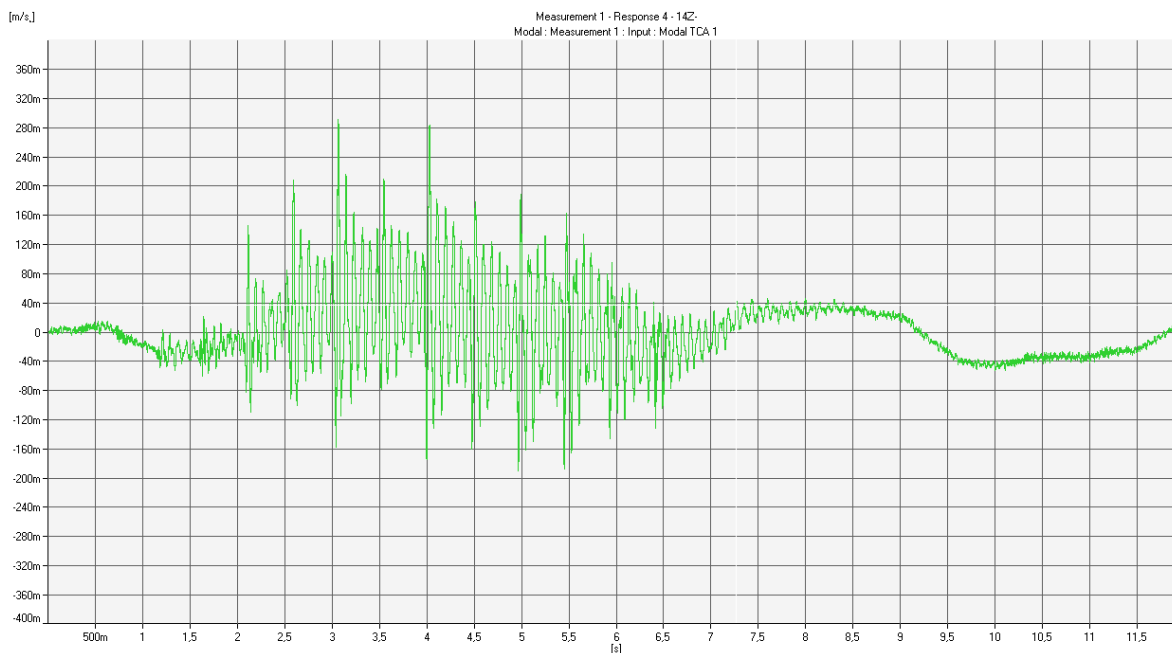
Na promatranim akcelerometrima na okvirima od 2-4 za prolazak jedne osobe stupanjem dobiveni su sljedeći rezultati.



Slika 10.14. Akceleracije dobivene na akcelerometru br. 2

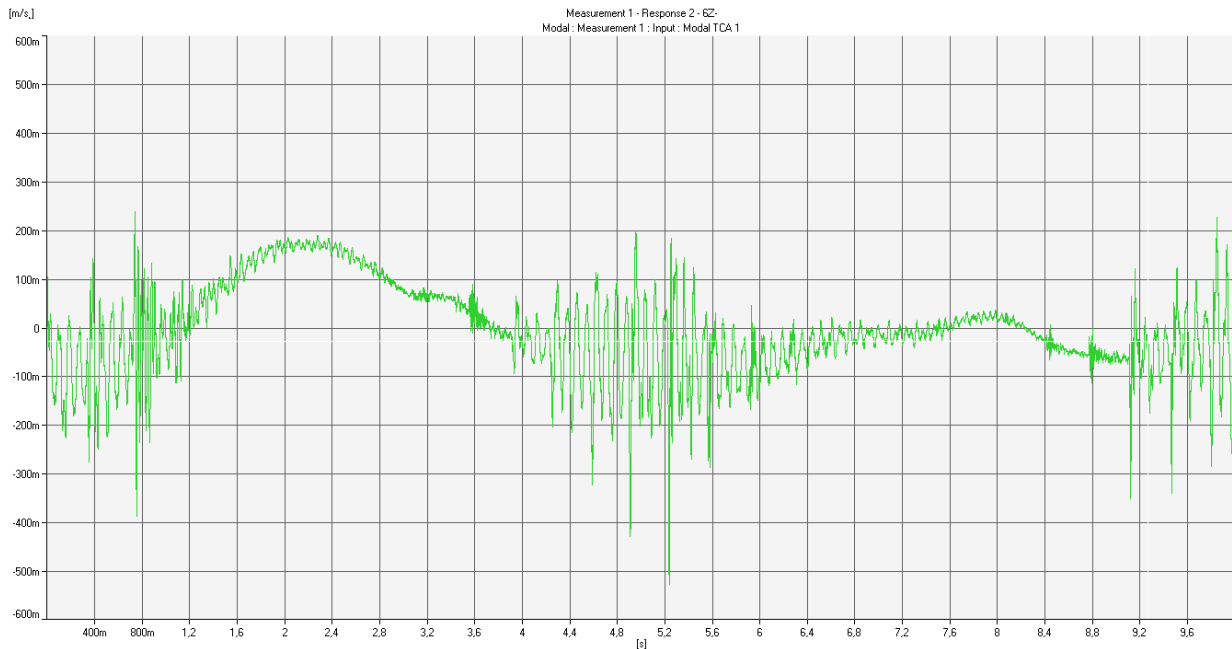


Slika 10.15. Akceleracije dobivene na akcelometru br. 3

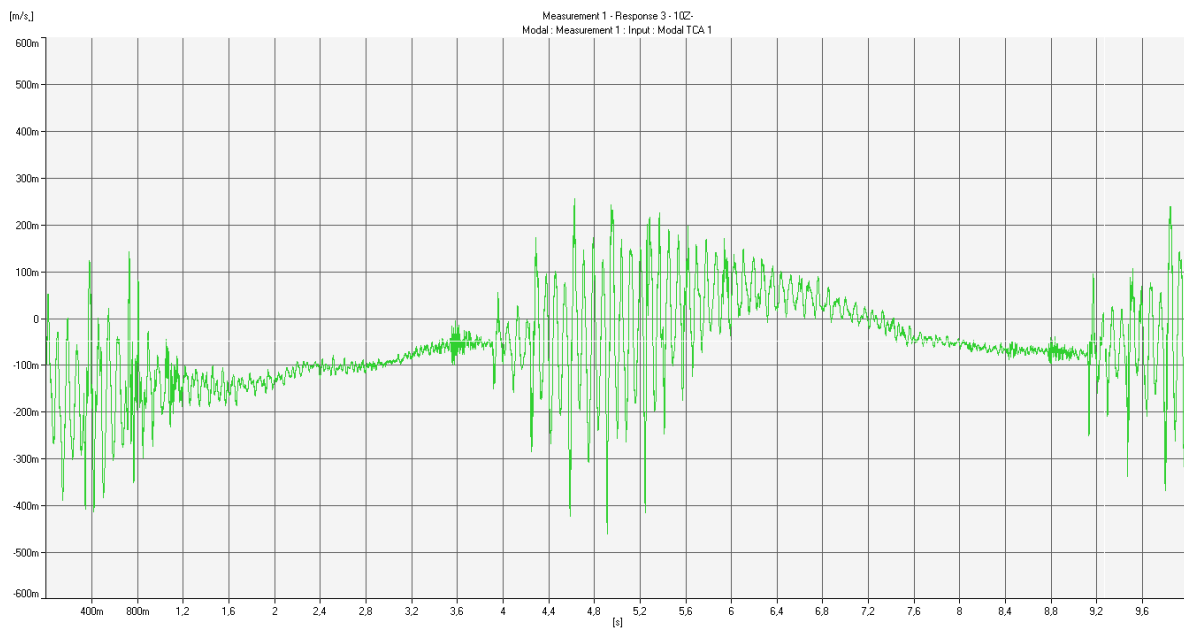


Slika 10.16. Akceleracije dobivene na akcelometru br. 4

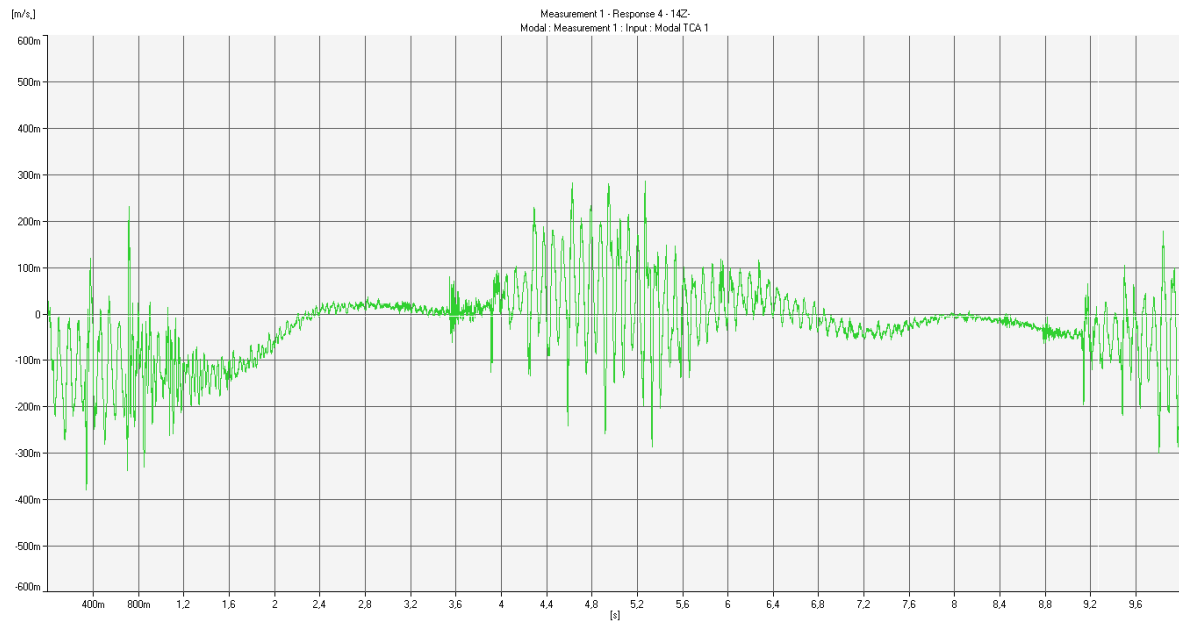
Na promatranim akcelometrima na okvirima od 2-4 (slika 9.2.) za prolazak jedne osobe trčanjem dobiveni su sljedeći rezultati.



Slika 10.17. Akceleracije dobivene na akcelometru br. 2



Slika 10.18. Akceleracije dobivene na akcelometru br. 3



Slika 10.19. Akceleracije dobivene na akcelermetru br. 4

Tablica 10.3. Ispis akceleracija dobivenih za pojedine oblike gibanja na akcelermetrima 2, 3 i 4

Način kretanja pješaka	Akcelermetar 2 [m/s ²]	Akcelermetar 3 [m/s ²]	Akcelermetar 4 [m/s ²]
Hodanje	0,058	0,062	0,068
Stupanje	0,205	0,304	0,229
Trčanje	0,358	0,463	0,288

11. Modeli pješačkih mostova

11.1. Metode kontrole vibracija

Kada je konstrukcija svojom prvom vlastitom frekvencijom u području većem od 5 Hz za pješačko opterećenje se ne očekuje pojava značajnih vertikalnih vibracija, u suprotnom de mora pristupiti konstruktivnim mjerama za rješavanje problema vibracija.

Kontrola vibracija pješačkih mostova implicira na primjenu određenih modifikacija mase, frekvencije ili prigušenja. Kod već izgrađenog mosta najefektivnija mjera kojom se može utjecati na vibracije je povećanje razine prigušenja konstrukcije. To se može postići ugradnjom odgovarajućih kontrolnih uređaja tj. prigušivača. Ovaj oblik modificiranja ponašanja konstrukcije u ovom radu neće biti razmatran već će u fokusu biti konstrukcijske promjene koje u konačnici utječu na promjenu vibracija mosta.

- **Modificiranje mase konstrukcije**

Kod vrlo laganih pješačkih mostova upotrebom težih betonskih kolničkih ploča može se poboljšati dinamički odgovor mosta na pješačko opterećenje. Smanjenje intenziteta vibracija u tom slučaju je posljedica povećanja modalne mase konstrukcije.

- **Konstrukcijski zahvati koji modificiraju krutost konstrukcije**

Krutost mosta mora biti takva da vlastitu frekvenciju mosta povisi iznad kritičnog područja . Kako je frekvencija proporcionalna korijenu omjera krutosti i mase možemo zaključiti da su potrebni značajni konstrukcijski zahtjevi kako bi se to postiglo. Mogući načini promjene vlastite frekvencije konstrukcije je zamjena diskontinuirane strukture kolničke ploče kontinuiranom. Također, pješačku ogradu je moguće uključiti u krutost sustava smatrajući ju kao takvu konstruktivnim elementom. Nadalje će se u modelu visećeg mosta pokazati kako varijacijom položaja vješaljki postignuti željeni efekt ublažavanja vibracija.

- **Uvjeti oslanjanja**

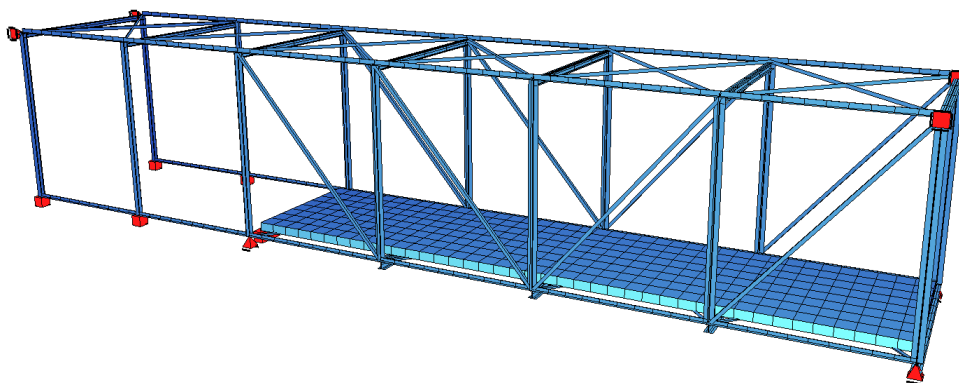
Promjenom ležajnih uvjeta se vlastita frekvencija a time i ponašanje mosta prilikom prolaska pješaka može značajno modificirati. Iz toga proizlazi da je nužno kod modeliranja pridati veliku pažnju uvjetima oslanja. U poglavlju 11.4. je prikazano u kojoj mjeri se promjenom ležajnih uvjeta na sandučastom mostu može utjecati na magnitudu vibracija.

11.2. Most na Građevinskom fakultetu

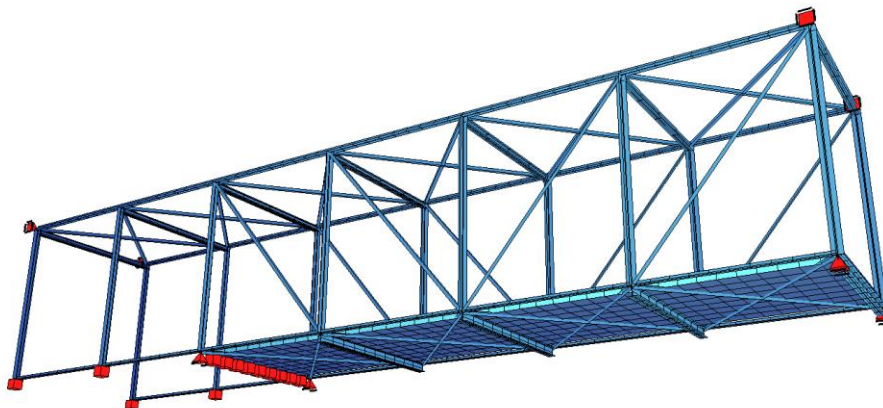
11.2.1. Izrada modela

Model pješačkog mosta je izrađen od 42 štapna (truss), 43 gredna (beam) i 4 plošna elementa. Štapni (truss) su elementi koji prenose samo uzdužnu silu, a gredni (beam) oni elementi koji prenose savijanje i uzdužnu silu. Pod elemente rešetke su svrstani vertikalni elementi između gornjeg i donjeg pojasa, ispuna te spregovi, kao gredni elemente svrstani su pojasevi i poprečni nosači gornjeg i donjeg pojasa. Plošni elementi su elementi kojima se modelira betonska ploča.

SOFISTIK



SOFISTIK



Slika 11.1. Pogledi na model mosta

Kako bi se u daljnjem radu mogli dobiti mjerodavni rezultati potrebno je model mosta kalibrirati tj. podesiti tako da se što više poklapaju dinamičke komponente dobivene numerički i eksperimentalno. Pošto za AGG most nema izvornih podataka iz analize opterećenja, osim podešavanja ležajnih uvjeta most se se kalibrirati i pretpostavljanjem dodatnog stalnog opterećenja.

Ležajevi

Iako je ispitivanje provedeno samo na dijelu raspona mosta koji nije oslonjen, na modelu je dodan dio od dva okvira mosta koji su pri dnu ubetonirani u betonsku ploču i oslonjeni na terasu (upeti oslonci). Ovi okviri su dodani zbog toga jer se tako na najbolji način mogu aproksimirati ležajne uvjete koji opisuju gibanje gornjih i donjih pojaseva mosta. Ploča je na svom lijevom kraju tretirana kao potpuno upeta zbog njenog nastavljanja i oslanja na punoj širini na terasu. S desne strane donji je pojas smatran zglobno oslonjenim. Ležajevi koji spajaju profile gornjeg pojasa i sa zgradom na oba kraja su uzeti kao poprečno nepomični.

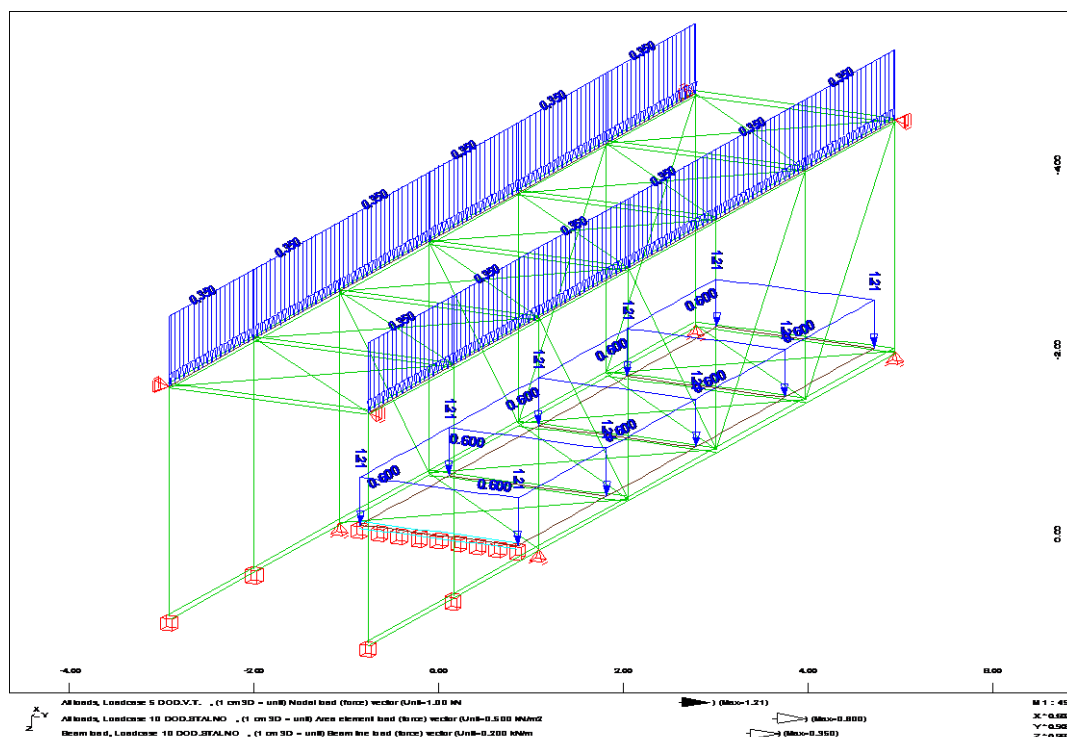
Opterećenja

Dodatno stalno opterećenje ovog mosta sastoji se težine: slojeva poda, stakla i čeličnih profila koji ga fiksiraju te pokrova. U nedostatku relevantnih informacija o ovim opterećenjima njihov iznos je pretpostavljen.

Kalibracija ovog modela vrši se variranjem dodatnog stalnog opterećenja kako bi se postiglo što točnije podudaranje sa vrijednostima vlastitih frekvencija prethodno dobivenih pri ispitivanju mosta. Pretpostavljene vrijednosti prikazane su u tablici 11.1.

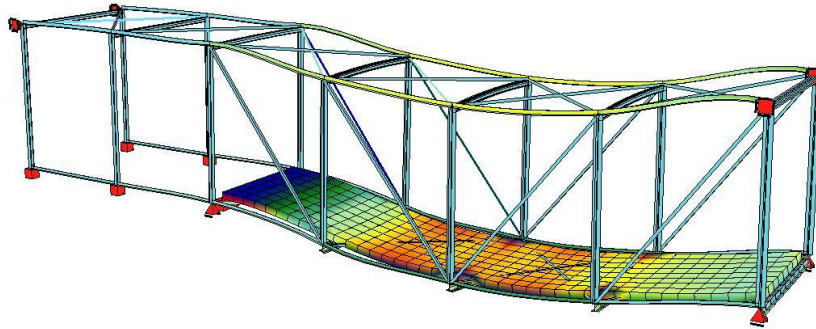
Tablica 11.1. Pretpostavljene vrijednosti opterećenja

	Iznos opterećenja
Slojevi (obloga) poda	0,6 kN/m ²
Staklo i čelični profili	0,55 kN/m', u čvorovima na razmaku 2,2m = 1,21 kN
Pokrov	0,3 kN/m ² , na elementima gornjih pojasa =0,35 kN/m'

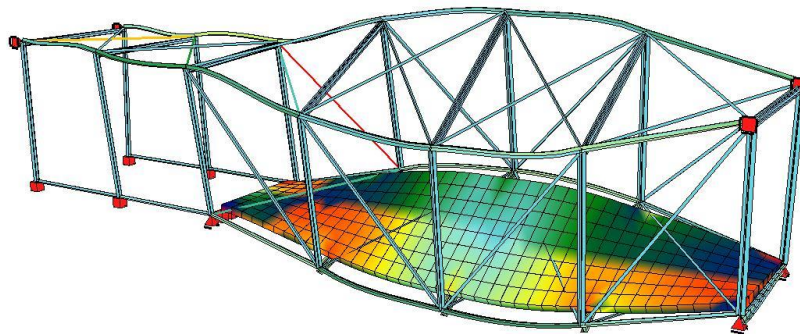


Slika 11.2. Položaj i iznos opterećenja na most

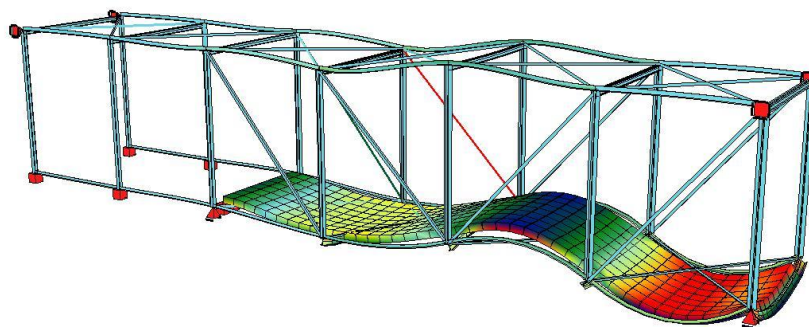
Za navedene vrijednosti dobiva se najbolje podudaranje sa izmjerenim vlastitim frekvencijama (slike 11.3-11.5.)



Slika 11.3. Prvi vertikalni oblik osciliranja za frekvenciju 11,93 Hz



Slika 11.4. Prvi torzijski oblik osciliranja za frekvenciju 22,40 Hz



Slika 11.5. Drugi vertikalni oblik osciliranja za frekvenciju 31,25 Hz

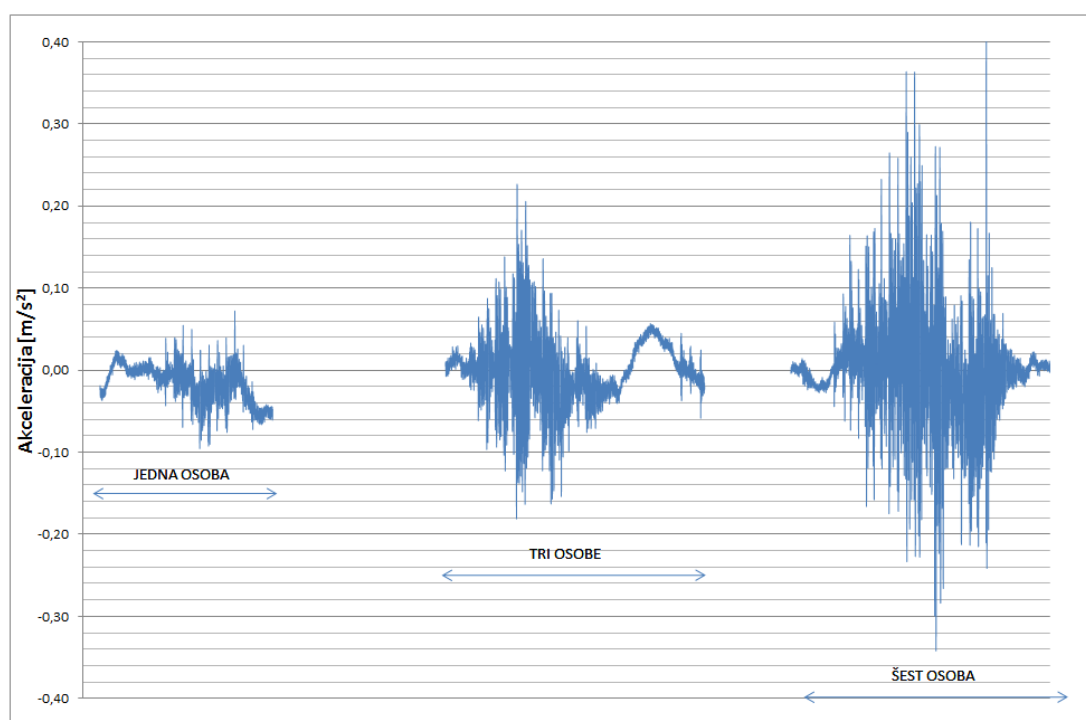
Tablica 11.2. Usporedba eksperimentalno i numerički dobivenih vlastitih frekvencija

Vlastita frekvencija	eksperimentalno	numerički
1. vlastita frekvencija [Hz]	11,97	11,93
2. vlastita frekvencija [Hz]	19,64	22,40
3. vlastita frekvencija [Hz]	28,35	31,25

Zaključeno je da se numerički model mosta u dovoljnoj mjeri podudara sa stvarnom konstrukcijom te da možemo na ovakav numerički model u daljnjem radu nanositi modele opterećenja pješacima.

11.2.2. Usporedba rezultata dobivenih eksperimentalno i numerički

Na slici 11.6. prikazani su eksperimentalno dobiveni rezultati pri prolasku mostom jednog, tri i šest pješaka hodom frekvencije 2,3 Hz.


Slika 11.6. Akceleracije prilikom prolaska jednog, tri i šest pješaka mostom

Modeliranje opterećenja i rezultati

Modeli iz britanskog nacionalnog dodatka opisanog u poglavlju 7.1. (u daljnjem tekstu BS) na ovom modelu ne mogu se koristiti. BS podrazumijeva kontroliranje akceleracija frekvencija mosta koje su bliske frekvenciji hoda (1,8-2,4 Hz) pa je prema tome izveden i dijagram varijable $k(f_v)$ (slika 7.2.). Rešetkasti Građevinskog fakulteta most je krut i njegova prva vlastita frekvencija je 11,97 Hz. Kako je ona iznad kritičnog područja sa slike 7.2. može se vidjeti da koeficijent $k(f_v)$ teži nuli, te time i cijeli izraz za funkciju hoda. Kako su na ispitivanju pješaci hodali u korak jedan iza drugog po naznačenim oznakama model opterećenja koji se nanosi na numerički model AGG mosta je Bachmannov (opisan u poglavlju 7.2). Model kojeg opisuje Bachmann podrazumijeva upravo ovakvo sinkronizirano gibanje,

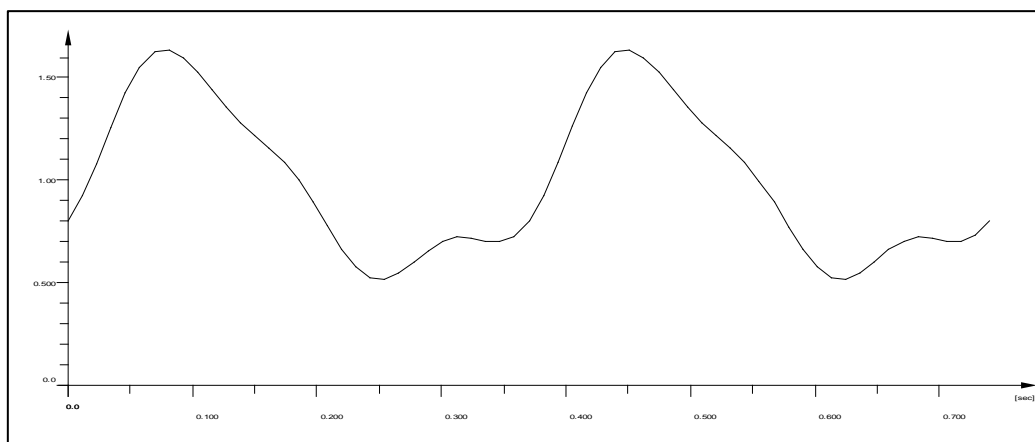
važno je napomenuti da je mala vjerojatnost da će se u stvarnosti pojaviti baš ovakav potpuno sinkronizirani oblik gibanja pješaka. Pogotovo kod duljih mostova to nije slučaj. Dakle, naredni numerički rezultati su dobiveni Bachmmanovom funkcijom hoda za jednu, tri i šest osoba.

Programski paket „Sofistik“ sadrži funkciju kretanja pješaka prema Bachmannu. U pitanju je periodična funkcija koja je opisana vrstom kretanja koje se može definirati kao hodanje ili trčanje. U ovome modelu će se koristiti funkcija koja opisuje hodanje, ona u svoj zapis integrira tri Fourierova koeficijenta te fazni pomak. U zapisu također sadrži parametre:

- T – vremenski period [s],
- F_1 – amplituda [-],
- T_1 – faza periodične funkcije [s],
- T_{MIN} – početak periodične funkcije [s],
- T_{MAX} – kraj periodične funkcije [s],
- F_2 – amplituda za vrijednost perioda $T/2$ [-],
- T_2 – faza drugog harmonika [s],
- F_3 – amplituda za vrijednost perioda $T/3$ [-],
- T_3 – faza trećeg harmonika [s],

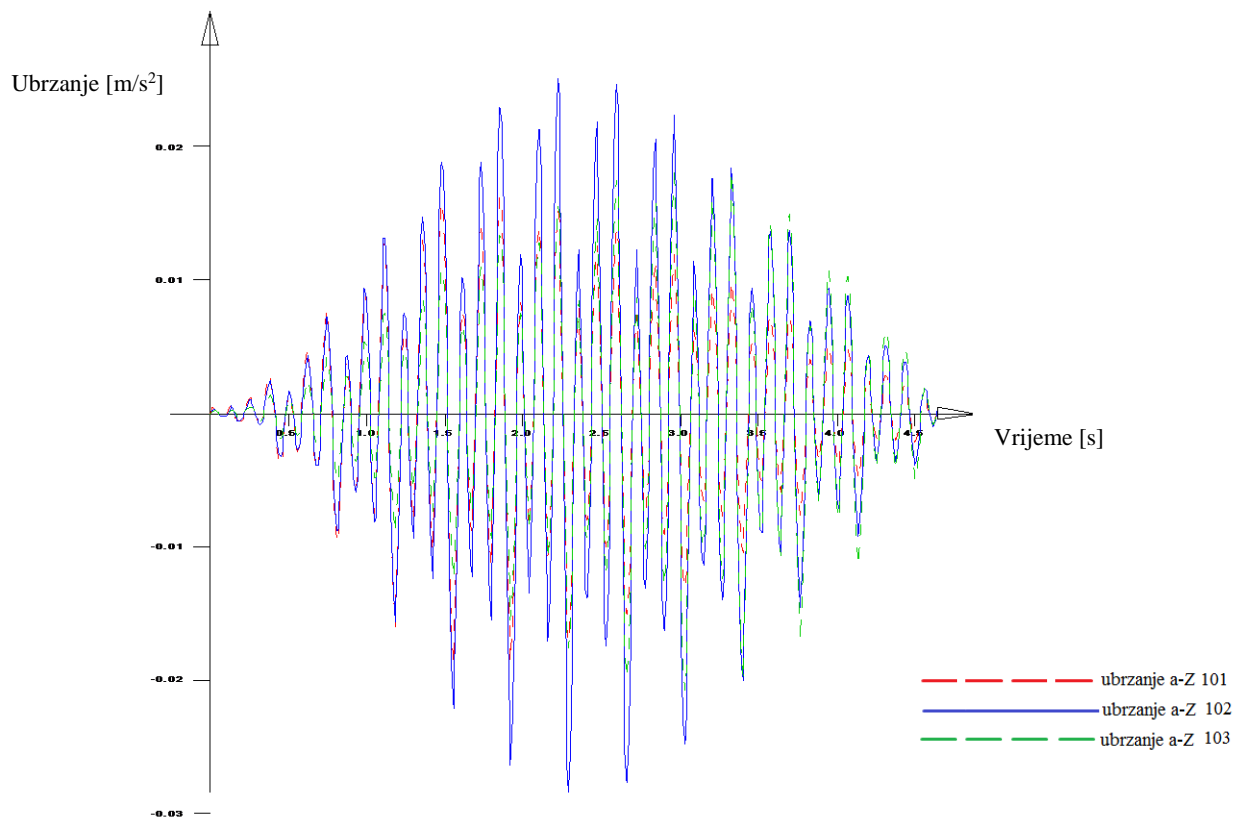
Brzina kretanja funkcije po mostu određena je kao umnožak prosječne duljine koraka i frekvencije hoda pješaka. $v = 0,75 [m] \cdot 2,5 [1/s] = 1,875 [m/s]$. Opterećenje pješaka je zadano u vertikalnom smjeru, a iznosi $0,8 [kN]$ što je prosječna težina čovjeka. Funkcija opterećenja se kreće po sredini mosta.

Tok provedbe proračuna u „Sofistiku“ vrši se integracijom rezultata u zadanim vremenskim intervalima, što se naziva i „Time history“ analiza. Ona omogućuje uvid u odgovor konstrukcije u bilo kojem zadanom vremenskom koraku. Svaki vremenski korak zauzima drugi položaj i veličinu opterećenja sve dok funkcija kretanja pješaka ne prođe čitavim mostom.

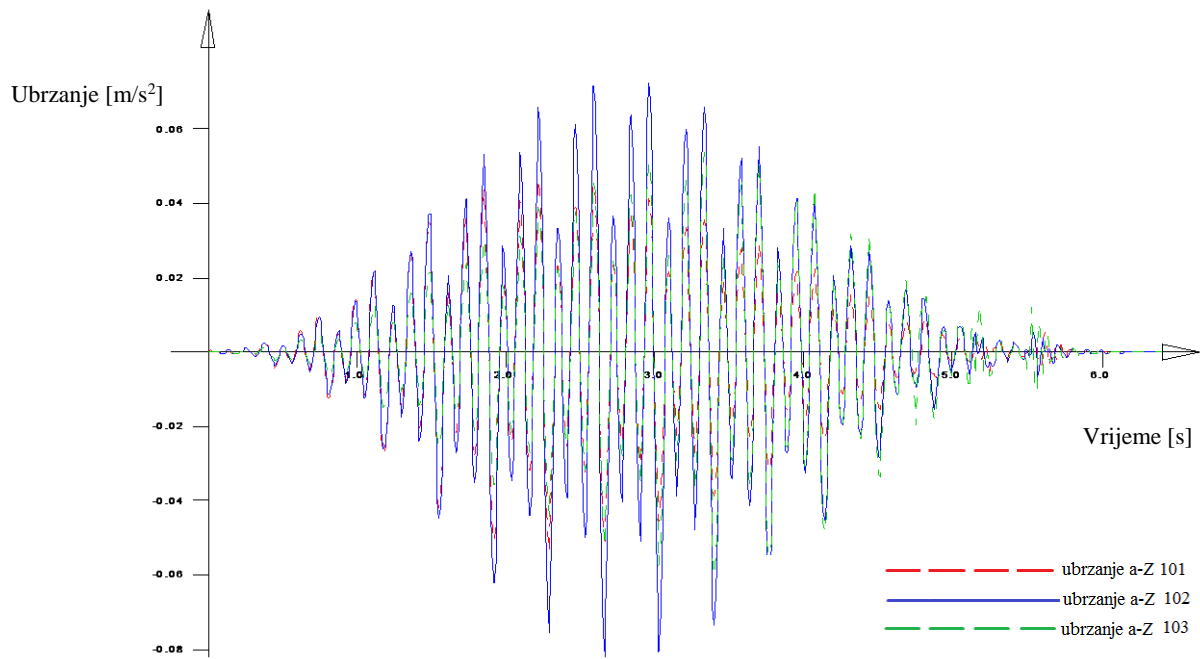


Slika 11.7. Funkcija Bachmann-ova hoda

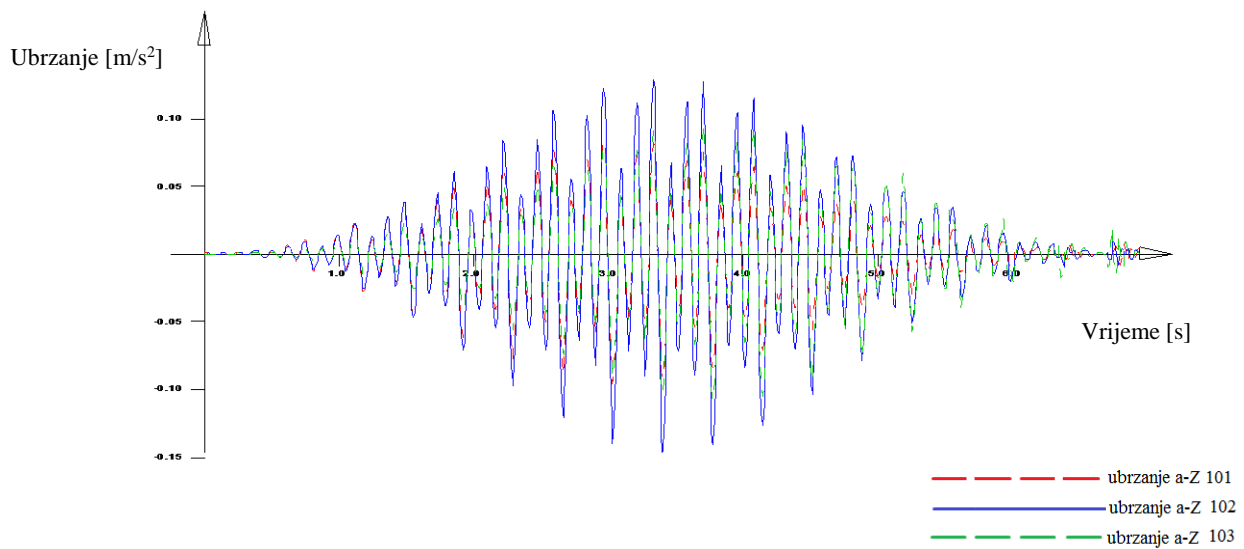
Nadalje su prikazani grafovi akceleracija prilikom prelaska jednog, tri i šest pješaka dobiveni iz numeričkog modela u Sofistiku (slika 11.8.-11.10.). Zapis ubrzanja se prikupljao u tri čvora. Čvor 101 odgovara ubrzanju okvira 4, čvor 102 ubrzanju okvira na sredini mosta 3 i čvor 103 ubrzanju okvira 2. (slika 9.2.). Isto tako, položaj akcelerometra 4 iz prethodnog ispitivanja mosta prolaskom pješaka odgovara čvoru 101, akcelerometar 3 čvoru 102 te akcelerometar 2 čvoru 103.



Slika 11.8. Vrijednosti ubrzanja pri hodanju jedne osobe

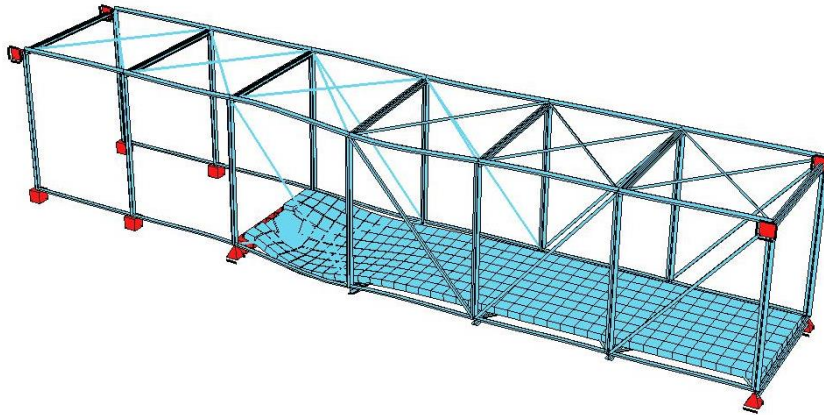


Slika 11.9. Vrijednosti ubrzanja pri hodanju tri osobe

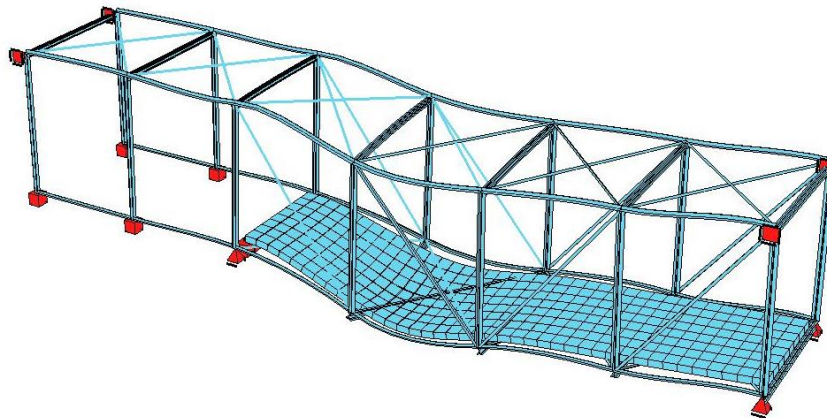


Slika 11.10. Vršne vrijednosti ubrzanja pri hodanju šest osoba

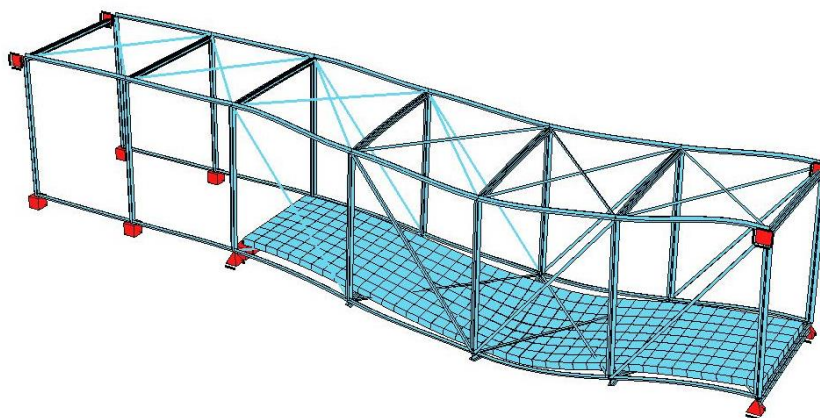
Na sljedećim slikama prikazane su deformacije dobivene po proračunu korištenjem „Time history“ analize na mostu Građevinskog fakulteta pod opterećenjem prolaska pješaka mostom.



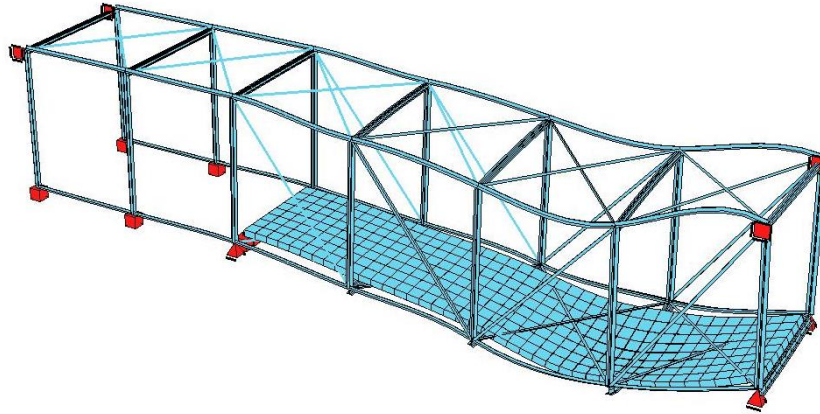
Slika 11.11. Deformacija mosta prilikom prelaska jednog pješaka



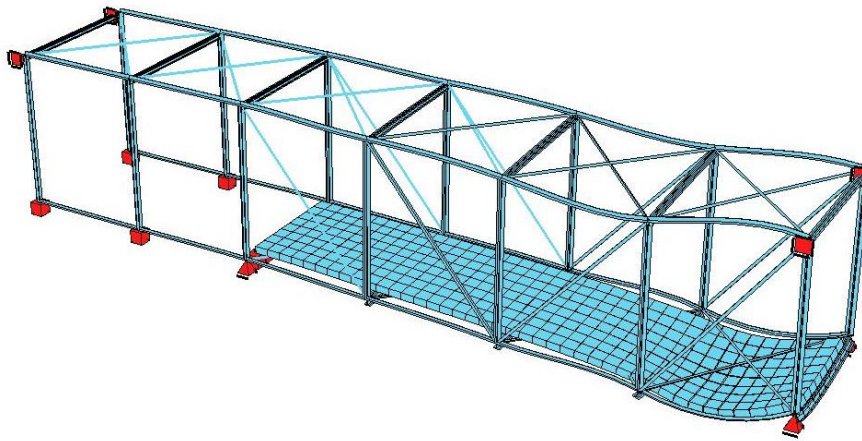
Slika 11.12. Deformacija mosta prilikom prelaska jednog pješaka



Slika 11.13. Deformacija mosta prilikom prelaska jednog pješaka



Slika 11.14. Deformacija mosta prilikom prelaska jednog pješaka



Slika 11.15. Deformacija mosta prilikom prelaska jednog pješaka

Tablica 11.3. Vrijednosti vršnih vertikalnih akceleracija [m/s^2]

	Eksperimentalno dobiveni rezultati [m/s^2]	Numerički dobiveni rezultati [m/s^2]
Jedna osoba	0,062	0,057
Tri osobe	0,188	0,167
Šest osoba	0,310	0,296

Numerički i eksperimentalni podaci se u dovoljnoj mjeri poklapaju. Ovime je potvrđen numerički model kretanja pješaka time-history analizom.

11.2.3. Zaključak ispitivanja

Most na Građevinskom fakultetu pokazao se kao vrlo kruti konstrukcijski sustav kojemu su vrijednosti prvih vlastitih frekvencija (Tablica 11.2.) puno više od onih koje bi mogle izazvati neugodne vibracije na mostu prilikom prelaska pješaka preko njega. Krutosti su najviše doprinijeli rubni uvjeti desnog dijela konstrukcije koja je zglobno oslonjena na glavnu zgradu fakulteta i upeti spojevi betonske ploče zbog njenog nastavljanja i oslanja po punoj širini na terasu. Sama rešetkasta konstrukcija mosta također je jedan od bitnih faktora koji dodatno ukrućuje konstrukciju zbog svoje prirode prijenosa opterećenja.

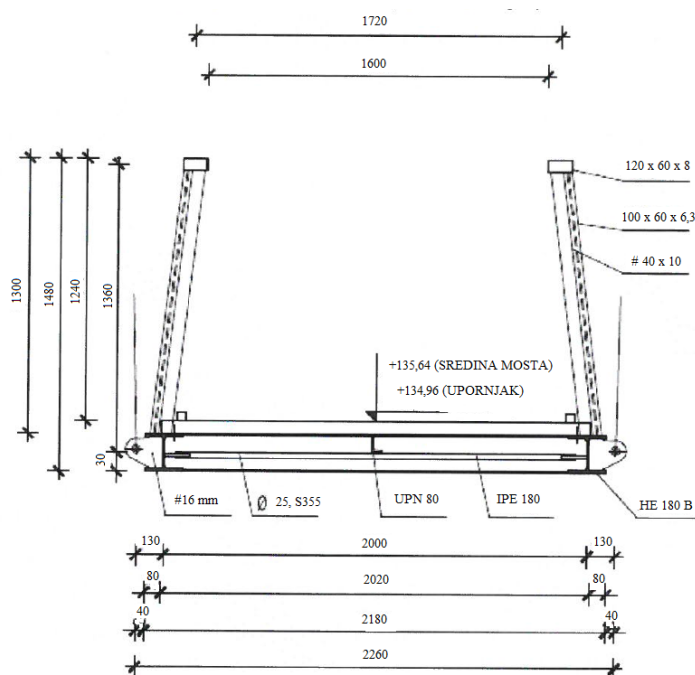
Ispitivanjem utjecaja opterećenja pješaka na most nisu dobivene značajnije vrijednosti ubrzanja konstrukcije koje bi uzrokovale nelagodu čovjeka prilikom njegovog prelaska mostom. Samim time granično stanje uporabivosti mosta na Građevinskom fakultetu je zadovoljeno. Razlog tomu je nemogućnost čovjeka da hoda tako visokim frekvencijama koje se javljaju pri odgovoru ovoga mosta na nametnute mu pobude.

11.3. Viseći most

11.3.1. Podaci o konstrukciji

Modelirat će se viseći most raspona 84,0 m, čija je korisna širina 1,6 m. Rasponski sklop je čelični, a pomost čine lagane drvene gredice. Most je namijenjen pješačkom prometu i kao takav ulazi u razmatranje vibracija koje se javljaju na njemu prilikom prelaska pješaka.

Glavna nosiva konstrukcija je ukrućena greda koja je ovješena vješaljima na svakih 4,0 m. Greda za ukrućenje je u sustavu upuštenog hodnika (kolnika). Donja ploha je horizontalna rešetkasta konstrukcija s pojasevima od valjanog profila HEB 180, na razmaku od 2,0 m. Poprečni nosači su čelični IPE 180 profili. Križna dijagonalna ispuna (vlačni sustav) je načinjena od okruglog čeličnog profila promjera 25 mm. Stranice grede za ukrućenje su rešetke nagnute prema unutra, a visina im je 1,45 m. Gornji pojas rešetke čini pravokutna cijev [120 x 60 x 5] mm. Donji pojas rešetke čine već navedeni čelični nosači HEB 180. Gornji i donji pojas rešetke spojeni su stupcima od pravokutnih cijevi [100 x 60 x 5] mm. Ispunu rešetke čine križne dijagonale od lima [40 x 8] mm. Ispunu rešetke čine križne dijagonale od lima [40 x 8] mm.



Slika 11.16. Poprečni presjek mosta

Dva glavna nosiva užeta su zatvorena spiralna užad promjera 40 mm, od čelika S1570. Raspon užadi je 91,03 m. Za vješaljke se koriste zatege promjera 16 mm.

Sidreni blokovi su betonski sanduci kojima je temeljna ploča debljine 80 cm. Iznad temeljne ploče se ugrađuje raster greda čija je debljina 80 cm.

11.3.2. Modeli

Prvi model mosta izrađen je sa vertikalno postavljenim vješaljka ovješanim o glavno nosivo uže koje nosi rasponsku konstrukciju (slika 11.17.).

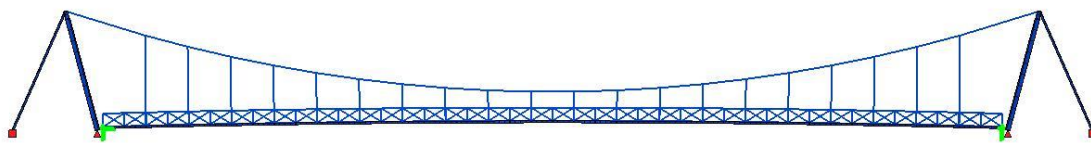
Na drugome modelu mosta promijenit će se položaj vješaljki te će one sada biti koso postavljene (slika 11.18.).

U programskom paketu „Sofistik“ praćeno je ponašanje mosta pri tim izvedenim, različitim konstrukcijskim zahvatima na njima.

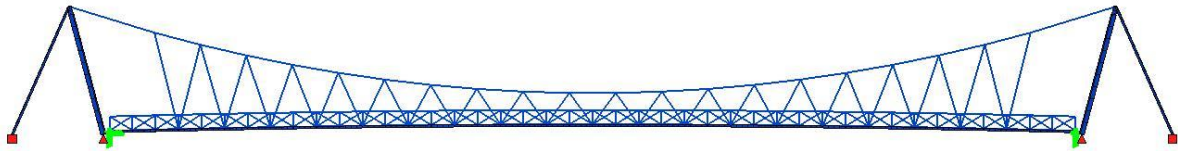
Kritični tonovi konstrukcije smatrani su oni koji ulaze u kritično područje definirano frekvencijama hoda (1,8 - 2,5 Hz). U numeričkom modeliranju na obje varijante mosta nanosit će se dva modela opterećenja pješacima, model opterećenja prema Bachmannu (Poglavlje 7.1.) i model opterećenja prema BS-u (Poglavlje 7.2.).

Kako se prema BS-u kao mjerodavno opterećenje za odabranu klasu B mosta koristi nesinkronizirano hodanje četiriju osoba ($N=4$, tablica 7.2.), u modelu po Bachmannu također se unosi gibanje četiriju osoba. Razlika u modelima je to što model opterećenja po Bachmannu podrazumijeva sinkronizirano gibanje pješaka koje predstavlja najnepovoljniji oblik gibanja te će se pomoću njega dobiti najveće vrijednosti vertikalnih akceleracija. U oba modela hod pješaka zadavan je iznosom vlastite frekvencije mosta sa ciljem dobivanja maksimalnog odgovora konstrukcije.

Prema ovako zadavanim opterećenjima može se vršiti usporedna analiza dobivenih akceleracija za navedene modele opterećenja prema Bachmannu i onaj model koji se nalazi u britanskom nacionalnom dodatku (tablica 11.5.).



Slika 11.17. Pogled na viseći most s vertikalnim vješaljka

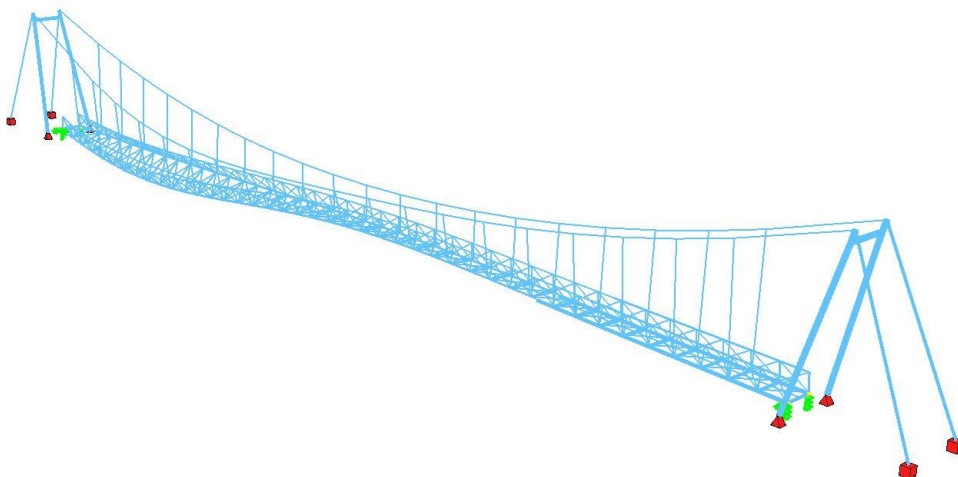


Slika 11.18. Pogled na viseći most s kosim vješaljka

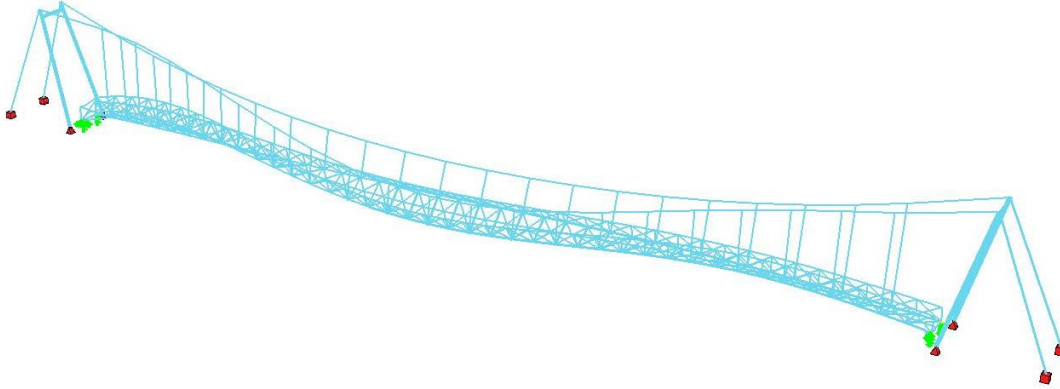
Pretpostavljeno je da su koso postavljene vješaljke povoljnije jer čine rešetku koja pridonosi povećanju krutosti cjelokupne konstrukcije u vertikalnom smjeru.

11.3.3. Rezultati

Na sljedećim slikama prikazane su deformacije dobivene po proračunu korištenjem „Time history“ analize na mostu s vertikalnim vješaljki pod opterećenjem prolaska pješaka mostom.

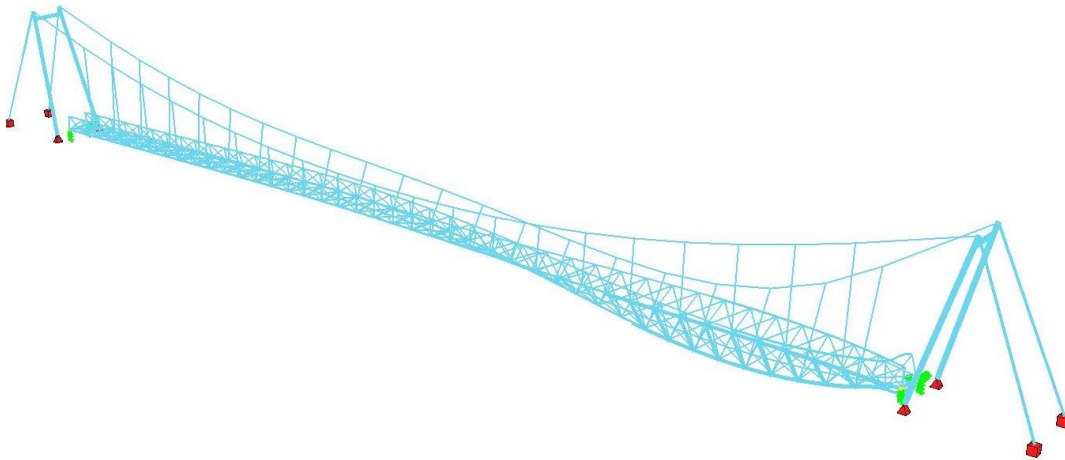


Slika 11.19. Prikaz deformacija kada se model opterećenja pješacima nalazi na početku mosta



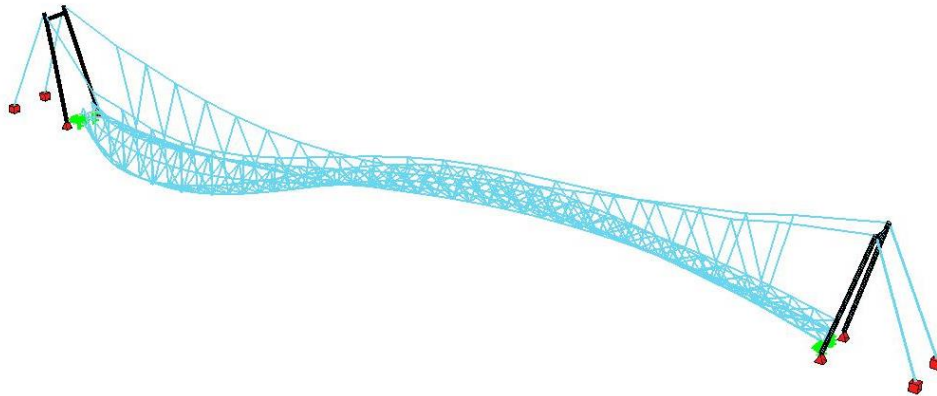
Slika 11.20. Prikaz deformacija kada se model opterećenja pješacima nalazi na sredini mosta

3)

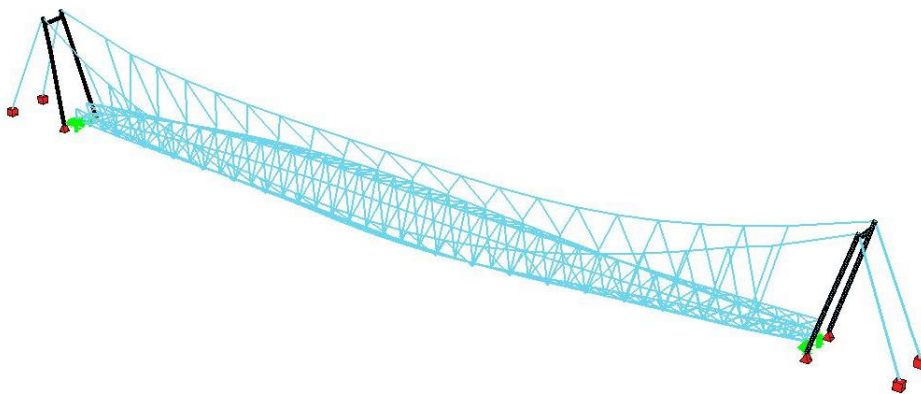


Slika 11.21. Prikaz deformacija kada se model opterećenja pješacima nalazi na kraju mosta

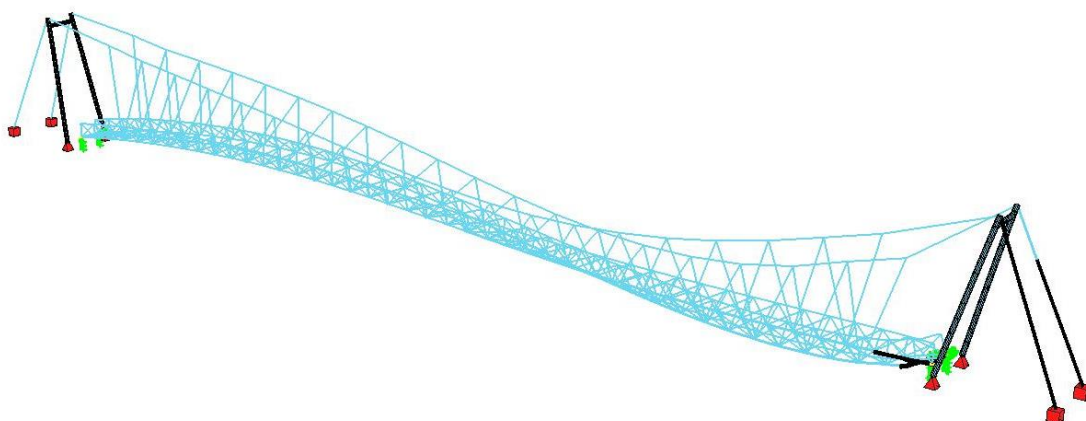
Na sljedećim slikama prikazane su deformacije dobivene po proračunu korištenjem „Time history“ analize na mostu s vertikalnim vješaljkama pod opterećenjem prolaska pješaka mostom.



Slika 11.22. Prikaz deformacija kada se model opterećenja pješacima nalazi na početku mosta



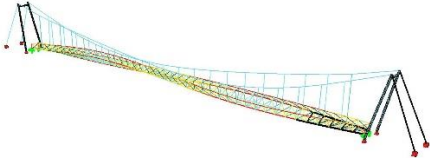
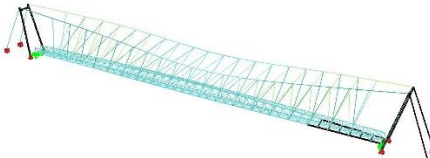
Slika 11.23. Prikaz deformacija kada se model opterećenja pješacima nalazi na sredini mosta

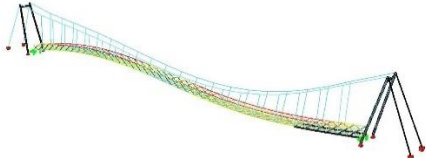
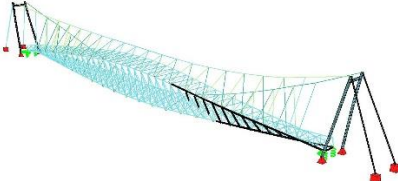
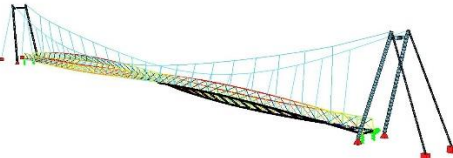
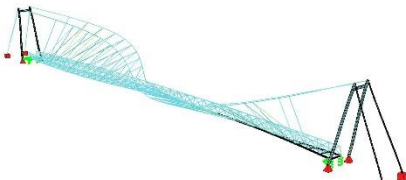


Slika 11.24. Prikaz deformacija kada se model opterećenja pješacima nalazi na kraju mosta

Numeričkom analizom dobiveno je da se obje varijante mosta nalaze u području kritičnih frekvencija. Frekvencije koje su odabrane za analizu su one koje mogu biti pobuđene uobičajenom frekvencijom hoda pješaka.

Tablica 11.4. Usporedba visećeg mosta izvedenog sa vertikalnim i kosim vješaljka

	Vertikalne vješaljke		Kose vješaljke	
PRVI KRITIČNI TON				
Oblik tona	torzijski		torzijski	
Mjerodavni kritični ton	f=1,53 Hz; T=0,653 s		f=1,64 Hz; T=0,609 s	
Postupak	Bachmann	BS	Bachmann	BS
Frekvencija hoda [Hz]	1,8*	1,53	1,8*	1,64
Faktor $k(f_v)$	-	0,8	-	0,95
Vertikalne akceleracije [m/s^2]	1,85	0,37	0,7	0,09

DRUGI KRITIČNI TON					
	vertikalni		torzijski		
	Mjerodavni kritični ton		Mjerodavni kritični ton		
	f=1,73 Hz; T=0,578 s		f=1,94 Hz; T=0,515 s		
	Oblik tona	Postupak		Postupak	
	Bachmann	BS	Bachmann	BS	
Frekvencija hoda [Hz]	1,8*	1,73	1,94	1,94	
Faktor $k(f_v)$	-	1,0	-	1,0	
Vertikalne akceleracije [m/s^2]	1,85	0,72	1,53	0,66	
TREĆI KRITIČNI TON					
	vertikalni		poprečni + vertikalni		
	Mjerodavni kritični ton		Mjerodavni kritični ton		
	f=2,19 Hz; T=0,457 s		f=2,10 Hz; T=0,476 s		
	Oblik tona	Postupak		Postupak	
	Bachmann	BS	Bachmann	BS	
Frekvencija hoda [Hz]	2,19*	2,19	2,10	2,10	
Faktor $k(f_v)$	-	0,85	-	1,0	
Vertikalne akceleracije [m/s^2]	0,55	0,16	1,02	0,08	

*Koristit će se vrijednosti frekvencija koje se nalaze u kritičnom području (1,8 – 2,5 Hz)

11.3.4. Rasprava rezultata

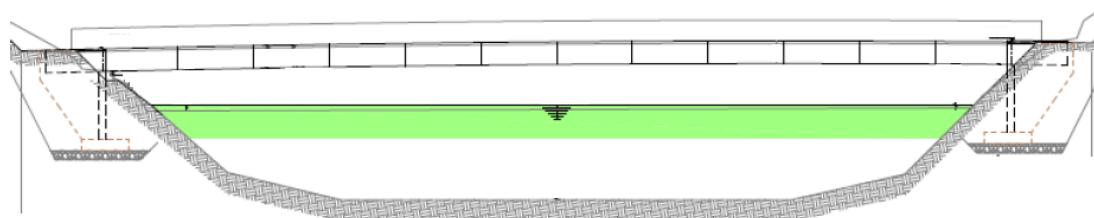
Nakon modeliranja prema dobivenim rezultatima vertikalnih akceleracija pretpostavka je potvrđena. Prema vrijednostima vršnih akceleracija za odabrane kritične frekvencije mosta može se vidjeti da je varijanta visećeg mosta sa kosim vješaljka bolje konstrukcijsko rješenje u pogledu smanjenja vertikalnih akceleracija mosta. Kod koso postavljenih vješaljki se upravo u vertikalnom smjeru aktivira „djelovanje rešetke“ koje dodatno ukrućuje kolničku ploču.

11.4. Sandučasti most

11.4.1. Podaci o konstrukciji

Pješački most je čelična rasponska konstrukcija upeta u betonske upornjake.

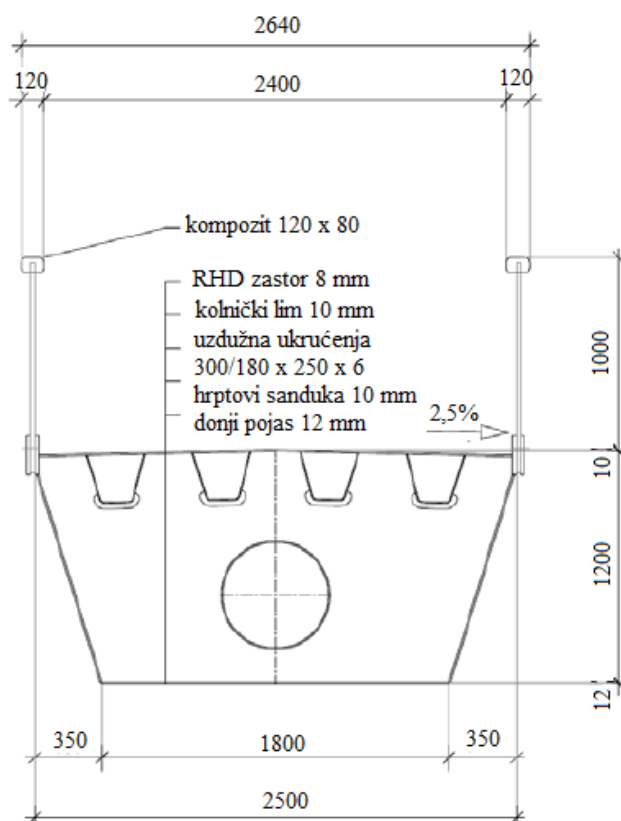
Rapon mosta je $L=48,0$ m, a svijetli otvor je $L_0=47,6$ m.



Slika 11.25. Pogled na most

Visina sanduka je 1,22 m, a visina ograde je 1,0 m. Poprečni presjek je sandučasti, s kosim hrptovima.

Korisna širina je 2,4 m, omeđena je staklenom ogradom s kompozitnim rukohvatima (drvo + aluminij), širine 120 mm i visine 80 mm. Staklena ograda je od laminiranog stakla.



Slika 11.26. Poprečni presjek grednog mosta

Zastor na mostu je tankoslojni kompozitni sloj, RHD zastor debljine 8,0 mm.

Gornji pojas sanduka je od lima debljine 10 mm, ukrućen s četiri uzdužna sandučasta rebra 300/180x250x6 mm. Donji pojas sanduka je debljine 12 mm, širine 1,80 m. Hrptovi su od lima debljine 10 mm, nagnuti prema geometriji na nacrtu. Na uzdužnom razmaku od po 4,0 m raspoređene su poprečne dijafragme od lima debljine 10 mm. Otvori kroz dijafragmu su promjera 550 mm i izvedeni su s prirubnicom.

Uz upornjake se izvode otvori za ulazak u most. Upornjaci su armiranobetonski, s kosim krilima, temeljeni plitko, preko temeljne ploče na dobro nosivoj podlozi (raspućala stijena). Upetost grede u upornjak ostvaruje se betonom (kontrautegom) u prostoru između krila.

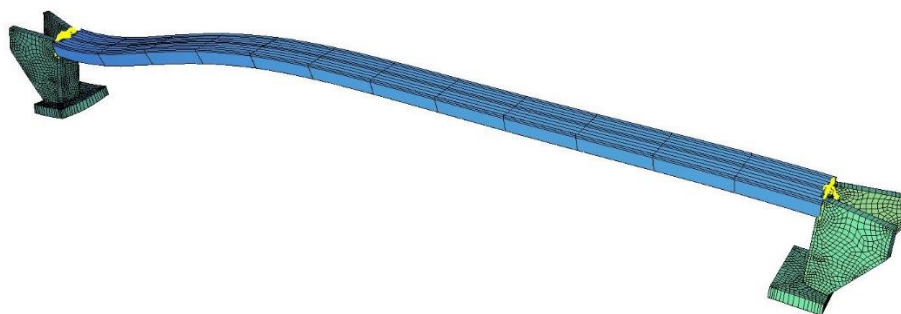
11.4.2. Modeli

Promatrana su dva konstrukcijska rješenja ležajnih uvjeta na pješačkom mostu. Prvo konstrukcijsko rješenje je slobodno oslonjena greda dok će u drugom slučaju ležajevi mosta biti upeti u upornjake. U „Sofistik“ su unesene vrijednosti vertikalne krutosti temelja na trenje koja iznosi $50\,000\text{ kN/m}^3$, dok je horizontalna vrijednosti krutosti $10\,000\text{ kN/m}^3$. Krutost plohe oslanjanja (zida krila) je $10\,000\text{ kN/m}^3$ te se ta vrijednost odnosi na smjer okomit na samu plohu.

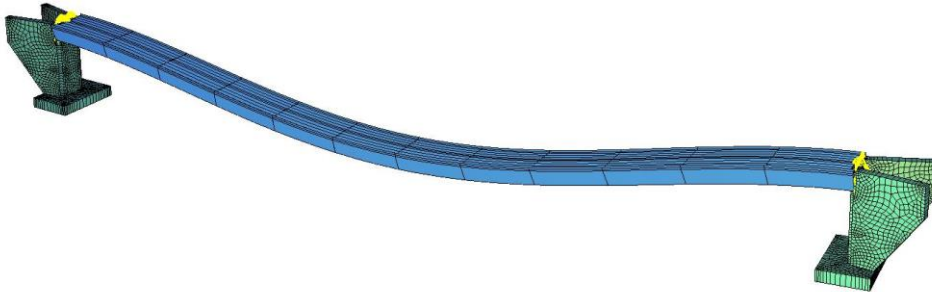
Opterećivanje modelima pješaka vršeno je kao i na primjeru visećeg mosta, postupak je opisan u poglavlju 11.3.2.

11.4.3. Rezultati

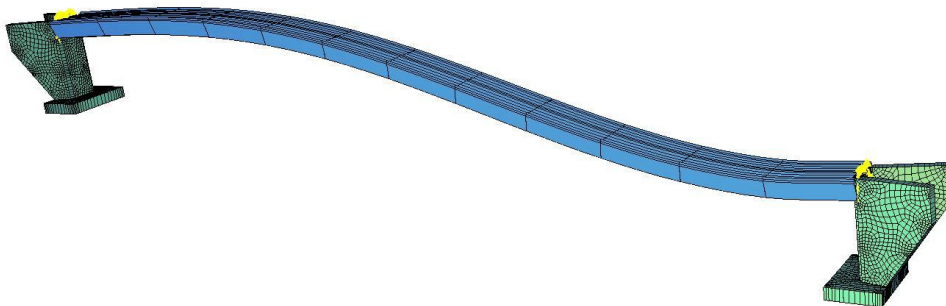
Na sljedećim slikama prikazane su deformacije dobivene po proračunu korištenjem „Time history“ analize na mostu sa djelomično upetim osloncima pod opterećenjem prolaska pješaka mostom.



Slika 11.27. Prikaz deformacija kada se model opterećenja pješacima nalazi na početku mosta

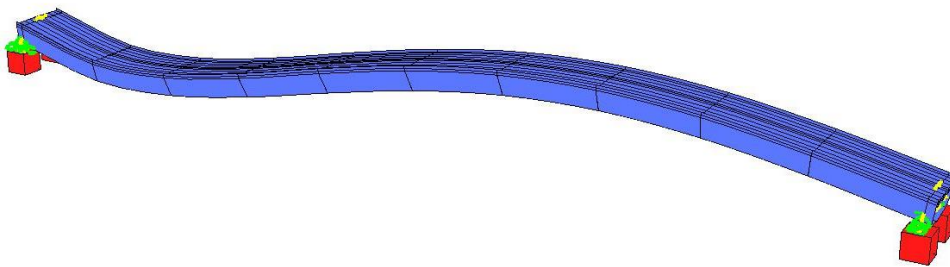


Slika 11.28. Prikaz deformacija kada se model opterećenja pješacima nalazi na sredini mosta

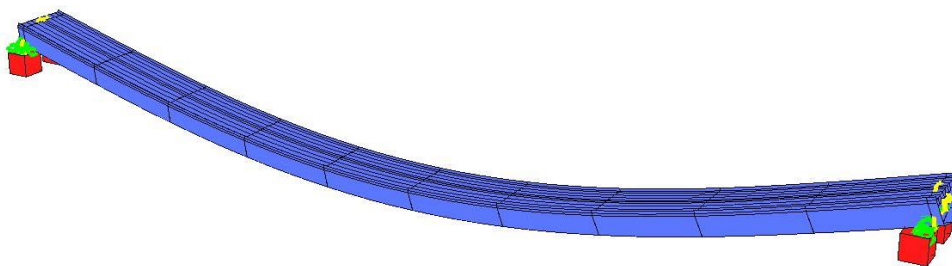


Slika 11.29. Prikaz deformacija kada se model opterećenja pješacima nalazi na kraju mosta

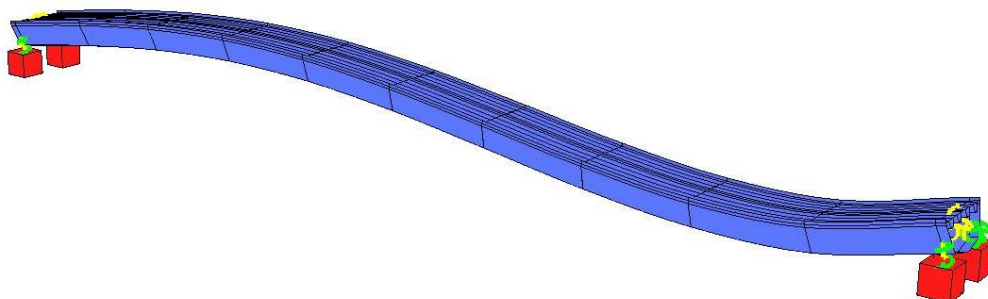
Na sljedećim slikama prikazane su deformacije dobivene po proračunu korištenjem „Time history“ analize na grednom mostu.



Slika 11.30. Prikaz deformacija kada se model opterećenja pješacima nalazi na početku mosta

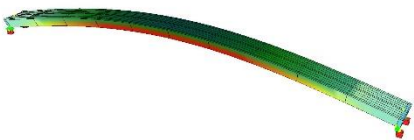
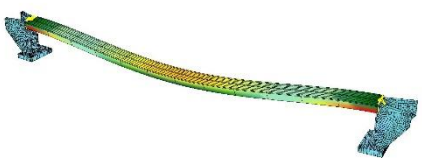


Slika 11.31. Prikaz deformacija kada se model opterećenja pješacima nalazi na sredini mosta



Slika 11.32. Prikaz deformacija kada se model opterećenja pješacima nalazi na kraju mosta

Tablica 11.5. Usporedba grednog mosta i mosta sa djelomično upetim ležajevima

	Prosta greda		Upeti ležajevi	
PRVI KRITIČNI TON				
Oblik tona	vertikalni		vertikalni	
Mjerodavni kritični ton	f=1,82 Hz; T=0,549 s		f=2,46 Hz; T=0,407 s	
Postupak	Bachmann	BS	Bachmann	BS
Frekvencija hoda [Hz]	1,82	1,82	2,46	2,46
Faktor $k(f_v)$	-	1,0	-	0,5
Vertikalne akceleracije [m/s ²]	2,74	0,56	2,07	0,23

11.4.4. Rasprava rezultata

Kao što je i očekivano prema Bachmannovom modelu opterećenja sinkroniziranim gibanjem pješaka dobivene su najveće vertikalne akceleracije. Malo je vjerojatno da će se one pojaviti na realnoj konstrukciji pogotovo kod mostova većih raspona.

Na grednom mostu se u području kritičnih frekvencija nalazi samo jedna vlastita frekvencija mosta iznosa 1,82 Hz. Pripadna vrijednost vertikalne akceleracije prema normi BS je 0,56 m/s².

U slučaju mosta sa djelomično upetim ležajevima dobivena je viša mjerodavna frekvencija od 2,46 Hz. Djelovanje upetosti primjećuje se i u iznosu vertikalne akceleracije koja je u ovom slučaju manja.

Zaključuje se da promjenom ležajnih uvjeta značajno mogu modificirati vrijednosti vlastitih frekvencija te smanjiti iznose vertikalnih akceleracija čime se povećava udobnost prolaska pješaka mostom.

12. Zaključak

Dinamičkim ispitivanjem mosta na Građevinskom fakultetu dobivene su vrijednosti vlastitih frekvencije, oblika vibracija i prigušenja operacionalnom modalnom analizom (OMA). Kako bi se dosljedno mogli upotrebljavati odabrani modeli pješačkog opterećenja na mostu, model mosta je kalibriran vrijednostima dobivenim ispitivanjem. Ispitivanjem je pokazano da su vlastite frekvencije ovog mosta jako visoke (11,97 Hz-28,35 Hz) za razliku od frekvencija kojima se gibaju pješaci po mostu (1,8 Hz-2,4Hz).

Kao dva korištena modela opterećenja odabrana su: model nesinkronizirane grupe pješaka prema britanskom nacionalnom dodatku na Eurocode 1 i model sinkroniziranog hodanja prema Bachmannu. Modeliranje funkcije hoda prema BS-u se temelji na određivanju koeficijenata za nesinkronizirano gibanje od 0 Hz do 8 Hz čime se pokriva kritično opterećenje za hod pješaka. Kako most na Građevinskom fakultetu izlazi iz tih granica, upotreba BS-a nije moguća. Zaključeno je, da od dostupnih modela opterećenja, Bachmannov model najbolje opisuje ono stvarno provedeno na ispitivanju. Usporednom analizom numeričkih i eksperimentalnih rezultata ispitivanja mosta na Građevinskom fakultetu dolazi se do zaključka da se model opterećenja prema Bachmannu za sinkronizirano hodanje u dovoljnoj mjeri poklapa sa eksperimentalno dobivenim rezultatima jer smo prilikom ispitivanja upravo imitirali sinkronizirani hod.

Drugi dio ispitivanja posvećen je proučavanju numeričkih modela dva pješačka mosta. Prvi analizirani je viseći pješački most. Promatrane su dvije varijante izvedbe mosta. Prva varijanta je viseći pješački most sa vertikalnim zategama a druga varijanta je taj isti viseći most ali sa zategama položenim koso. Na oba numerička modela nanošeni su modeli funkcije opterećenja prema BS-u i kao usporedba najgore moguće varijante sinkroniziranog hoda - model prema Bachmannu. Numeričkom analizom je dokazano da viseći most sa kosim zategama u kritičnom području vlastite frekvencije bliske ljudskom hodu ostvaruje manja vertikalna ubrzanja te je takav odabir elemenata primjereniji po pitanju graničnog stanja uporabivosti.

Drugi analizirani model je numerički model grednog mosta sandučastog poprečnog presjeka. Saznanjima da ležajni uvjeti u značajnoj mjeri utječu na vrijednosti frekvencija pa samim time i vertikalnih akceleracija, gredni most je također modeliran u dvije varijante kako bi proučili utjecaj varijacije ležajnih uvjeta. Prva varijanta grednog mosta bila je statičkog sustava proste grede, a druga varijanta obostrano djelomično u upornjake upeti most. Potvrđena je pretpostavka da se povećavanjem upetosti na ležajevima značajno povećavaju vrijednosti vlastitih frekvencija te da variranjem upetosti možemo vlastitu frekvenciju mosta povećati ili sniziti tako da ne upada u kritično područje frekvencija hoda.

Nadalje, usporedbom modela sinkronog hoda većeg broja pješaka prema Bachmannu, i modela pješačkog opterećenja hoda prema britanskom nacionalnom dodatku za Eurocode, uočena su znatna odstupanja u rezultatima vertikalnih akceleracija. Bachmannov model točno opisuje funkciju hoda jedne osobe. Primjena ovog modela za kretanje većeg broj ljudi rezultira opterećenjem koje podrazumijeva njihov sinkronizirani hod. Takvo opterećenje multiplicira vrijednosti akceleracija kod vibriranja. U stvarnosti, sinkronizirani hod nije vjerojatan (osim u situacijama stupanja kod prolaska vojske koje se zabranjuju na mostovima). Primijenjena britanska norma reducira amplitude opterećenja hoda sa faktorima koji uzimaju u obzir duljinu mosta (kod duljih mostova manja je vjerojatnost da će pješaci tijekom cijelog vremena prelaska zadržati usklađen ritam hoda) i vlastitu frekvenciju mosta (faktor je veći kada je frekvencija mosta u granicama frekvencije ljudskog hoda). Projektiranjem konstrukcijskih rješenja i dimenzioniranjem prema ovoj normi dobit će se zadovoljavajuće konstrukcije mostova koje će i za manje krutosti zadovoljiti granično stanje vibriranja.

Primjenom konstrukcijskih zahvata na mostovima uvelike se mogu mijenjati vrijednosti vlastitih frekvencija. Pametnim odabirom geometrije, položaja, vrste elemenata i rubnih uvjeta moguće je izbjegavanje pojave akceleracija koje stvaraju neugodu pješacima te time umanjuju mogućnosti njegove uporabe.

13. Sažetak

Analiza vibracija pješačkih mostova pri prometnom opterećenju pješacima

Petra Mužic, Sara Pirc

Tema rada je analiza modela pješačkog prometa kod ispitivanja dinamičkog ponašanja mosta. U svrhu te analize je provedeno eksperimentalno dinamičko ispitivanje na rešetkastom pješačkom mostu zgrade Građevinskog fakulteta.

Nakon dobivenih dinamičkih karakteristika mosta, izrađen je numerički model u kojem je definirana vremenska funkcija modela kretanja pješaka. Usporedbom rezultata ispitivanja sa onima dobivenim numeričkim modelom, potvrđena je ispravnost numeričkog modela opterećenja pješaka i primijenjene „Time history“ metode proračuna. Model opterećenja podrazumijeva vremenski i prostorno promjenjivo djelovanje koje mijenja svoju veličinu i položaj duž mosta po određenoj funkciji vremena.

U daljnjoj analizi potvrđeni model opterećenja i proračun dinamičkog ponašanja konstrukcije pomoću „Time history“ metode korišteni su na modelima dva pješačka mosta najučestalijih statičkih sustava koji se koriste u projektiranju pješačkih mostova – grednom i visećem. Zadavanjem različitih varijanti konstrukcijskih elemenata i mijenjajući uvjete oslanjanja dobiveni su rezultati ubrzanja pri vibriranju rasponskog sklopa.

Usporedbom dobivenih vrijednosti dinamičkih odgovora tih konstrukcija donesen je zaključak o podobnosti pojedinog konstrukcijskog rješenja u svrhu smanjivanja vibracija.

Ključne riječi: pješački promet, pješački most, „Time history“ analiza, ubrzanje, vibracije

14. Summary

The analysis of footbridge vibrations induced by pedestrian traffic

Petra Mužić, Sara Pirc

This paper analyses the impact of pedestrian traffic models on the dynamic behavior of pedestrian bridges. Experimental dynamic tests were conducted on the truss bridge at the Faculty of Civil Engineering in Zagreb.

After the dynamic characteristics of the bridge were acquired, a numerical model that defined a time function of pedestrian movement was made. By comparing results of this test with the numerical model ones, it was confirmed that the applied “Time history” method used for calculations, as well as numerical model, were valid. Load model entails an activity that varies in time and space, which means that it changes its position according to a certain function of time.

In further analysis, the confirmed models of pedestrian load and calculations of dynamic behavior were applied with the “Time history” method on two common static systems used in the construction of bridges - beam and suspension systems. By setting different variants of construction elements and changing the conditions of support, it was established that there was a difference in accelerations on the vibrating bridge structure.

The comparison of dynamic response values led to a conclusion that a particular construction solution would be suitable to decrease vibrations.

Keywords: pedestrian traffic, pedestrian bridge, „Time history“ analysis, acceleration, vibrations

15.Literatura

- [1] A. Ziegler, Dr. sc. techn., Ziegler consultants: „Bemessung von Fussgängerbrücken für dynamische Lasten“ Berner Fachhochschule Architektur, Holz und Bau, Burgdorf, Bau und Wissen, Wildegg, Zürich
- [2] Footbridges: Assessment of vibrational behaviour of footbridges under pedestrian loading. SETRA, Association Francaise de Dgenie Civil, France, 2006.
- [3] Lazarević D., Uroš M., Šavor Novak M.: Dinamika konstrukcija s uvodom u potresno inženjerstvo – Bilješke s predavanja, URL:http://www.grad.unizg.hr/_download/repository/dk1%5B1%5D.pdf , Listopad 2016.. Pristupljeno 21.02.2017.
- [4] Heinemeyer C. et al.: Design of Lightweight Footbridges for Human Induced Vibrations. European Commission, Institute for the Protection and Security of the Citizen, Italy, 2009.
- [5] Bachman H.; Amman W.: Vibration in Structures Induced by Man and Machines. IABSE, Honggerberg, Zurich, Switzerland : IABSE-AIPC-IVBH, 1987.
- [6] Andriacchi T.P., Ogle J.A., Galante J.O.: Walking speed as a basis for normal and abnormal gait measurements, Journal of Biomechanics 10, 261.-268., 1977.
- [7] Živanović S., Pavić A., Reynolds P.: Vibration serviceability of footbridges under human-induced excitation: a literature review. // Journal of Sound and Vibration. 279, 2005.
- [8] Mårtensson A., Nilsson M.: Dynamic Analysis of Pedestrian Load Models for Footbridges. A review of current load models and guidelines. Chalmers University of Technology Göteborg, Sweden Master's thesis 2014:108, 2014.
- [9] Bertram J.E.A., Ruina A.: Multiple walking speed-frequency relations are predicted by constrained optimization, Journal of Theoretical Biology 209 (4) 445.-453., 2001.
- [10] Masani K., Kouzaki M., Fukunaga T.: Variability of ground reaction forces during treadmill walking, Journal of Applied Physiology 92 (5) 1885.-1890., 2002.
- [11] Ingólfsson E. T.: Pedestrian-induced lateral vibrations of footbridges. Experimental studies and probabilistic modelling. Ph.D. Thesis Department of Civil Engineering 2011. Technical University of Denmark, January 2011.
- [12] URL:https://failures.wikispaces.com/file/view/%28CSU%29millennium_footbirdge_walklondon.jpg/567096311/630x425/%28CSU%29millennium_footbirdge_walklondon.jpg. Pristupljeno 20.03.2017. 15:08
-

- [13] URL:https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/e/e7/Passerelle_Solferino_Paris_FRA_002.jpg. Pristupljeno 20.03.2017.
- [14] Fitzpatrick T. Et al.: Linking London: The Millennium Bridge, The Royal Academy of Engineering, ISBN 1 871634 997, London, 2001.
- [15] Melchor Blanco C., Bouillard Ph., Bodarwe E., Ney L.: Structural dynamic design of a footbridge under pedestrian loading, 9th Samtech Users Conference, 2005.
- [16] FIB Bulletin 32: Guidelines for the design of footbridges. CEB, Stuttgart, 2005.
- [17] Grandić Šimić, I.: Serviceability verification of pedestrian bridges under pedestrian loading, Faculty of Civil Engineering, University of Rijeka, Tehnički vjesnik 22, 2, 527.-537., 2015.
- [18] Stráský, J.: Stress Ribbon and Cable-Supported Pedestrian Bridges. Thomas Telford, London, 2005.
- [19] Bachmann H., Ammann W.: Vibration problems in structures, Birkhäuser, 1995.
- [20] Ch. Petersen: „Dynamik der Baukonstruktionen“, Vierweg, Braunschweig/Wiesbaden, 1996.
- [21] Bachmann H.: "Lebendige Fussgängerbrücken"– eine Herausforderung, Aktuelle Probleme der Brückendynamik , Dokumentation SIA D 0198, D-A-CH Tagung, ISBN 3-908483-74-3, 2003.
- [22] NA to BS EN 1991-2:2003, UK National Annex to Eurocode 1: Actions on structures - Part 2: Traffic loads on bridges, 2003.
- [23] Koščak J., Turkalj G.: Modalna analiza modela konstrukcije i ispitivanje utjecaja njihala i spremnika s vodom kao prigušivača, Zagreb, 2012.
- [24] Avitabile P.: Experimental Modal Analysis - a Simple Non-mathematical Presentation, Sound & Vibration, 2001.
- [25] Damjanović D.: Utjecaj temperature na dinamičke parametre građevinskih konstrukcija, Sveučilište u Zagrebu, Građevinski fakultet, Doktorska disertacija, 2010.
- [26] Structural Testing – Part 2: Modal Analysis and Simulation, Brüel & Kjær, URL:<http://www.bksv.com/doc/br0507.pdf>, pristupljeno 08.03.2017.
- [27] Gade S., Møller N.B., Herlufsen H., Konstantin-Hansen H.: Frequency Domain Techniques for Operational Modal Analysis, Proceedings of the Japan Society of Automotive Engineers Annual Congress, No. 68-02, 17-20, 2002.

16. Zahvale

Mentoru doc. dr. sc. Anđelku Vlašiću, dipl. ing. građ., na vrijednim savjetima, uloženom trudu i neumornom vodstvu,

doc. dr. sc. Domagoju Damjanoviću dipl. ing. građ. i Zavodu za tehničku mehaniku, na pomoći oko eksperimentalnog dijela rada,

univ. bacc. ing. aedif. Andrei Jugovcu, univ. bacc. ing. aedif. Mergimu Gašiju i univ. bacc. ing. aedif. Ivanu Glasnoviću, na pomoći pri ispitivanju mosta Građevinskog fakulteta.