

Sveučilište u Zagrebu  
Fakultet elektrotehnike i računarstva  
Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije

Gabrijel Kolar, Žana Nevjestic  
**MATEMATIČKI MODEL NTC TERMISTORA**

Zagreb, 2017

Ovaj rad izrađen je na Fakultetu elektrotehnike i računarstva pod vodstvom prof. dr. sc. Martina Dadića i predan je na natječaj za dodjelu Rektorove nagrade u akademskoj godini 2016./2017.

## SADRŽAJ

1. UVOD .....	1
2. OPĆI DIO.....	2
2.1. OSNOVNA SVOJSTVA NTC TERMISTORA .....	2
2.2. GRAĐA NTC TERMISTORA I MEHANIZAM VODLJIVOSTI.....	2
2.3. TOPLINSKA I ELEKTRIČNA SVOJSTVA TERMISTORA .....	4
2.3.1. TOPLINSKA SVOJSTVA TERMISTORA .....	4
2.3.2. ELEKTRIČNA SVOJSTVA.....	6
2.3.3. OVISNOST OTPORA O TEMPERATURI .....	9
2.3.4. STARENJE I LINEARIZACIJA .....	10
3. METODE I PLAN RADA .....	13
3.1. METODA NAJMANJIH KVADRATA .....	13
3.3. AKAIKEOV INFORMACIJSKI KRITERIJ.....	18
4. REZULTATI I RASPRAVA .....	19
5. ZAKLJUČAK .....	32
6. LITERATURA.....	33
7. SAŽETAK.....	35
8. SUMMARY .....	36

## 1. UVOD

NTC (eng. Negative temperature coefficient) termistori su vrlo važan dio elektrotehničkih sklopova zbog svojih specifičnih svojstava smanjenja električnog otpora s povećanjem temperature. Zbog tog svojstva koriste se kao mjerni pretvornici za mjerenje i kontrolu temperature te se mogu koristiti i kao zaštitni elementi i stabilizatori napona.

Zbog široke primjene u svim granama elektrotehnike potrebno je što bolje poznavati osobine i karakteristike ovih elemenata. Glavno svojstvo im je promjena otpornosti pri promjeni temperature i zbog toga je vrlo bitno da imamo modele koji će nam dati što precizniju sliku tj. vrijednost otpora za određenu temperaturu što će uvelike pomoći pri projektiranju raznih sklopova u kojemu se koriste NTC termistori. U ovom radu se određuju polinomi i eksponencijalne funkcije kojima se opisuju standardizirani podaci termistora tvrtke Epcos te se uspoređuju Akaikeovim informacijskim kriterijem i određuje se najpogodniji model.

## 2. OPĆI DIO

### 2.1. OSNOVNA SVOJSTVA NTC TERMISTORA

Termistor je električni termootpornik (kontakti) zasnovan na poluvodičkom materijalu te mu se otpor mijenja znatno s promjenom temperature. Termistori imaju temperaturni koeficijent veći za red veličine od otporničkih pretvornika [17]. Razlikuju se dvije vrste termistora. PTC (eng. Positive temperature coefficient) termistori imaju pozitivan koeficijent temperaturne promjene otpora (temperaturno područje od -50 do 220°C). NTC termistori imaju negativni koeficijent temperaturne promjene otpora tj. kako se temperatura povećava smanjuje se električni otpor. Temperaturno područje rada im je od -50 do 150°C. Tu pojavu uočio je Faraday još tridesetih godina 19. stoljeća kod Ag<sub>2</sub>S poluvodiča te se to smatra prvim NTC termistorom, ali njihova komercijalna proizvodnja i upotreba počela je tek 100 godina nakon toga radi poteškoća u proizvodnji i ograničenja u primjeni [12]. Kasnijim istraživanjima NTC pojava je primijećena i kod Fe<sub>3</sub>O<sub>4</sub>, U<sub>2</sub>O, NiO, CoO, Mn<sub>3</sub>O<sub>4</sub> i kod sustava NiO-Mn<sub>2</sub>O<sub>3</sub> [10]. Tokom 1940.-tih Bell Laboratorys su radi poboljšanja trajnosti termistora uveli sinteriranje u postupak proizvodnje što je ustabililo postupak proizvodnje, a kasnije su Simens i Phillips razvili termistore na bazi mješavina oksida željeza, mangana, nikla, kobalta i bakra. Primarna uloga im je bila mjerenje temperatura i temperaturna zaštita pri uklapanju u telekomunikacijama [2]. Nakon razvoja avioindustrije, svemirskog programa, elektronike i kriogenike dolazi do potražnje za preciznijim, stabilnijim, ali i složenijim sensorima na osnovi termistora. Masovna proizvodnja počinje nakon 1960. te su kasnije razvijeni i NTC termistori visoke osjetljivosti i stabilnosti NTC koeficijenta [1]. Koriste se i za mjerenje rashladne tekućine kod motora automobila, za nadzor temperature inkubatora te za praćenje temperature baterija dok se pune [17].

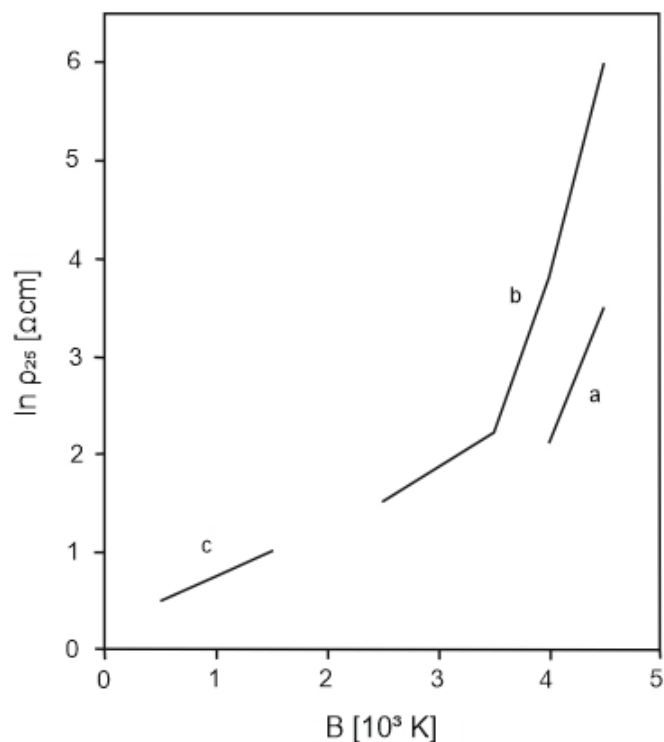
### 2.2. GRAĐA NTC TERMISTORA I MEHANIZAM VODLJIVOSTI

NTC termistori se proizvode od metalnih oksida koji zagrijavanjem na temperaturi od 900-1000°C formiraju kristalnu rešetku tipa spinela  $A^{2+}B_2^{3+}O_4$ . Takav materijal se melje te preša i sinterira na temperaturama od 1100-1200°C. A označava okside divalentnih metala (AO), a B okside trovalentnih metala (B<sub>2</sub>O<sub>3</sub>) [7]. Na taj način nastaju magnetit, željezo-manganit i mangan-ferit. Temperaturni faktor promjene otpornosti materijala kao i otpornost na sobnoj temperaturi direktno ovise o sastavu spinela i njihovom obliku. Složeni spineli dobiju se miješanjem praha oksida Mn<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, karbonata drugih metala i odgovarajućih spojeva [10]. Do kemijske reakcije dobivanja spinela dolazi nakon granuliranja i žarenja, slijedi mljevenje, prešanje i sinteriranje. Dobiju se polikristalni diskovi na koje se nanosi sloj

određene metalne paste te se sinteriraju još jednom u hibridnim pećima. Dobiveni materijal se podvrgava električnim mjerenjima i sortira po standardima.

Nositelji provodnosti kod NTC termistora su metali koji mijenjaju svoju valenciju, ali valencija se mijenja samo za jednu jedinicu, te se električna provodnost objašnjava skokovima između kationa prisutnih u spinelima [11,2]. Ioni koji mijenjaju valenciju su postavljeni na susjednim B mjestima dva spinela, dok provodnosti nema između susjednih A mjesta jer je elektronska barijera za A-A prijelaz visoka. To znači da provodnost ovisi o broju iona koji su donori i akceptori, a elektroni moraju imati veću kinetičku energiju od energije potrebne za prijelaz koju dobiju od termičke energije. To uzrokuje povećanje broja prijelaza elektrona s porastom temperature tj. raste provodnost, a opada otpornost.

Komercijalni NTC termistori sastavljeni su od oksida prijelaznih metala, a ispitivanjem ravnoteža faza tih sustava pokazuju da se oksidacijsko redukcijski fenomeni pojavljuju kroz proces sinteriranja koji se inače koristi za proizvodnju ovakvih termistora te postoji jaka veza između obrade i električnih svojstava [1,9].



Slika 1. Promjena otpornosti pri promjeni temperaturnog parametra B

Mn/Co oksidi teže oksidaciji na nižim temperaturama, a ukoliko se oksidacija ne može kontrolirati dolazi do kemijske nehomogenosti što može uzrokovati električne i mehaničke nepouzdanosti NTC termistora. Na dijagramu se vidi da se NTC termistori mogu dobiti od  $1\Omega$  do  $10\text{ M}\Omega$ , ali ne od istog materijala i iste vrijednosti B koeficijenta nego samo u rasponu kada B poprima vrijednost od 500-5000 K.

## 2.3. TOPLINSKA I ELEKTRIČNA SVOJSTVA TERMISTORA

### 2.3.1. TOPLINSKA SVOJSTVA TERMISTORA

Snaga se troši kada je NTC termistor spojen na strujni krug, a tada se temperatura povećava iznad temperature okoline što znači da brzina kojom se dovodi energija mora biti jednaka zbroju brzine kojom se odvodi i apsorbira energija.

$$\frac{dH}{dT} = \frac{dH_L}{dt} + \frac{dH_A}{dt} \quad (1)$$

Snaga koja se rasipa na termistoru jednaka je brzini kojom se toplinska energija sakuplja u njemu:

$$\frac{dH}{dt} = P = I^2R = UI \quad (2)$$

$dH_L$  je energija koja se odvodi u okolinu koja je jednaka povećanju temperature termistora.

$$\frac{dH_L}{dt} = \delta\Delta T = \delta(T - T_A) \quad (3)$$

$\delta$  predstavlja konstantu toplinskog gubitka,  $T$  temperaturu termistora, a  $T_A$  temperaturu okoline.

Brzina apsorbaranja energije i povećanje temperature može se opisati jednačbom:

$$\frac{dH_A}{dt} = sm \frac{dT}{dt} = C \frac{dT}{dt} \quad (4)$$

$s$  je specifična toplina, a  $m$  masa termistora. Toplinski kapacitet  $C$  je umnožak specifične topline i mase termistora i njegova vrijednost zavisi o materijala i izvedbi termistora.

Prijenos topline kroz NTC termistor nakon što se uključi u strujni krug može se izračunati jednačbom:

$$\frac{dH}{dt} = P = I^2 R = UI = \delta(T - T_A) + C \frac{dT}{dt} \quad (5)$$

Da bi se dobila cjelokupna analiza toplinskih svojstava NTC termistora ispituje se njegovo ponašanje u prijelaznom i u ravnotežnom stanju. Ako je snaga konstantna rješenje prethodne jednačbe je:

$$\Delta T = (T - T_A) = \frac{P}{\delta} \left( 1 - \exp\left(\frac{-\delta}{C} t\right) \right) \quad (6)$$

Ovom jednačbom su predstavljeni svi procesi koji se oslanjaju na strujnu karakteristiku (prijelazni procesi, uključivanje). Termistor je u ravnotežnom stanju kada je  $dT/dt=0$  u jednačbi (5) ili kada je  $t \gg C/\delta$  u jednačbi (6). U ravnotežnom stanju brzina kojom se gubi toplina jednaka je snazi poslanoj termistoru:

$$\delta(T - T_A) = \delta \Delta T = P = U_r I_r \quad (7)$$

Odnosno povećanje toplinskih gubitaka termistora jednaka je snazi termistora.  $U_r$  označava napon, a  $I_r$  struju ravnotežnog stanja termistora. Navedena razmatranja su zasnovana na jednostavnoj strukturi komponente sa jednom vremenskom konstantom. Funkcija



eksponencijalnog odziva ne postoji ako se promatrana termistorska komponenta stavi u senzorsko kućište.

Ove osobine termistora je teško opisati matematičkim modelima i u proizvodnji odstupanja su nesigurna te se zahtijevaju podaci o vremenu odziva i disipacijskoj konstanti.

### 2.3.2. ELEKTRIČNA SVOJSTVA

Svaki NTC termistor ima osnovne tri karakteristike:

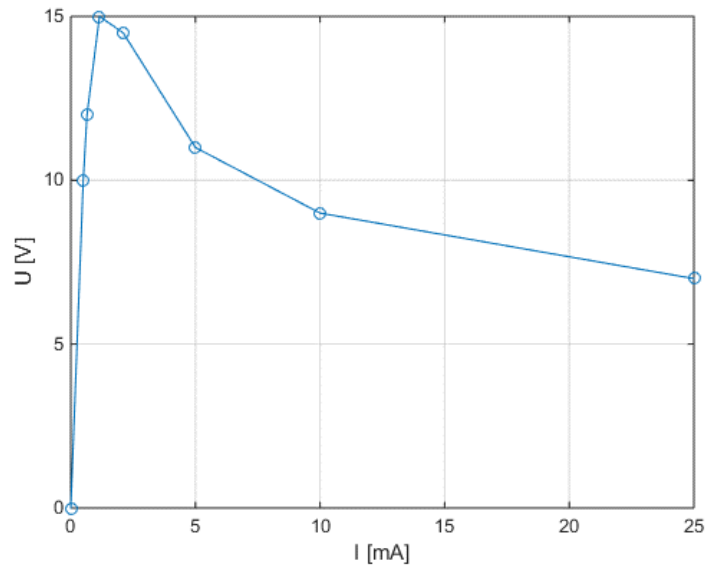
- a) strujno-vremenska
- b) naponsko-strujna ( $U-I$  karakteristika)
- c) otporno-temperaturna.

- a) Strujno-vremenska

U termistorskom krugu postoji prijelazno vrijeme kada je struja priključena iz idealnog izvora do vremena kada se dostiže ravnoteža. U tom prijelaznom vremenu struja raste od određene početne vrijednosti do konačne i ta promjena struje u funkciji vremena naziva se kašnjenje (strujno-vremenske karakteristike). Ovo svojstvo se koristi kod zaštite vlakana sijalice, zaštite od preopterećenja i sl.

- b)  $U-I$

U stanju ravnoteže brzina gubitka topline sa površine termistora jednaka je snazi napajanja.  $U-I$  krivulja se dobije mjerenjem pada napona na termistoru uz povećanje struje od 0 do  $I_{\max}$  odnosno kada se dostigne granična vrijednost  $U_{\min}$  te se vidi da su prema  $U-I$  svojstvu NTC termistori nelinearni.



Slika 2. Karakteristična  $U$ - $I$  krivulja NTC termistora

U linearnom dijelu, ispod  $I_0$ , otpor je konstantan i jednak dok u nelinearnom dijelu otpor linearno opada. Izraz koji to opisuje je:

$$R = R_a \exp\left(B \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_A}\right)\right) \quad (8)$$

gdje je  $T_A$  temperatura okoline.

U tom slučaju snaga se računa po jednadžbi:

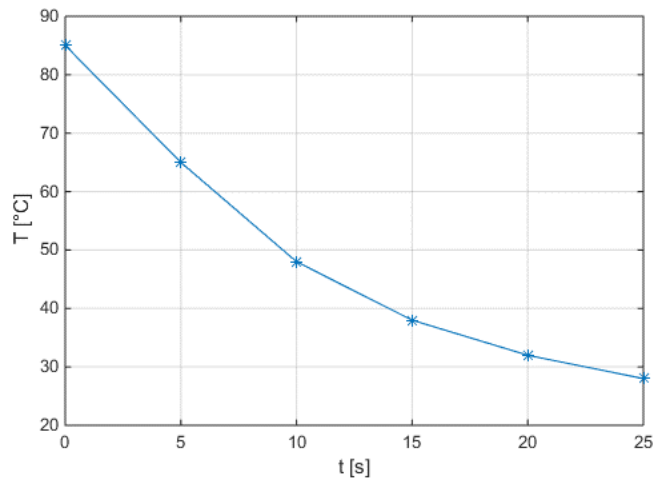
$$P = \frac{U^2}{R} = \delta(T - T_A) \quad (9)$$

$T_{max}$  se uz aproksimaciju izračuna iz izraza:

$$T_{max} \approx T_A \left(\frac{1 + T_A}{B}\right) \quad (10)$$

Iz  $U$ - $I$  svojstava se vidi da dok se termistor ne ohladi do temperature koja je blizu temperature okoline nije moguć povratak na prvi dio krivulje.

Ako se želi brži odziv krivulje onda su za to pogodniji termistori koji imaju manju masu i debljinu, a nagib krivulje ovisi o dimenziji i geometrijskom obliku samog termistora.



Slika 3. Promjena temperature NTC termistora s vremenom

Za nelinearni dio promjena topline koja nastaje u termistoru je jednaka umnošku snage i  $dt$ :

$$dQ = P dt = \delta(T - T_A) = -\frac{\delta}{H} dt \quad (11)$$

Ako se nakon integriranja od  $t=0$  do  $t$  uzme da je termička konstanta  $\tau=H/\delta$  i  $t=\tau$  dobije se:

$$\ln\left(\frac{T - T_A}{T_0 - T_A}\right) = \frac{1}{e} = 0.368 \quad (12)$$

Iz toga se može zaključiti da se za vrijeme  $\tau$  temperatura  $T_0$  ohladi za 63,2%  $T_0$ .

### c) Otporno-temperaturna

Trenutno postoje dva modela koji opisuju mehanizam električne provodnosti NTC termistora. Prvi model je „hooping“ mehanizam, a drugi je zasnovan na zonalnom modelu, ali oba ta modela imaju poteškoće s objašnjenjem otpor-temperatura svojstava termistora metalnih oksida. Pri bilo kojoj temperaturi otpor termistora se može opisati izrazom:

$$R_T = R_{T_0} \exp\left(\frac{B(T_0 - T)}{TT_0}\right) \quad (13)$$

$R_T$  je otpor na apsolutnoj temperaturi  $T$ ,  $B$  je konstanta materijala, a  $R_{T_0}$  je referentna temperatura [13]. Vrijednost  $B$  za svaki materijal daje proizvođač termistora.

Osjetljivost NTC termistora,  $S(T)$ , definira se:

$$S(T) = \left(\frac{1}{R_T}\right) \frac{dR_T}{dT} \quad (14)$$

Odnosno

$$S(T) = -\frac{B}{T^2} \quad (15)$$

Za preciznija mjerenja krivulja  $R-T$  se mora opisati detaljnije te se za to koristi jednadžba u obliku polinoma trećeg reda te se određuju parametri  $B$ ,  $C$  i  $D$ .

$$\ln R_T = A_0 + \frac{B}{T} + \frac{C}{T^2} + \frac{D}{T^3} \quad (16)$$

### 2.3.3. OVISNOST OTPORA O TEMPERATURI

NTC termistori su najosjetljiviji temperaturni senzori s nelinearnom ovisnošću otpora o temperaturi. Funkcija koja se najčešće koristi za opisivanje nelinearne ovisnosti otpora o temperaturi je eksponencijalna aproksimacija:

$$R(T) = A e^{\frac{B}{T}} \quad (17)$$

Vrijednosti koje  $B$  u ovom slučaju poprima su od 2000 do 5000K.

Temperaturni koeficijent kao i osjetljivost ovise o temperaturi. Ovisnost osjetljivosti o temperaturi može se prikazati:

$$\frac{dR}{dT} = A \left(-\frac{B}{T^2}\right) e^{\frac{B}{T}} = R \left(-\frac{B}{T^2}\right) \quad (18)$$

$$\frac{\frac{dR}{dT}}{\frac{R}{T}} = -\frac{B}{T} \quad (19)$$

Temperaturni koeficijent:

$$\alpha = \frac{1}{R} \frac{dR}{dT} = -\frac{B}{T^2} \quad (20)$$

Iz otpora koji je zadan na referentnoj temperaturi (uglavnom je to 25°C) i otpora koji se izmjeri na nekoj temperaturi  $T_2$  može se odrediti mjerena temperatura:

$$\begin{aligned} R(T_1) &= A_1 e^{\frac{B}{T_1}} \\ R(T_2) &= A_2 e^{\frac{B}{T_2}} \\ \frac{R(T_2)}{R(T_1)} &= e^{B(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1})} \\ R(T_2) &= R(T_1) e^{B(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1})} \end{aligned} \quad (21)$$

Ovisnost otpora i temperature kod NTC termistora ovisi o kemijskom sastavu i kristalnoj strukturi materijala od kojeg je termistor napravljen te postoji jaka veza između sastava i obrade električnih svojstava termistora. Termistori koji imaju visoke vrijednosti  $B$  i veliki otpor se koriste pri višim temperaturama da bi osigurali dovoljnu osjetljivost, dok se termistori malih  $B$  vrijednosti i manjeg otpora koriste pri mjerenjima na niskim temperaturama [16].

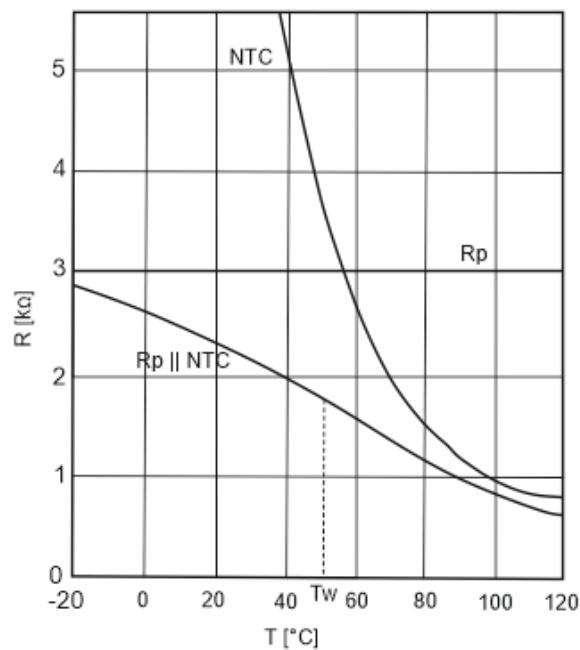
#### 2.3.4. STARENJE I LINEARIZACIJA

Problemi koji se javljaju kod korištenja NTC termistora su samozagrijavanje, tolerancije ( $\pm 10\%$ ) te starenje. Mehanička stabilnost im se povećava pomoću prevlaka (staklenim i polimernim) čime se štite od vlage i naprezanja, ali te prevlake utječu na odziv senzora. Vrijeme odziva ovisi o brzini prijenosa topline konvekcijom, kondukcijom i zračenjem što znači da brzina razmjene topline ovisi o temperaturi okoline, vlažnosti i brzini strujanja zraka. S druge strane prijenos topline prema okolini ovisi o površini termistora i debljini termistorskog sloja. Modeliranje je složeno za ovu pojavu te se umjesto toga eksperimentalno mjere promjene otpora s temperaturom. Što je tanja prevlaka ili izolacija senzora od naprezanja brže je vrijeme odziva. Prevlake koje dobro provode toplinu također mogu osigurati dobru kemijsku i električnu zaštitu dok se u agresivnoj okolini koriste razni

polimerni materijali i metalne i neorganske prevlake. Termistor se mora ponašati u određenom vremenskom intervalu isto kao što se ponašao kada se napravio. Starenje je uočeno pri višim temperaturama kao povećanje vrijednosti otpora na određenim temperaturama. Taj efekt je sve manje uočljiv usavršavanjem procesa proizvodnje termistora, a napredak se postiže empirijskim istraživanjima i istraživanjima u procesu proizvodnje [8]. Promjena otpora u nekom vremenu je starenje termistora:

$$dR = R - R_0 = R_0 \ln(t - t_0) \quad (22)$$

Ako je žarenje u postupku pripreme termistora provedeno na 850°C prethodilo brzom hlađenju otpor termistora se smanjuje za 20%, a sam fenomen starenja povezan je migracijom kationa u rešetci ili izmjeni oksidacijskih stanja.

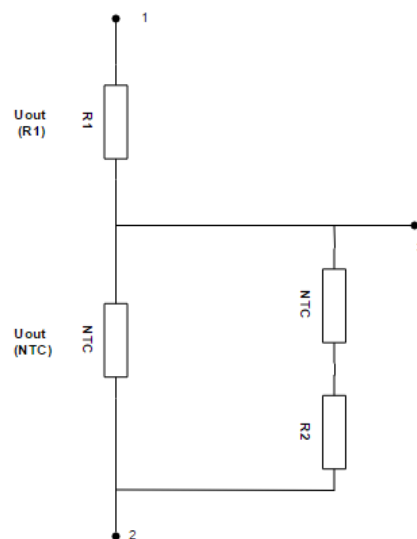


Slika 4. Prikaz linearizacije krivulje NTC termistora dodavanjem paralelnog otpornika

Paralelne kombinacije NTC termistora su linearnije, ali je osjetljivost mjernog pretvornika manja. Otpor koji se dodaje paralelno računa se prema izrazu:

$$R_P = N_W \frac{B - 2T_W}{B + 2T_W} \quad (23)$$

$N_W$  predstavlja otpor NTC-a na temperaturi oko koje želimo napraviti linearizaciju, a  $T_W$  je točka infleksije (područje maksimalne linearnosti) [6].  $T_W$  se postavi u sredinu željenog mjernog područja te tako izaberemo  $R_P$ . Ako koristimo naponskog djelitelja linearnost se poboljšava.



Slika 5. Linearizacija NTC-a korištenjem naponskog djelitelja

### 3. METODE I PLAN RADA

Aproksimacija podataka krivuljom se još naziva i regresijska analiza. To je postupak određivanja matematičke funkcije koja najbolje povezuje točke koje predstavljaju određene podatke. Ta funkcija može služiti kao matematički model tih podataka i možda neće prolaziti ni kroz jednu točku, ali modelira podatke s najmanjom mogućom pogreškom. Odabir funkcije za aproksimaciju podataka nije ničim ograničen. Najčešće su to racionalne, eksponencijalne, logaritamske funkcije i polinomi. Pronalaženje funkcije koja će najbolje opisati podatke je složeno, ali postoje naznake na temelju kojih se može zaključiti koja funkcija odgovara kojem skupu podataka. Kada to nije moguće isprobavaju se različite krivulje kako bi dobili funkciju koja najbolje aproksimira podatke. Prvo se odredi pogodna funkcija, a nakon toga odabranom metodom se odrede koeficijenti te funkcije. Postoji nekoliko metoda pomoću kojih se mogu odrediti parametri. Metoda tri točke je jednostavna, ali daje vrlo neprecizna rješenja. Metoda najmanjih kvadrata je složenija, ali su joj rješenja puno preciznija [4]. U ovom radu je korištena metoda najmanjih kvadrata za određivanje parametara aproksimacijskih funkcija.

#### 3.1. METODA NAJMANJIH KVADRATA

Ako se pretpostavi da imamo dvije veličine  $x$  i  $y$ , tada postoje dvije mogućnosti. Prva mogućnost je da ako su prisutni određeni uvjeti da su te veličine nezavisne, a druga mogućnost je da su te veličine zavisne. To znači da ako su nezavisne, uz svaku očitano vrijednost veličine  $x$  možemo očitati bilo koju vrijednost veličine  $y$ , dok ako su zavisne onda očitana vrijednost veličine  $x$  određuje vrijednost veličine  $y$  [18]. U inženjerstvu je bitan slučaj kada o svakoj vrijednosti veličine  $x$ , jednoznačno ovisi vrijednost veličine  $y$ :  $y=f(x)$ , gdje je  $f$  pravilo prema kojem  $y$  jednoznačno ovisi od  $x$ .

Pravila ovisnosti funkcije su:

- 1) Linearna ovisnost  $y = ax + b$  (grafički prikaz ove ovisnosti je pravac)
- 2) Kvadratna ovisnost  $y = ax^2 + bx + c$  (grafički prikaz je parabola)
- 3) Kubna ovisnost  $y = a^3 + b^2 + cx + d$
- 4) Recipročna vrijednost  $y = \frac{a}{x}$  (grafički prikaz je hiperbola)
- 5) Eksponencijalna ovisnost  $y = a * b^x$



Linearna ovisnost je poznata ako znamo realne brojeve  $a, b$ . (koeficijente) dok linearna funkcija ovisi o koeficijentima:

$$f(x, a, b) := ax + b \quad (24)$$

Za kvadratnu funkciju pišemo:

$$f(x, a, b, c) := ax^2 + bx + c \quad (25)$$

$a, b$  i  $c$  su parametri.

Kad god se pri jednakim promjenama jedne veličine uoče otprilike jednake promjene druge veličine, mora se posumnjati u linearnu vezu među njima:

$$y = ax + b$$

Još jedan način za uočavanje linearne veze je grafički, kada se podaci zapisuju u obliku uređenih parova i ucrtavaju se u koordinatni sustav u kojemu je  $x$  horizontalna os, a  $y$  vertikalna i točke su otprilike na pravcu. To se može uočiti i onda kada razmaci između vrijednosti veličine  $x$  nisu jednaki dok je takav uvid računanjem promjene veličine  $y$  dosta teži. Ako imamo više točaka uglavnom ne postoji pravac koji prolazi kroz sve te točke zato treba izabrati pravac koji najbolje prolazi pokraj tih točaka. Kriterij odabira koeficijenata  $a$  i  $b$  je metoda najmanjih kvadrata [15].

Metoda najmanjih kvadrata se zasniva na tome da su najbolji parametri  $a$  i  $b$  oni za koje je suma kvadrata razlika između mjerenih vrijednosti  $y_i$ ,  $i=1, 2, \dots, n$  i izračunatih vrijednosti  $f(x_i, a, b)$  minimalna.

Postupak određivanja parametara

$$D_i := y_i - f(x_i, a, b) \quad (26)$$

gdje je  $D_i$   $i$ -to odstupanje i predstavlja razliku između mjerene vrijednosti  $y_i$  i teorijske vrijednosti  $f(x_i, a, b)$ . Parametri se određuju tako da suma  $D_1^2 + D_2^2 + \dots + D_n^2$  bude minimalna. To zavisi od nepoznatih parametara  $a$  i  $b$ .

$$F(a, b) := (y_1 - f(x_1, a, b))^2 + (y_2 - f(x_2, a, b))^2 + \dots + (y_n - f(x_n, a, b))^2$$

Tj.

$$F(a, b) := \sum_{i=1}^n (y_i - f(x_i, a, b))^2 \quad (27)$$

$F$  predstavlja funkciju cilja te se trebaju odrediti parametri u kojima je funkcija cilja postigne minimalnu vrijednost.

Lokalni ekstremi za  $F$  su:

$$\frac{\partial F}{\partial a} = 0 \quad i \quad \frac{\partial F}{\partial b} = 0 \quad (28)$$

Iz toga slijedi:

$$\frac{\partial(\sum_{i=1}^n (y_i - f(x_i, a, b))^2)}{\partial a} = 0 \quad i \quad \frac{\partial(\sum_{i=1}^n (y_i - f(x_i, a, b))^2)}{\partial b} = 0 \quad (29)$$

Sređivanjem tih jednažbi dobije se:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n 2(y_i - f(x_i, a, b)) * \left( -\frac{\partial f(x_i, a, b)}{\partial a} \right) &= 0 \\ \sum_{i=1}^n 2(y_i - f(x_i, a, b)) * \left( -\frac{\partial f(x_i, a, b)}{\partial b} \right) &= 0 \end{aligned} \quad (30)$$

Nakon daljnjeg sređivanja dobije se sustav jednažbi sa dvije nepoznanice:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n (y_i - f(x_i, a, b)) * \left( \frac{\partial f(x_i, a, b)}{\partial a} \right) &= 0 \\ \sum_{i=1}^n (y_i - f(x_i, a, b)) * \left( \frac{\partial f(x_i, a, b)}{\partial b} \right) &= 0 \end{aligned} \quad (31)$$

Sustav ovakvih jednažbi može imati više rješenja, a neka rješenja mogu odgovarati maksimumu, a ne minimumu. U slučaju linearnih veza rješenje ovakvog sustava je jedinstveno.

Linearna regresija

$$f(x, a, b) := ax + b$$

Tada je  $f(x_i, a, b) = ax_i + b$

$$\frac{\partial f(x_i, a, b)}{\partial a} = x_i \quad i \quad \frac{\partial f(x_i, a, b)}{\partial b} = 1 \quad (32)$$

Ako se to uvrsti u prethodni sustav jednadžbi dobije se:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n (y_i - ax_i - b) * x_i &= 0 \\ \sum_{i=1}^n (y_i - ax_i - b) * 1 &= 0 \end{aligned} \quad (33)$$

Dobije se:

$$\left( \sum_{i=1}^n x_i^2 \right) * a + \left( \sum_{i=1}^n x_i \right) * b = \sum_{i=1}^n x_i y_i \quad (34)$$

$$\left( \sum_{i=1}^n x_i \right) * a + n * b = \sum_{i=1}^n y_i \quad (35)$$

Parametri  $a$  i  $b$  su nepoznanice, a  $\sum_{i=1}^n x_i^2$ ,  $\sum_{i=1}^n x_i$ ,  $\sum_{i=1}^n x_i y_i$ ,  $\sum_{i=1}^n y_i$  i  $n$  su koeficijenti (dobiju se iz eksperimentalnih rezultata). Kada se riješi taj linearni sustav dobije se:

$$a = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \quad (36)$$

$$b = \frac{n \sum x_i^2 - \sum x_i \sum x_i y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \quad (37)$$

Pravac koji se dobije jednadžbom  $y=ax+b$  i naziva se regresijski pravac.

U praksi se pojavljuju i nelinearne veze između dvaju veličina koje se svode na linearne [5].

Primjeri su:

1)  $y = a * x^b$  koja je nelinearna, ali se svodi na linearnu logaritmiranjem

$$\log y = b * \log x + \log a$$

2)  $y = a * b^x$  koja se također svodi na linearnu

$$\log y = \log b * x + \log a$$

3)  $y = \frac{a}{b+x}$  koja se svodi na linearnu

$$\frac{1}{y} = \frac{b+x}{a} \text{ tj. } \frac{1}{y} = \frac{1}{a} * x + \frac{b}{a}$$

### 3.2. ODREĐIVANJE FUNKCIJE MODELA NTC TERMISTORA

U radu su korišteni standardizirani podaci NTC termistora tvrtke Epcos [14].

Tablica 1. Standardizirani podaci tvrtke Epcos.

t (°C)	-55	-50	-45	-40	-35	-30	-25	-20	-15
R <sub>t</sub> /R <sub>25</sub>	48,503	36,524	27,639	21,021	16,069	12,384	9,531	7,418	5,778

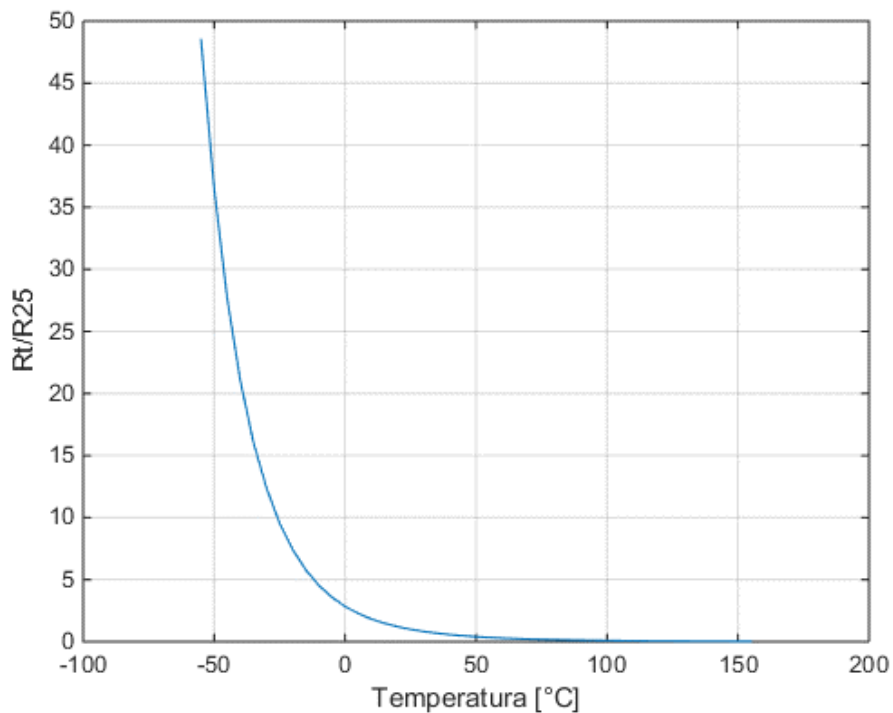
-10	-5	0	5	10	15	20	25	30	35
4,537	3,576	2,84	2,272	1,833	1,488	1,216	1	0,82627	0,686

40	45	50	55	60	65	70	75	80	85
0,57254	0,4805	0,40514	0,34213	0,29036	0,24838	0,21342	0,18371	0,15873	0,13756

90	95	100	105	110	115	120	125	130
0,11961	0,10435	0,091314	0,080265	0,070764	0,062544	0,055431	0,049252	0,043872

135	140	145	150	155
0,039254	0,035209	0,031581	0,028389	0,025614

R<sub>t</sub>/R<sub>25</sub> je omjer između vrijednosti otpora na temperaturi t i vrijednosti otpora na temperaturi od 25°C. Računa se model za termistore tipa 1006 standardizirane tablice koji obuhvaćaju temperature u rasponu od -55 do 155 °C. Iz grafičkog prikaza podataka prikazanog na slici 6. vidljivo je da podatci nisu u linearnoj ovisnosti. Funkcije kojima bi mogli aproksimirati ove podatke su logaritamska, eksponencijalna ili polinom višeg stupnja.



Slika 6. Standardizirani podaci ovisnosti otpora o temperaturi za NTC termistore krivulje 1006

### 3.3. AKAIKEOV INFORMACIJSKI KRITERIJ

Akaikeov kriterij (AIC eng. Akaike information criterion) je relativna mjera koja se temelji na ocjeni kompleksnosti modela. Najbolji model je onaj s najnižom vrijednosti AIC.

Računat prema izrazu

$$AIC = T * \ln\left(\frac{2\pi * SR}{T} + 1\right) + 2M \quad (38)$$

Gdje je  $T$  broj korištenih podataka,  $M$  je broj računatih parametara modela, a  $SR$  je suma kvadrata odstupanja [19].

#### 4. REZULTATI I RASPRAVA

Polinom trećeg stupnja:

$$f(x_i, a, b, c, d) = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad (39)$$

Gdje parametre a, b, c i d određujemo metodom najmanjeg kvadrata kako slijedi:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n (y_i - f(x_i, a, b, c, d)) * \frac{\partial f(x_i, a, b, c, d)}{\partial a} &= 0 \\ \sum_{i=1}^n (y_i - f(x_i, a, b, c, d)) * \frac{\partial f(x_i, a, b, c, d)}{\partial b} &= 0 \\ \sum_{i=1}^n (y_i - f(x_i, a, b, c, d)) * \frac{\partial f(x_i, a, b, c, d)}{\partial c} &= 0 \\ \sum_{i=1}^n (y_i - f(x_i, a, b, c, d)) * \frac{\partial f(x_i, a, b, c, d)}{\partial d} &= 0 \end{aligned} \quad (40)$$

$$\frac{\partial f(x_i, a, b, c, d)}{\partial a} = x^3$$

$$\frac{\partial f(x_i, a, b, c, d)}{\partial b} = x^2$$

$$\frac{\partial f(x_i, a, b, c, d)}{\partial c} = x \quad (41)$$

$$\frac{\partial f(x_i, a, b, c, d)}{\partial d} = 1$$

$$\sum_{i=1}^n y_i x_i^3 - \sum_{i=1}^n a x_i^3 x_i^3 - \sum_{i=1}^n b x_i^2 x_i^3 - \sum_{i=1}^n c x_i x_i^3 - \sum_{i=1}^n d x_i^3 = 0$$

$$\sum_{i=1}^n y_i x_i^2 - \sum_{i=1}^n a x_i^3 x_i^2 - \sum_{i=1}^n b x_i^2 x_i^2 - \sum_{i=1}^n c x_i x_i^2 - \sum_{i=1}^n d x_i^2 = 0$$

$$\sum_{i=1}^n y_i x_i - \sum_{i=1}^n a x_i^3 x_i - \sum_{i=1}^n b x_i^2 x_i - \sum_{i=1}^n c x_i x_i - \sum_{i=1}^n d x_i = 0$$

$$\sum_{i=1}^n y_i * 1 - \sum_{i=1}^n a x_i^3 * 1 - \sum_{i=1}^n b x_i^2 * 1 - \sum_{i=1}^n c x_i * 1 - n * d = 0 \quad (42)$$

Dobiju se matrice:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n ax_i^3 x_i^3 & \sum_{i=1}^n bx_i^2 x_i^3 & \sum_{i=1}^n cx_i x_i^3 & \sum_{i=1}^n dx_i^3 \\ \sum_{i=1}^n ax_i^3 x_i^2 & \sum_{i=1}^n bx_i^2 x_i^2 & \sum_{i=1}^n cx_i x_i^2 & \sum_{i=1}^n dx_i^2 \\ \sum_{i=1}^n ax_i^3 x_i & \sum_{i=1}^n bx_i^2 x_i & \sum_{i=1}^n cx_i x_i & \sum_{i=1}^n dx_i \\ \sum_{i=1}^n ax_i^3 * 1 & \sum_{i=1}^n bx_i^2 * 1 & \sum_{i=1}^n cx_i * 1 & n * d \end{bmatrix} \quad (43)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n y_i x_i^3 \\ \sum_{i=1}^n y_i x_i^2 \\ \sum_{i=1}^n y_i x_i \\ \sum_{i=1}^n y_i * 1 \end{bmatrix} \quad (44)$$

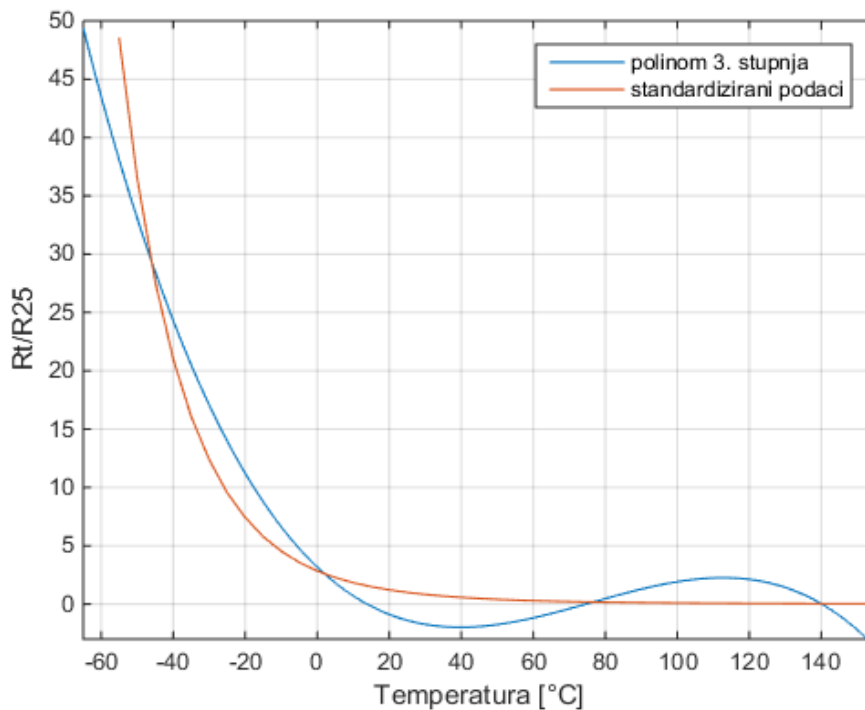
Umnoškom inverza matrice  $\mathbf{A}$  i vektora  $\mathbf{B}$  dobije se vektor  $\mathbf{C}$  u kojem se nalaze parametri  $a$ ,  $b$ ,  $c$  i  $d$ . Inverzna matrica  $\mathbf{A}^{-1}$  izračunata u programskom sustavu MATLAB ugrađenom funkcijom `inv`.

$$\mathbf{C} = \mathbf{A}^{-1} * \mathbf{B}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} -2,186 * 10^{-5} \\ 0,004998 \\ -0,2937 \\ 3,166 \end{bmatrix}$$

Dobije se funkcija oblika

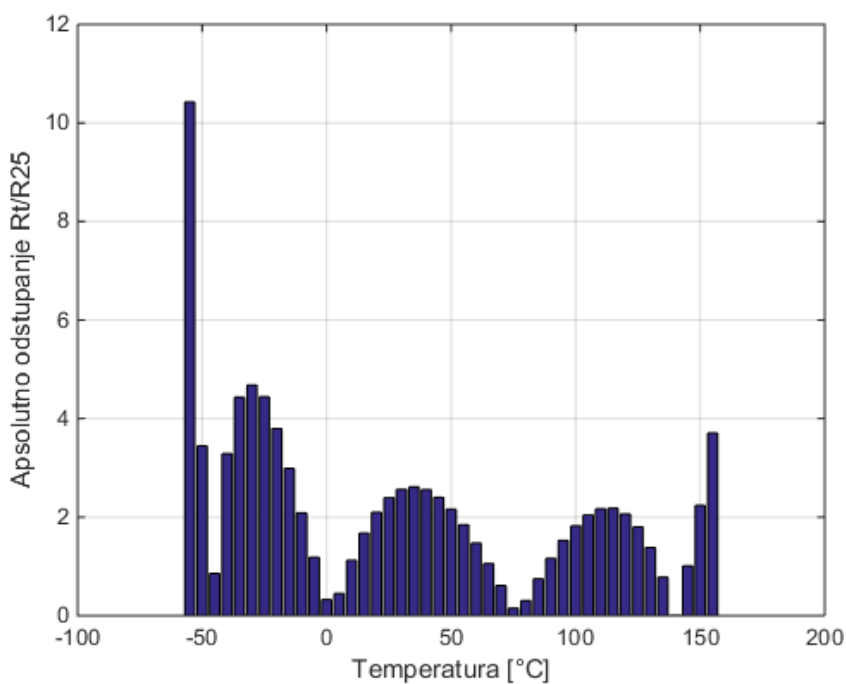
$$f(x_i, a, b, c, d) = -2,186 * 10^{-5} x^3 + 0,004998 x^2 - 0,2937 x + 3,166 \quad (45)$$



Slika 7. Usporedba standardnih podataka s aproksimacijskom krivuljom polinoma 3. stupnja

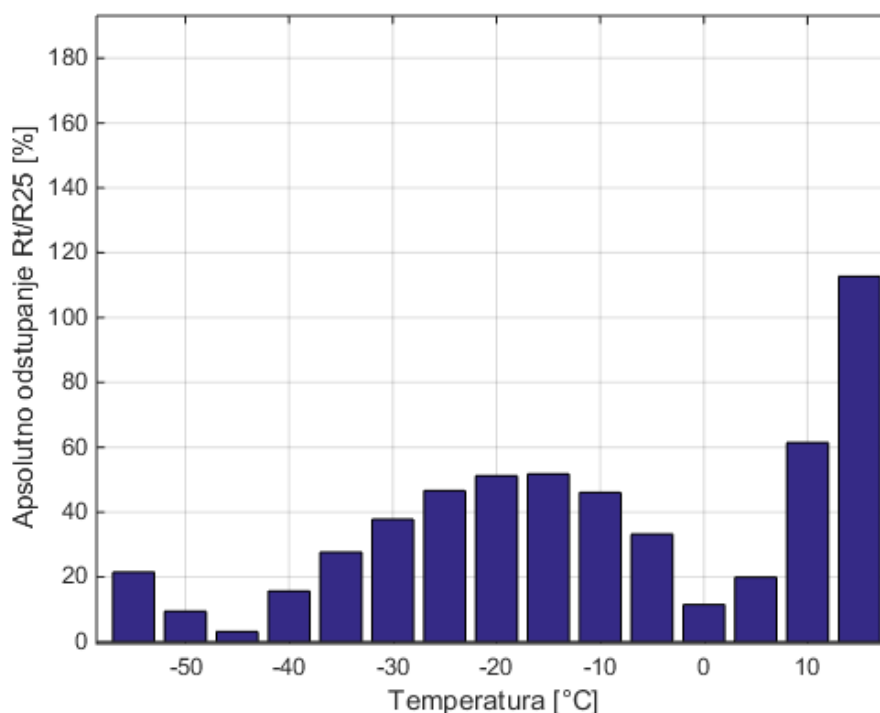
Suma kvadrata odstupanja za polinom trećeg reda:

$$\sum_{i=1}^n D_i^2 = 325,7746 \text{ najveće odstupanje } \max(D_i) = 10,4276 \text{ te } AIC = 174,976$$



Slika 8. Odstupanje ( $D_i$ ) za polinom 3. stupnja





Slika 9. Odstupanje za polinom 3.stupnja izraženo u postocima

Iz grafa je vidljivo da dobivena funkcija ne opisuje dovoljno dobro podatke iz standardizirane tablice. Za temperature iznad 0°C funkcija postaje vijugava iako prolazi kroz par točaka što znači da kada bi gledali podatke za određene temperature, većina njih ne bi bila točna osim ako bi se gledalo za par točaka u kojima eksperimentalna krivulja siječe standardiziranu. Na slici 9. možemo vidjeti odstupanje izraženo u postocima što nam daje bolji uvid u to kolika su zapravo odstupanja između standardizirani podataka i aproksimacijskih.

Odstupanje u postocima izračunato prema formuli:

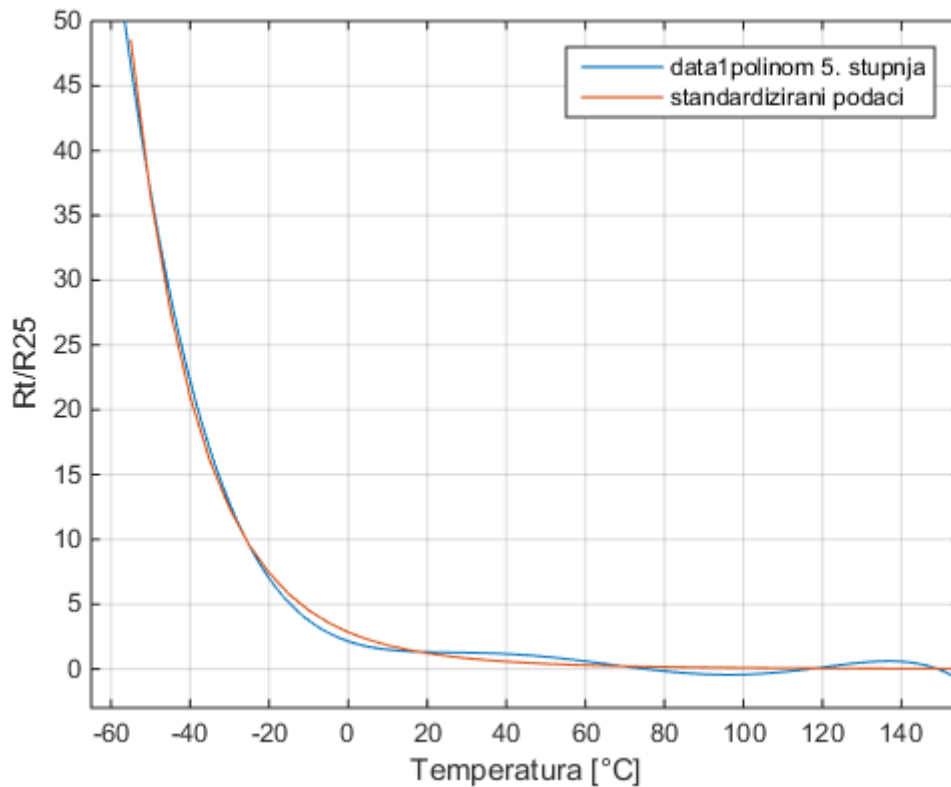
$$\text{Odstupanje [\%]} = \frac{|\text{aproksimirana vrijednost} - \text{tablična vrijednost}|}{\text{tablična vrijednost}} * 100\% \quad (46)$$

Da bi se bolje aproksimirali podaci dalje su uzeti polinomi viših stupnjeva. Istom metodom kojom su dobiveni parametri za polinom trećeg stupnja izračunati su parametri za polinome petog i osmog stupnja.

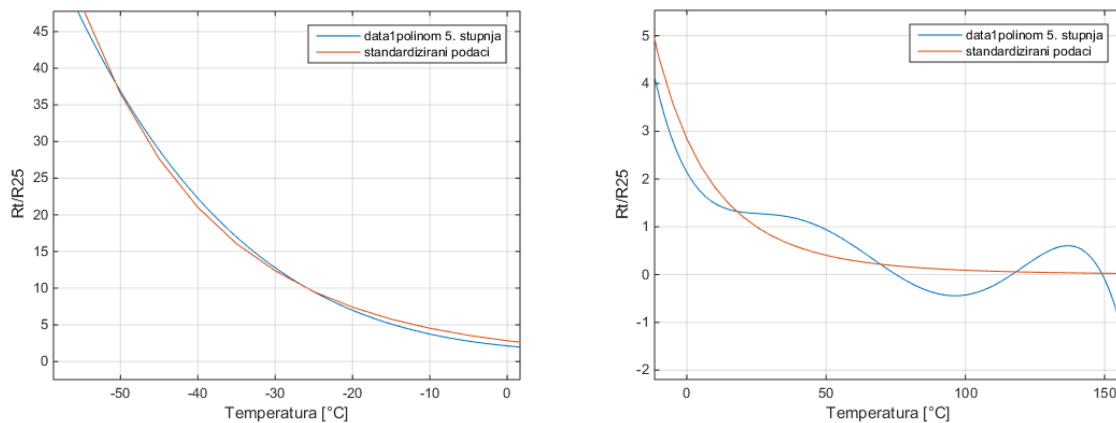
Za polinom petog stupnja dobivena je funkcija:

$$y = 2,143 - 0,1033x + 0,004705x^2 - 9,677 * 10^{-5}x^3 + 8 * 10^{-7}x^4 - 2,252 * 10^{-9}x^5 \quad (47)$$

Graf funkcije prikazan je na slici 10.

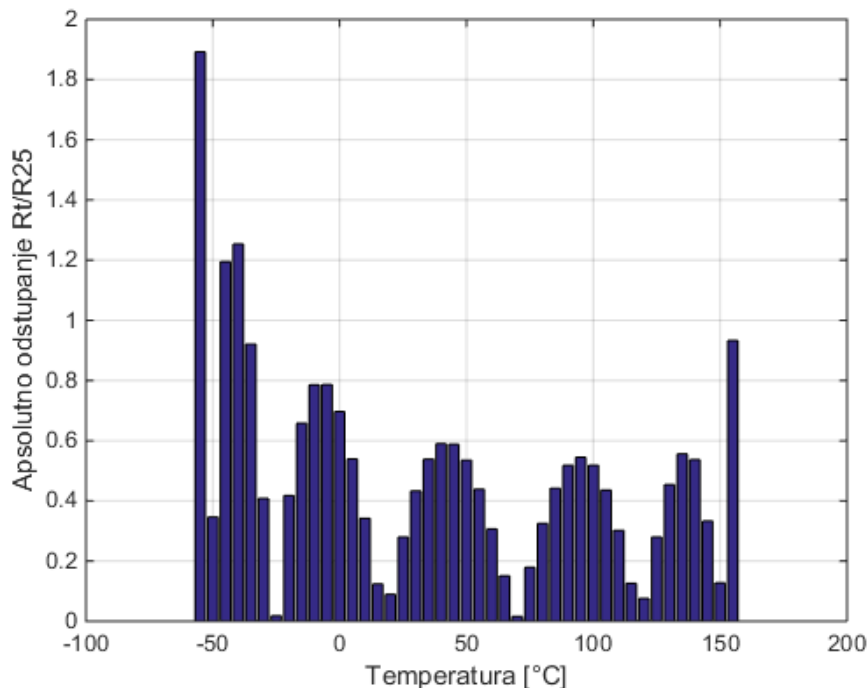


Slika 10. Usporedba krivulje standardiziranih podataka s aproksimacijskom krivuljom polinoma 5. stupnja

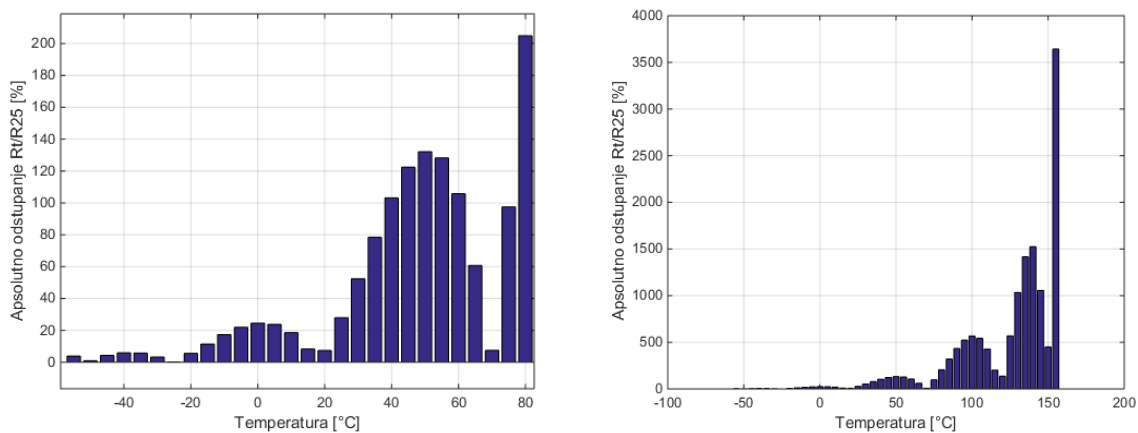


Slika 11. Uvećani prikazi za aproksimacijske krivulje polinoma 5. Stupnja za temperature manje od 0°C (lijevo) i veće od 0°C (desno)

$$\sum_{i=1}^n D_i^2 = 15,6702 \quad \text{najveće odstupanje} \quad \max(D_i) = 1,8919 \quad \text{i} \quad AIC = 63,189$$



Slika 12. Odstupanje ( $D_i$ ) za polinom 5. stupnja



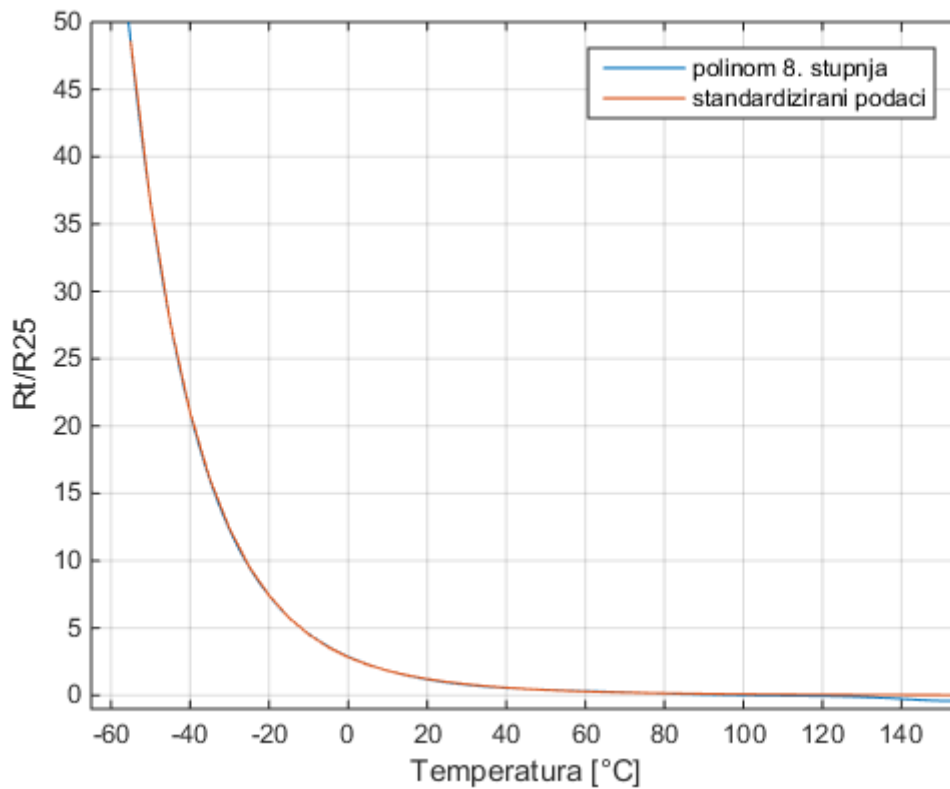
Slika 13. Odstupanje izraženo u postocima

Vidljivo je da kod polinoma petog stupnja funkcija nije toliko vijugava pri temperaturama većim od  $0^{\circ}\text{C}$  dok za temperature manje od  $0^{\circ}\text{C}$  gotovo pa savršeno opisuje standardizirane podatke. Na slici 13. vidljivo je da postotno odstupanje za temperature iznad  $30^{\circ}\text{C}$  prelazi 100% dok je za niže temperature odstupanje puno manje. Daljnjim povećanjem stupnja polinoma dobivene funkcije puno bolje opisuju standardiziranju krivulju.

Polinom 8. stupnja dobiven metodom najmanjeg kvadrata:

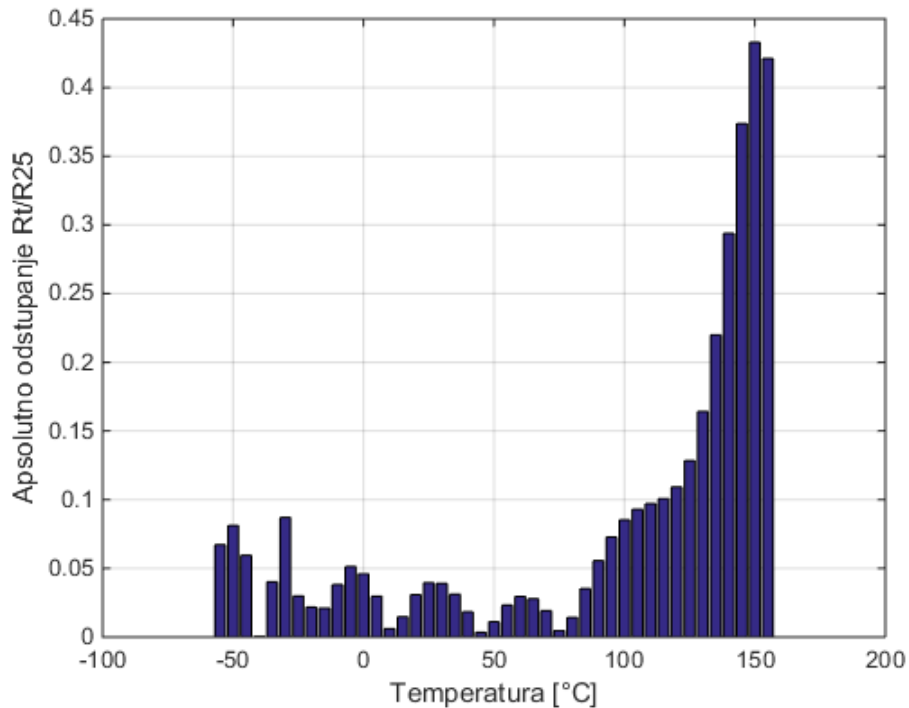
$$y = 2,886 - 0,1033x + 0,003116x^2 - 5,465 * 10^{-5}x^3 + 9,401 * 10^{-7}x^4 - 1,361 * 10^{-8}x^5 + 1,227 * 10^{-10}x^6 - 5,761 * 10^{-13}x^7 + 1,073 * 10^{-15}x^8 \quad (48)$$

Parametri za aproksimacijski polinom 8. stupnja izračunati pomoću Curve Fiting Toolboxa ugrađenog u programskom sustavu MATLAB.

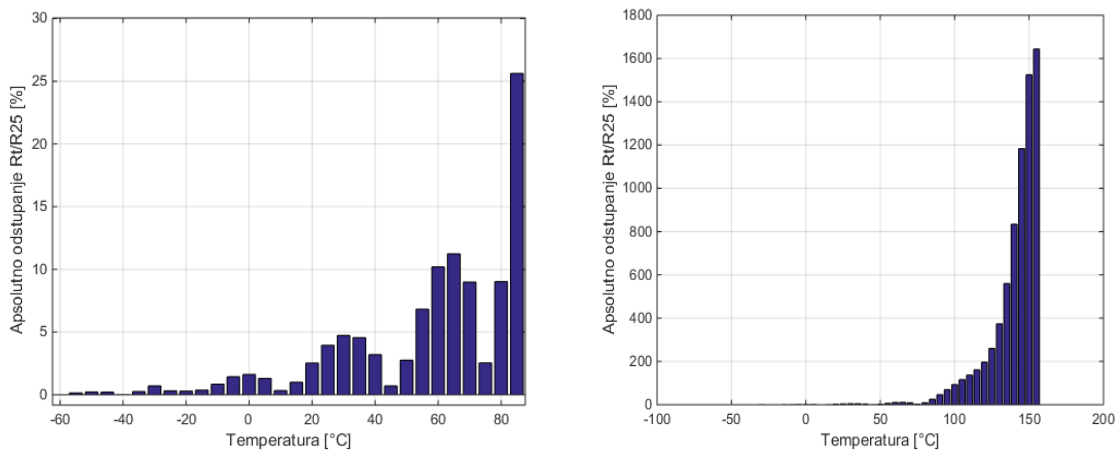


Slika 14. Usporedba krivulje standardiziranih podataka i polinoma 8. stupnja

$$\sum_{i=1}^n D_i^2 = 0,7809 \text{ najveće odstupanje } \max(D_i) = 0,4329 \text{ i } AIC = 22,64$$



Slika 15. Odstupanje za polinom 8. stupnja



Slika 16. Odstupanje izraženo u postocima za polinom 8. stupnja

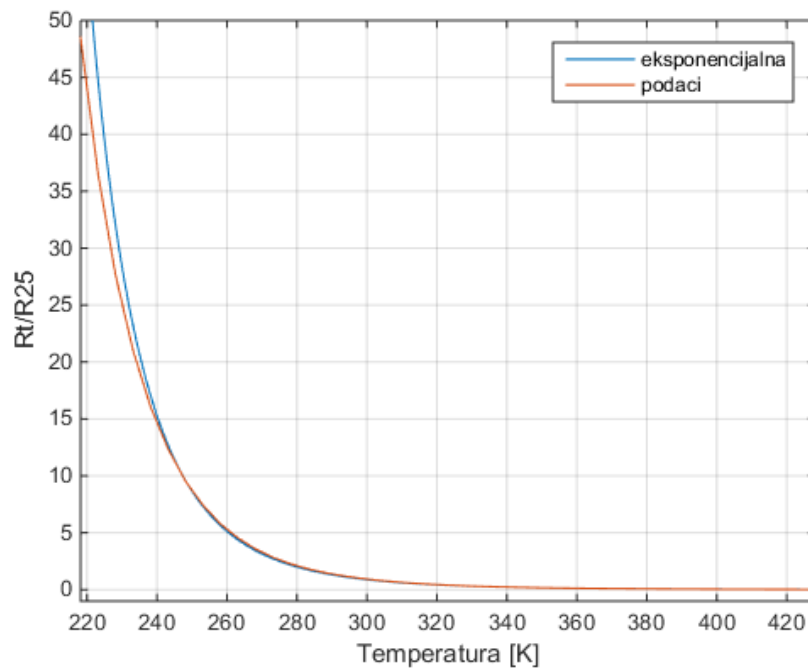
Na slici 15. vidljivo je da odstupanje aproksimacijskog polinoma 8. stupnja nije veće od 0,5 što znači da se ovaj polinom gotovo pa u potpunosti poklapa sa standardiziranim podacima. Promatrajući sliku 16. vidimo da su odstupanja za temperature manje od 0 °C manja od 1 % također se vidi da porastom temperature i odstupanja rastu te za temperature iznad 100 °C premašuju 100 %. Razlog ovako velikih postotnih odstupanja je zbog toga što su vrijednosti omjera otpora  $R_t/R_{25}$  standardiziranih podataka malenog iznosa pa unatoč pogrešci manjoj od 0,5 postotno odstupanje je relativno veliko.

Za eksponencijalna funkcija oblika:

$$y = a * e^{\frac{b}{x}} \quad (49)$$

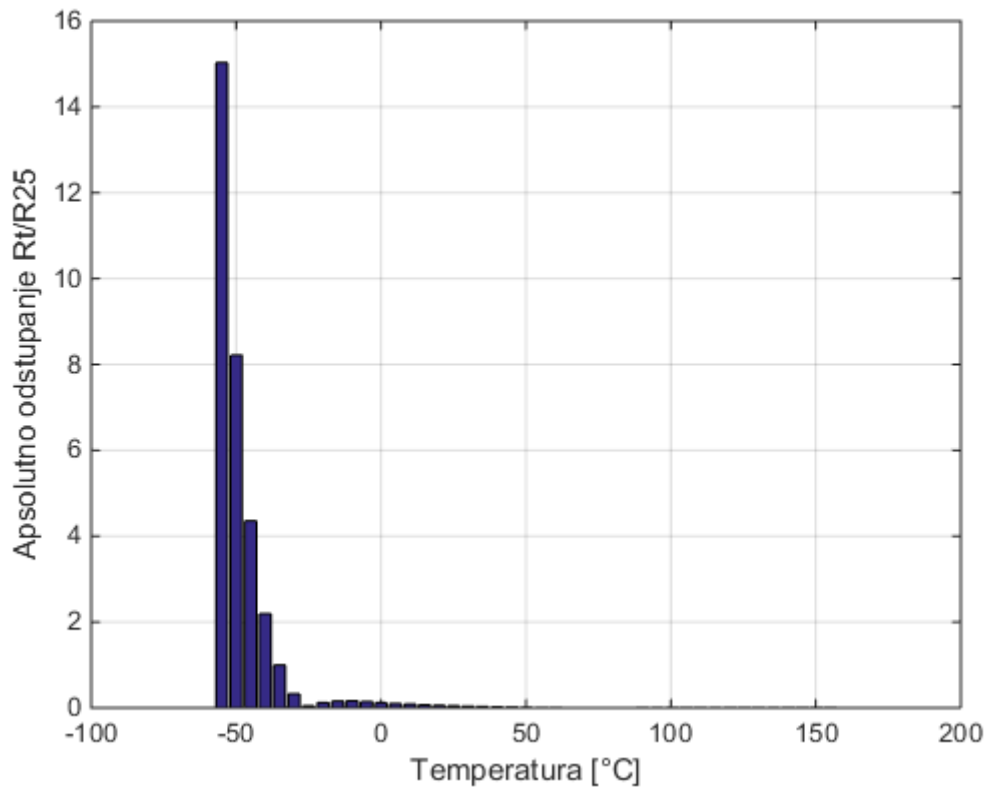
Izračunavanjem parametara metodom najmanjeg kvadrata dobijemo parametre  $a = 1,013 * 10^{-5}$  te  $b = 3414,4$  i dobijemo funkciju (50)

$$y = 1,013 * 10^{-5} * e^{\frac{3414,4}{x}} \quad (50)$$

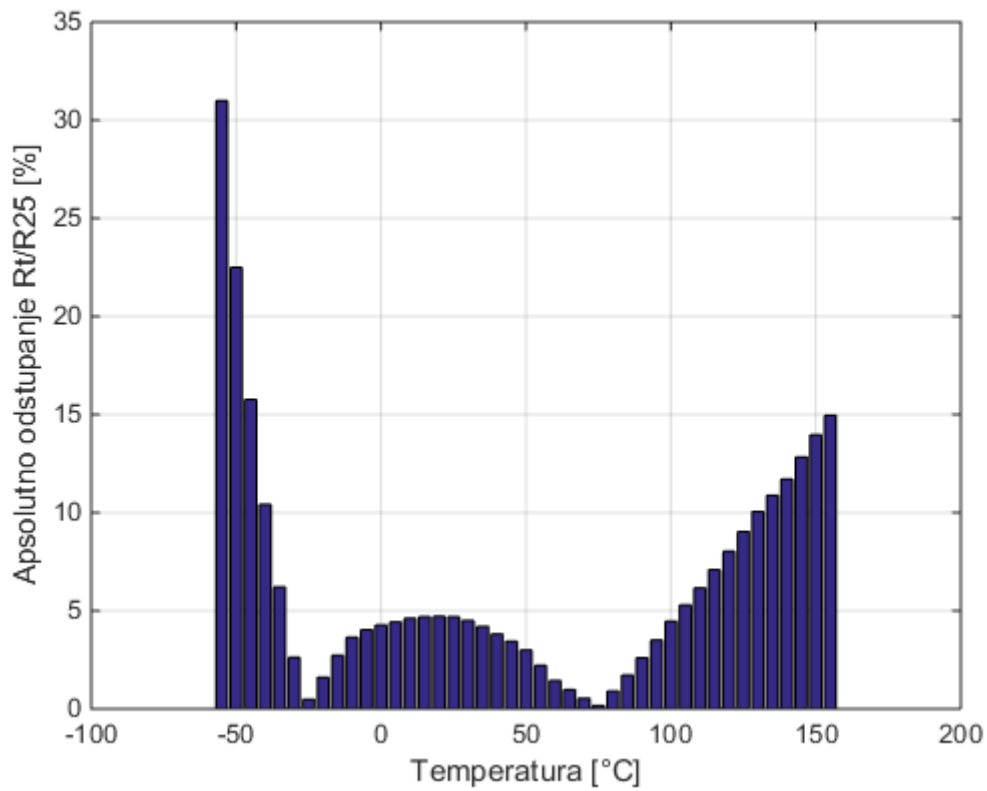


Slika 17. Usporedba standardiziranih podataka s eksponencijalnom aproksimacijskom krivuljom

$$\sum_{i=1}^n (D_i)^2 = 318,5356 \quad \text{najveće odstupanje } \max(D_i) = 15,033 \quad \text{te } AIC = 170,03$$



Slika 18. Odstupanje za eksponencijalnu funkciju (50)



Slika 19. Odstupanje u postocima za eksponencijalnu funkciju (50)

Kod eksponencijalne funkcije oblika (49) primjećujemo na slici 18. da su odstupanja za niže temperature izrazito velika.

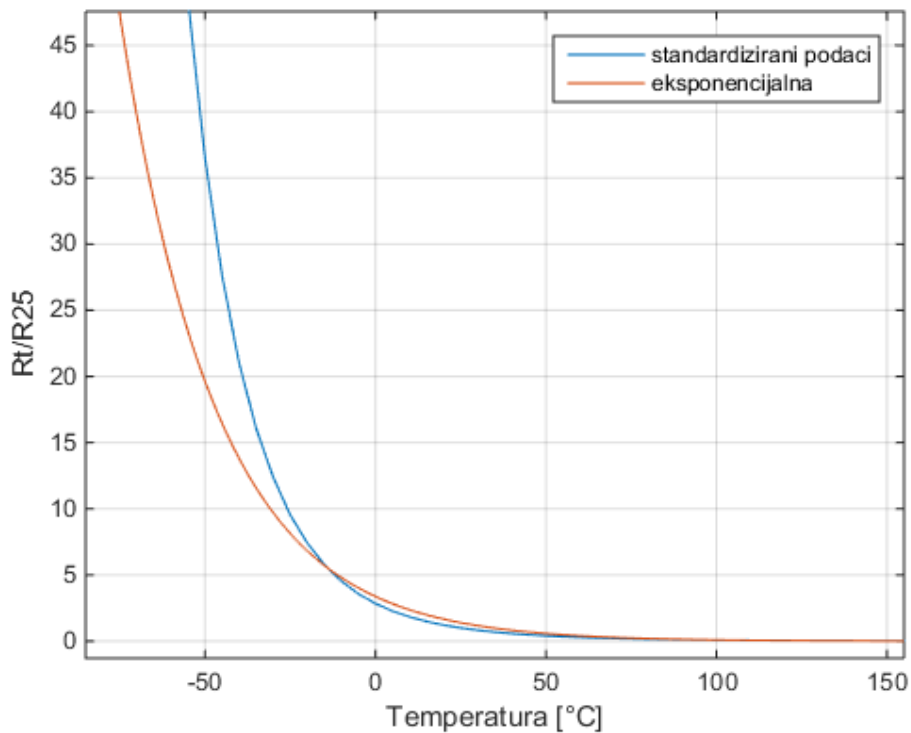
Eksponencijalna funkcija oblika

$$y = a * e^{bx} \quad (51)$$

Računanjem parametara a i b metodom najmanjeg kvadrata dobije se funkcija

$$y = 3,372 * e^{-0,03523x} \quad (52)$$

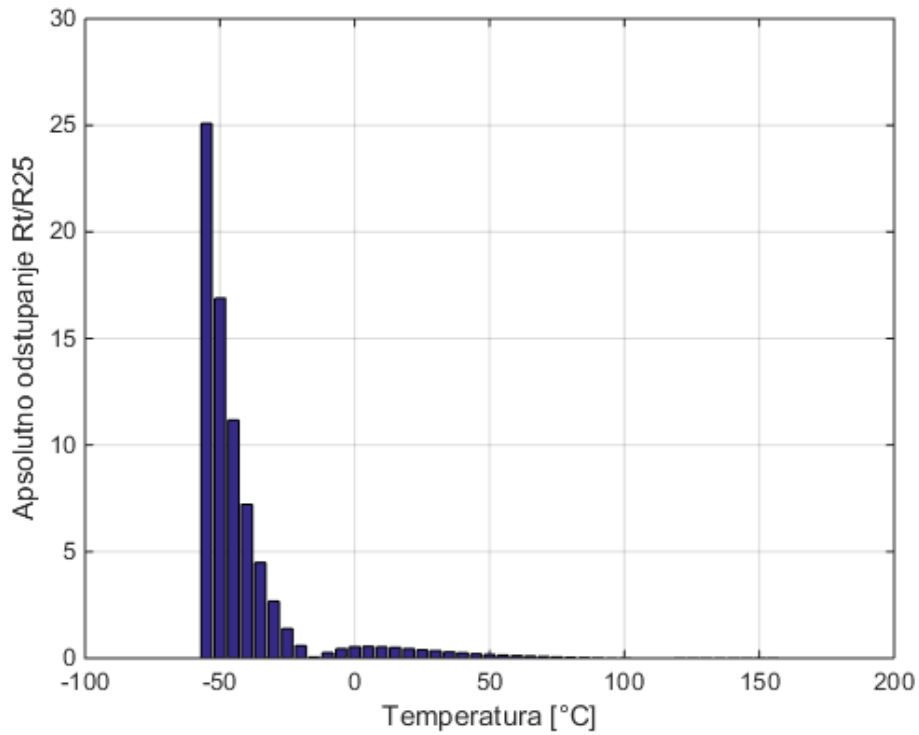
Grafički prikaz funkcije (52) i standardiziranih podataka na slici 20.



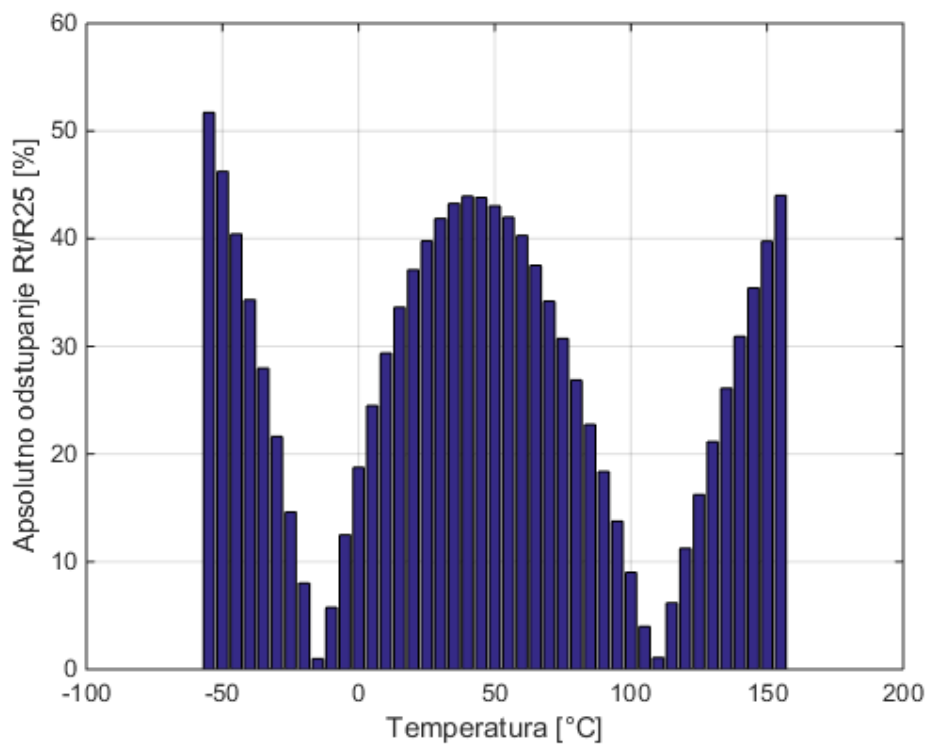
Slika 20. Standardizirani podaci i eksponencijalna aproksimacijska funkcija

$$\sum_{i=1}^n (D_i)^2 = 1123,4 \quad \text{najveće odstupanje } \max(D_i) = 25,086 \quad \text{te } AIC = 223,573$$





Slika 21. Odstupanje eksponencijalne aproksimacijske funkcije (52) od standardiziranih podataka



Slika 22. Odstupanje eksponencijalne aproksimacijske funkcije (52) od standardiziranih podataka izraženo u postocima

Eksponecijalne funkcije oblika (49) imaju još veće odstupanje na nižim temperaturama nego kod oblika (51) što vidimo na slici 21.

Tablica 2. Prikaz sume kvadrata odstupanja, najvećeg odstupanja i AICa za aproksimacijske funkcije.

Funkcija	Polinom 3.stupanj	Polinom 5.stupanj	Polinom 8.stupanj	Eksponecijalni oblik (49)	Eksponecijalni oblik (51)
Suma kvadrata odstupanja	325,7746	15,6702	0,7809	318,5356	1123,4
Najveće odstupanje	10,4276	1,8919	0,4329	15,033	25,086
AIC	174,976	63,189	22,64	170,03	223,573

Prema Akaikeu najbolji model je polinom osmog stupnja. Uspoređujući ostale aproksimacijske modele primjećujemo da je i polinom petog stupnja bolji od eksponecijalnih aproksimacija. Polinom trećeg stupnja malo je lošiji od eksponecijalne funkcije oblika (49), ali je bolji od eksponecijalne funkcije oblika (51). Gledajući najveća odstupanja pojedinog modela vidimo da su najveća odstupanja polinoma manja od najvećih odstupanja eksponecijalnih funkcija.

## 5. ZAKLJUČAK

Metodom najmanjeg kvadrata određeni su parametri za polinome trećeg, petog, osmog stupnja i za dva oblika eksponencijalne funkcije. Dobiveni su modeli koji povezuju promjenu temperature i otpora kod NTC termistora tipa 1006 standardizirane tablice EPCOS. Iz grafova dobivenih modela vidljivo je da ni polinomi ni eksponencijalne funkcije ne mogu jednakom točnošću aproksimirati podatke na cijelom temperaturnom području. Povećanjem stupnja polinoma povećava se i točnost aproksimacije, a zadovoljavajuća točnost je dobivena polinomom 8. stupnja te se daljnjim povećanjem stupnja polinoma ona nekih znatno mijenjala nego bi samo bilo potrebno računati veći broj parametara. Za polinomne funkcije uočeno je da dobro opisuju temperaturno područje manje od  $0^{\circ}\text{C}$ . Kod eksponencijalnih funkcija vidljivo je daju dobru aproksimaciju u temperaturnom području većem od  $0^{\circ}\text{C}$ . Prema Akaikeovom kriteriju polinomi daju bolju aproksimaciju od eksponencijalnih modela. Za modeliranje NTC termistora najbolje je kombinirati polinome i eksponencijalne funkcije kako bi aproksimacija bila što preciznija u cijelom temperaturnom području rada termistora.

## 6. LITERATURA

- [1] D. Adler, H. Brooks, *Phys. Rev.*, 1967., 155, 826
- [2] O. S. Aleksic, V. D. Maric, Lj. D. Zivanov, A. B. Menicanin, *A novel approach to modeling and simulation of NTC thick-film segmented thermistors for sensor applications*, IEEE Sensors Journal, 2007., 1420-1428 vol. 7
- [3] V. A. Brabers, J. C. J. M. Terhell, *Physica Status solidi (A)*, 1982., 325-332, vol 69.
- [4] Y. Cong, Z. Wang-cho, S. Bin, Z. Hang-xia, *Study on NTC thermistor characteristic curve fitting methods*, Computer Science and Network Technology (ICCSNT), 2001., 2209-2213
- [5] R. Cordella, *A heuristic thermistor model*, IEEE Transactions on Circuits and Sistemy, 1982., 272-276 vol. 29
- [6] B. Gunnar Malm, M.-R. Kolahdouz, H. H. Radamson, M. Ostilg, *Comprehensive temperature modeling of strained epitaxial silicon-germanium alloy thermistors*, Semiconductor Device Research Symposium, 2009., 1-2
- [7] E. D. Maclean, *Thermistors*, Electrochem. Pub., Glasgow, 1979., 5-11
- [8] A. B. Menićanin, *Analiza osnovnih karakteristika trodimenzionalnog anemometra sastavljenog od debeloslojnih segmentiranih termistora*, Magistarski rad, Univerzitet u Beogradu, 2008., 1-88
- [9] N. F. Mott, *Rev. Mod.Phys.*, 1967., 12, 328
- [10] S. M. Savić, *Analiza osjetljivosti debeloslojnih NTC termistora na promene temperature i protoka vazduha*, Magistarska teza, Univerzitet u Kragujevcu, Čačak, 2006., 3-38
- [11] R. Schmidt, A. Basu, A. W. Brinkman, *Physical Review B*, 2005., 115101 (1-9) vol 72.
- [12] Siemens & Matsushita, *Passive Components (Product survey) - Chip Thermistors*, 16-17, 1993.
- [13] I.-C. Tesu, *SPICE simulation of thermistors and thermistor circuits*, Electrotechnical Conference, 1991. 79-82 vol.1
- Elektronički izvori
- [14] Epcos, TDK, *SMD NTC Thermistors R/T characteristics*, <https://en.tdk.eu/download/531152/6cfd412bfbf90e7ea4b7c017c9b8af9f/pdf-rt.pdf> , pristupljeno 21.siječnja 2017.
- [15] *Metoda najmanjih kvadrata, Statistika i vjerojatnost, predavanja Matematika, FKIT*, [http://matematika.fkit.hr/novo/statistika\\_i\\_vjerojatnost/predavanja/7%20-%20Metoda%20najmanjih%20kvadrata.pdf](http://matematika.fkit.hr/novo/statistika_i_vjerojatnost/predavanja/7%20-%20Metoda%20najmanjih%20kvadrata.pdf) , pristupljeno 10.veljače 2017

- [16] Mjerni pretvornici – prilog predavanjima, FER,  
[http://www.fer.unizg.hr/\\_download/repository/MP02-KontaktnoMjerenjeTemperature.pdf](http://www.fer.unizg.hr/_download/repository/MP02-KontaktnoMjerenjeTemperature.pdf)  
, pristupljeno 10.veljače 2017.
- [17] NTC otpornici, Resonator, <http://resonator1.blogspot.hr/2013/07/ntc-otpornici.html>,  
pristupljeno 2.veljače 2017.
- [18] [http://racunala.ttf.unizg.hr/files/Aproksimiranje\\_podataka.pdf](http://racunala.ttf.unizg.hr/files/Aproksimiranje_podataka.pdf) , pristupljeno 20.veljače  
2017.
- [19] <http://web.efzg.hr/dok/STA/nerjavec/Doktorski-P10.pdf> , pristupljeno 20.travnja 2017.

## 7. SAŽETAK

NTC termistori su elektronički elementi koji imaju svojstvo smanjenja električnog otpora s povećanjem temperature. Napravljeni su modeli kako bi se dobili što točniji podaci otpora za određenu temperaturnu vrijednost. Metodom najmanjih kvadrata određuju se polinomi i eksponencijalne funkcije kako bi se opisali standardizirani podaci NTC termistora tvrtke Epcos. U oba slučaja dobiveno je jako dobro poklapanje modela sa standardiziranim podacima te se pomoću Akaikeovog informacijskog kriterija određuje bolji model. Polinomi bolje opisuju standardizirane podatke za negativno temperaturno područje dok eksponencijalne funkcije daju bolje poklapanje za pozitivno temperaturno područje. Za točnije podatke najbolje je koristiti kombinaciju ova dva modela u zavisnosti o tome za koju temperaturu je potrebno odrediti vrijednost otpora.

Ključne riječi: NTC termistor, modeli, polinomi, eksponencijalna funkcija, Akaikeov kriterij

## **8. SUMMARY**

NTC thermistors are electronic elements that have the ability to reduce electrical resistance by increasing the temperature. Models were created to get the most accurate resistance data for a certain temperature value. We use the least squares method to determine polynomial and exponential functions to describe the standardized NTC thermistor data of the Epcos company. In both cases, a very good model matching with standardized data was obtained and Akaike information criterion determined a better model. Polynomials better describe standardized data for a negative temperature range while exponential functions provide better coverage for a positive temperature range. For the exact data, it is best to use the combination of these two models depending on which temperature the resistance value is to be determined.

Key words: NTC thermistor, models, polynomials, exponential functions, Akaike criterion