

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

Deni Vlašić
Numerički alat za preliminarni projekt broskog
vijka

Zagreb, 2017.

Ovaj rad izrađen je na Zavodu za brodogradnju i pomorsku tehniku na Fakultetu strojarstva i brodogradnje pod vodstvom prof. dr. sc. Nastie Degiuli i predan je na natječaj za dodjelu Rektorove nagrade u akademskoj godini 2016./2017

SADRŽAJ

SADRŽAJ	I
POPIS SLIKA	II
POPIS TABLICA	III
POPIS OZNAKA	IV
1. Uvod	1
2. Motivacija i cilj rada	2
3. Matematički model uzgonske linije	3
3.1 Vrtložna teorija vijka	6
3.2 Modeliranje glavine	7
3.3 Priprema numeričkih simulacija	7
4. Kreiranje geometrije Gawnove serije brodskih vijaka	8
5. Matematički model viskoznog strujanja	8
5.1 Osnovni fizikalni zakoni	9
5.2 Rubni uvjeti Navier–Stokesovih jednažbi	10
5.3 Model turbulencije	10
5.4 Logaritamski zakon brzine u turbulentnom graničnom sloju	12
5.5 Metoda konačnih volumena	13
5.6 Diskretizacija transportne jednažbe	13
5.7 Diskretizacija domene	16
5.8 Metoda višestrukih rotirajućih referentnih koordinatnih sustava	16
5.9 Proračunske mreže	16
5.10 Postavke numeričke simulacije	18
6. Pokus slobodne vožnje broskog vijka	20
6.1 Hidrodinamičke značajke broskog vijka u slobodnoj vožnji	20
7. Rezultati	22
7.1 Eksperimentalni podatci	22
7.2 Rezultati numeričke simulacije viskoznog strujanja	25
7.3 Usporedba rezultata	32
8. Zaključak	35
9. Zahvale	36
10. Literatura	36
11. Sažetak	38
12. Summary	38

POPIS SLIKA

Slika 1. Sile i brzine na profil krila vijka gledano od vrha prema korijenu krila [16]	3
Slika 2. Trodimenzijski prikaz vijka Gawnove serije iz programskog paketa OpenProp.....	7
Slika 3. Prikaz geometrije broskog vijka Gawnove serije	8
Slika 4. Geometrija proračunske domene	17
Slika 5. Diskretizirana proračunska domena.....	18
Slika 6. Diskretizirana proračunska domena profinjena oko vijka	18
Slika 7. Reziduumi jednadžbi u ovisnosti o broju koraka iteracija za $J=0,45$	19
Slika 8. Dijagram slobodne vožnje vijka [19].....	21
Slika 9. Dijagram slobodne vožnje vijka	25
Slika 10. Konvergenција sile poriva kroz iteracije	25
Slika 11. Konvergenција momenta vijka kroz iteracije	26
Slika 12. Vrijednost bezdimenzijske udaljenosti kontrolnih volumena od stijenke y^+	26
Slika 14. Raspodjela polja tlaka na tlačnoj strani krila vijka za $J=0,55$	27
Slika 15. Raspodjela tlaka na podtlačnoj strani krila vijka za $J=0,20$	28
Slika 16. Raspodjela polja tlaka na podtlačnoj strani krila vijka za $J=0,55$	28
Slika 17. Raspodjela polja tlaka u vertikalnoj poprečnoj ravnini za $J=0,20$	29
Slika 18. Raspodjela polja tlaka u vertikalnoj poprečnoj ravnini za $J=0,55$	29
Slika 19. Polje brzine u vertikalnoj poprečnoj ravnini za $J=0,20$	30
Slika 21. Prikaz strujnica iza broskog vijka za $J=0,20$	31
Slika 22. Prikaz strujnica iza broskog vijka za $J=0,55$	31
Slika 23. Dijagram slobodne vožnje vijka za $P/D=0,7$	32
Slika 24. Dijagram slobodne vožnje vijka za $P/D=0,75$	32
Slika 25. Dijagram slobodne vožnje vijka za $P/D=0,8$	33
Slika 26. Dijagram slobodne vožnje vijka za $P/D=0,85$	33
Slika 27. Dijagram slobodne vožnje vijka za $P/D=0,9$	33

POPIS TABLICA

Tablica 1. Koeficijenti polinoma za računanje koeficijenta poriva K_T	23
Tablica 2. Koeficijenti polinoma za računanje koeficijenta momenta K_Q	24
Tablica 3. Relativna greška numeričkih simulacija za vijak s omjerom $P/D=0,9$	34

POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
a	/	Opća konstanta
b	/	Opća konstanta
C	/	Opća konstanta $k - \omega$ SST modela turbulencije
C_1	/	Opća konstanta $k - \omega$ modela turbulencije
C_2	/	Opća konstanta $k - \varepsilon$ modela turbulencije
C^+	/	Eksperimentalno određena konstanta u logaritamskom zakonu brzine
C_μ	/	Konstanta modela turbulencije
C_n	/	Koeficijent polinoma za određivanje poriva/momenta na vijku
c	m	Duljina tetive profila
C_D	/	Koeficijent otpora profila krila vijka
C_L	/	Koeficijent uzgona profila krila vijka
D	m	Promjer brodskog vijka
D	kg/s	Jakost difuzije
D_{domena}	m	Promjer proračunske domene
$D_{\text{uzdužno profinjenje}}$	m	Promjer cilindra uzdužnog profinjenja proračunske mreže unutar proračunske domene
\vec{D}_h	N	Vektor sile otpora glavine vijka
E_{KT}	%	Relativna greška koeficijenta poriva
E_{KQ}	%	Relativna greška koeficijenta momenta
F	kg/s	Jakost konvekcije
F_1	/	Funkcija miješanja u $k - \omega$ SST modelu turbulencije
F_2	/	Funkcija miješanja u $k - \omega$ SST modelu turbulencije
\vec{F}_i	N	Vektor sile uzgona profila jedinične širine
\vec{F}_v	N	Vektor sile otpora profila jedinične širine
F_i	N	Iznos sile uzgona na profil jedinične širine
F_v	N	Iznos sile otpora na profil jedinične širine
k	m^2/s^2	Specifična kinetička energija turbulencije
J	/	Koeficijent napredovanja brodskog vijka
K_T	/	Koeficijent poriva brodskog vijka
KV	m^3	Kontrolni volumen
K_Q	/	Koeficijent momenta brodskog vijka
l	m	Karakteristična skala duljine
$L_{\text{domena ispred vijka}}$	m	Duljina proračunske domene ispred brodskog vijka

$L_{\text{domena iza vijka}}$	m	Duljina proračunske domene iza broskog vijka
$L_{\text{poprečno profinjjenje}}$	m	Duljina cilindra unutar proračunske domene u kojem se profinjuje proračunska mreža
n	1/s	Broj okretaja broskog vijka
n_i	/	Jedinični vektor normale
r	m	Radijus
r_j	m	Radij vektor
r_v	m	Radijus središta segmenta uzgonske linije
\bar{r}	/	Bezdimenzijski radijus
R	m	Radijus broskog vijka
R_h	m	Radijus glavine vijka
s	/	Eksponent uz koeficijent napredovanja
S	m ²	Površina
S_f	m ²	Površina stranice kontrolnog volumena
S_P	/	Jakost izvor/ponora u težištu kontrolnog volumena
S_φ	/	Jakost izvora/ponora skalarne veličine φ
$\bar{S}_{\varphi, KV}$	/	Srednja vrijednost jakosti izvora/ponora skalarne veličine φ u kontrolnom volumenu
t	s	Vrijeme
t	/	Eksponent uz omjer uspona i promjera vijka
T	N	Sila poriva vijka
\vec{T}	N	Vektor sile poriva vijka
u	/	Eksponent uz omjer razvijene površine i površine diska vijka
u_a^*	m/s	Iznos inducirane brzine u aksijalnom smjeru
\vec{u}_a^*	m/s	Vektor inducirane brzine u aksijalnom smjeru
\bar{u}_a^*	m/s	Iznos inducirane brzine na n-tom panelu vrtložne plohe uzrokovan m-tim panelom vrtložne plohe
u_i	m/s	Vektor brzine
\bar{u}_i	m/s	Vektor vremenski osrednjene brzine
u_t^*	m/s	Iznos inducirane brzine u tangencijalnom smjeru
\vec{u}_t^*	m/s	Vektor inducirane brzine u tangencijalnom smjeru
u_i^R	m/s	Vektor brzine u relativnom koordinatnom sustavu
u_i^I	m/s	Vektor brzine u inercijskom koordinatnom sustavu
u_τ	m/s	Brzina trenja
u^+	/	Bezdimenzijska brzina
$\overline{u_i' u_j'}$	m ² /s ²	Reynoldsovo naprezanje podijeljeno s gustoćom tekućine
v	/	Koeficijent uz broj krila vijka
\vec{V}^*	m/s	Vektor rezultantne brzine nasturjavanja tekućine na krilo vijka
\vec{V}_a	m/s	Vektor brzine napredovanja vijka

V_a	m/s	Iznos brzine napredovanja vijka
\vec{V}_t	m/s	Vektor brzine u tangencijalnom smjeru
V_t	m/s	Iznos brzine u tangencijalnom smjeru
Z	/	Broj krila vijka
y	m	Udaljenost promatrane točke u normalnom smjeru od stijenke
y^+	/	Bezdimenzijska udaljenost promatrane točke od stijenke
α	°	Napadni kut profila
β	°	Kut između tangente i smjera brzine tekućine
β_i	°	Kut između tangente i rezultatne brzine tekućine na krilo vijka
ε	m ² /s ³	Brzina disipacije energije turbulencije
φ	/	Opća fizikalna veličina
φ_f	/	Vrijednost fizikalne veličine φ u težištu stranice kontrolnog volumena
$\bar{\varphi}_{S_f}$	/	Srednja vrijednost fizikalne veličine φ po stranici kontrolnog volumena
η_o	%	Stupanj djelovanja vijka u slobodnoj vožnji
κ	/	Von Kármánova konstanta u logaritamskom profilu brzine uz stijenk
μ	Pas	Dinamički koeficijent viskoznosti tekućine
ν	m ² /s	Kinematički koeficijent viskoznosti tekućine
ν_T	m ² /s	Kinematički koeficijent turbulentne viskoznosti
ρ	kg/m ³	Gustoća tekućine
σ	/	Kavitacijski broj
τ_w	Pa	Smično naprezanje na stijenci
$\bar{\tau}_{ij}$	Pa	Tenzor naprezanja
ω	1/s	Iznos brzine rotacije brodskog vijka
ω	1/s	Specifična brzina disipacije kinetičke energije turbulencije
Ω_i	1/s	Vektor brzine rotacije brodskog vijka
Γ	m ² /s	Cirkulacija brzine

1. Uvod

Najvažnija faza projektiranja brodskog vijka je preliminarna faza projektiranja u kojoj se odabire geometrija brodskog vijka za ostvarivanje potrebnog poriva pri određenoj brzini broda. Projektiranje brodskog vijka je vrlo zahtjevna disciplina kojom se bave brodograđevni inženjeri. U preliminarnoj fazi projektiranja brodskog vijka potrebno je imati na raspolaganju podatke slobodne vožnje vijka. Danas se za procjenu hidrodinamičkih značajki brodskog vijka još uvijek najčešće koriste eksperimentalne metode tj. provodi se pokus slobodne vožnje vijka [1]. U povijesti su se razvijali različiti pristupi temeljeni na potencijalnoj teoriji za modeliranje strujanja oko brodskog vijka. Numeričke metode za određivanje hidrodinamičkih značajki brodskog vijka su prema redu složenosti [2]: momentna teorija (*eng. momentum theory*), metoda uzgonske linije (*eng. lifting line method*), metoda uzgonskih ploha (*eng. lifting-surface method*), metoda rubnih elemenata BEM (*eng. Boundary Element Method*) ili panelna metoda (*eng. Panel Method*) te Reynoldsove osrednjene Navier-Stokesove jednačbe RANSE (*eng. Reynolds Averaged Navier-Stokes Equations*). Numeričke simulacije temeljene na teoriji potencijalnog strujanja pružaju brzu procjenu hidrodinamičkih značajki brodskog vijka u slobodnoj vožnji te su stoga sa stajališta projektanta broda od velike koristi. S druge, strane postoje metode za određivanje hidrodinamičkih značajki brodskog vijka temeljene na teoriji viskoznog strujanja oko brodskog vijka. Razvojem računala te metode posljednjih godina zauzimaju sve važnije mjesto u brodskoj hidrodinamici. Metoda uzgonske linije je najbrža i najjednostavnija za primjenu, jer ne zahtjeva složenu pripremu trodimenzijskog prikaza brodskog vijka. Zbog svoje računalne učinkovitosti, već dugi niz godina predstavlja ključni faktor u preliminarnom projektu brodskog vijka [3].

Mogućnosti poboljšanja geometrije brodskog vijka u ranoj fazi projektiranja primjenom metoda temeljenih na teoriji potencijalnog strujanja prikazane su u radu [4]. Validacija rezultata je provedena na vijcima DTMB 4119 i DTMB 4381 za koje su bili dostupni eksperimentalni podatci. Predložena metoda je pokazala da je geometrija vijka DTMB 4119 optimalna, dok su se primjenom iste metode za brodski vijak DTMB 4381 postigla poboljšanja geometrije preraspodjelom uspona duž krila vijka. Na taj način je postignuta povoljnija raspodjela cirkulacije brzine duž krila vijka. Gaggero et al. [5] su proveli optimizaciju geometrije CLT (*eng. Contracted and Tip Loaded*) brodskog vijka pomoću metode rubnih elemenata. Pouzdanost cijele metode projektiranja i postignuta poboljšanja geometrije brodskog vijka su verificirana opsežnim RANSE proračunima. Autori su također proveli nestacionarne proračune primjenom nestacionarne metode rubnih elemenata kako bi dobili amplitude induciranih tlačnih impulsa. Dobivene rezultate usporedili su s dostupnim mjerenjima i rezultatima proračuna za geometriju originalnog CLT vijka te su potvrdili poboljšanja nove geometrije. Bertetta et al. [6] su istraživali utjecaj kavitacije na buku vijka s upravljivim usponom CPP (*eng. Controlable Pitch Propeller*) u radu izvan projektne točke primjenom metode rubnih elemenata. Višeciljnim optimizacijskim algoritmom spregnutim s metodom rubnih elemenata je dobivena optimalna geometrija CPP brodskog vijka za različite uspone s ciljem smanjenja kavitacije i buke. U području rada izvan radne točke brodskog vijka nova geometrija proizvodi manju buku i manje impulse tlaka od originalne geometrije CPP brodskog vijka. Lee et al. [7] su izradili optimizacijski kod spregnut s teorijom uzgonske plohe za projektiranje brodskog vijka. Metoda koristi teoriju vrtloga za proračun induciranih brzina na pojedinim radijusima brodskog vijka. Validacija rezultata je provedena na

DTNSRDC 4119 broskom vijku s homogenim poljem brzine kao i na seriji DTNSRDC brodskih vijaka koji imaju složeniju geometriju. Istraživanje hidrodinamičkih značajki broskog vijka, koji radi u blizini slobodne površine, za različite koeficijente napredovanja i različite urone modela broskog vijka je provedeno u radu [8]. Utjecaj mjerila broskog vijka je ispitan primjenom dva modela vijka. Rezultati numeričkih simulacija obuhvatili su reljef slobodne površine, polje brzine strujanja oko broskog vijka i hidrodinamičke značajke broskog vijka. Islam et al. [9] su proučavali utjecaj veličine domene i parametara diskretizacije proračunske domene na vrijeme potrebno za provođenje RANSE simulacija slobodne vožnje broskog vijka u programskom paketu STAR-CCM+, kao njihov i utjecaj na točnost rezultata. Na temelju rezultata 32 različite domene za isti brodski vijak, autori su metodom planiranja pokusa pronašli optimalne dimenzije domene i parametre diskretizacije domene, koje su kasnije validirali usporedbom s eksperimentalnim podacima. Califano i Steen [10] su proveli RANSE simulacije u programskom paketu Fluent kako bi ispitali utjecaje ventilacije na hidrodinamičke značajke broskog vijka pri radu na nemirnom moru. Zaključili su da izračunata dinamička opterećenja pri ventilaciji krila vijka pokazuju zadovoljavajuće slaganje s eksperimentalnim podacima kada krilo vijka izranja iz slobodne površine, dok je poriv precijenjen za sve druge položaje krila vijka. Autori to pripisuju nemogućnošću RANSE rješavača da obuhvati vršni vrtlog krila vijka. Zaključeno je da vršni vrtlog krila vijka kod konvencionalnih brodskih vijaka pri ventilaciji ima jako važnu ulogu u smanjenju poriva. Subhas et al. [11] su proveli numeričku simulaciju slobodne vožnje broskog vijka primjenom RANSE rješavača u programskom paketu Fluent u svrhu predviđanja polja tlaka i brzine oko broskog vijka kao i pojave kavitacije. Usporedbom rezultata s eksperimentalnim rezultatima zaključeno je da se računalna dinamika fluida može primijeniti za predviđanje pojave kavitacije. Prakash i Nath [12] su u programskom paketu Fluent izvršili numeričku simulaciju slobodne vožnje četverokrlnog broskog vijka iz Wageningen B serije primjenom nestrukturirane mreže. Validacija dobivenih rezultata je provedena usporedbom s regresijskim polinomima temeljenim na eksperimentalnim rezultatima. Cilj istraživanja [13] je bio pružiti glavne smjernice za kreiranje geometrije broskog vijka, postavljanje rubnih uvjeta i numeričkih parametara strujanja oko rotirajućeg broskog vijka u svrhu postizanja bržeg i točnijeg rješenja s manje računalnih resursa. Krasilnikov et al. [14] su istraživali utjecaj kuta srpolikosti broskog vijka, opterećenja i omjera površina na utjecaj mjerila vijka primjenom numeričkih simulacija u komercijalnom programskom paketu Fluent za tri vijka različitog kuta srpolikosti. Dobivene hidrodinamičke značajke modela broskog vijka pokazale su dobro slaganje s eksperimentalnim rezultatima. Müller et al. [15] prikazuju analitičku studiju utjecaja mjerila na vijke za velike kontejnerske brodove, koja uzima u obzir lokalno trodimenzijsko strujanje. Korištenjem komercijalnog programskog paketa CFX provedene su numeričke simulacije slobodne vožnje za 23 modela i prototipa vijaka, koji pokrivaju značajan raspon geometrije krila vijka.

2. Motivacija i cilj rada

Motivacija za izradu ovog rada je proizašla iz studentskih projekata brodocikala "Munja" i "Borac" za koje je bilo potrebno projektirati brodski vijak. Zapažanjem nedostataka propulzijskog sustava prilikom sudjelovanja brodocikala na "Međunarodnoj regati brodocikala" (eng. "International Waterbike Regatta") proizašla je ideja za poboljšanje preliminarnog projekta broskog vijka.

Provođenje pokusa slobodne vožnje brodskog vijka je dugotrajan i skup postupak, koji je poželjno izbjeći u preliminarnom projektu brodskog vijka. Nakon preliminarnog odabira geometrije brodskog vijka na temelju numeričkih simulacija, "optimalni" brodski vijak se ispituje u bazenu te se time smanjuje ukupan broj potrebnih ispitivanja.

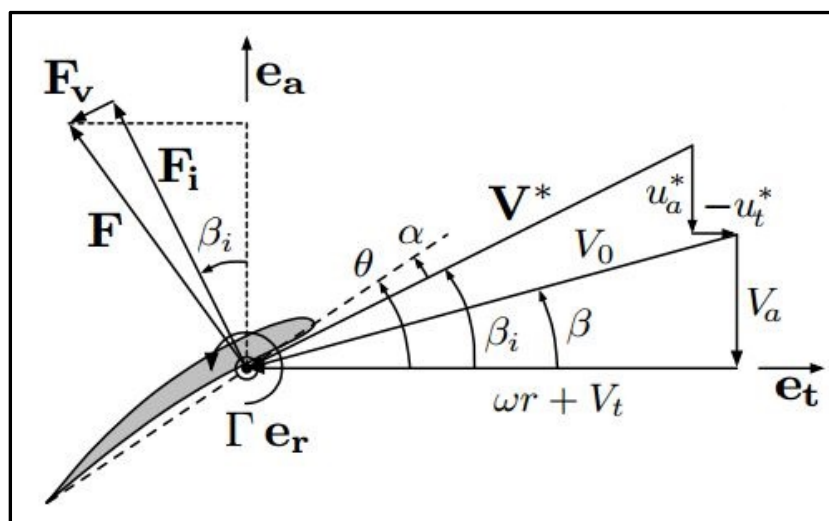
U svrhu povećanja efikasnosti preliminarnog projekta brodskog vijka postavljeni su sljedeći ciljevi:

- istražiti mogućnosti primjene teorije potencijalnog strujanja kao alata za preliminarni odabir geometrije brodskog vijka,
- utvrditi jesu li trendovi krivulja hidrodinamičkih značajki brodskog vijka dobiveni numeričkim simulacijama i eksperimentom isti,
- utvrditi jesu li odstupanja rezultata dobivenih numeričkim simulacijama u prihvatljivim granicama i
- utvrditi je li moguće numeričkim simulacijama predvidjeti radnu točku brodskog vijka.

3. Matematički model uzgonske linije

U ovom poglavlju je prikazana teorija umjereno opterećene uzgonske linije. Krilo brodskog vijka je opisano uzgonskom linijom, s vrtložnim tragom poravnatim s lokalnom brzinom strujanja, koja predstavlja vektorski zbroj brzine slobodne struje i inducirane brzine. Jednadžbe u ovom poglavlju dane su u vektorskom zapisu.

Inducirane brzine se računaju pomoću teorije vrtloga (*eng. vortex lattice theory*). Prema teoriji vrtloga, krilo vijka je zamijenjeno diskretnim presjecima duž krila vijka u radialnom smjeru. Svaki presjek duž krila vijka ima svojstva plošnog uzgonskog profila (hidroprofila/aeroprofila). Integriranjem dvodimenzijskih sila i momenata duž krila vijka tj. sile po jedinici širine i momenta po jedinici širine moguće je dobiti silu i moment na vijak, odnosno opterećenja vijka. Na slici 1. prikazane su brzine oko profila krila vijka i sile koje djeluju na profil krila vijka [16].



Slika 1. Sile i brzine na profil krila vijka gledano od vrha prema korijenu krila [16]

Na slici 1. prikazane su sile koje djeluju na krilo vijka po jedinici širine u aksijalnom i tangencijalnom smjeru. \vec{e}_a je jedinični vektor u aksijalnom smjeru, a \vec{e}_t je jedinični vektor u tangencijalnom smjeru. Brodski vijak rotira kutnom brzinom $\omega\vec{e}_a$, što uzrokuje na radijusu r tangencijalnu brzinu krila $-\omega r\vec{e}_t$.

Brzina krila vijka u aksijalnom smjeru, kao što je vidljivo na slici 1., može se prikazati u sljedećem obliku:

$$\vec{V}_a = -V_a\vec{e}_a, \quad (3.1)$$

gdje je V_a brzina napredovanja brodskog vijka.

Tangencijalna brzina tekućine na presjek krila vijka može se prikazati kao:

$$\vec{V}_t = -V_t\vec{e}_t, \quad (3.2)$$

gdje je V_t iznos tangencijalne brzine nastrojavanja tekućine na krilo vijka, koja je posljedica prisustva trupa broda. Vijak ima svoju tangencijalnu brzinu $-\omega r\vec{e}_t$ prouzrokovanu rotacijom. U slučaju pokusa slobodne vožnje vijka, gdje se brodski vijak ispituje bez prisutnosti trupa broda, tangencijalna brzina V_t jednaka je nuli.

Inducirane brzine \vec{u}_a^* i \vec{u}_t^* postoje iz razloga što brodski vijak napreduje i rotira u tekućini pod umjerenim opterećenjem pri čemu postoji skliz.

Rezultantna brzina nastrojavanja tekućine na presjek krila vijka dana je jednadžbom:

$$\vec{V}^* = \omega r\vec{e}_t + \vec{V}_t + \vec{V}_a + \vec{u}_a^* - \vec{u}_t^*, \quad (3.3)$$

Iznos rezultantne brzine tekućine glasi:

$$V^* = \sqrt{(V_a + u_a^*)^2 + (\omega r + V_t + u_t^*)^2}, \quad (3.4)$$

i zatvara kut u odnosu na tangencijalni smjer:

$$\beta_i = \arctan\left(\frac{V_a + u_a^*}{\omega r + V_t + u_t^*}\right). \quad (3.5)$$

Na slici 1. je također prikazan kut napada α koji predstavlja razliku između geometrijskog kuta uspona $\theta = \alpha + \beta_i$ i kuta rezultantne brzine nastrojavanja tekućine na profil krila vijka. O kutu napada ovisi uzgon radijalnog presjeka krila vijka, kao i otpor radijalnog presjeka krila vijka.

Također, na slici 1. prikazana je cirkulacija brzine $\Gamma\vec{e}_r$, gdje je \vec{e}_r jedinični vektor u radijalnom smjeru. Iz cirkulacije brzine proizlazi Kutta-Joukowski uzgonska sila na radijalni presjek krila vijka koja iznosi:

$$\vec{F}_i = \rho \vec{V}^* \times (\Gamma \vec{e}_r). \quad (3.6)$$

Na slici 1. prikazana je i viskozna sila \vec{F}_v koja je paralelna s rezultantnom brzinom \vec{V}^* .

Uz pretpostavku poznatih uzgonskih \vec{F}_i i viskoznih \vec{F}_v sila za beskonačno mnogo radijalnih presjeka duž krila vijka tj. uz poznavanje funkcija tih dviju sila u ovisnosti o radijalnom položaju duž krila vijka r te pod pretpostavkom jednakih krila vijka, može se izračunati ukupna sila u aksijalnom smjeru (sila poriva) i ukupni moment oko aksijalne osi broskog vijka kako slijedi [16]:

$$\vec{T} = Z \int_{r_h}^R [F_i \cos(\beta_i) - F_v \sin(\beta_i)] dr (\vec{e}_a), \quad (3.7)$$

$$\vec{Q} = Z \int_{r_h}^R [F_i \cos(\beta_i) - F_v \sin(\beta_i)] r dr (-\vec{e}_a), \quad (3.8)$$

gdje je \vec{T} ukupna sila poriva broskog vijka, \vec{Q} ukupni moment na vijak oko osi vrtnje broskog vijka, F_i amplituda neviskozne uzgonske sile na radijalni presjek krila vijka jediničnog radijusa, F_v amplituda viskozne sile koja djeluje na radijalni presjek krila vijka jedinične širine, r_h radijus glavine, a R radijus broskog vijka.

Iznosi prije spomenutih sila su:

$$F_i = \rho V^* \Gamma, \quad (3.9)$$

$$F_v = \frac{1}{2} \rho (V^*)^2 C_D c, \quad (3.10)$$

gdje je ρ gustoća tekućine, C_D koeficijent otpora profila presjeka krila vijka, a c duljina tetive profila radijalnog presjeka krila vijka.

Iz jednadžbe (3.9) i definicije koeficijenta uzgona za hidrodinamički profil jedinične širine koja glasi:

$$C_L = \frac{F_i}{\frac{1}{2} \rho (V^*)^2 c}, \quad (3.11)$$

jednostavno se izvede jednadžba za koeficijent uzgona:

$$C_L = \frac{2\Gamma}{V^* c}. \quad (3.12)$$

Jednadžba (3.12) pokazuje da se, uz poznavanje cirkulacije brzine na profilu koja se izračuna prema teoremu Kutta-Joukowski i uz poznavanje brzine nastrujavanja tekućine na profil radijalnog presjeka krila vijka, može jednostavno izračunati koeficijent uzgona.

Uz poznavanje koeficijenta uzgona i koeficijenta otpora pojedinih radijalnih presjeka krila vijka, množenjem tih veličina s duljinom tetive profila radijalnog presjeka krila vijka i zbrajanjem svih umnožaka od radijusa glavine do radijusa vijka, moguće je dobiti poriv \vec{T} i moment \vec{Q} koji su izraženi jednadžbama (3.7) i (3.8).

3.1 Vrtložna teorija vijka

Vrtložni model se sastoji od spirala konstantnog uspona i konstantnog radijusa, odnosno vrijedi za umjereno i malo opterećene brodske vijke, jer kod tako opterećenih brodskih vijaka ne dolazi do značajne kontrakcije mlaza. Uspon spirala je tangencijalan na resultantnu brzinu nastrujavanja tekućine na profil radijalnog presjeka krila vijka tj. zatvara kut β_i u odnosu na tangencijalnu brzinu [3].

Inducirane brzine i sile na radijalnom presjeku krila vijka se računaju na kontrolnim točkama duž krila vijka, koje su definirane bezdimenzijskim radijusom $\bar{r} = r/R$. Kontrolne točke se nalaze na pola duljine panela vrtložnog traga. Inducirane brzine se računaju pomoću jednadžbe:

$$u_a^*(m) = \sum_{n=1}^M \bar{u}_a^*(m,n) \Gamma(n). \quad (3.13)$$

gdje je $m = 1, \dots, M$ broj radijalnih kontrolnih točaka koje se nalaze na pola duljine panela vrtložnog traga, a $n = 1, \dots, M$ je broj radijalnih kontrolnih točaka. Brzina $\bar{u}_a^*(m,n)$ je aksijalna inducirana brzina uzrokovana "potkovastim" vrtlogom jedinične snage koji okružuje n -ti panel svakog od Z krila vijka [3]. Potkovasti vrtlog se sastoji od segmenta uzgonske linije i vrtložnih niti koje se protežu niz struju od krajeva segmenta uzgonske linije. Analogno vrijedi i za tangencijalnu induciranu brzinu u_t^* .

Vrtložni model koji se primjenjuje u programskom paketu otvorenog pristupa OpenProp [3] nije klasični vrtložni model. U klasičnom vrtložnom modelu uspon vrtložnog traga je interpoliran iz uspona izračunatog na kontrolnim točkama, koje su u sredini segmenta uzgonske linije, što uvodi nekonzistentnost u matematički model predložen od Lerbs-a [17] i Wrench-a [18].

U klasičnoj vrtložnoj teoriji svaki vezani vrtlog na kraju svog segmenta daje po jedan slobodni vrtlog i snaga tog slobodnog vrtloga definirana je kao razlika snaga dvaju susjednih vezanih vrtloga. U vrtložnom modelu koji se koristi unutar programskog paketa OpenProp dva slobodna vrtloga nastaju od jednog vezanog vrtloga na kraju segmenta uzgonske linije na kojoj vezani vrtlog djeluje. Ta dva slobodna vrtloga imaju isti uspon pa je time zadovoljena pretpostavka vrtložnog traga konstantnog uspona.

Prema tome, svaki potkovasti vrtlog zadovoljava Helmholtzov zakon nezavisno od ostalih potkovastih vrtloga na uzgonskoj liniji. Više detalja o ovom vrtložnom modelu zainteresirani čitatelji mogu pronaći u [3].

3.2 Modeliranje glavine

Glavina radijusa R_h se modelira imaginarnom vrtložnom rešetkom. Naime, niti vrtložnog traga imaju jednaku i suprotnu vrijednost jakosti cirkulacije od stvarnih vrtložnih niti na radijusu r_h koji se može izraziti kao [3]:

$$r_h(n, k) = \frac{R_h^2}{r_v(n, k)}, \quad (3.14)$$

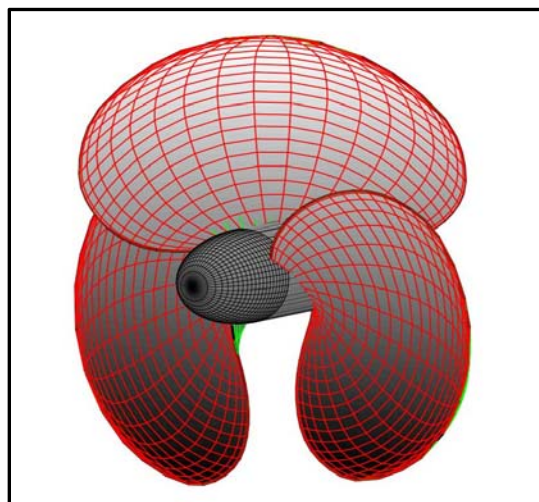
gdje je R_h radijus glavine, r_v radijus središta segmenata uzgonske linije, a $k=1, 2$ označava krajeve vrtložne plohe. Imaginarna vrtložnost se proteže duž cilindrične plohe koju glavina ostavlja u svome tragu te se savija u obliku spirale i oblikuje vrtlog glavine radijusa R_{hv} . Otpor glavine uzrokovan vrtložnim tragom glavine definiran je jednačbom:

$$\bar{D}_h = \frac{\rho Z^2}{16\pi} \left[\ln \left(\frac{R_h}{R_{hv}} \right) + 3 \right] \left[\Gamma_{(1)} \right]^2 (-\bar{e}_a). \quad (3.15)$$

Otpor glavine se oduzima od poriva proizvedenog krilima vijka kako bi se dobio stvarni poriv.

3.3 Priprema numeričkih simulacija

U programskom paketu otvorenog pristupa OpenProp provedene su numeričke simulacije slobodne vožnje vijka. Ulazni podatci za simulaciju su: oblik profila po radijalnim presjecima krila vijka, duljina tetiva profila po radijalnim presjecima, omjer uspona i promjera po pojedinim presjecima i raspodjela maksimalne debljine duž krila vijka. Nakon unosa geometrijskih značajki krila vijka započinje numerička simulacija, koja u vrlo kratkom vremenu daje hidrodinamičke značajke zadanog vijka. Programski paket OpenProp kao provjeru daje trodimenzijski prikaz vijka za koji je proveden proračun. Na slici 2. je dan trodimenzijski prikaz broskog vijka Gawnovne serije dobiven iz programskog paketa OpenProp.

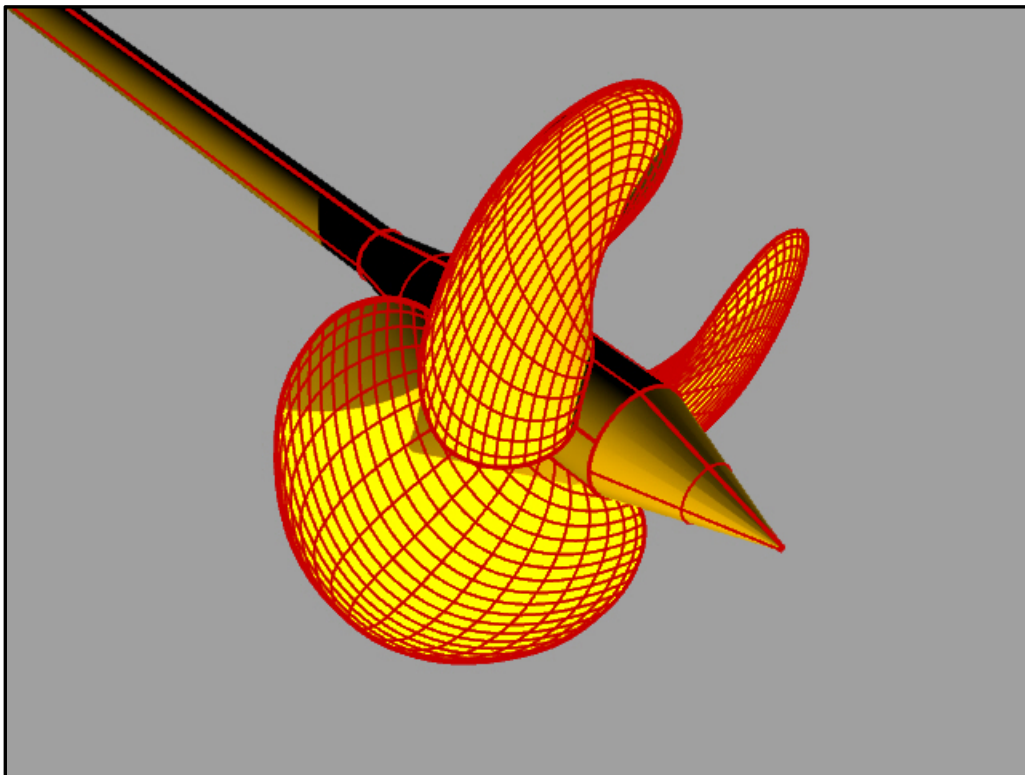


Slika 2. Trodimenzijski prikaz vijka Gawnovne serije iz programskog paketa OpenProp

4. Kreiranje geometrije Gawnovne serije brodskih vijaka

Geometrija brodskih vijaka koji su se koristili u ovom radu je kreirana u programskom paketu Rhinoceros. Geometrijski odnosi Gawnovne serije vijaka su uzeti iz [19]. Brodski vijci Gawnovne serije imaju segmentne profile duž krila vijka, a raspodjela debljine duž krila vijka je linearna. Vijci ove serije nemaju srpolikost, a ni nagib krila vijka. Uspon duž krila vijaka je konstantan. U literaturi nisu dostupne informacije o obliku ulaznog i izlaznog brida krila vijka, tj. o radijusu zakrivljenosti bridova krila vijka. Stoga se pretpostavio takav radijus zakrivljenosti da bude tehnološki izvediv.

U programskom paketu OpenProp je kreirana tekstualna datoteka koja sadrži položaj točaka segmentnih profila krila vijka u prostoru. U programskom paketu Rhinoceros je iz tekstualne datoteke kreiran skup segmentnih profila krila vijka iz kojih je dostupnim alatima kreirana ploha, koja predstavlja krilo vijka. Oblik glavine je pretpostavljen cilindričnog oblika promjera $0,2D$. Na slici 3. je prikazana kreirana geometrija brodskog vijka Gawnovne serije s omjerom $P/D = 0,8$



Slika 3. Prikaz geometrije brodskog vijka Gawnovne serije

5. Matematički model viskoznog strujanja

U ovom poglavlju dani su osnovni fizikalni zakoni koji opisuju strujanje nestlačive tekućine, primjenjeni model turbulencije te diskretizacija domene tekućine. U ovom poglavlju jednačbe su dane u indeksnoj notaciji.

5.1 Osnovni fizikalni zakoni

Fizikalni zakoni koji upravljaju pojavom strujanja nestlačive tekućine su zakon očuvanja mase i zakon očuvanja količine gibanja [20]:

- Zakon očuvanja mase u diferencijalnom obliku:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \quad (5.1)$$

gdje je u_i vektorsko polje brzine, a x_i je radij vektor.

- Zakon očuvanja količine gibanja u diferencijalnom obliku uz zanemarenje masenih sila (Navier-Stokesove jednačbe):

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_i \partial x_j}, \quad (5.2)$$

pri čemu je uvedena supstitucija:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}, \quad (5.3)$$

gdje je μ dinamički koeficijent viskoznosti tekućine, ρ gustoća tekućine, p tlak, a ν kinematički koeficijent viskoznosti tekućine.

Za slučaj turbulentnog strujanja tekućine, jednačbe (5.1) i (5.2) se vremenski osrednjuju i prelaze u osrednjenu jednačbu kontinuiteta i Reynoldsove osrednjene Navier-Stokesove jednačbe. Sustav jednačbi tada glasi:

- Osrednjeni zakon očuvanja mase u diferencijalnom obliku za nestlačivo strujanje:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0, \quad (5.4)$$

gdje je \bar{u}_i vremenski osrednjena brzina strujanja tekućine.

- Osrednjeni zakon očuvanja količine gibanja za nestlačivo strujanje (RANSE):

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_i \bar{u}_j + \overline{u'_i u'_j}) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{\tau}_{ij}}{\partial x_j}, \quad (5.5)$$

pri čemu je $\bar{\tau}_{ij}$:

$$\bar{\tau}_{ij} = \mu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right), \quad (5.6)$$

gdje je $\overline{u'_i u'_j}$ Reynoldsovo naprezanje podijeljeno s gustoćom fluida, $\overline{\tau_{ij}}$ osrednjeni tenzor viskozno naprezanja, a \overline{p} vremenski osrednjeni tlak.

Navedene diferencijalne jednačbe su parcijalne diferencijalne jednačbe, jednačba (5.1) je eliptičnog tipa, dok je jednačba (5.2) paraboličnog tipa.

5.2 Rubni uvjeti Navier–Stokesovih jednačbi

Sustav jednačbi (5.1) i (5.2) će rezultirati jednoznačnim rješenjem samo ako su zadani početni i rubni uvjeti. Broj i tip rubnih uvjeta je definiran tipom diferencijalnih jednačbi. Postoje tri tipa rubnih uvjeta iz kojih se mogu izvesti mnogobrojni rubni uvjeti [21]:

- Dirichletov rubni uvjet propisuje vrijednost na granici domene:

$$\phi = f(x, y, z), \quad (5.7)$$

gdje je ϕ proizvoljna varijabla, a f je funkcija prostornih koordinata.

- Von Neumannov rubni uvjet propisuje vrijednost gradijenta varijable na granici domene:

$$\frac{\partial \phi}{\partial n_i} = f(x, y, z), \quad (5.8)$$

gdje je n_i jedinični vektor vanjske normale.

- Miješani rubni uvjet propisuje kombinaciju vrijednosti varijable i gradijenta na granici domene:

$$a\phi + b\frac{\partial \phi}{\partial n_i} = f(x, y, z), \quad (5.9)$$

gdje su a i b proizvoljne konstante.

5.3 Model turbulencije

U ovom radu je korišten standardni $k-\omega$ SST (eng. *Shear Stress Transport*) model turbulencije koji je predložio Menter [22]. Ovaj model uključuje modifikaciju za utjecaj niskih Reynoldsovih brojeva. $k-\omega$ SST model turbulencije je empirijski model, gdje jedna jednačba uključuje turbulentnu kinetičku energiju k koja predstavlja skalu brzina, a druga jednačba uzima u obzir brzinu disipacije ω koja predstavlja skalu duljine.

Transportne jednačbe za nestlačivu tekućinu za k i ω glase:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + u_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = P_k - \beta^* k \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \sigma_k \nu_T) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right], \quad (5.10)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \alpha \frac{\omega}{k} P_k - \beta \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(v + \sigma_\omega v_T) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + 2(1 + F_1) \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i}, \quad (5.11)$$

gdje je k specifična kinetičke energija turbulencije, F_1 funkcija miješanja, a ω specifična brzina disipacije kinetičke energije turbulencije.

Koeficijenti za zatvaranje sustava jednadžbi (5.10) i (5.11) su kako slijedi [22]:

$$P_k = \min \left(\tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}, 10 \beta^* k \omega \right), \quad (5.12)$$

$$F_1 = \tanh \left[\left[\min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500v}{y^2 \omega} \right), \frac{4\sigma_{\omega 2} k}{CD_{k\omega}} \right] \right]^4 \right], \quad (5.13)$$

$$CD_{k\omega} = \max \left(2\rho \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i}, 10^{-10} \right), \quad (5.14)$$

$$S = \sqrt{2W_{ij}W_{ij}}, \quad (5.15)$$

$$W_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad (5.16)$$

$$\alpha_1 = \frac{5}{9}, \quad \alpha_2 = 0,44, \quad (5.17)$$

$$\beta_1 = \frac{3}{40}, \quad \beta_2 = 0,0828, \quad (5.18)$$

$$\beta^* = \frac{9}{100}, \quad (5.19)$$

$$\sigma_{k1} = 0,85, \quad \sigma_{k2} = 1, \quad (5.20)$$

$$\sigma_{\omega 1} = 0,5, \quad \sigma_{\omega 2} = 0,856. \quad (5.21)$$

Detaljnije o modelu turbulencije zainteresirani čitatelji mogu pronaći u [22].

Veza između ε i ω je:

$$\omega = \sqrt{\frac{\varepsilon}{l}} C_\mu^{-\frac{3}{8}}, \quad (5.22)$$

gdje je C_μ konstanta modela turbulencije koja iznosi 0,09, ε brzina disipacije energije turbulencije, a l karakteristična skala duljine.

Funkcija miješanja za konstante u transportnim jednadžbama za k i ω glasi:

$$C = F_1 C_1 + (1 - F_1) C_2, \quad (5.23)$$

gdje je C opća konstanta koja se koristi u $k - \omega$ SST modelu turbulencije, C_1 opća konstanta $k - \omega$ modela turbulencije, a C_2 opća konstanta $k - \varepsilon$ modela turbulencije.

Izraz za kinematički koeficijent turbulentne viskoznosti glasi:

$$v_T = \frac{a_1 k}{\max(a_1 \omega, SF_2)}, \quad (5.24)$$

gdje je F_2 funkcija miješanja određena sljedećim izrazom:

$$F_2 = \tanh \left[\max \left[\left(\frac{2\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right) \right]^2 \right], \quad (5.25)$$

gdje je y udaljenost od stijenke u smjeru normale na promatranu stijenku.

5.4 Logaritamski zakon brzine u turbulentnom graničnom sloju

Zidne funkcije predstavljaju matematički opis vrijednosti fizikalnih veličina, kao što su brzina, temperatura i tlak u turbulentnom graničnom sloju.

U programskom paketu STAR-CCM+ koriste se dva tipa zidnih funkcija [23]:

- standardna zidna funkcija koja ima diskontinuitet derivacije pri prijelazu iz laminarnog podsloja u turbulentni granični sloj,
- miješajuća zidna funkcija koja uključuje prijelazno područje te ima glatki prijelaz derivacije iz laminarnog podsloja u turbulentni granični sloj.

Modeli turbulencije koji sadrže funkcije prigušenja obično koriste miješajuću zidnu funkciju u cijelom području bezdimenzijske udaljenosti težišta volumena od stijenke y^+ . Standardna zidna funkcija se koristi prilikom visokih vrijednosti bezdimenzijske udaljenosti od stijenke y^+ [23].

Pomoću logaritamskog zakona brzine u turbulentnom graničnom sloju (zidne funkcije) računa se osrednjena brzina tekućine u turbulentnom graničnom sloju ovisno o udaljenosti promatrane točke od stijenke uz koju tekućina struji.

Logaritamski zakon je definiran izrazima:

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + C^+, \quad (5.26)$$

$$y^+ = \frac{yu_\tau}{\nu}, \quad (5.27)$$

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}, \quad (5.28)$$

$$u^+ = \frac{u}{u_\tau}, \quad (5.29)$$

gdje je y udaljenost promatrane točke od stijenke u smjeru vanjske normale na stijenk, y^+ bezdimenzijska udaljenost promatrane točke, u^+ bezdimenzijska brzina, τ_w smično naprezanje na stijenci, u_τ brzina trenja, κ je von Kármánova konstanta, a C^+ eksperimentalno određena konstanta. Von Kármánova konstanta eksperimentalno je određena i iznosi $\kappa = 0,41$, a konstanta C^+ iznosi 5,0 za glatku površinu.

Za vrijednosti bezdimenzijske udaljenosti $y^+ < 5$, tj. u laminarnom podsloju vrijedi linearni zakon ovisnosti brzine o udaljenosti promatrane točke od stijenke:

$$u^+ = y^+. \quad (5.30)$$

Za vrijednosti $y^+ > 30$ vrijedi jednadžba (5.26), a za vrijednosti $y^+ < 5$ vrijedi jednadžba (5.30). Za prijelazno područje $5 < y^+ < 30$ profil brzina u graničnom sloju nije dobro opisan ni jednadžbom (5.26) niti jednadžbom (5.30). Kako bi se postigle vrijednosti y^+ u težištima konačnih volumena unutar preporučenih vrijednosti, konačni volumeni se odabiru tako da njihovo težište bude unutar laminarnog podsloja ili u turbulentnom graničnom sloju, a izbjegava se položaj težišta konačnih volumena uz stijenk u prijelaznom području [20].

5.5 Metoda konačnih volumena

U metodi konačnih volumena, proračunska domena je podijeljena u konačan broj kontrolnih volumena. Konačni volumeni odgovaraju ćelijama proračunske mreže. Diskretni zapis integralnih transportnih jednadžbi je primijenjen na svaki kontrolni volumen. Cilj takvog zapisa je dobivanje sustava linearnih algebarskih jednadžbi s ukupnim brojem nepoznanica u svakom sustavu jednadžbi koji odgovara broju ćelija u proračunskoj mreži. U slučaju nelinearnih jednadžbi primjenjuje se iterativno rješavanje temeljeno na metodama linearizacije. Rezultirajuće linearne jednadžbe potom se rješavaju s algebarskim višemrežnim rješavačem [23].

5.6 Diskretizacija transportne jednadžbe

Metoda konačnih volumena je integralna metoda koja se temelji na integriranju konzervativnih oblika transportnih jednadžbi po kontrolnim volumenima na koje je podijeljena proračunska domena. Opća transportna jednadžba za polje fizikalne veličine φ glasi [20]:

$$\frac{d}{dt} \int_{KV} \varphi dV = - \iint_S \left(u_j \varphi - \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right) n_j dS + \frac{1}{\rho} \int_{KV} S_\varphi dV, \quad (5.31)$$

gdje je φ opća fizikalna veličina, KV kontrolni volumen, S kontrolna površina, n_j jedinični vektor vanjske normale na kontrolnu površinu, a S_φ jakost izvora / ponora fizikalne veličine φ .

Integralne jednadžbe se diskretiziraju aproksimacijom površinskih i volumenskih integrala. Srednja vrijednost fizikalne veličine φ u kontrolnom volumenu je:

$$\int_{KV} \varphi dV = \bar{\varphi}_{KV} \cdot KV, \quad (5.32)$$

gdje je KV iznos volumena kontrolnog volumena, a $\bar{\varphi}_{KV}$ srednja vrijednost fizikalne veličine unutar kontrolnog volumena. Za slučaj linearne raspodjele fizikalne veličine φ u kontrolnom volumenu, vrijednost fizikalne veličine u težištu kontrolnog volumena jednaka je osrednjenjnoj vrijednosti fizikalne veličine po kontrolnom volumenu. Za slučaj polja fizikalne veličine koje se ne mijenja linearno u kontrolnom volumenu, kontrolni volumeni trebaju biti što manji i što brojniji. Nadalje se može pisati:

$$\bar{\varphi}_{KV} \approx \varphi_p, \quad (5.33)$$

gdje je φ_p vrijednost fizikalne veličine u težištu kontrolnog volumena.

Diskretizacija transportne jednadžbe može se podijeliti na diskretizaciju pojedinih članova:

- Nestacionarnog člana (brzina promjene sadržaja fizikalne veličine φ):

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{KV} \varphi dV = \frac{d}{dt} (\bar{\varphi}_{KV} KV) \approx \frac{d}{dt} (\varphi_p KV) = \frac{d\varphi_p}{dt} KV. \quad (5.34)$$

- Izvorskog člana:

$$\int_{KV} S_\varphi dV = \bar{S}_{\varphi, KV} KV \approx S_p KV, \quad (5.35)$$

gdje je $\bar{S}_{\varphi, KV}$ srednja vrijednost jakosti izvora fizikalne veličine φ u kontrolnom volumenu, a S_p vrijednost jakosti izvora fizikalne veličine φ u težištu kontrolnog volumena.

Prije same aproksimacije površinski integral u jednadžbi (5.31), koji predstavlja tok fizikalnog svojstva uslijed konvekcije i difuzije kroz zatvorenu kontrolnu površinu, može se napisati u obliku:

$$\int_{S_f} \left(u_i \varphi - \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} \right) n_i dS = \int_{S_f} \left(u_i \varphi - \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right) dS = \left[\left(\overline{u_n \varphi} \right)_{S_f} - \Gamma \left(\frac{\partial \overline{\varphi}}{\partial n} \right)_{S_f} \right] S_f, \quad (5.36)$$

gdje je S_f površina jedne stranice kontrolnog volumena.

- Konvekcijskog člana:

$$\left(\overline{u_n \varphi} \right)_{S_f} \approx \bar{u}_{n,S_f} \bar{\varphi}_{S_f} \approx u_{n,f} \varphi_f, \quad (5.37)$$

gdje f označava točku u težištu stranice kontrolnog volumena, \bar{u}_{n,S_f} je srednja brzina u smjeru normale na stranicu kontrolnog volumena, $u_{n,f}$ vrijednost brzine u smjeru normale na stranicu kontrolnog volumena u težištu, $\bar{\varphi}_{S_f}$ srednja vrijednost fizikalne veličine na stranici kontrolnog volumena, a φ_f vrijednost fizikalne veličine u težištu stranice kontrolnog volumena.

Vrijednost φ_f moguće je dobiti iz vrijednosti φ u težištima kontrolnih volumena koje promatrana stranica kontrolnog volumena razdvaja.

- Difuzijskog člana:

$$\left(\frac{\partial \varphi}{\partial n} \right)_{S_f} \approx \left[\frac{\partial \varphi}{\partial n} \right]_f = \frac{1}{l} \left[\frac{\partial \varphi}{\partial \tilde{n}} \right]_f, \quad (5.38)$$

gdje je $\left(\frac{\partial \varphi}{\partial n} \right)_{S_f}$ srednja vrijednost derivacije u smjeru normale na stranicu kontrolnog volumena, a $\left[\frac{\partial \varphi}{\partial n} \right]_f$ vrijednost derivacije fizikalne veličine u smjeru normale u težištu stranice kontrolnog volumena.

Uvrštavanjem jednadžbi (5.34), (5.35), (5.37) i (5.38) u jednadžbu (5.31) dobije se njen diskretizirani oblik kako slijedi:

$$\frac{d\varphi_P}{dt} KV = - \sum_{S_f} \left(F \varphi_f - D \left[\frac{\partial \varphi}{\partial \tilde{n}} \right]_f \right)^{S_f} + \frac{1}{\rho} S_p KV, \quad (5.39)$$

gdje je F jakost konvekcije, D jakost difuzije, a \sum_{S_f} označava sumu po svim stranicama kontrolnog volumena.

5.7 Diskretizacija domene

Proračunska domena je diskretizirana na konačan broj kontrolnih volumena što rezultira proračunskom mrežom. Kontrolni volumeni potpuno ispunjavaju domenu i međusobno se ne preklapaju. Kontrolni volumeni moraju zadovoljiti sljedeće uvjete:

- svi kontrolni volumeni su zatvoreni i slabo konveksni,
- kontrolni volumeni potpuno ispunjavaju domenu i ne preklapaju se,
- centar kontrolnog volumena nalazi se u težištu kontrolnog volumena.

5.8 Metoda višestrukih rotirajućih referentnih koordinatnih sustava

Metoda višestrukih referentnih koordinatnih sustava se koristi za rješavanje fizikalnih pojava koje nisu u načelu stacionarne, ali ne sadrže velike nestacionarnosti kao što je i sam pokus slobodne vožnje vijka. Ova metoda se primjenjuje kod proračuna uprosječenih stacionarnih rješenja problema. Pokus slobodne vožnje vijka se provodi za svaki koeficijent napredovanja vijka, pri čemu se brzina vrtnje vijka i brzina lađice drže konstantnima. Izmjerene veličine poriva i momenta na vijku se potom osrednjuju u vremenu te se računa stacionarna vrijednost poriva i momenta. Prema tome, može se pretpostaviti da je pokus slobodne vožnje vijka stacionaran problem te se može primjeniti metoda višestrukih rotirajućih koordinatnih sustava [9].

U slučaju metode višestrukih rotirajućih koordinatnih sustava, jednačbe koje upravljaju pojavom se rješavaju zajedno s dodatnim članovima ubrzanja. Proračunska domena je podijeljena na stacionarni i rotirajući dio. Gledano iz nepomične točke apsolutna brzina i relativna brzina su povezane jednačbom:

$$u_i^R = u_i^I - \Omega_i r_j, \quad (5.40)$$

gdje je r_j radij vektor, Ω_i kutna brzina, nadindeks I označava inercijski koordinatni sustav, a nadindeks R označava relativni koordinatni sustav.

Zakon očuvanja mase i zakon očuvanja količine gibanja u relativnom koordinatnom sustavu sada glase:

$$\frac{\partial u_i^R}{\partial x_i} = 0, \quad (5.41)$$

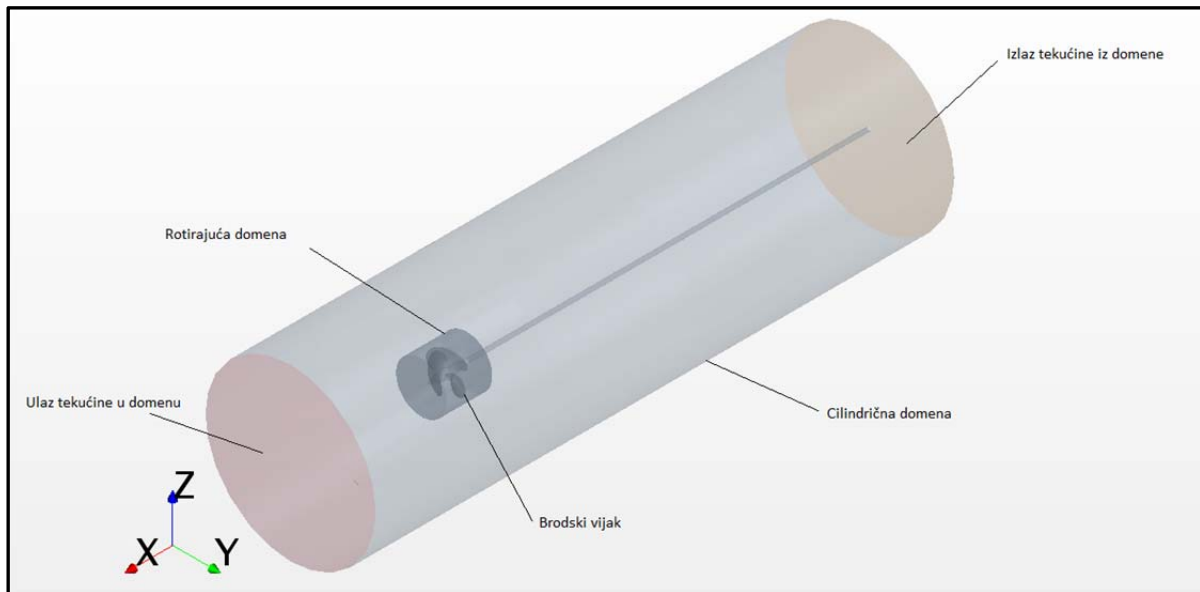
$$\frac{\partial u_i^R}{\partial t} + \frac{d\Omega_i}{dt} r_j + \frac{\partial}{\partial x_i} (u_i^R u_j^R) + 2\Omega_i u_j^R + \Omega_i \Omega_j r_k = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i^R}{\partial x_i \partial x_j}, \quad (5.42)$$

gdje je $2\Omega_i u_j^R$ Coriolisovo ubrzanje, a $\Omega_i \Omega_j r_k$ normalno (centripetalno) ubrzanje [9].

5.9 Proračunske mreže

U radu je korištena nestrukturirana mreža koja je dobivena korištenjem sljedećih alata za provedbu diskretizacije: Prism layer mesher, Trimmer te Surface remesher. Navedeni alati su

dostupni unutar programskog paketa STAR-CCM+. U programskom paketu STAR-CCM+ je pripremljena proračunska mreža prema preporuci iz [9]. Na slici 4. prikazana je geometrija korištene proračunske domene.



Slika 4. Geometrija proračunske domene

Prikazana proračunska domena na slici 4. ima sljedeće dimenzije normirane u odnosu na promjer brodskog vijka kako slijedi:

$$\frac{D_{\text{domena}}}{D} = 4,02 ,$$

$$\frac{L_{\text{domena ispred vijka}}}{D} = 3,68 ,$$

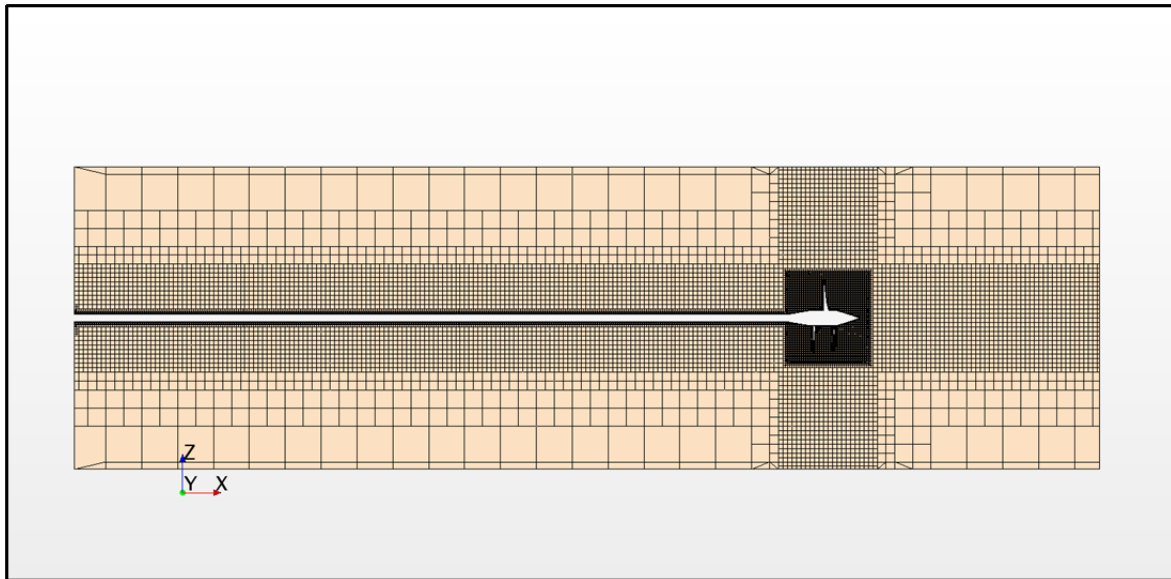
$$\frac{L_{\text{domena iza vijka}}}{D} = 9,96 .$$

U prikazanoj domeni na slici 4. je provedena diskretizacija računalne domene prema preporuci iz [9]. Profinjenje diskretizirane domene je provedeno preko cijele duljine domene unutar cilindra promjera normiranog u odnosu na promjer vijka. Također je provedeno i profinjenje preko cijelog promjera domene u duljini normiranoj u odnosu na promjer vijka. Normirane dimenzije cilindra za profinjenje proračunske mreže su:

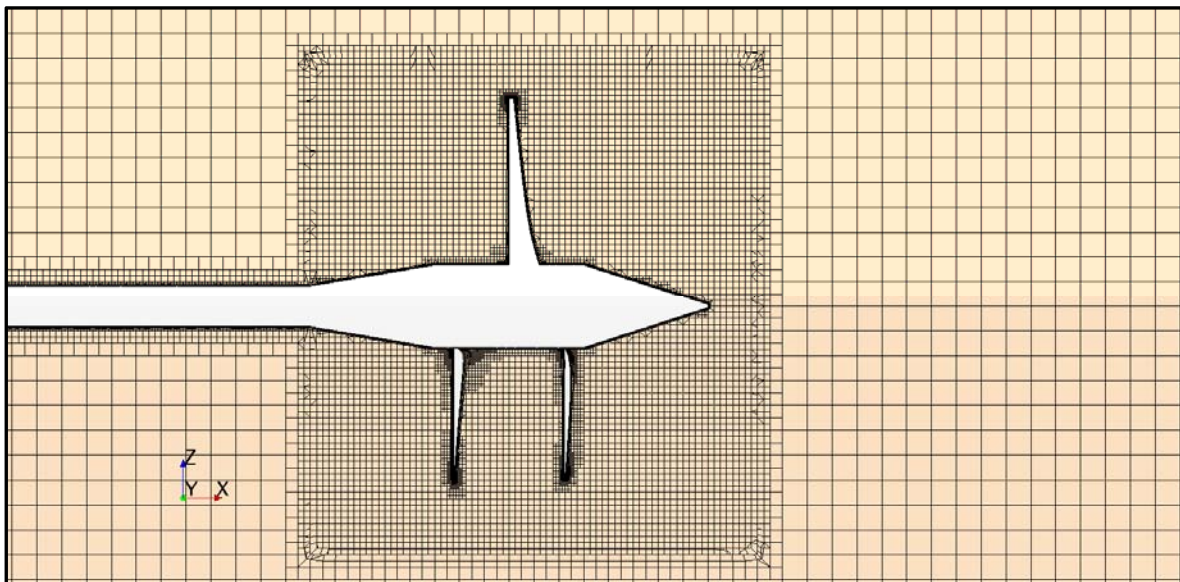
$$\frac{D_{\text{uzdužno profinjenje}}}{D} = 1,4 ,$$

$$\frac{L_{\text{poprečno profinjenje}}}{D} = 1,4 .$$

Proračunska domena za svih pet brodskih vijaka sastoji se od 2,5 milijuna konačnih volumena. Uzdužni presjek diskretizirane domene prikazan je na slikama 5. i 6.



Slika 5. Diskretizirana proračunska domena



Slika 6. Diskretizirana proračunska domena profinjena oko vijka

5.10 Postavke numeričke simulacije

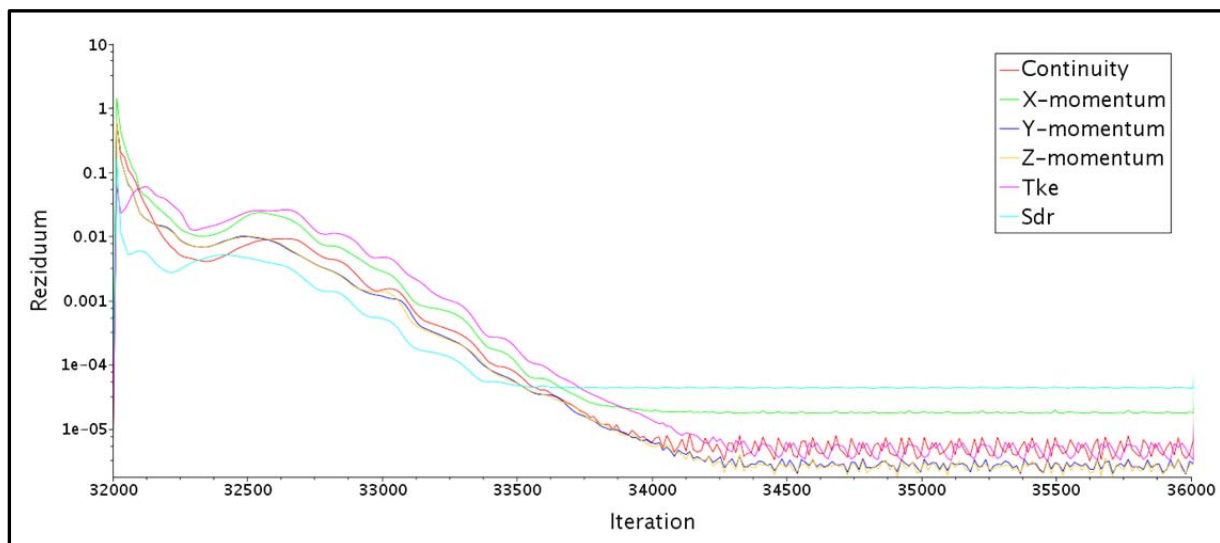
Za pokretanje numeričke simulacije viskoznog strujanja potrebno je postaviti rubne i početne uvjete. Početni uvjet ne utječe na konačno rješenje numeričke simulacije stacionarnog strujanja, već na vrijeme potrebno za postizanje konačnog rješenja polja brzine i polja tlaka. Prema prije navedenom je za početni uvjet pretpostavljena brzina strujanja tekućine u cijeloj domeni jednaka brzini tekućine na ulazu u domenu prema preporuci iz [23]. Rubni uvjeti se postavljaju na granice domene, tako da ne utječu na konačno rješenje. Granice domene su dovoljno udaljene i takvih fizikalnih svojstava da ne utječu na konačno rješenje. Rubni uvjet na ulazu domene je Dirichletov rubni uvjet, koji propisuje vrijednost brzine na ulazu u domenu. Brzina na ulazu u domenu je jednaka brzini napredovanja vijka, a računa se iz koeficijenta napredovanja J , promjera vijka i broja okretaja vijka. Broj okretaja vijka je odabran prema [19] za Gawnovu seriju vijaka. Brzina napredovanja vijka je:

$$V_a = JnD, \quad (5.43)$$

Rubni uvjet na izlazu tekućine iz domene za brzinu je von Neumannov rubni uvjet, koji propisuje vrijednost gradijenta brzine na izlazu. Gradijent brzine na izlazu iz domene je jednak nuli. Rubni uvjet na izlazu iz domene za tlak je Dirichletov rubni uvjet, koji propisuje vrijednost pretlaka na izlazu. Vrijednost pretlaka na izlazu iz domene je jednaka nuli. Rubni uvjet na plaštu cilindra domene je von Neumannov rubni uvjet, koji propisuje iznos gradijenta brzine. Iznos gradijenta brzine je jednak nuli.

Za metodu višestrukih referentnih koordinatnih sustava potrebno je definirati iznos brzine rotacije referentnog koordinatnog sustava u kojem brodski vijak rotira. Iznos brzine rotacije je definiran preko broja okretaja vijka i jednak je broju okretaja vijka.

Nakon pripreme proračunske domene i postavljanja početnih i rubnih uvjeta može se pristupiti iterativnom rješavanju polja brzine i polja tlaka. Kada integralne veličine kao što su sila na vijak i moment vijka prestanu oscilirati kroz iteracije konačno rješenje je postignuto. Uz to potrebno je pratiti i konvergenciju reziduuma za polje brzine i jednadžbu kontinuiteta kroz iteracije proračuna. Na slici 7. prikazan je dijagram reziduuma jednadžbi količine gibanja, jednadžbe kontinuiteta, kinetičke energije turbulencije i brzine disipacije kinetičke energije turbulencije u ovisnosti o broju koraka iteracija za koeficijent napredovanja $J=0,45$.



Slika 7. Reziduumi jednadžbi u ovisnosti o broju koraka iteracija za $J=0,45$

Praćenjem konvergencije integralnih veličina i reziduuma ustanovljen je potreban broj koraka za pojedini koeficijent napredovanja i iznosi 4000. Važno je napomenuti da se dobiveno rješenje u pojedinom koraku podrelaksiralo s podrelaksacijskim faktorom za brzinu u iznosu 0,5 i tlak u iznosu 0,1. Ovisno o geometriji broskog vijka za koji se provodi numerička simulacija ukupni broj iteracija je variran od 56000 do 72000 iteracija. Broj iteracija varira iz razloga što za veće vrijednosti omjera P/D vrijednost koeficijenta sile poriva pada na vrijednost blizu nule pri višim vrijednostima koeficijenta napredovanja.

Numeričke simulacije su provedene na računalu slijedećih specifikacija: Procesor: Intel® Core™ i7-2670QM CPU @ 2,20 GHz, Radna memorija 8 GB DDR3, OS: Win 10 Pro.

Simulacije su trajale od 5 dana i 15 sati za simulaciju od 56000 iteracija sve do 7 dana i 6 sati za simulaciju od 72000 iteracija.

6. Pokus slobodne vožnje broskog vijka

Hidrodinamičke značajke broskog vijka mogu se podijeliti na [19]:

- hidrodinamičke značajke broskog vijka u homogenom polju brzine napredovanja vijka tzv. hidrodinamičke značajke slobodne vožnje vijka,
- hidrodinamičke značajke broskog vijka iza trupa broda.

U slučaju slobodne vožnje vijka hidrodinamičke značajke se odnose na sile i momente koji djeluju na brodski vijak u slučaju homogenog polja brzine nastrujavanja tekućine na disk vijka. Fizikalne veličine su konstantne u vremenu te se fizikalna pojava smatra stacionarnom, uz izuzetak broskog vijka koji je postavljen pod kutom u odnosu na nastrujavanje tekućine na disk vijka.

Hidrodinamičke značajke vijka iza broskog trupa kada vijak radi u polju sustrujanja broskog trupa imaju stacionarne i nestacionarne komponente zbog prirode takve fizikalne pojave.

Iz prije navedenih razloga se hidrodinamičke značajke broskog vijka razmatraju odvojeno tj. razmatra se slučaj rada vijka u homogenom polju brzine nastrujavanja i iza trupa broda [19].

6.1 Hidrodinamičke značajke broskog vijka u slobodnoj vožnji

Sile i momenti koji djeluju na brodski vijak se izražavaju u bezdimenzijskom obliku kako slijedi:

- Koeficijent poriva:

$$K_T = \frac{T}{\rho n^2 D^4}, \quad (6.1)$$

gdje je T sila poriva koju proizvodi brodski vijak, ρ gustoća tekućine u kojoj brodski vijak radi, n broj okretaja vijka, a D promjer vijka.

- Koeficijent momenta:

$$K_Q = \frac{Q}{\rho n^2 D^5}, \quad (6.2)$$

gdje je Q moment koji djeluje na brodski vijak.

Hidrodinamičke značajke broskog vijka prikazuju se kao funkcija koeficijenta napredovanja koji glasi:

$$J = \frac{V_a}{nD}, \quad (6.3)$$

gdje je V_a brzina napredovanja broskog vijka.

Prilikom provođenja pokusa slobodne vožnje vijka također je poželjno držati kavitacijski broj iznad određene vrijednosti kako bi se izbjegla kavitacija koja utječe na hidrodinamičke značajke broskog vijka.

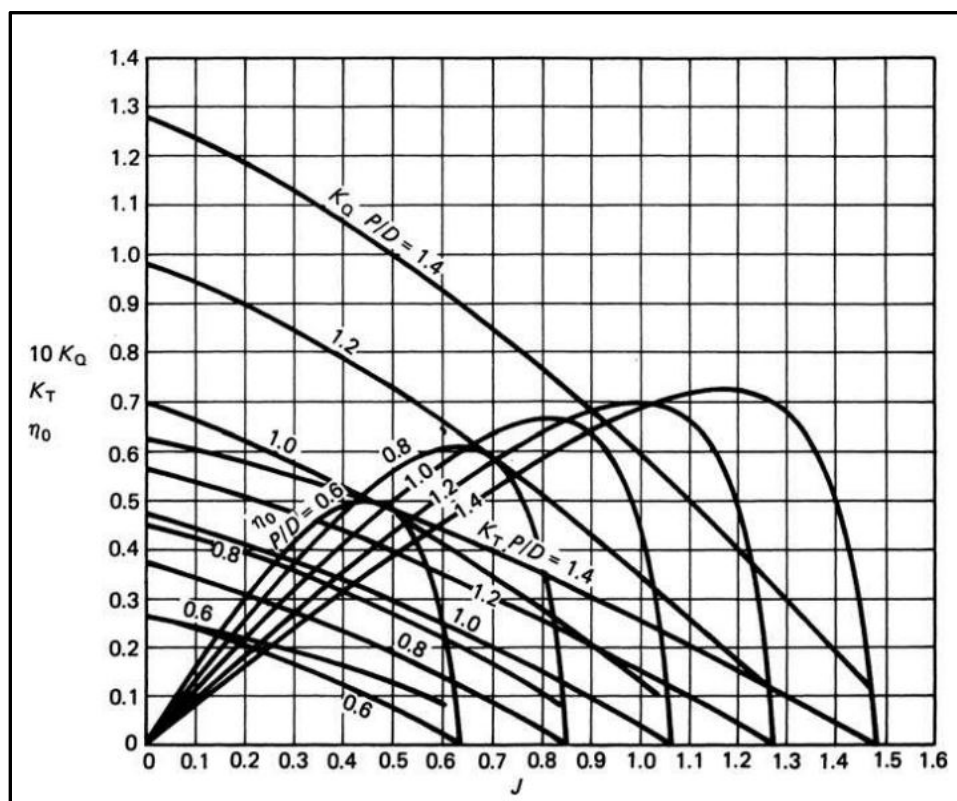
Kavitacija je isparavanje tekućine uzrokovano padom statičkog tlaka ispod tlaka isparavanja tekućine pri okolišnoj temperaturi. Kada mjehurići parne faze prestruje u područje višeg statičkog tlaka implodiraju te narušavaju strukturni integritet vijka kao i njegove hidrodinamičke značajke.

Kavitacijski broj se računa prema izrazu:

$$\sigma = \frac{p_0 - e}{\frac{1}{2} \rho V^2}, \quad (6.4)$$

gdje je $p_0 - e$ statički tlak na pojedinom radijalnom presjeku broskog vijka, V reprezentativna brzina koja može biti brzina napredovanja V_a ili brzina rotacije broskog vijka. Za pokus slobodne vožnje vijka bolje je koristiti brzinu napredovanja V_a . Iznimka je slučaj vuče na stupu gdje je $V_a = 0$ pa kavitacijski broj teži u beskonačnost $\sigma \rightarrow \infty$ [19].

Rezultati slobodne vožnje broskog vijka se prikazuju dijagramom hidrodinamičkih značajki slobodne vožnje vijka $K_T - 10K_Q - \eta_0$. Primjer takvog dijagram prikazan je na slici 8. za različite omjere uspona i promjera vijka P/D .



Slika 8. Dijagram slobodne vožnje vijka [19]

7. Rezultati

U ovom poglavlju je prikazana validacija rezultata numeričkih simulacija temeljenih na teoriji uzgonske linije i numeričkih simulacija temeljenih na viskoznom strujanju s eksperimentalnim podacima za Gawnovu seriju vijaka segmentnih profila [24].

7.1 Eksperimentalni podatci

Eksperimentalni podatci su dani u obliku polinoma [24], koji su dobiveni regresijskom analizom iz eksperimentalnih podataka po uzoru na Wageningen B seriju brodskih vijaka [19].

Polinomi pomoću kojih se računaju hidrodinamičke značajke ovise o omjeru razvijene površine vijka i površine diska vijka A_E/A_0 , omjeru uspona i promjera vijka P/D , broju krila vijka Z i koeficijentu napredovanja J . Mijenjanjem koeficijenta napredovanja u polinomima, moguće je dobiti hidrodinamičke značajke vijka K_T i K_Q za cijeli raspon koeficijenta napredovanja. Koeficijenti polinoma su prikazani u tablicama 1. i 2.

Polinom za koeficijent poriva glasi:

$$K_T = \sum_{n=1}^{39} C_n \cdot J^s \cdot (P/D)^t \cdot (A_E/A_0)^u \cdot Z^v, \quad (7.1)$$

gdje su vrijednosti koeficijenata C_n , s , t , u , v dane u tablici 1., a vrijednosti varijabli (P/D) , (A_E/A_0) i Z su određene geometrijom brodskog vijka.

Polinom za koeficijent momenta glasi:

$$K_Q = \sum_{n=1}^{47} C_n \cdot J^s \cdot (P/D)^t \cdot (A_E/A_0)^u \cdot Z^v, \quad (7.2)$$

gdje su vrijednosti koeficijenata C_n , s , t , u i v dane u tablici 2.

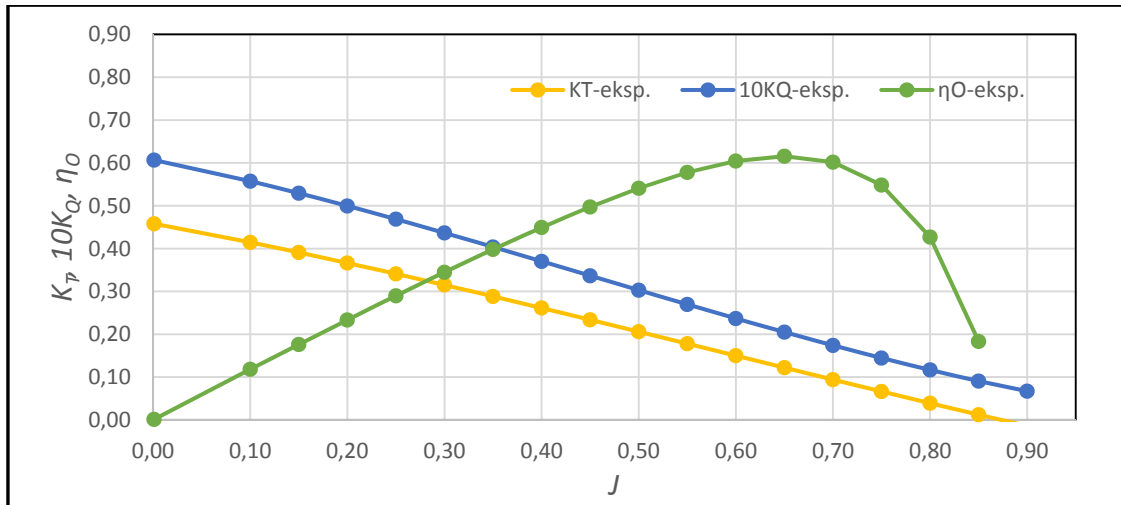
Tablica 1. Koeficijenti polinoma za računanje koeficijenta poriva K_T

K_T					
n	C_n	$s(J)$	$t(P/D)$	$u(A_E/A_0)$	$v(Z)$
1	-0,0558636300	0	0	0	0
2	-0,2173010900	1	0	0	0
3	0,2605314000	0	1	0	0
4	0,1581140000	0	2	0	0
5	-0,1475810000	2	0	1	0
6	-0,4814970000	1	1	1	0
7	0,3781227800	0	2	1	0
8	0,0144043000	0	0	0	1
9	-0,0530054000	2	0	0	1
10	0,0143481000	0	1	0	1
11	0,0606826000	1	1	0	1
12	-0,0125894000	0	0	1	1
13	0,0109689000	1	0	1	1
14	-0,1336980000	0	3	0	0
15	0,0024115700	0	6	0	0
16	-0,0005300200	2	6	0	0
17	0,1684960000	3	0	1	0
18	0,0263454200	0	0	2	0
19	0,0436013600	2	0	2	0
20	-0,0311849300	3	0	2	0
21	0,0124921500	1	6	2	0
22	-0,0064827200	2	6	2	0
23	-0,0084172800	0	3	0	1
24	0,0168424000	1	3	0	1
25	-0,0010229600	3	3	0	1
26	-0,0317791000	0	3	1	1
27	0,0186040000	1	0	2	1
28	-0,0041079800	0	2	2	1
29	-0,0006068480	0	0	0	2
30	-0,0049819000	1	0	0	2
31	0,0025963000	2	0	0	2
32	-0,0005605280	3	0	0	2
33	-0,0016365200	1	2	0	2
34	-0,0003287870	1	6	0	2
35	0,0001165020	2	6	0	2
36	0,0006909040	0	0	1	2
37	0,0042174900	0	3	1	2
38	0,0000565229	3	6	1	2
39	-0,0014656400	0	3	2	2

Tablica 2. Koeficijenti polinoma za računanje koeficijenta momenta K_Q

K_Q					
n	C_n	$s(J)$	$t(P/D)$	$u(A_E/A_0)$	$v(Z)$
1	0,0051589800	0	0	0	0
2	0,0160666800	2	0	0	0
3	-0,0441153000	1	1	0	0
4	0,0068222300	0	2	0	0
5	-0,0408811000	0	1	1	0
6	-0,0773296700	1	1	1	0
7	-0,0885381000	2	1	1	0
8	0,1693750200	0	2	1	0
9	-0,0037087100	1	0	0	1
10	0,0051369600	0	1	0	1
11	0,0209449000	1	1	0	1
12	0,0047431900	2	1	0	1
13	-0,0072340800	2	0	1	1
14	0,0043838800	1	1	1	1
15	-0,0269403000	0	2	1	1
16	0,0558082000	3	0	1	0
17	0,0161886000	0	3	1	0
18	0,0031808600	1	3	1	0
19	0,0129043500	0	0	2	0
20	0,0244508400	1	0	2	0
21	0,0070064300	3	0	2	0
22	-0,0271904600	0	1	2	0
23	-0,0166458600	3	1	2	0
24	0,0300449000	2	2	2	0
25	-0,0336974900	0	3	2	0
26	-0,0035002400	0	6	2	0
27	-0,0106854000	3	0	0	1
28	0,0011090300	3	3	0	1
29	-0,0003139120	0	6	0	1
30	0,0035895000	3	0	1	1
31	-0,0014212100	0	6	1	1
32	-0,0038363700	1	0	2	1
33	0,0126803000	0	2	2	1
34	-0,0031827800	2	3	2	1
35	0,0033426800	0	6	2	1
36	-0,0018349100	1	1	0	2
37	0,0001124510	3	2	0	2
38	-0,0000297228	3	6	0	2
39	0,0002695510	1	0	1	2
40	0,0008326500	2	0	1	2
41	0,0015533400	0	2	1	2
42	0,0003026830	0	6	1	2
43	-0,0001843000	0	0	2	2
44	-0,0004253990	0	3	2	2
45	0,0000869243	3	3	2	2
46	-0,0004659000	0	6	2	2
47	0,0000554194	1	6	2	2

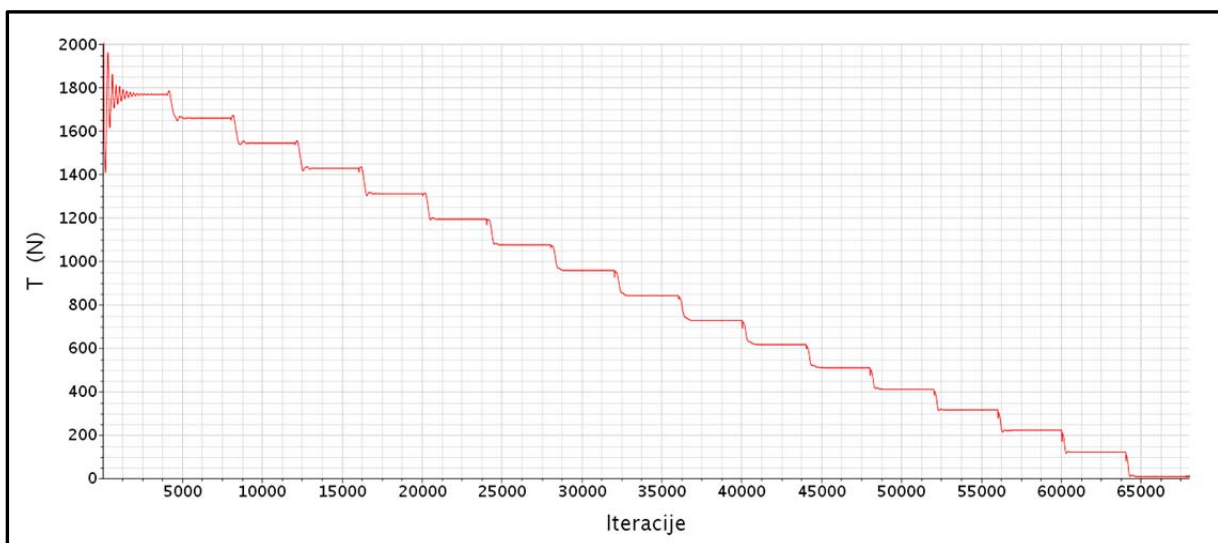
Primjer dijagrama slobodne vožnje vijka dobiven primjenom polinoma (7.1) i (7.2) za vijak Gawnove serije geometrijskih karakteristika: $(P/D)=0,8$, $(A_E/A_0)=1,1$ i $Z=3$ prikazan je na slici 9.



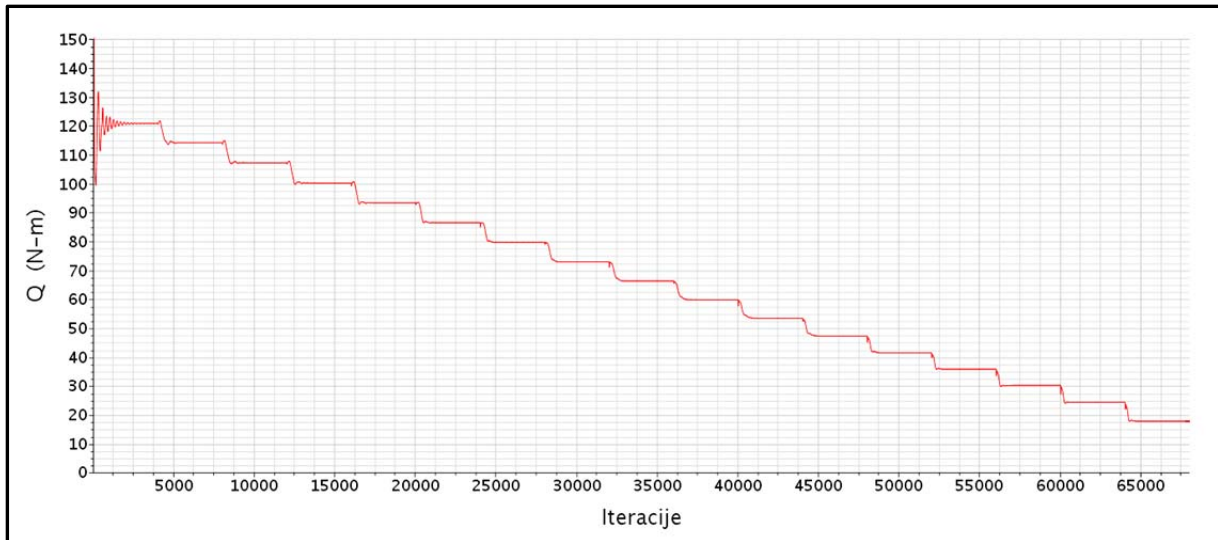
Slika 9. Dijagram slobodne vožnje vijka

7.2 Rezultati numeričke simulacije viskoznog strujanja

U ovom poglavlju su detaljno analizirani rezultati numeričke simulacije viskoznog strujanja za jedan vijak iz Gawnove serije koji ima omjer uspona i promjera $P/D=0,8$, promjer $D=0,503$ m i omjer razvijene površine i površine diska vijka $A_E/A_0=1,1$. Rezultati numeričke simulacije su integralne veličine sile poriva i momenta na vijku za pojedini koeficijent napredovanja. Koeficijent napredovanja je povećan svakih 4000 iteracija za 0,05, a imao je početnu vrijednost 0,1. Dijagram sile poriva i momenta vijka za jedan vijak iz Gawnove serije je prikazan na slikama 10. i 11.



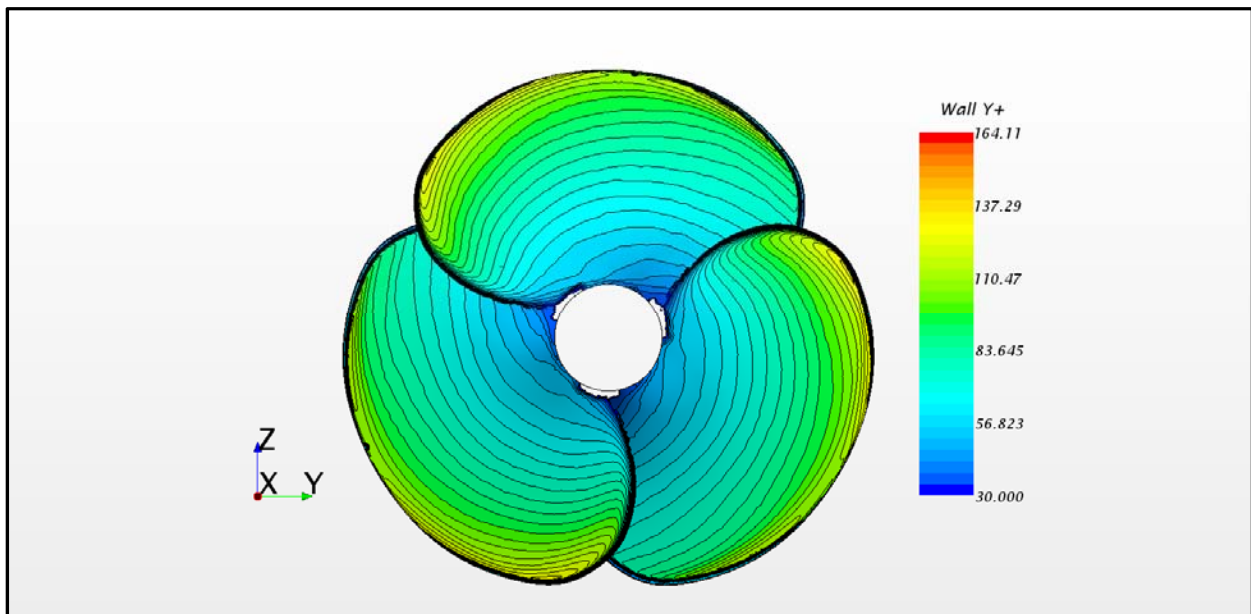
Slika 10. Konvergencija sile poriva kroz iteracije



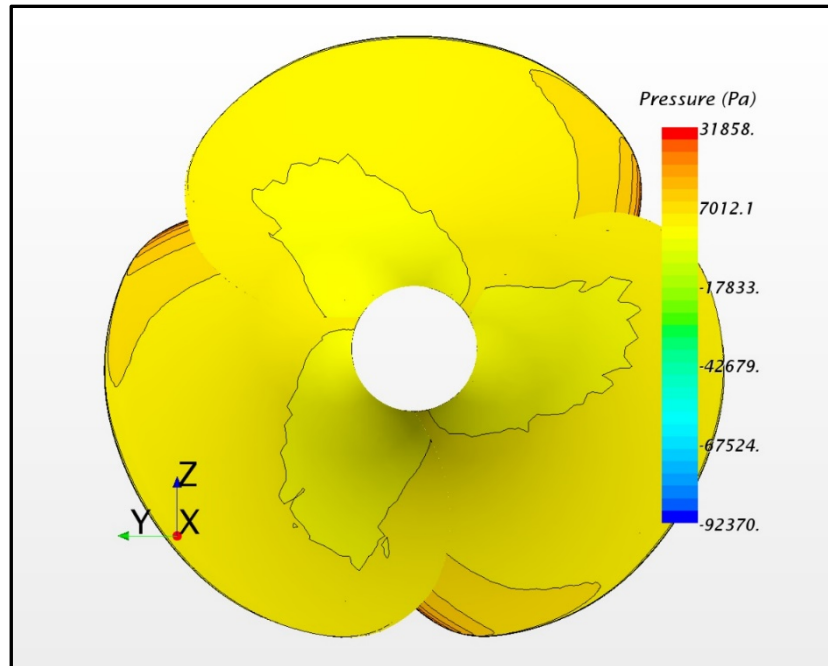
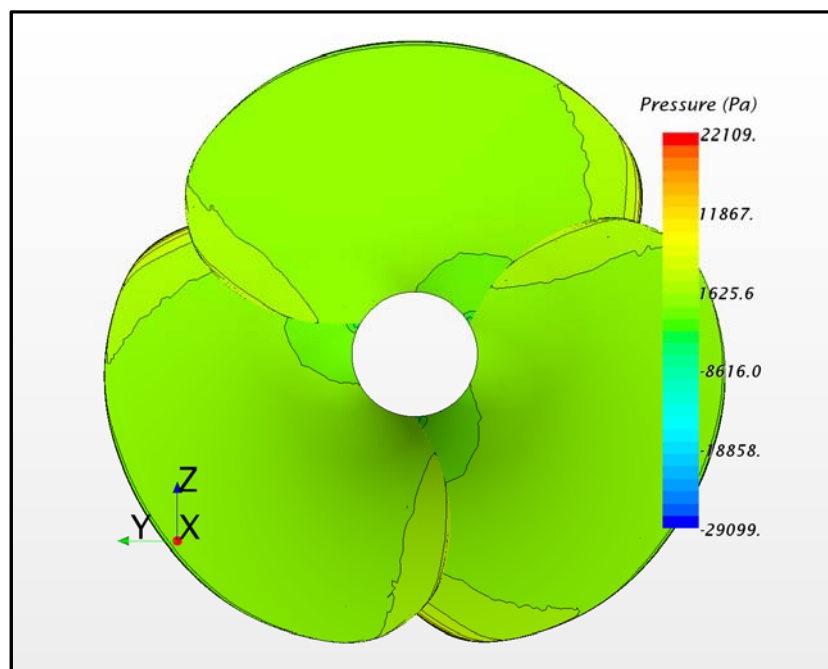
Slika 11. Konvergencija momenta vijka kroz iteracije

Rezultati numeričke simulacije viskoznog strujanja su prikazani kao hidrodinamički koeficijenti K_T , K_Q i stupanj iskoristivosti vijka u slobodnoj vožnji η_o . Numeričke simulacije viskoznog strujanja pružaju uvid u polje brzine i polje tlakova unutar domene.

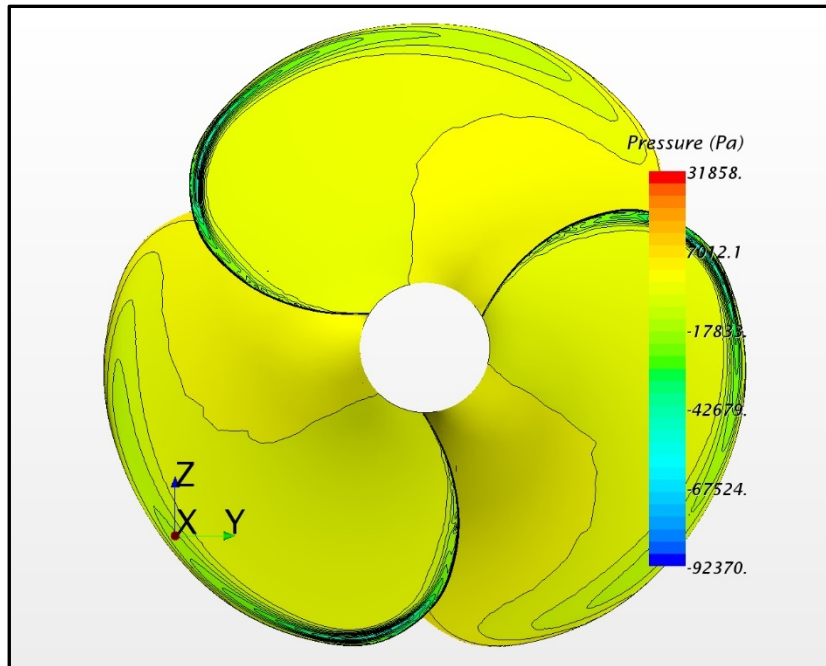
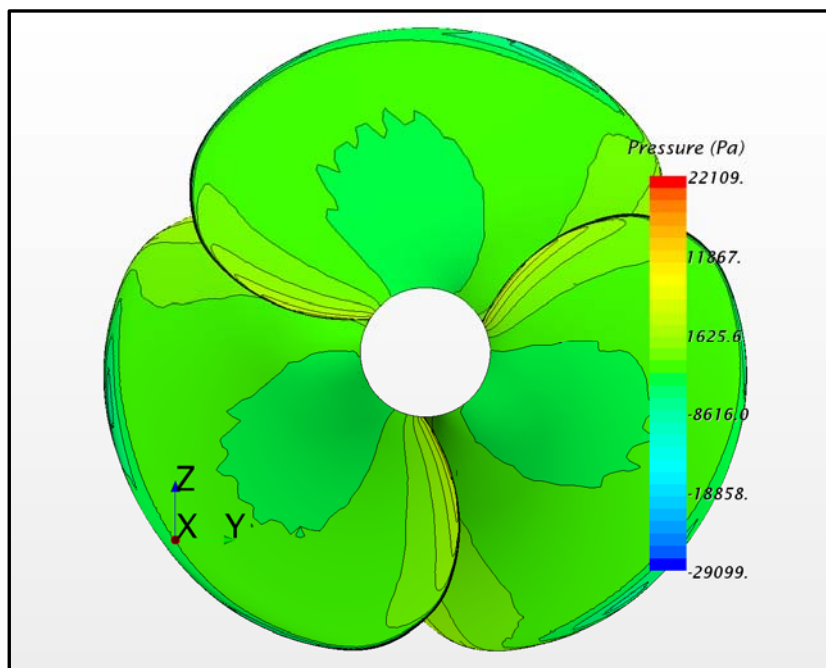
Na slici 12. je prikazana vrijednost bezdimenzijske udaljenosti težišta kontrolnih volumena od stijenke vijka. Na slici se vidi da je vrijednost u preporučenim granicama za korištenje funkcija zida.

Slika 12. Vrijednost bezdimenzijske udaljenosti kontrolnih volumena od stijenke y^+

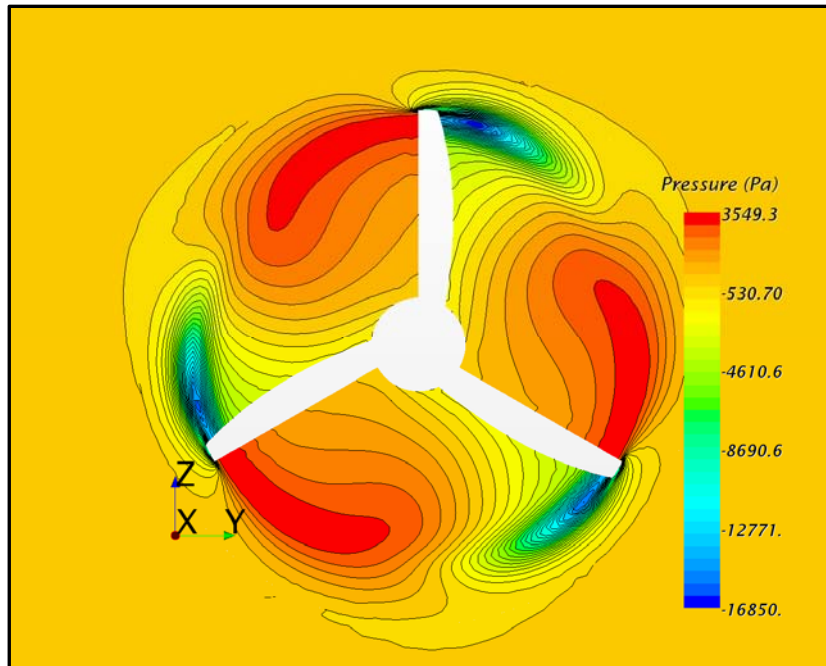
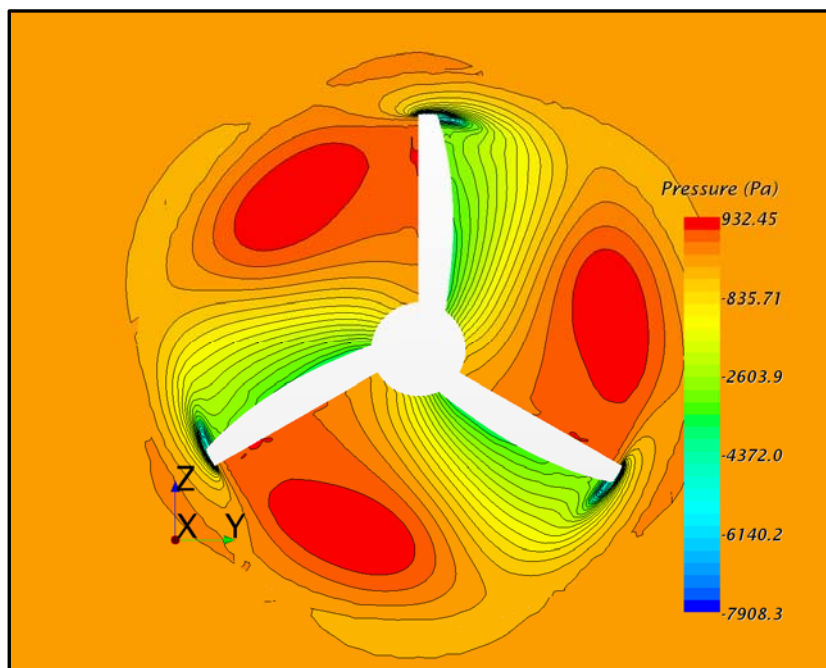
Na slikama 13. i 14. je prikazano polje tlaka na tlačnoj strani vijka za dva koeficijenta napredovanja. Može se primjetiti kako na tlačnoj strani krila vijka pada iznos pretlaka s porastom koeficijenta napredovanja zbog sve manje opterećenosti broskog vijka.

Slika 13. Raspodjela polja tlaka na tlačnoj strani krila vijka za $J=0,20$ Slika 14. Raspodjela polja tlaka na tlačnoj strani krila vijka za $J=0,55$

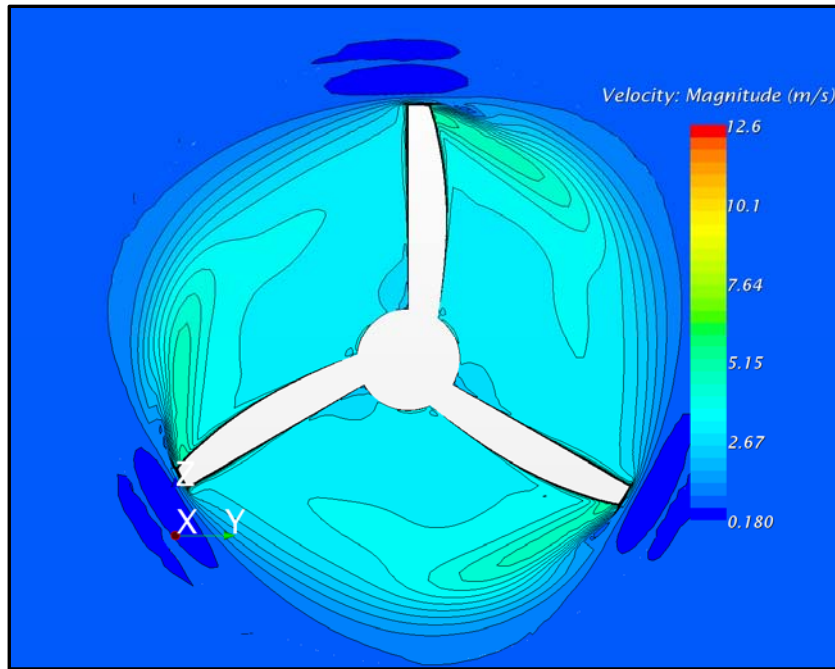
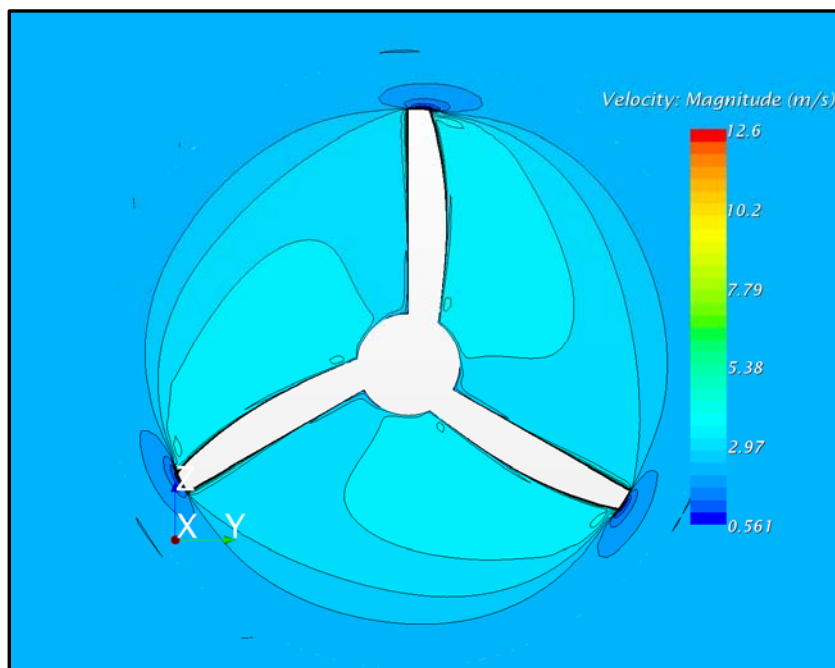
Na slikama 15. i 16. je prikazano polje tlaka na podtlačnoj strani krila vijka. Na slikama se vidi opadanje podtlaka na podtlačnoj strani brodskog vijka s povećanjem koeficijenta napredovanja. Uzrok tome je sve veća brzina strujanja tekućine i manje opterećenje vijka. Kako su dvije trećine sile poriva rezultat podtlaka na podtlačnoj strani krila vijka [1], sila poriva je manja pri većoj vrijednosti koeficijenta napredovanja.

Slika 15. Raspodjela tlaka na podtlačnoj strani krila vijka za $J=0,20$ Slika 16. Raspodjela polja tlaka na podtlačnoj strani krila vijka za $J=0,55$

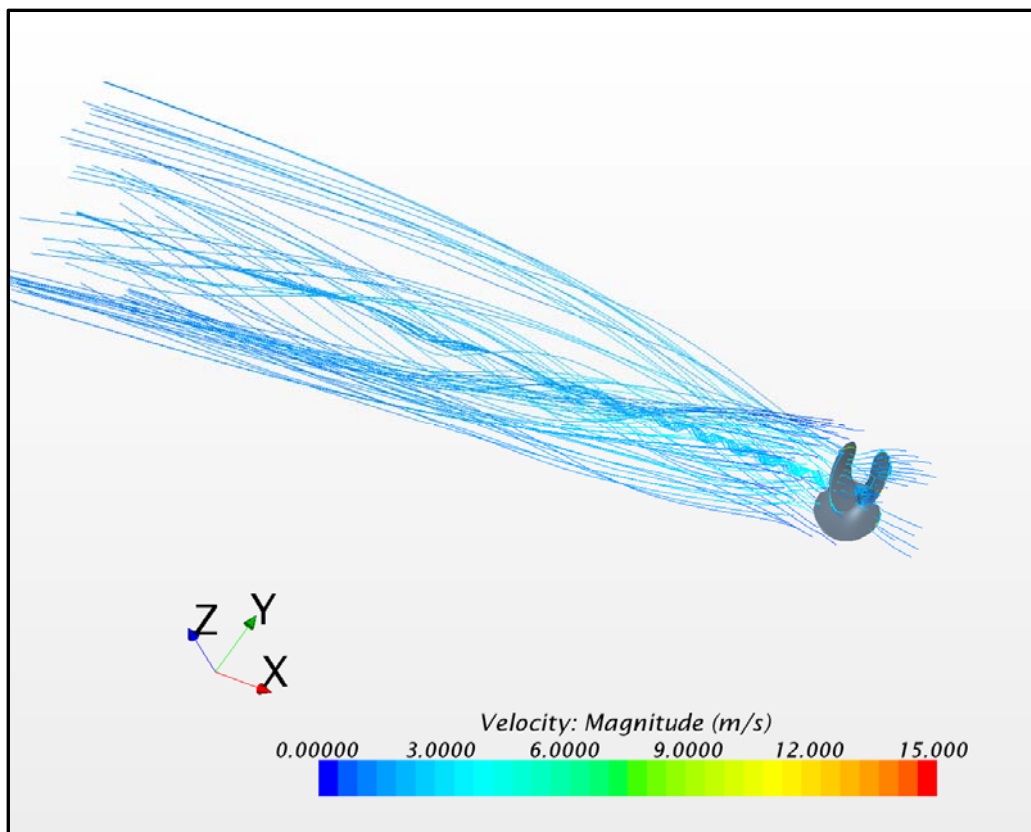
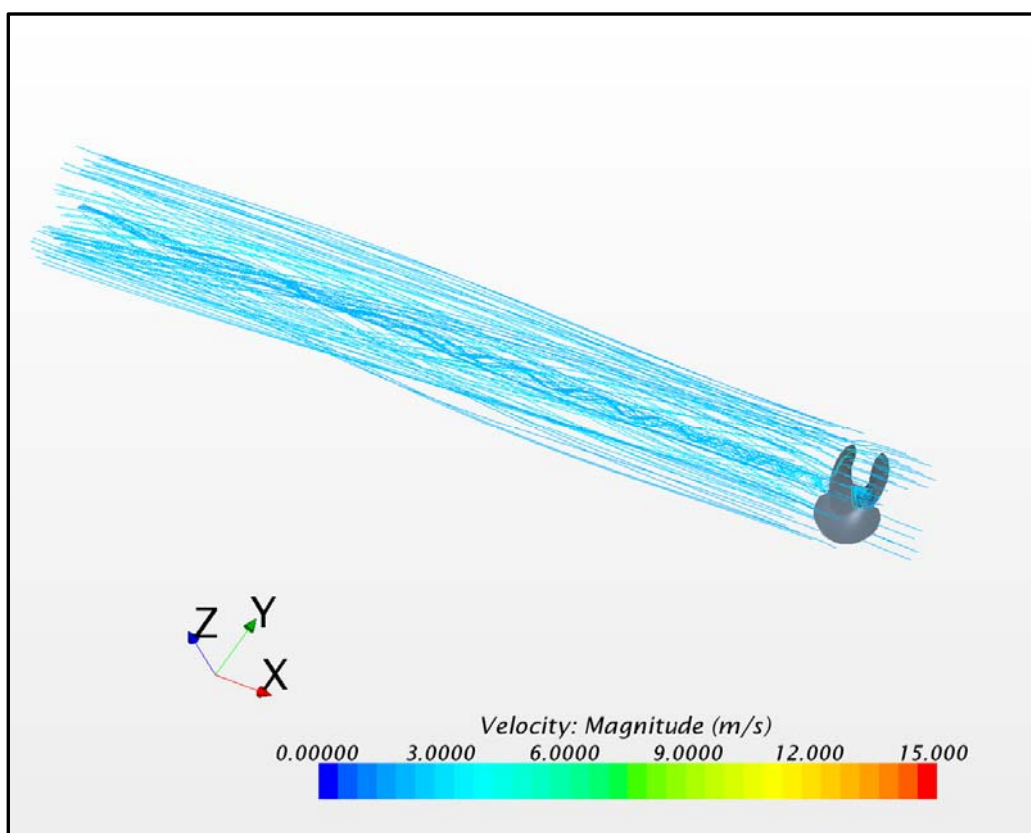
Na slikama 17. i 18. prikazana je raspodjela polja tlaka u vertikalnoj poprečnoj ravnini. Moguće je uočiti znatno veću razliku tlaka između tlačne i podtlačne strane vijka pri manjoj vrijednosti koeficijenta napredovanja vijka. Uzrok tome je znatno veće opterećenje vijka pri manjim koeficijentima napredovanja vijka.

Slika 17. Raspodjela polja tlaka u vertikalnoj poprečnoj ravnini za $J=0,20$ Slika 18. Raspodjela polja tlaka u vertikalnoj poprečnoj ravnini za $J=0,55$

Na slikama 19. i 20. se vidi raspodjela polja brzine u vertikalnoj poprečnoj ravnini za dva koeficijenta napredovanja. Moguće je uočiti veću razliku brzine u struji vijka i slobodnoj struji tekućine pri manjem koeficijentu napredovanja. Razlog tome je veća sila poriva pri manjim koeficijentima napredovanja tj. veće opterećenje vijka.

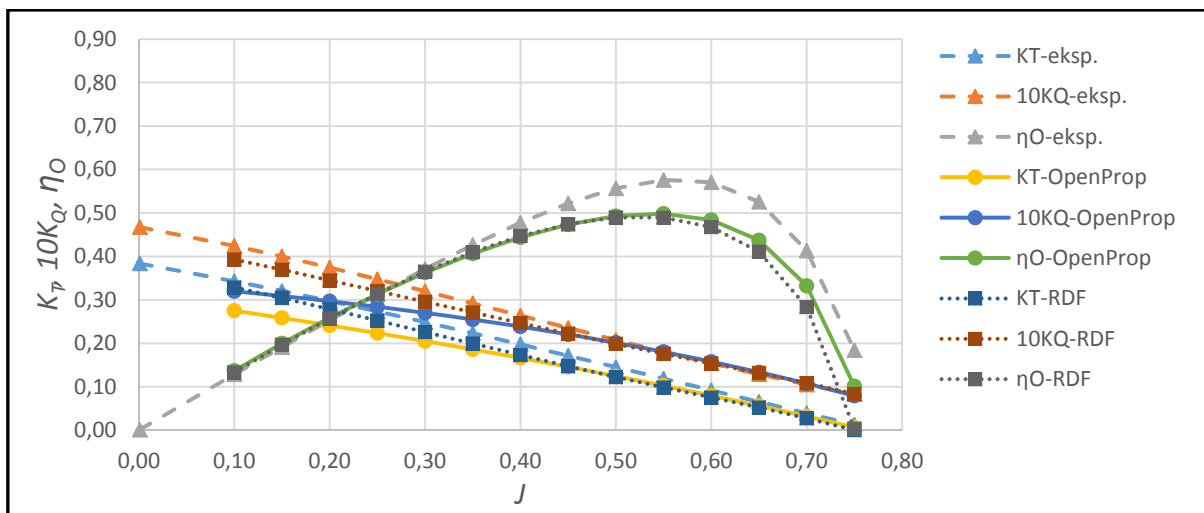
Slika 19. Polje brzine u vertikalnoj poprečnoj ravnini za $J=0,20$ Slika 20. Polje brzine u vertikalnoj poprečnoj ravnini za $J=0,55$

Na slikama 21. i 22. su prikazane strujnice za dva koeficijenta napredovanja na kojima se vidi rotacija mlaza. Moguće je uočiti znatno veću rotaciju mlaza pri manjem koeficijentu napredovanja. Rotacija mlaza utječe na smanjenje iskoristivosti brodskog vijka u slobodnoj vožnji zbog gubitka kinetičke energije mlaza.

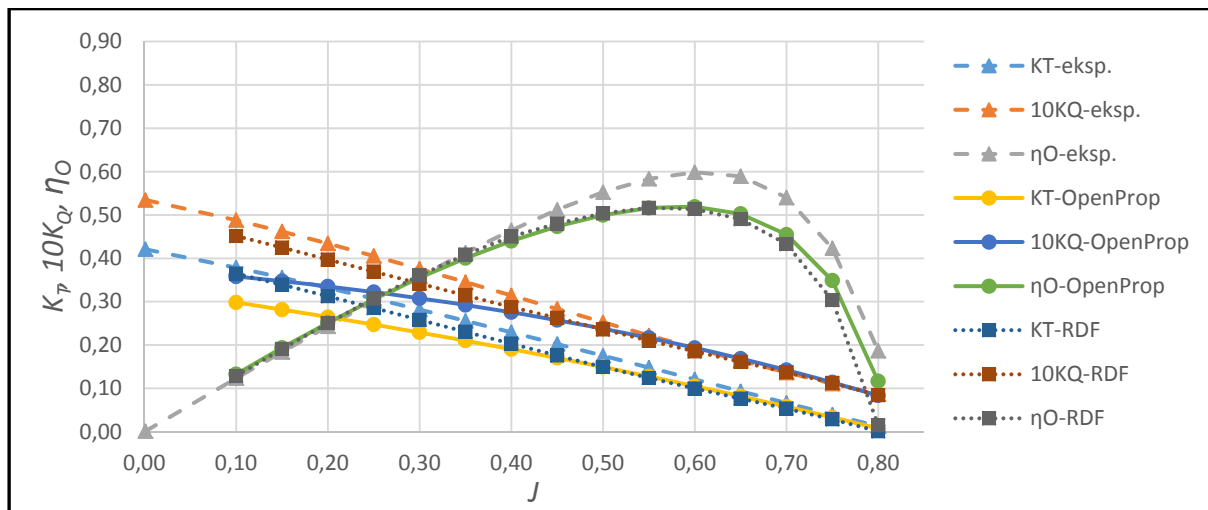
Slika 21. Prikaz strujnica iza broskog vijka za $J=0,20$ Slika 22. Prikaz strujnica iza broskog vijka za $J=0,55$

7.3 Usporedba rezultata

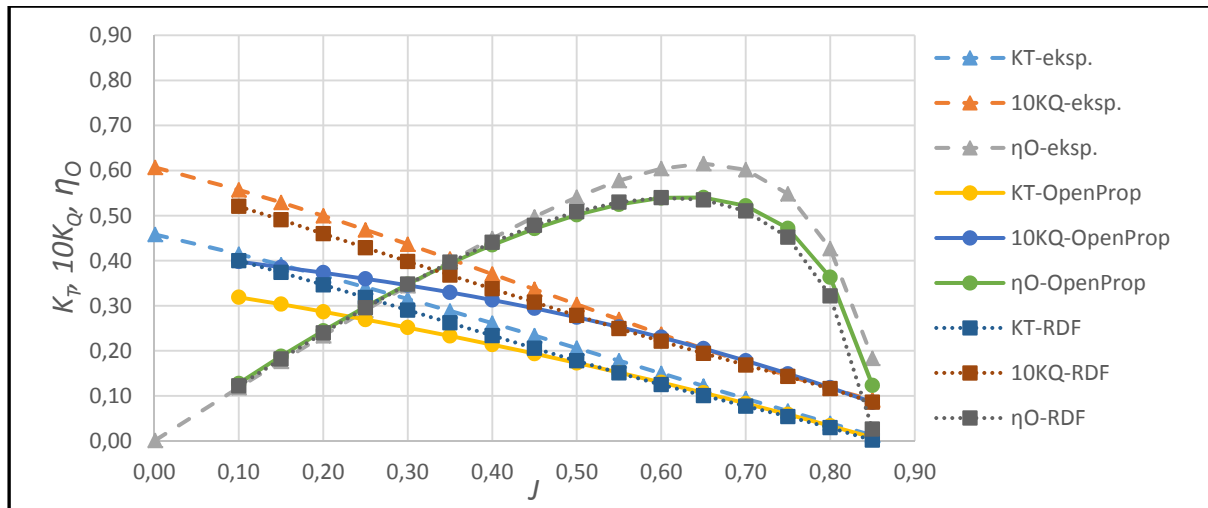
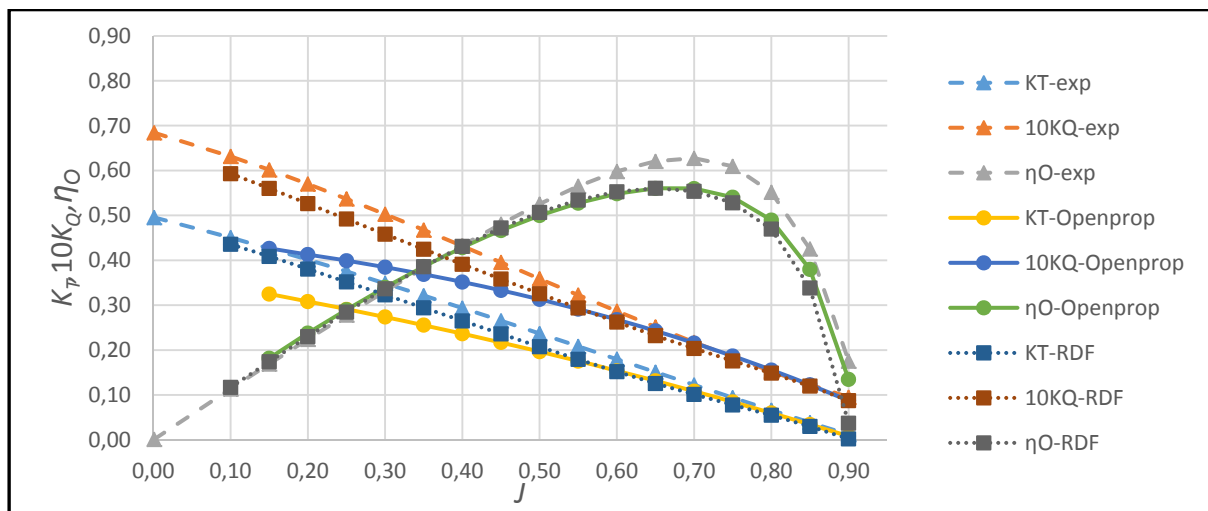
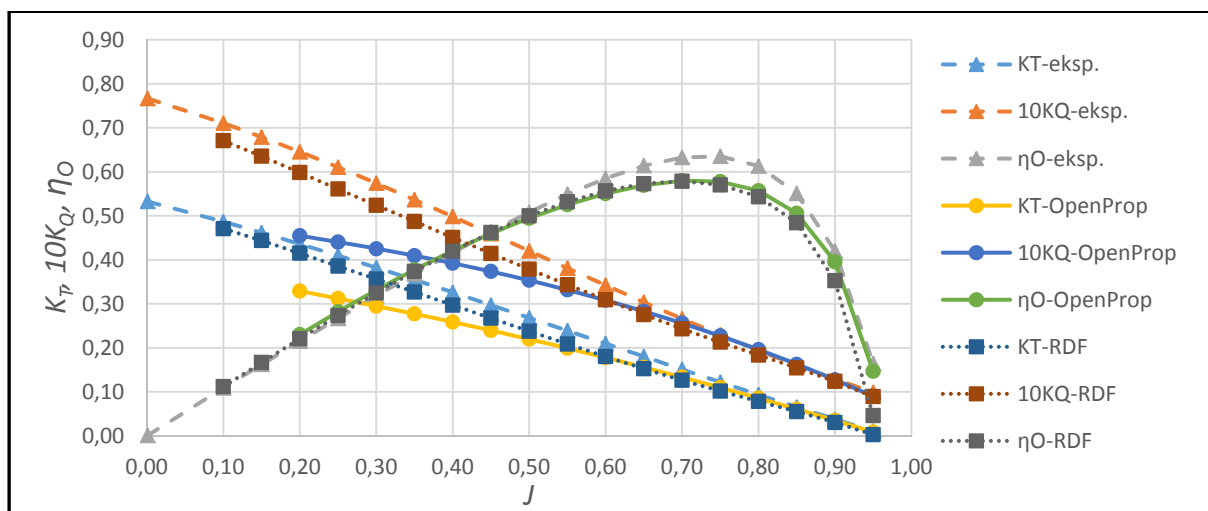
Rezultati numeričkih simulacija i eksperimentalnih podataka su uspoređeni za pet brodskih vijaka Gawnovne serije. Konstante geometrijske značajke su omjer razvijene površine i površine diska vijka $A_E/A_0 = 1,1$ te promjer vijka $D = 0,503$ m. Geometrijska značajka koja je varirana je omjer uspona i promjera vijka P/D , a varirana je u rasponu od 0,7 do 0,9 s korakom od 0,05. Na slikama 23.-27. su prikazani dijagrami na kojima su uspoređene hidrodinamičke značajke: koeficijent poriva K_T , koeficijent momenta K_Q i iskoristivost vijka u slobodnoj vožnji η_o , dobivene numeričkim simulacijama i eksperimentom.



Slika 23. Dijagram slobodne vožnje vijka za $P/D=0,7$



Slika 24. Dijagram slobodne vožnje vijka za $P/D=0,75$

Slika 25. Dijagram slobodne vožnje vijka za $P/D=0,8$ Slika 26. Dijagram slobodne vožnje vijka za $P/D=0,85$ Slika 27. Dijagram slobodne vožnje vijka za $P/D=0,9$

Na slikama 23.-27. može se uočiti zadovoljavajuće slaganje rezultata numeričkih simulacija viskoznog strujanja i eksperimenta za koeficijent poriva i koeficijent momenta. Numeričke simulacije temeljene na teoriji potencijalnog strujanja ukazuju na veće odstupanje od eksperimentalnih podataka za koeficijent poriva i koeficijent momenta u području nižih vrijednosti koeficijenta napredovanja, gdje je opterećenje vijka veće. Numeričke simulacije potencijalnog strujanja u matematičkom modelu sadrže pretpostavku umjereno opterećenog krila vijka. Takav matematički model zanemaruje radijalnu komponentu inducirane brzine koja je značajna kod jako opterećenog vijka. Iz prije navedenog razloga, teorija uzgonske linije se u pravilu može primjenjivati samo u području gdje je vijak umjereno opterećen. Trendovi krivulja hidrodinamičkih značajki dobivenih numeričkim simulacijama viskoznog strujanja su isti kao i trendovi krivulja dobivenih eksperimentom. Trendovi krivulja dobiveni numeričkim simulacijama temeljenim na teoriji uzgonske linije se u području nižih vrijednosti koeficijenata napredovanja tj. u području jakog opterećenja vijka ne podudaraju s trendovima krivulja dobivenih eksperimentom. U području umjerenog opterećenja broskog vijka trendovi krivulja dobivenih teorijom uzgonske linije su isti kao i trendovi krivulja dobiveni eksperimentom. Kako se većina brodskih vijaka projektira za područje umjerenog opterećenja vijka može se zaključiti da se metoda uzgonske linije može koristiti u preliminarnom projektu broskog vijka.

Relativne greške za koeficijent poriva i koeficijent momenta računaju se prema izrazima:

$$E_{KT} = \frac{K_T^{\text{numeričke simulacije}} - K_T^{\text{eksperiment}}}{K_T^{\text{eksperiment}}} \cdot 100 \%, \quad (7.3)$$

$$E_{KQ} = \frac{K_Q^{\text{numeričke simulacije}} - K_Q^{\text{eksperiment}}}{K_Q^{\text{eksperiment}}} \cdot 100 \%, \quad (7.4)$$

Tablica 3. Relativna greška numeričkih simulacija za vijak s omjerom $P/D = 0,9$

J	RDF		Uzgonska linija	
	$E_{KT}, \%$	$E_{KQ}, \%$	$E_{KT}, \%$	$E_{KQ}, \%$
0,10	-3,21	-5,61	/	/
0,15	-3,90	-6,41	-24,53	-29,52
0,20	-4,84	-7,30	-23,78	-27,85
0,25	-5,83	-8,11	-22,93	-25,96
0,30	-6,79	-8,71	-21,71	-23,68
0,35	-7,78	-9,18	-20,59	-21,28
0,40	-8,87	-9,54	-19,40	-18,68
0,45	-10,08	-9,79	-18,09	-15,87
0,50	-11,35	-9,91	-16,71	-12,94
0,55	-12,67	-9,86	-15,22	-9,91
0,60	-14,02	-9,65	-13,66	-6,86
0,65	-15,38	-9,31	-11,79	-3,75
0,70	-16,45	-8,65	-10,11	-1,14
0,75	-16,75	-7,26	-8,45	0,75

U tablici 3. su prikazane relativna greška numeričkih simulacija viskoznog strujanja i numeričkih simulacija potencijalnog strujanja u odnosu na eksperimentalne podatke za vijak s omjerom $P/D=0,9$. Za ostale vrijednosti omjera P/D relativne greške su sličnih vrijednosti kao i one prikazane u tablici 3.

8. Zaključak

Iz poznate Gawnove serije brodskih vijaka za koju su dostupni eksperimentalni podatci iz literature odabrano je pet brodskih vijaka za koje su provedene numeričke simulacije temeljene na teoriji uzgonske linije. Priprema numeričkih simulacija temeljenih na teoriji uzgonske linije zahtjeva samo diskretne vrijednosti duljine tetive i oblika profila duž krila vijaka. Za svih pet odabranih brodskih vijaka napravljen je trodimenzijski prikaz u programskom paketu Rhinoceros. Trodimenzijska geometrija vijaka je korištena kao ulazni podatak za pripremu proračunske domene u programskom paketu STAR-CCM+. Numeričke simulacije viskoznog strujanja su provedene za svih pet brodskih vijaka.

U ovom radu je:

- istražena mogućnost primjene teorije potencijalnog strujanja kao alata za preliminarni odabir geometrije brodskog vijka,
- utvrđeno da su trendovi krivulja hidrodinamičkih značajki brodskog vijka dobiveni numeričkim simulacijama i eksperimentom isti,
- utvrđeno da su odstupanja rezultata dobivenih numeričkim simulacijama u prihvatljivim granicama,
- utvrđeno da je numeričkim simulacijama moguće predvidjeti radnu točku brodskog vijka,
- provedena validacija rezultata usporedbom rezultata numeričkih simulacija i regresijskih polinoma temeljenih na eksperimentalnim podacima.

Numeričkim simulacijama temeljenim na teoriji viskoznog strujanja moguće je dobiti polje tlaka, polje brzine, strujnice i tako dobiti potpuni uvid u detalje strujanja tekućine oko brodskog vijka. Ovo predstavlja veliku prednost u odnosu na numeričke simulacije temeljene na teoriji uzgonske linije. Na taj način moguće je izbjeći provođenje velikog broja skupih eksperimentalnih ispitivanja. Trendovi hidrodinamičkih značajki dobiveni teorijom uzgonske linije se dobro slažu s trendovima krivulja dobivenih eksperimentom u području umjerene opterećenosti brodskog vijka tj. pri većim vrijednostima koeficijenta napredovanja. Obzirom da se većina brodskih vijaka projektira u području umjerenog opterećenja vijka, može se zaključiti da se metoda uzgonske linije može koristiti u preliminarnom projektu. Kako je u preliminarnoj fazi projektiranja brodskog vijka od velike važnosti brza i efikasna procjena hidrodinamičkih značajki brodskog vijka, sa stajališta projektanta brodskog vijka metoda uzgonske linije predstavlja vrlo koristan alat.

9. Zahvale

Rad je podržan od Hrvatske zaklade za znanost projektom 8658.

Zahvaljujem se mentorici, prof. dr. sc. Nastii Degiuli na korisnim savjetima, preporučenoj literaturi, strpljenju i mentorstvu tijekom izrade ovoga rada. Također se zahvaljujem Andrei Farkasu, Ivani Martić i Ivanu Muniću. Posebno se zahvaljujem prijatelju Ivanu Batistiću.

10. Literatura

- [1] Sambolek, M.: Propulzija broda, Brodarski institut, Zagreb, 2012.
- [2] Bertram, V.: Practical ship hydrodynamics, Butterworth-Heinemann, Oxford, 2004.
- [3] Epps, B.P. i Kimball, R.W.: OpenProp v3: Open-source software for the design and analysis of marine propellers and horizontal-axis turbines. 2013.
- [4] Bal, S.: A practical technique for improvement of open water propeller performance, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part M: Journal of Engineering for the Maritime Environment, 2011., DOI: 10.1177/1475090211413957.
- [5] Gaggero, S., Gonzalez-Adalid, J., Sobrino, M. P.: Design and analysis of a new generation of CLT propellers. Applied Ocean Research, 2016, 59, pp. 424-450.
- [6] Bertetta, D., Brizzolara, S., Gaggero, S., Viviani, M., Savio, L.: CPP propeller cavitation and noise optimization at different pitches with panel code and validation by cavitation tunnel measurements. Ocean engineering, 2012, 53, pp. 177-195.
- [7] Lee K. J., Hoshino, T., Lee, J. H.: A lifting surface optimization method for the design of marine propeller blades, Volume 88, Ocean Engineering, pp. 472-479.
- [8] Paik, K. J.: Numerical study on the hydrodynamic characteristics of a propeller operating beneath a free surface, International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering, February 2017.
- [9] Islam, M., Jahra, F., Doucet, M.: Optimization of RANS solver simulation setup for propeller open water performance prediction. In: ASME 2015 34th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering. American Society of Mechanical Engineers, 2015.
- [10] Califano, A. i Steen, S.: Numerical simulations of a fully submerged propeller subject to ventilation. Ocean engineering, 2011, Vol 38, No. 14, pp. 1582-1599.
- [11] Subhas, S., Saji, V.F., Ramakrishna, S., Das, H.N.: CFD analysis of a propeller flow and cavitation, International Journal of Computer Applications Vol. 55, No. 16, 2012.
- [12] Prakash, S. i Nath, D. R.: A computational method for determination of open water performance of a marine propeller, International Journal of Computer Applications Vol. 58, No.12, 2012.
- [13] Mosaad, M.A., Mosleh, M., El-Kilani, H., Yehia, W.: Guidelines for numerical flow simulation around marine propeller, First International Symposium on Naval Architecture and Maritime, Istanbul, 2011.
- [14] Krasilnikov, V., Sun, J., Halse, K. H.: CFD investigation in scale effect on propellers with different magnitude of skew in turbulent flow, Proceedings of First International Symposium on Marine Propulsors (SMP'09), Trondheim, Norway, 2009.
- [15] Müller, S.-B., Abdel-Maksoud, M., Hilbert, G.: Scale effects on propellers for large container vessels, Proceedings of First International Symposium on Marine Propulsors (SMP'09), Trondheim, Norway, 2009.

- [16] Epps, B.P.: Openprop v2.4 Theory Document. Technical Report. MIT Department of Mechanical Engineering, 2010.
- [17] Lerbs, H. W.: Moderately Loaded Propellers with a Finite Number of Blades and an Arbitrary Distribution of Circulation, annual meeting of The Society of Naval Architects and Marine Engineers in New York, 1952.
- [18] Wrench, J. W.: The calculation of propeller induction factors, TR-1116, DTMB, Bethesda, MD. 1957
- [19] Carlton, J.: Marine Propellers and Propulsion, Second Edition, Elsevier Ltd., 2007.
- [20] Ferziger, J.H., Perić, M.: Computational Methods for Fluid Dynamics, Springer Science & Business Media, Berlin, 2012.
- [21] Ashgriz, N., Mostaghimi, J.: An introduction to computational fluid dynamics. Fluid flow handbook. McGraw-Hill Professional, 2002.
- [22] Menter, F.R.: Zonal Two equation k-omega turbulence Models for Aerodynamic Flows, 24th Fluid Dynamic Conference, Orlando, Florida, pp.1-22., 1993.
- [23] STAR-CCM+, User Guide, CD-adapco, 2016.
- [24] Blaunt, D. L., Hubble, E. N. :Sizing Segmental Section Commercially Available Propellers for Small Craft, Propellers 1981 Conference, Trans. SNAME, 1981., pp.111-138.

11. Sažetak

Deni Vlašić: Numerički alat za preliminarni projekt broskog vijka

Ključne riječi: brodski vijak, pokus slobodne vožnje vijka, računalna dinamika fluida (RDF)

Određivanje hidrodinamičkih značajki broskog vijka u slobodnoj vožnji je vrlo važno provesti u ranoj fazi osnivanja broda. Hidrodinamičke značajke brodskih vijaka pouzdano se mogu odrediti ispitivanjem modela brodskih vijaka. Rezultati pokusa slobodne vožnje vijka koriste se kao osnova za projektiranje vijka za novi brod. Razvojem računalne dinamike fluida moguće je odrediti hidrodinamičke značajke modela broskog vijka što znatno skraćuje vrijeme i smanjuje troškove projektiranja broskog vijka nove geometrije. Numeričke simulacije temeljene na teoriji potencijalnog strujanja omogućuju puno bržu preliminarnu procjenu hidrodinamičkih značajki broskog vijka u odnosu na numeričke simulacije temeljene na teoriji viskoznog strujanja. U ovom radu provedene su numeričke simulacije za Gawnovu seriju vijaka u programskom paketu otvorenog pristupa OpenProp temeljenom na teoriji potencijalnog strujanja te u programskom paketu STAR-CCM+ temeljenom na teoriji viskoznog strujanja. Numeričke simulacije temeljene na viskoznom strujanju zahtijevaju više vremena za pripremu simulacije kao i proračunskog vremena u odnosu na simulacije temeljene na potencijalnom strujanju. Rezultati dobiveni numeričkim simulacijama su uspoređeni s dostupnim eksperimentalnim podacima. Validacija rezultata proračuna ukazuje da je potencijalnim kodom moguće dobiti dovoljno točnu procjenu hidrodinamičkih značajki broskog vijka i odrediti radnu točku broskog vijka u preliminarnoj fazi projektiranja.

12. Summary

Deni Vlašić: Numerical tool for the preliminary design of a marine propeller

Key words: marine propeller, open water test, Computational Fluid Dynamics (CFD)

The determination of the open water hydrodynamic characteristics of a marine propeller is very important in the early stage of ship design. The hydrodynamic characteristics of marine propellers can be reliably determined by testing propeller models. The results of open water tests are used as the basis for the design of the propeller for a new ship. The development of computational fluid dynamics has enabled the numerical determination of the hydrodynamic characteristics of the marine propeller model, which significantly shortens the time and reduces the cost of designing the new marine propeller geometry. Numerical simulations based on potential flow theory allow a much faster preliminary estimation of the hydrodynamic characteristics of a marine propeller than numerical simulations based on viscous flow theory. In this paper, numerical simulations are carried out for a Gawn series of marine propellers in the open source software OpenProp based on potential flow theory, and in the commercial software STAR-CCM+ based on viscous flow theory. Numerical simulations based on viscous flow require more time to prepare the simulation and more computational time compared to numerical simulations based on potential flow. The results of the numerical simulations are compared to the available experimental results. The validation of the obtained results shows that the potential code is accurate enough to estimate the hydrodynamic characteristics of a marine propeller and a propeller design point in the preliminary design.