

Sveučilište u Zagrebu
Prirodoslovno-matematički fakultet
Matematički odsjek

Tihana Britvić i Petar Jurišin
Matematika u politici

Zagreb, 2016.

Ovaj rad izrađen je na Zavodu za teoriju vjerojatnosti i matematičku statistiku pri Prirodoslovno-matematičkom fakultetu Sveučilišta u Zagrebu pod vodstvom prof. dr. sc. Siniše Slijepčevića i predan je na natječaj za dodjelu Rektorove nagrade u akademskoj godini 2015./2016.

SADRŽAJ

1. UVOD	1
2. IZBORNA KAMPANJA ili što kaže statistika	2
2.1. Kako sve započinje i što je to izborna kampanja	2
2.2. Statistika biračkog tijela.....	2
2.3. Pohlepa za brojevima	12
3. DAN IZBORA ili kako birati i biti biran	20
3.1. Izborni sustav	20
3.2. Kako glasovati.....	23
3.3. Preferencijalno glasovanje	24
4. REZULTATI IZBORA ili kada matematika prestaje, a politika počinje	27
4.1. D'Hondtova izborna metoda	27
4.2. Formiranje vlasti	29
4.3. Što bi bilo kad bi bilo	31
5. ZAKLJUČAK	33
6. LITERATURA.....	34
7. SAŽETAK.....	36
8.SUMMARY.....	37

1. UVOD

Politika je, htjeli mi to ili ne, svuda oko nas. Postoje oni koji vole politiku, ali postoje i oni koji je ne vole.

"Svaka je generacija odgovorna za stvaranje budućnosti sljedeće generacije."

Nancy Pelosi, bivša predsjednica Zastupničkog doma američkog Kongresa

Jedan od načina kako možemo definirati politiku je kao kolektivnu djelatnost koja smjera donošenju odluke o rješenju problema i izvršenju te odluke koja je obvezna za sve članove zajednice. U tom smislu, politika se ne odnosi samo na okršaje političkih stranaka, već i na svakodnevnicu drugih zajednica, kao što su Sveučilište, studentske udruge, javna televizija, sportska društva, udruge građana itd, u kojima se kolektivno dolazi do odluka kako riješiti neke probleme. Zato često čujemo za termine kao što su urednička politika ili politika glavnog odbora neke udruge.

Naš rad će se temeljiti na analizi izbornih procesa u demokratski uređenim državama, s naglaskom na događaje u Republici Hrvatskoj prije parlamentarnih izbora koji su se održali 8. studenog 2015. godine.

Općenito, država je organizirana društvena zajednica s jedinstvenim političkim sustavom. Kao pripadnici te zajednice trebali bismo znati kako se bira njena vlast, a kao matematičari bismo trebali znati primijetiti neke fenomene vezane za izbor i modele funkcioniranja te vlasti, usporediti i analizirati razlike između pravila koja vrijede negdje drugdje ili koja bi mogla vrijediti i naših pravila te ponuditi određena rješenja - baš kao političari. Na tom tragu je bio i belgijski matematičar D'Hondt kojemu se pripisuje metoda obračunavanja glasova u okviru izbornog sustava koji se danas primjenjuje u Republici Hrvatskoj.

"Ljudski osjećaj za pravdu čini demokraciju mogućom.

A ljudska sklonost nepravdi čini je prijeko potrebnom."

Reinhold Niebuhr, američki teolog i politički mislilac

Jedan izborni proces uključuje jako puno elemenata koji se dotiču prava: koje objašnjava određena građanska prava i pravila izbornog procesa; sociologije: koja nam govori zašto imamo ta prava; psihologije: koja govori o pojedincu tijekom izborne kampanje i percepciji politike; ekonomije: koja opravdava financijske manevre; te matematike: koja objašnjava kako praktički izgleda izborni proces i mnogima ono najvažnije - tko pobjeđuje.

2. IZBORNA KAMPANJA

ili što kaže statistika

2.1. Kako sve započinje i što je to izborna kampanja?

Izborna kampanja je planirana i organizirana politička djelatnost kojom izborni akteri nastoje dobiti što veću potporu birača za vlastite političke opcije i tako osvojiti vlast ili steći što veći udio u vlasti.

U fazi pripreme i planiranja kampanje, za koju se obično kaže da počinje onoga trenutka kad se zatvore biračka mjesta na prethodnim izborima, istražuje se političko tržište, angažiraju politički savjetnici i konzultantske ustanove, te osmišljavaju „distribucijske mreže“, odnosno sredstva odašiljanja poruka biračima i komuniciranja s njima. Formalno, izborna kampanja počinje raspuštanjem parlamenta ili prestankom mandata nekoga drugog izbornog tijela i traje do dana glasovanja, a praktično znatno dulje. (izbori.hr)

U pluralističkom društvu izborna kampanja treba biti usmjerena na unapređenje demokratskog procesa putem tolerantnog i argumentiranoga javnog dijaloga političkih aktera o ključnim temama društva i njegova razvitka.

Važno je naglasiti da su se tijekom posljednjih 25 godina zbile različite i dalekosežne promjene vezane za izborne kampanje i utjecaj toga fenomena na razvoj demokracije u Hrvatskoj. Od kasne zime i ranog proljeća 1990. godine do danas zbile su se promjene u najvažnijim instrumentima kampanje, odnosno glavnim temama. (Lalić i Kunac, 2010.)

2.2. Statistika biračkog tijela

Kako bismo bolje razumjeli važnost statistike u izbornoj kampanji i načine pridobivanja glasača, objasniti ćemo kako se formira izborna kampanja te ćemo obraditi nekoliko primjera kampanja u Republici Hrvatskoj do 2007. godine. Za početak ćemo kategorizirati (hrvatske) stranke u tri skupine: lijeve, desne i stranke centra. Iako ova podjela neće tako lako udovoljiti mnogim politolozima danas, mi smo je takvom napravili kako bismo ukratko objasnili tradicionalne vrijednosti i stavove tih skupina.

Strankama ljevice danas podrazumijevamo one stranke koje ističu vrijednost rada, borbe za radnička prava, jednakost, socijalnu sigurnost, sekularnost, prava manjina, a zalažu se za veći državni intervencionizam u gospodarstvu.

Strankama desnice podrazumijevamo one koje njeguju tradiciju, bore se za zaštitu obitelji, ističu važnost vjere, nacije i nacionalne navezanosti, veću slobodu poduzetništva te se zalažu za manju državnu intervenciju.

Stranke centra su, kako i ime kaže, između ljevice i desnice, a često se pojam centra odnosi na liberalne stranke i one koje dobiju dovoljan broj glasova, a mogu koalirati i s ljevicom i s desnicom. (Raos i Raos, 2012.)

U kontekstu ovih termina možemo govoriti o biračima desnih i lijevih stranaka te stranaka centra, ali i o važnoj skupini neodlučnih birača. No zašto i kako se građani svrstavaju u te skupine? Tu napokon dolazimo do prve izravne veze s matematikom - i to s teorijom racionalnog izbora, odnosno logikom kolektivnog djelovanja.

Prvo recimo nešto o teoriji igara koja originalno potječe iz matematike, a došla je u političku znanost iz ekonomske teorije, gdje se primjenjivala na ispitivanje problema zajedničkog djelovanja u situaciji nastanka sukoba pojedinačnih interesa. Ona razvija modele u kojima se istražuje koliko često pojedinci najbolje prolaze ako surađuju i one u kojima bolje prolaze ako ne surađuju. **Teorija racionalnog izbora**, slično teoriji igara, je pristup u političkoj znanosti nastao kao primjena ekonomskih shvaćanja o racionalnom ponašanju pojedinca koji u zadovoljavanju svojih interesa teži maksimalizirati svoje koristi. Racionalno ponašanje podrazumijeva sebično ponašanje, a racionalni je onaj pojedinac koji slijedi svoje interese. (Ravlić i Čepo, 2014.)

Logika kolektivnog djelovanja nastoji dati odgovore na drugo pitanje - zašto bi neki pojedinac pristupio nekoj interesnoj grupi kad ona ne donosi korist samo njemu, a to bi podrazumijevalo određenu žrtvu, a u kontekstu glasovanja zašto bi svoje povjerenje dao nekoj političkoj opciji od koje on nema izravne (sebične) koristi. Dok se teorija racionalnog izbora najviše temelji na ekonomskim razlozima, logika kolektivnog djelovanja za primjer uzima domoljublje kao najsnažniji neekonomski motiv privrženosti nekoj organizaciji u modernom dobu, ali i brojne druge emocionalne resurse i nesebično glasovanje pripisuje upravo njima - sve radi ostvarenja javnog dobra. No ipak, i percepcija javnog dobra ovisi o individualnom stavu pojedinca koji se često temelji na pojedinačnim interesima. (Olson, 2009.)

Navedene teorije se temelje na relevantnim statističkim podacima pa se i izborni stratezi bave proučavanjem biračkog tijela te formiranjem izborne kampanje na osnov prikupljenih podataka, a analitičari se bave analizom postojećih kampanja. Neke je podatke teško analizirati promatrajući veliku količinu birača te takvi statistički podaci daju nedostatan uvid u izbornu ponašanje. Da bismo u to dobili uvid, potrebno je pronaći i odrediti skupinu ljudi koji glasuju na određeni način. Nemoguće je i nepoželjno ustvrditi kako svaki pojedinac glasuje, ali je moguće ustvrditi kako glasači u svakoj izornoj jedinici glasuju kao tijelo. S obzirom da građani u tim malim izbornim jedinicama imaju mnogo zajedničkih karakteristika, moguće je sa sigurnošću generirati odnos između određenog načina glasanja i izvjesne skupine ljudi.

U analizi izbornih procesa se od II. svjetskog rata najviše koristi **anketa**. Anketa, u širem značenju, označava istraživački postupak kojim se izravno, iz prve ruke, prikupljaju podaci i informacije o ekonomskim, sociološkim, demografskim, psihološkim i drugim osobinama skupine ljudi ili društvene zajednice. Anketa, u užem značenju, označava samo onaj postupak u toku kojeg se odabranim ispitanicima postavljaju usmeno ili pismeno određena pitanja, na koja oni također usmeno ili pismeno daju odgovore. Nakon toga se odgovori podvrgavaju raznim vrstama kvantitativne, kvalitativne i kauzalne analize. (Zelenika, 2000.)

Ovisno o vrsti empirijskih istraživanja razlikujemo kvalitativna i kvantitativna istraživanja.

Tablica 1. Karakterizacije empirijskih istraživanja

Karakterizacija kvalitativnih istraživanja	Karakterizacija kvantitativnih istraživanja
<ul style="list-style-type: none"> • Kvalitativno promatranje (dubinski intervju, fokus grupe) • Cilj je podroban opis i tumačenje iskustava, prikupljanje novih spoznaja iz čega slijedi dublje razumijevanje pojava • Mali uzorci • Podatak je riječ 	<ul style="list-style-type: none"> • Kvantitativno promatranje (analiza sadržaja, ankete i testovi, eksperiment) • Cilj je provjera teorija i hipoteza, uočavanje uzročnih veza, proučavanje povezanosti varijabli ili razlika među skupinama → generalizacija na populaciju • Veći uzorci • Podatak je broj

Ankete se u političkim istraživanjima provode iz tri razloga:

1. Pragmatičnost, odnosno mogućnost predviđanja i djelovanja na političko ponašanje;
2. Možemo doći do socijalno-psiholoških podataka (percepcija, stavovi, motivacija...), a upravo su to one varijable na koje se eventualno može djelovati da bi se usmjerilo ponašanje;
3. Anketa nam daje podatke na "individualnoj" razini, tako da smo uvijek u stanju uočavati promjene u zavisnim varijablama, s obzirom na izolirane karakteristike pojedinca. (Šiber, 1984.)

"Po anketama ja uvijek gubim na izborima, no kad dođe izborni dan, ja ih dobijem"

Benjamin Bibi Netanyahu, izraelski premijer

Anketa prije svega traži precizno određenje populacije koja se ispituje, zatim jednostavna, jasna, nedvosmislena i nesugestivna pitanja, i to mali broj tih pitanja. Pitanja se mogu postaviti pismeno, pomoću otisnutog upitnika, ili usmeno, putem intervjua. Ako ispituje mišljenje cijele populacije jedne zemlje, ili jednog grada, tada nam uzorak kojeg ispituje putem ankete, mora istražiti sve odnose strukture tog stanovništva i to po svim bitnim parametrima koji utječu na stanje mišljenja i stavove populacije. Osnovni parametri su spolni, starosni, profesionalni i interesni te edukacijski, tj. oni koji određuju mjesto svake od tih grupa u strukturi stanovništva u cjelini.

Metoda anketiranja je postupak kojim se na temelju anketnog upitnika istražuju i prikupljaju podaci, informacije, stavovi i mišljenja o predmetu istraživanja. S obzirom na metodu anketiranja postoji više vrsta anketa. Ovdje ćemo reći nešto o CATI metodi koja je najraširenija u predizbornom anketiranju.

CATI (Computer aided telephone interviewing / kompjuterski podržano telefonsko anketiranje) je kvantitativna metoda istraživanja tržišta kod koje računalo asistira anketarima prilikom anketiranja. Za svako CATI istraživanje radi se program koji sadrži strukturirani upitnik istraživanja i bazu telefonskih brojeva. Na temelju programa računalo prilikom anketiranja određuje sljedeće pitanje na temelju posljednjeg ispitanikovog odgovora. Time se osigurava potpuna kontrola rada anketara. Program vrši odabir telefonskih brojeva na principu slučajnog odabira, omogućuje dogovor intervjua s ispitanicima u njima najpovoljnije vrijeme i alocira uzorak. (analitik.hr)

Prednosti CATI metode su: a) istovremeni unos i kontrola podataka; b) provedba velikog broja intervjua u kratkom vremenskom periodu; c) kontrola rada anketara; d) niži troškovi; e) pouzdana kontrola uzorka; f) standardizacija upitnika.

Prema prvim provedenim anketama za parlamentarne izbore 1992. godine, **log-linear statističkom procedurom** omogućila se analiza relacija kvalitativnih (diskretnih) varijabli.

Njezina je prednost što dopušta analizu više varijabli istodobno, a statistička značajnost odnosi se na vjerojatnost da je zaključak donesen temeljem statističke analize netočan, primjerice vjerojatnost $p < 0,05$ označava vjerojatnost pogreške manju od 5%, odnosno za očekivati je da je najviše 5 od 100 zaključaka netočno. Tako su izdvojena sociodemografska obilježja koja se u statistički značajnoj mjeri javljaju kod glasača neke određene stranke. Za različite stranke se pokazalo statistički značajnim da za njih glasaju različite skupine. Tada je odabrana solucija od pet klastera (stranaka/kрила) koje se pokušavalo povezati sa spolom, starosti i stupnjem obrazovanja. (Vrcan et al., 1995.)

Tablica 2. Rezultati sociodemografske ankete iz 1992.

HDZ	HSP	HSLŠ	Konzervativno krilo (HKDS, HDS, HSS, HNS, SDH)	Socijal- demokratsko krilo (SDPH, SSH, SDU)
-češće oni koji žive na selu ($p < 0,05$) - rjeđe mladi od 35 godina, a češće stariji od 50 godina ($p < 0,01$) - češće osobe bez škole ili s osnovnom školom ($p < 0,05$), a rjeđe osobe s visokom naobrazbom ($p < 0,05$)	-češće osobe koje žive na selu ($p < 0,05$) - češće muškarci nego žene ($p < 0,05$) - češće mladi do 35 god, a rjeđe stariji od 50 god ($p < 0,01$) - češće osobe s osnovnom školom ili bez nje, dok izostaju osobe s višom naobrazbom ($p < 0,05$)	-češće oni koji žive u gradskim sredinama ($p < 0,05$) - češće žene nego muškarci ($p < 0,05$) - češće mladi od 35 godina i rjeđe stariji od 50 godina ($p < 0,01$) - češće visoko obrazovani, a rjeđe osobe s najnižim obrazovanjem ($p < 0,01$)	-nisu utvrđene nikakve posebnosti njihovih glasača -jedino se češće javljaju poljoprivrednici ($p < 0,05$) što je vjerojatno posljedica značajne participacije glasača HSS-a	-rjeđe mladi od 35 godina ($p < 0,05$) i češće starije osobe od 50 godina ($p < 0,01$) - češće stručnjaci ($p < 0,05$)

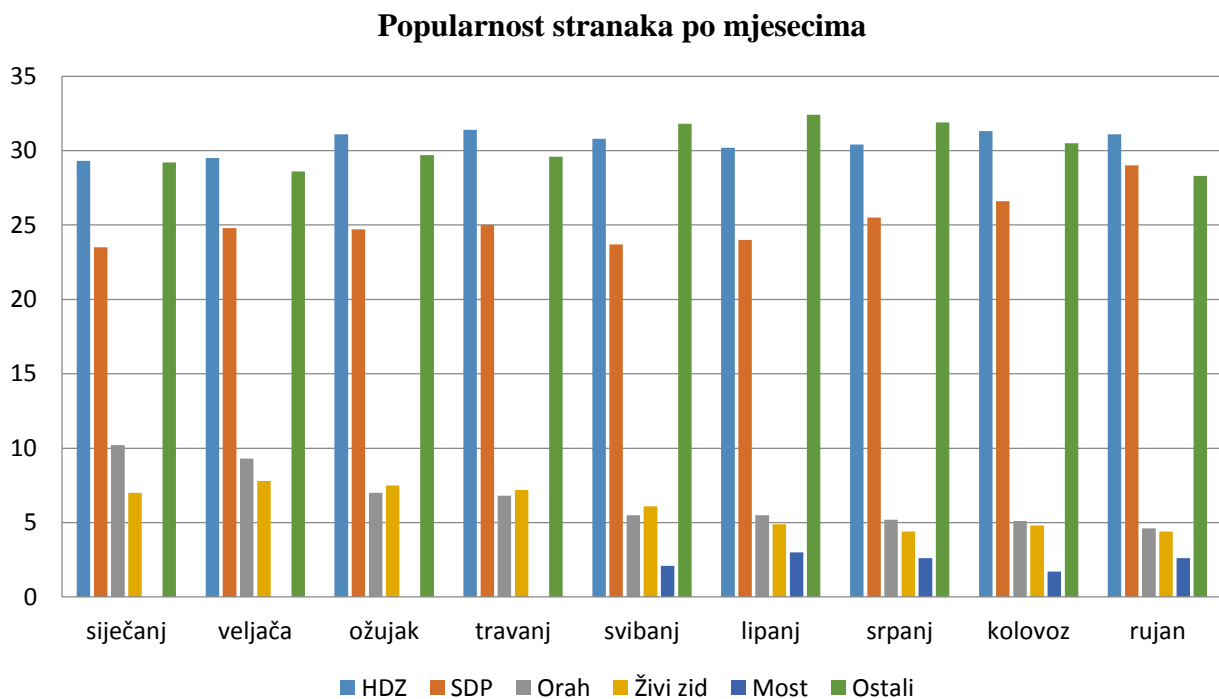
Agencija Promocija Plus d.o.o. od siječnja 2004. godine provodi redovito mjesečno ispitivanje javnog mnijenja – CRO Demoskop. Istraživanje se provodi neprekidno iz mjeseca u mjesec primjenom CATI metode na reprezentativnom uzorku od 1300 ispitanika stratificiranom po županijama, naseljima, spolu, dobi i obrazovanju iz cijele zemlje.

Istraživanje se provodi prva dva radna dana u mjesecu, prema standardiziranom upitniku. Rezultati istraživanja objavljuju se treći radni dan u mjesecu. (promocija-plus.com)

CRO Demoskop je istraživački projekt usmjeren na:

- preferencije stranaka i koalicija
- preferencije političara (najpozitivniji političar, najnegativniji političar)
- doživljaj rada Vlade RH, Hrvatskog sabora i Predsjednika RH
- preferencija društvenih i političkih događaja i tema tijekom prethodnog mjeseca u našoj zemlji ili važnih za Hrvatsku

Temeljem rezultata istraživanja CRO Demoskopa, napravili smo grafički prikaz popularnosti stranaka po mjesecima od siječnja do rujna 2015.

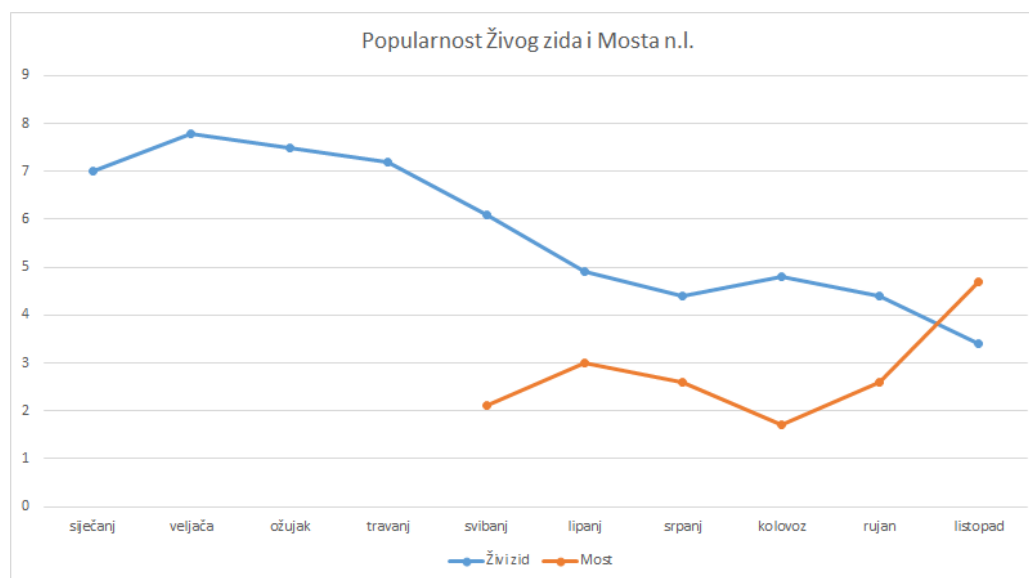


Slika 1. Grafički prikaz popularnosti stranaka po mjesecima

Posebno nas zanima popularnost stranaka takozvanoga trećeg puta, odnosno stranaka koje nisu bile u koaliciji predvođene HDZ-om ili SDP-om. Zato smo odlučili promatrati odnos popularnosti Živog zida kao relativno popularne stranke nekoliko mjeseci prije izbora, odnosno Mosta nezavisnih lista koji je nakon parlamentarnih izbora postao ključni „igrač“ u formiranju nove Vlade. Izdvojene popularnosti Živog zida i Mosta nezavisnih lista od siječnja 2015. do listopada 2015. dane su u sljedećoj tablici.

Tablica 3. Popularnost Živog zida i Mosta od siječnja do listopada 2015.

Stranka	siječanj	veljača	ožujak	travanj	Svibanj	lipanj	srpanj	kolovoz	rujan	listopad
Živi zid	7	7,8	7,5	7,2	6,1	4,9	4,4	4,8	4,4	3,4
Most					2,1	3	2,6	1,7	2,6	4,7



Slika 2. Grafički prikaz popularnosti Živog zida i Mosta od siječnja do listopada 2015.

Popularnost Mosta se počela testirati tek od svibnja zbog istaknutih javnih ličnosti koje su se počele okupljati oko platforme Mosta (primjerice Božo Petrov, Drago Prgomet, Ivan Kovačić, Stipe Petrina, Ivan Lovrinović, Robert Podolnjak), odnosno zbog povećanja medijske praćenosti. Zbog nepostojanja ozbiljnijeg izbornog programa početkom 2015. g., ali i zbog nedovoljne informiranosti građana o Mostu, za naše istraživanje smo pretpostavili da je popularnost Mosta od siječnja do travnja bila jednaka nuli.

Gornji graf koji prati popularnost Živog zida i Mosta nas dovodi do prvog pitanja:

„ Postoji li korelacija između pada popularnosti Živog zida i rasta popularnosti Mosta?“

Uvodimo dvije hipoteze:

H_0 : Pad popularnosti Živog zida je u korelaciji s rastom popularnosti Mosta.

H_1 : Ne H_0 .

Kako bi provjerili koja je hipoteza točna dovoljno je testirati hipotezu H_0 jer je H_1 samo njena negacija.

Pearsonov koeficijent korelacije je usko vezan uz ovisnost dvodimenzionalnih statističkih obilježja, a pokazuje stupanj afine povezanosti među podacima u uzorku, a definira se kao:

$$p_{XY} := \frac{S_{XY}}{\sqrt{S_{XX}S_{YY}}}$$

gdje su

$$S_{XX} := \sum_{k=1}^n x_k^2 - n\bar{x}^2, \quad S_{YY} := \sum_{k=1}^n y_k^2 - n\bar{y}^2, \quad S_{XY} := \sum_{k=1}^n x_k y_k - n\bar{x}\bar{y},$$

$$\bar{x} := \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k, \quad \bar{y} := \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n y_k.$$

Za Pearsonov koeficijent korelacije vrijedi $-1 \leq p_{XY} \leq 1$.

U programskom jeziku R smo unijeli brojčane podatke o popularnosti te dvije stranke kroz deset mjeseci (napominjemo još jednom da smo za popularnost Mosta pretpostavili da do travnja iznosi 0), zatim smo izračunali da je Pearsonov koeficijent korelacije $p = -0.9383522$.

Iz ovoga zaključujemo da su popularnosti jako (ali negativno) korelirane, čime smo potvrdili svoju pretpostavku. Napomenimo da jaka korelacija može, ali i ne mora značiti da je samo probitak Mosta uzrokovao pad popularnosti Živog zida. Ipak, za pretpostaviti je da je odnos u popularnostima jako povezan.

O samom programskom jeziku R i statističkoj obradi podataka u njemu ćemo još reći nešto kasnije.

Spomenimo još obradu podataka u Microsoft Excelu. Kao program za tablično računanje, Excel ima razne opcije za analizu podataka. Jedna od njih je i **linearna regresija**. U statistici, linearna regresija se odnosi na svaki pristup modeliranju relacija između jedne ili više varijabli označene sa Y te jedne ili više varijabli označene sa X , na način da takav model linearno ovisi o nepoznatim parametrima estimiranih iz podataka. Popularnost Živog zida i Mosta u određenom mjesecu možemo gledati kao funkcije popularnosti koje ovise o samim popularnostima te dvije stranke iz ovog ili iz prethodnog mjeseca.

U prvom slučaju gledamo popularnost Živog zida u mjesecu n , koju ćemo označiti kao $P_Z(n)$, odnosno popularnost Mosta u mjesecu n , koju ćemo označiti kao $P_M(n)$. Mi sada želimo sljedeću linearnu aproksimaciju:

$$P_Z(n) = \alpha \cdot P_M(n) + \beta, \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R}$$

Riječju, popularnost Živog zida u mjesecu n računamo preko popularnosti Mosta u istom tom mjesecu i nekog fiksnog parametra β .

Unosom podataka o popularnosti (uz ponovnu pretpostavku da je popularnost Živog zida do travnja bila jednaka nuli) dobijamo sljedeće rezultate:

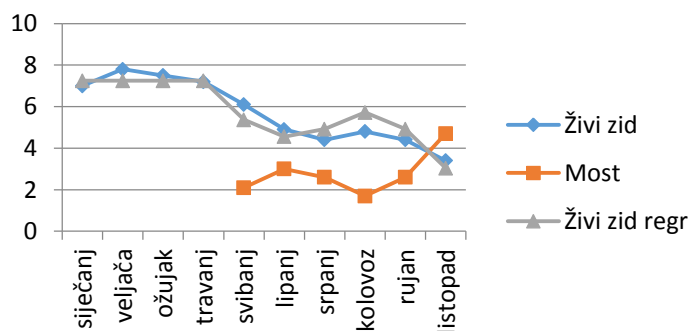
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	SUMMARY OUTPUT									
2										
3	Regression Statistics									
4	Multiple R	0,938352215								
5	R Square	0,880504879								
6	Adjusted R Square	0,865567989								
7	Standard Error	0,571223569								
8	Observations	10								
9										
10	ANOVA									
11		<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Significance F</i>				
12	Regression	1	19,23462907	19,23462907	58,94833991	5,86343E-05				
13	Residual	8	2,610370925	0,326296366						
14	Total	9	21,845							
15										
16		<i>Coefficients</i>	<i>Standard Error</i>	<i>t Stat</i>	<i>P-value</i>	<i>Lower 95%</i>	<i>Upper 95%</i>	<i>Lower 90,0%</i>	<i>Upper 90,0%</i>	
17	Intercept	7,244386162	0,265543754	27,28132763	3,51218E-09	6,632041167	7,856731158	6,750594795	7,738177529	
18	X Variable 1	-0,894842013	0,116549543	-7,677782226	5,86343E-05	-1,163605742	-0,626078284	-1,111571488	-0,678112538	
19										

Slika 3. Rezultati podatkovne analize u Excelu za dva koeficijenta

Dakle, dobili smo da je naša linearna aproksimacija popularnosti Živog zida dana s

$$P_Z(n) = -0,895 \cdot P_M(n) + 7,244.$$

Također smo opet dobili apsolutnu vrijednost našeg Pearsonovog koeficijenta korelacije.



Slika 4. Grafički prikaz popularnosti Mosta i Živog zida te njegove regresije

Promatrajmo sada puno zanimljiviji slučaj, rekurzivno ćemo prikazati popularnost Živog zida u mjesecu n pomoću popularnosti i Živog zida i Mosta iz prethodnog mjeseca $n - 1$. Želimo sljedeću linearnu aproksimaciju:

$$P_{\check{z}}(n) = \alpha \cdot P_{\check{z}}(n - 1) + \beta \cdot P_M(n - 1) + \gamma, \quad \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$$

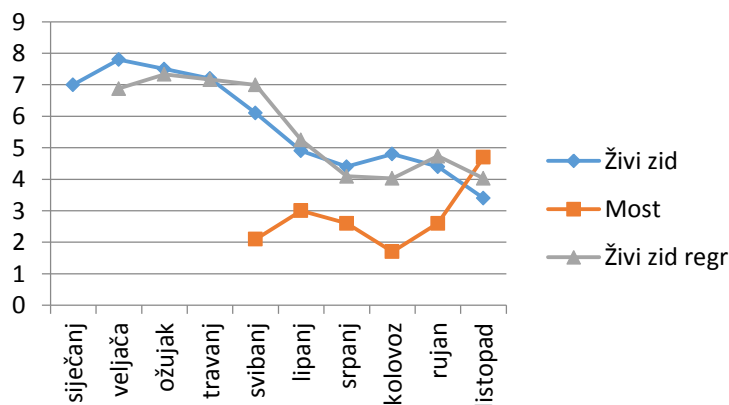
Riječju, slično kao u prošlom slučaju, popularnost Živog zida u mjesecu n računamo preko popularnosti samog Živog zida i Mosta iz mjeseca $n - 1$ i nekog fiksnog parametra γ . Uz iste pretpostavke kao i prije dobivamo sljedeći rezultat:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	SUMMARY OUTPUT									
2										
3	<i>Regression Statistics</i>									
4	Multiple R	0,922623928								
5	R Square	0,851234913								
6	Adjusted R Square	0,80164655								
7	Standard Error	0,706104408								
8	Observations	9								
9										
10	ANOVA									
11		<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Significance F</i>				
12	Regression	2	17,11738828	8,558694139	17,16602184	0,003292328				
13	Residual	6	2,991500611	0,498583435						
14	Total	8	20,10888889							
15										
16		<i>Coefficients</i>	<i>Standard Error</i>	<i>t Stat</i>	<i>P-value</i>	<i>Lower 95%</i>	<i>Upper 95%</i>	<i>Lower 90,0%</i>	<i>Upper 90,0%</i>	
17	Intercept	2,954304725	3,384280082	0,87294924	0,416254552	-5,326730316	11,23533977	-3,621961595	9,530571045	
18	X Variable 1	0,561101241	0,459813196	1,220280858	0,268138526	-0,564021117	1,686223599	-0,332398693	1,454601175	
19	X Variable 2	-0,537026638	0,490230291	-1,095457886	0,315328432	-1,736576948	0,662523671	-1,489632473	0,415579197	

Slika 5. Rezultati podatkovne analize u Excelu za tri koeficijenta

Sada smo dobili da je naša linearna aproksimacija popularnosti Živog zida dana s

$$P_{\check{z}}(n) = 0,561 \cdot P_{\check{z}}(n - 1) - 0,537 \cdot P_M(n - 1) + 2,954.$$



Slika 6. Grafički prikaz popularnosti Mosta i Živog zida te njegove regresije

Dakle, uz gore navedene pretpostavke i dobivenu aproksimaciju, popularnost Živog zida pozitivno ovisi o popularnosti Živog zida iz prošlog mjeseca i negativno o popularnosti Mosta iz prošlog mjeseca.

2.3. Pohlepa za brojevima

Definirali smo što je to izborna kampanja, odnosno kada i kako ona započinje, odredili smo tradicionalne smjernice političkih stranaka te način utvrđivanja biračkog tijela. Sada jedino preostaje izraditi uspješnu kampanju - i pobijediti na izborima. Već smo do sada primijetili važnost logike i statistike u formiranju određenih predizbornih zaključaka.

Još je krajem 1980-ih američki komunikolog M. Edelman shvaćao političku komunikaciju ponajprije kao **spektakl**, tj. kao "neprekinuto izvještavanje o novostima, stalno konstruiranje i rekonstruiranje društvenih problema, kriza, neprijatelja i vođa, i time stvaranje uzastopnog niza prijetnji i nada". On je uočio kako su raznovrsne konstrukcije političkog spektakla "Objašnjenja, ali i provokacije koje perpetuiraju političke napetosti, konflikte i manevriranja radi stjecanja prednosti, koja nikad ne traje predugo". (Lalić i Kunac, 2010., prema Edelman, 2003.)

Prema njemu, konstrukcija političkog spektakla zapravo je ključni čimbenik zbog kojega ljudi podržavaju neku vlast; takva konstrukcija stvara strahove i aspiracije, nesigurnost i uvjerenja koji su pogonsko gorivo u potrazi političara za legitimirajućim simbolima.

Izborna kampanja neke stranke najčešće je orijantirana na dvije strane: nastoji se motivirati simpatizere, odnosno vlastito biračko tijelo da izađe glasovati te se pokušava demotivirati tuđe birače da izađu na izbore (u tom se kontekstu često pojavljuje ono što nazivamo negativnom kampanjom). Raznim anketama utvrđeno je utvrđeno da je tek oko 1% birača tijekom kampanje spremno u potpunosti promijeniti svoj odabir stranke za koju će glasovati. Zato ćemo posebno analizirati izbornu kampanju za parlamentarne izbore 2007.godine kao jednih od najneizvjesnijih u političkoj povijesti Hrvatske. Podsjetimo se, parlamentarni izbori 2007. g. Održani su 25. studenog, a službena izborna kampanja je započela 3. studenog.



Slika 7. HDZ-ova izborna kampanja
(izvor: iutarnii.hr)



Slika 8. SDP-ova izborna kampanja
(izvor: sdb.hr)

"Nemoj voditi izbornu kampanju kakve bi se sramila tvoja majka."

Robert C. Byrd, senator iz američke savezne države Zapadne Virginije

Socijaldemokratska partija Hrvatske je veći dio 2007. godine imala posebno velik politički potencijal. Nakon smrti Ivice Račana i izbora tada mladog Zorana Milanovića za predsjednika, SDP je u lipnju 2007. prema anketama imao potporu 30,0% birača što je bilo 7% više od tadašnje HDZ-ove potpore. Taj je potencijal bio uvjetovan nezadovoljstvom mnogih građana stanjem u zemlji i funkcioniranjem vlasti. To je poglavito bilo vezano uz neuspjeh HDZ-a u suzbijanju korupcije, kriminala i siromaštva iako su od početka 2004. do druge polovine 2007. g. postignuti neki pomaci na ekonomskom i socijalnom planu poput smanjenja nezaposlenosti i povećanja BDP-a.

Ipak, "obični" građani u svojoj svakodnevnicu nisu osjetili značajnije učinke tih pozitivnih pomaka te se stanje moglo interpretirati **relativnom deprivacijom** - sažeto bi to značilo da su se prilike u društvu popravile, ali se nezadovoljstvo intenziviralo zbog povećanih očekivanja građana. Neposredno prije izbora 64,1% građana je u anketnom terenskom istraživanju reklo da kampanje uopće nisu utjecale na njih, ali je 15,0% anketiranih odgovorilo da kampanja učvršćuje opredjeljenje koje su imali i ranije, a 8,9% ispitanih je potvrdilo da preispituje opredjeljenje kojeg su prije imali. U konačnici, podaci ankete Fakulteta političkih znanosti sugeriraju da su kampanje stranaka jako utjecale na desetinu ispitanih građana. S obzirom da su rezultati izbora 2007. bili poprilično neizvjesni, vrlo je vjerojatno da je upravo izborna kampanja imala snažnu ulogu u određenju konačnog pobjednika, iako je teško reći koliku. (Lalić i Kunac, 2010.)

Građani su ocijenili kako mjesecima pred izbore s građanima najbolje komunicira HDZ, a nešto nižu ocjenu je dobio SDP. Također, kao posebno zanimljiv slogan birači su prepoznali HDZ-ov "Idemo dalje" (čak 57,8% ispitanih), dok je slogan SDP-a "Ljudi su snaga" prošao puno gore (tek 8,4%). Slogani drugih političkih opcija nisu bili znatno prepoznati pa je treće mjesto u popularnosti slogana dobila opcija "Nema zanimljivih slogana".

Kako smo već rekli, najveća šteta rejtingu HDZ-a nastala je zbog korupcije i kriminala. Zanimljivo je da je HDZ u vezi s tim odabrao komunikacijsku strategiju poricanja odgovornosti i prozivanja bivše vlasti upravo zbog "pravih" afera. SDP se pritom nije snašao te je propustio komunikacijski vješto poentirati na HDZ-ovim aferama. Također, HDZ je svojom retorikom oštetio i stranke desnice, kao što je HSP. Tako se, primjerice, često naglašavalo kako je "glas za HSP zapravo glas za SDP", što je dovelo do velikog izbornog neuspjeha HSP-a.

Dinamika rezultata istraživanja agencije Puls u 2007. je pokazala značajno smanjenje razlike između HDZ-a i SDP-a tijekom predizborne kampanje, a čak je 84,9% građana tvrdilo kako će izaći na izbore iako je na kraju na birališta izašlo samo 63,4% građana. (Lalić i Kunac, 2010.)

Tablica 4. Popularnost SDP-a i HDZ-a kroz 2007. godinu

Mjesec	Potpura SDP	Potpura HDZ
Srpanj 2007.	30,1%	25,4%
Rujan 2007.	30,8%	28,7%
Listopad 2007.	30,3%	30,3%

U Hrvatskoj se pojavljuje trend izlaska sve manjeg broja birača na istovrsne izbore, a participacija građana je vrlo važan čimbenik koji utječe na ishod izbora. Manje sudjelovanje građana na izborima povećava šanse onih stranaka koje imaju velik broj članova i simpatizera odnosno disciplinirano i uglavnom vjerno biračko tijelo. Na ishod parlamentarnih izbora 2007., može se procijeniti, najviše je utjecalo ono što se događalo za vrijeme službene izborne kampanje, i to ponajprije jer mnogi građani odluku donesu u zadnji čas. Pokazuje se da konačnu prevagu na izborima daju upravo oni birači koji se odlučuju u posljednjem trenutku, odnosno oni koji rješavaju konflikt opredjeljenja ostajanjem kod kuće. (Šiber, 1992.)

Također treba spomenuti i pojam **izbornog inženjeringa**, odnosno izbornog dizajna koji ne podrazumijeva nelegalne načine u pridobivanju glasova. Tako je na području RH do kraja 2007. broj birača porastao za 134.795 osoba unatoč konstantnoj depopulaciji. Posebno je povećanje broja birača bilo registrirano u gradovima u blizini BiH te veliki broj tih građana nije bio zahvaćen navedenim anketama jer većinu vremena obitavaju u susjednoj državi. S obzirom na rezultate izbora izvan Hrvatske, poprilično osnovano se može pretpostaviti da se većina tih birača opredjeljuje za HDZ, a samoj je stranci važnija pobjeda u izbornim jedinicama na području Hrvatske jer redovito u 11. izbornoj jedinici (za „dijasporu“) osvaja većinu ili sve mandate. O izbornom inženjeringu u Hrvatskoj ćemo reći još nešto kasnije.

Prokomentirajmo još najčešće motive kampanja HDZ-a i SDP-a. Zanimljivo je da gospodarski programi obje stranke nisu spomenuti u tv spotovima. HDZ je imao dosta personaliziranu kampanju, uglavnom ističući Ivu Sanadera. Već smo spomenuli SDP-ove pokušaje da progura borbu protiv korupcije, ali analitičari ističu kako su tada SDP-ovci napravili grešku jer su nekoliko mjeseci prije izbora otvorili tada novu temu - glasovanje dijaspore, na što je HDZ reagirao spotom s Nikom Kovačem kao hrvatskim reprezentativcem.

HDZ se u svojim spotovima dosta usmjerio na gospodarstvo, izbore, sport i razvoj, a SDP je u spotovima podjednako istaknuo puno društvenih pitanja poput vlasti, izbora, unutarnje politike, obrazovanja, gospodarstva, korupcije, poreza, socijalnih pitanja itd. U konačnici, brojni analitičari procjenjuju kako je HDZ-ova kampanja bila puno jednostavnija i pristupačnija biračima od SDP-ove te da je to zasigurno utjecalo na konačni izborni uspjeh.

(Lalić i Kunac, 2010.)

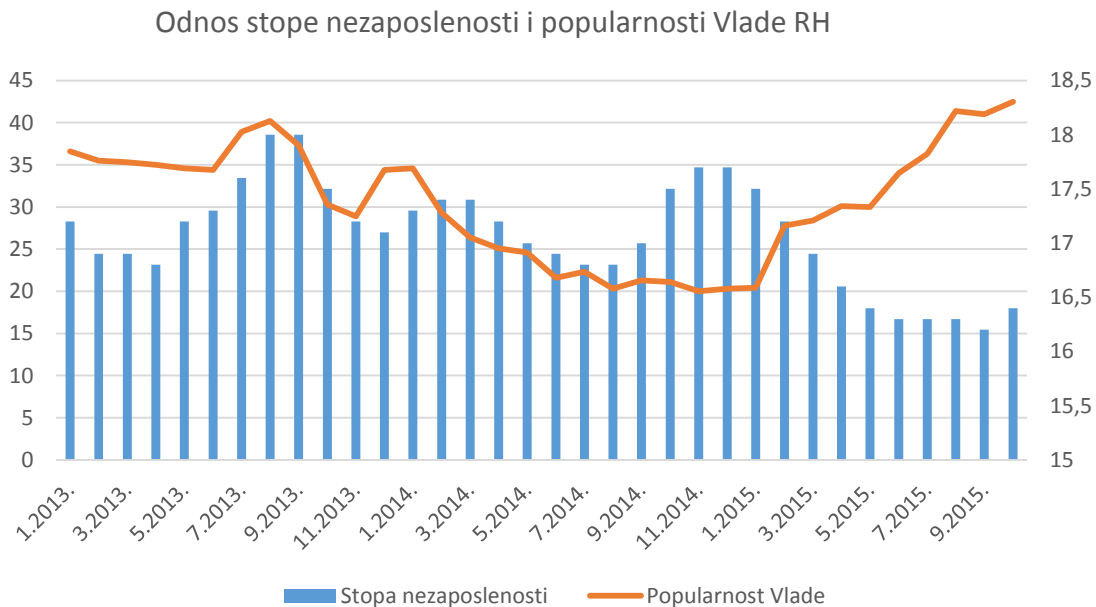
Promatrajmo sada odnos stope nezaposlenosti i popularnosti Vlade u razdoblju od siječnja 2013. godine do listopada 2015. godine, odnosno period od 34 mjeseca. Podatke o nezaposlenosti smo pribavili s web stranica Eurostata (<http://ec.europa.eu/eurostat/>), a podatke o popularnosti Vlade smo preuzeli od Promocije plus d.o.o., odnosno iz CRO Demoskopa.

Podatke smo sortirali u tablicu, pri čemu smo stopu nezaposlenosti u skladu s ekonomskom terminologijom označili s u, a popularnost Vlade smo označili s p.

Tablica 5. Stopa nezaposlenosti i popularnost Vlade od siječnja 2013. godine do listopada 2015. godine

Mjesec	u	p	Mjesec	u	p
1.2013.	17,2	36,6	6.2014.	16,9	21,6
2.2013.	16,9	35,5	7.2014.	16,8	22,3
3.2013.	16,8	35,3	8.2014.	16,8	20,3
4.2013.	16,8	35	9.2014.	17	21,3
5.2013.	17,2	34,6	10.2014.	17,5	21,1
6.2013.	17,3	34,4	11.2014.	17,7	20
7.2013.	17,6	38,9	12.2014.	17,7	20,3
8.2013.	18	40,2	1.2015.	17,5	20,4
9.2013.	18	37,3	2.2015.	17,2	27,8
10.2013.	17,5	30,3	3.2015.	16,9	28,4
11.2013.	17,2	28,9	4.2015.	16,6	30,1
12.2013.	17,1	34,4	5.2015.	16,4	30
1.2014.	17,3	34,6	6.2015.	16,3	34
2.2014.	17,4	29,3	7.2015.	16,3	36,3
3.2014.	17,4	26,4	8.2015.	16,3	41,4
4.2014.	17,2	25,1	9.2015.	16,2	41
5.2014.	17	24,6	10.2015.	16,4	42,5

Prikažimo naše podatke i grafički. S lijeve strane grafa označeni su postoci pomoću kojih promatramo popularnost Vlade, a sa desne strane su označeni postoci pomoću kojih promatramo stopu nezaposlenosti.



Slika 9. Grafički prikaz odnosa stope nezaposlenosti i popularnosti Vlade RH

Ovi podaci nas dovode do drugog pitanja kojeg ćemo statistički analizirati:

„ Postoji li korelacija između popularnosti vlade i stope nezaposlenosti? “

Ponovno uvodimo dvije hipoteze:

H_0 : Popularnost Vlade je u korelaciji sa stopom nezaposlenosti.

H_1 : Ne H_0 .

Kako bi provjerili istinitost naših hipoteza, u programskom jeziku R unosimo brojčane podatke za 34 mjeseca te računamo Pearsonov koeficijent korelacije.

```
> stopaNezaposlenosti[1:17]
[1] 17.2 16.9 16.9 16.8 17.2 17.3 17.6 18.0 18.0 17.5 17.2 17.1 17.3 17.4 17.4 17.2 17.0
> stopaNezaposlenosti[18:34]
[1] 16.9 16.8 16.8 17.0 17.5 17.7 17.7 17.5 17.2 16.9 16.6 16.4 16.3 16.3 16.3 16.2 16.4
> popularnostVlade[1:17]
[1] 36.6 35.5 35.3 35.0 34.6 34.4 38.9 40.2 37.3 30.3 28.9 34.4 34.6 29.3 26.4 25.1 24.6
> popularnostVlade[18:34]
[1] 21.6 22.3 20.3 21.3 21.1 20.0 20.3 20.4 27.8 28.4 30.1 30.0 34.0 36.3 41.4 41.0 42.5
> cor(stopaNezaposlenosti,popularnostVlade,method="pearson")
[1] -0.2541468
```

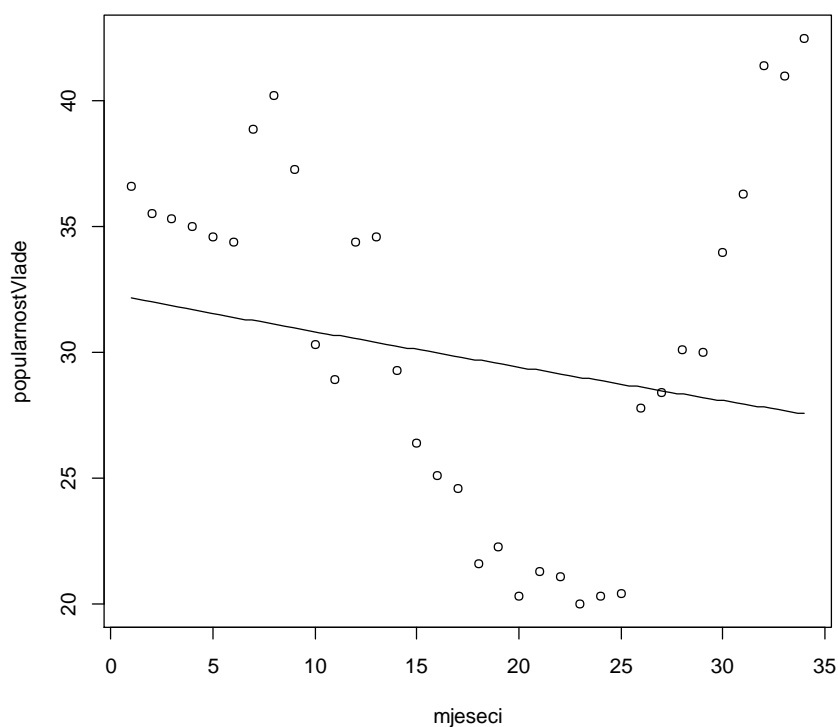
Slika 10. Unos podataka i rezultati analize u R-u

S obzirom na rezultat, odnosno da je naš koeficijent $p = -0,254$, zaključujemo da hipotezu H_0 odbacujemo u korist H_1 , odnosno da popularnost Vlade ne možemo značajno povezivati sa stopom nezaposlenosti. Dakle početni pad, odnosno kasniji rast popularnosti ipak možemo pripisati drugim, puno značajnijim faktorima koji su kroz te mjesece bili aktualni od same stope nezaposlenosti.

Programski jezik R nam također omogućava linearnu regresiju. Sada ćemo grafički aproksimirati dugoročnu popularnost Vlade pravcem s određenim nagibom. Jasno možemo zaključiti da je nagib pravca negativan, odnosno da je dugoročno popularnost Vlade u padu.

```
> popularnostVlade1=log(popularnostVlade)
> regr1=lm(popularnostVlade1~mjeseci)
> plot(mjeseci,popularnostVlade1)
> abline(regr1$coefficients)
> f=function(t)
+ + exp(regr1$coefficients[1]+regr1$coefficients[2]*t)
> plot(mjeseci,popularnostVlade)
> curve(f,add=T)
```

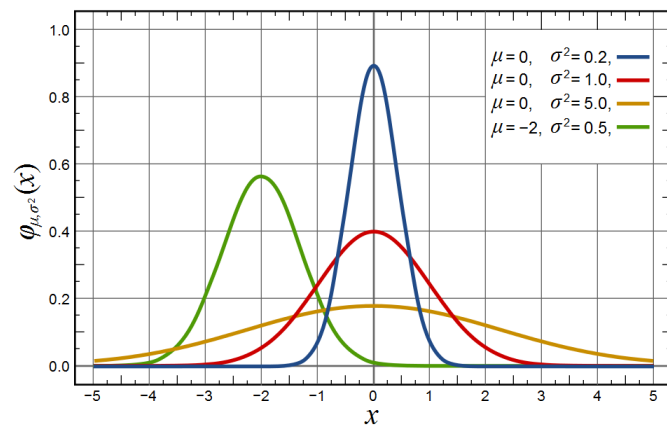
Slika 11. Programiranje linearne regresije u R-u



Slika 12. Grafički prikaz linearne regresije u R-u

U svakoj znanosti želimo uočiti nekakve pravilnosti. Tako se i određeni podaci koji utječu manje ili više na popularnost političara mogu ponašati "lijepo", odnosno donekle predvidivo. Zato ćemo sada konkretno promatrati ponaša li se stopa nezaposlenosti po nekoj distribuciji.

Normalna ili Gaussova distribucija je vrlo česta distribucija neprekidnih slučajnih varijabli te se koristi i u prirodnim i u društvenim znanostima. Grafički prikaz normalne distribucije, tzv. Gaussova krivulja je prikazana na slici ispod.



Slika 13. Grafički prikaz normalne distribucije

Gaussovu distribuciju možemo promatrati kao familiju neprekidnih distribucija čiji se elementi definiraju putem dva parametra: matematičko očekivanje (oznaka μ) i varijanca (oznaka $Var = \sigma^2$). Formulom zapisano:

$$f(x|\mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Ukoliko vrijedi $\mu = 0$ i $\sigma = 1$ tada tu distribuciju nazivamo standardnom normalnom distribucijom.

Da bismo mogli odgovoriti na naše pitanje koristit ćemo Kolmogorov-Smirnovljev test kojim se ispituje pripadnost nekoj neprekidnoj razdiobi F_0 :

Neka je X_1, X_2, \dots, X_n slučajan uzorak iz populacije s neprekidnom funkcijom distribucije F i F_0 neka konkretna distribucija.

Općenito imamo hipoteze:

$$H_0: F = F_0$$

$$H_1: \text{Ne } H_0$$

Koristi se testna statistika:

$$D_n := \sup_{x \in \mathbb{R}} |\hat{F}_n(x) - F_0(x)|,$$

gdje je \hat{F}_n definirano empirijska funkcija distribucije:

$$\hat{F}_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \mathbb{1}_{\{X_i \leq x\}}, \quad x \in \mathbb{R}$$

H_0 odbacujemo na zadanoj razini značajnosti α ako je opažena vrijednost d_n testne statistike D_n : $d_n \geq \delta_\alpha(n)$, gdje je $\delta_\alpha(n)$ $(1 - \alpha)$ - kvantil uzoračke razdiobe od D_n .

Dakle, naše pitanje glasi:

„Je li stopa nezaposlenosti normalno distribuirana?“

Standardno, za naše pitanje uvodimo hipoteze:

H_0 : Stopa nezaposlenosti je normalno distribuirana.

H_1 : Ne H_0 .

Kolmogorov-Smirnovljev testom testiramo pripadnost normalnoj razdiobi, a naše hipoteze provjeravamo na nivou značajnosti od $\alpha = 5\%$.

```
> ks.test(stopaNezaposlenosti, "pnorm", 16.2, 18, alternative = "two.sided")  
  
One-sample Kolmogorov-Smirnov test  
  
data: stopaNezaposlenosti  
D = 0.5, p-value = 8.28e-08  
alternative hypothesis: two-sided
```

Slika 14. Testiranje hipoteze u R-u

$p = 0.0000000828 < 0.05$ pa na nivou značajnosti 5% odbacujemo hipotezu H_0 u korist hipoteze H_1 .

3. DAN IZBORA

ili kako birati i biti biran

3.1. Izborni sustavi

Napokon je došao taj dan - kampanja je iza nas. Birališta su otvorena od 7 ujutro i bit će otvorena do 19 sati navečer. Ali za koga glasovati? Kako glasovati? Postoje li nekakvi uvjeti da neka stranka uđe u Sabor, a neka ne? Tko još glasuje s nama? Brojna se pitanja nameću koji je izborni sustav najbolji - onaj u kojem je vlast stabilna ili onaj u kojem se nastoji što realnije preslikati volja birača na predstavničko tijelo. Je li moguće ostvariti oboje?

"Izbori čine temelj liberalnog razumijevanja demokracije."

Dieter Nohlen, njemački politolog

Izborni sustav je skup pravila po kojima se odvijaju izbori. Njima se određuje koga birači biraju (kandidate ili stranke), način na koji biraju, način na koji se glasovi birača pretvaraju u zastupničke mandate i druga pitanja.

Prema cilju izbornog sustava i pravilu odlučivanja izborni sustavi se dijele na dva opća i suprotstavljena tipa: većinske i razmjerne izborne sustave. **Većinski izborni sustavi** teže parlamentarnoj većini jedne stranke ili saveza stranaka, a prema pravilu odlučivanja izabran je kandidat ili stranka koji dobiju relativnu ili apsolutnu većinu u izbornom okrugu. **Razmjerni izborni sustavi** teže što točnijem predstavljanju izborne snage političkih grupa (stranaka) koje postoje u nekoj državi u predstavničkom tijelu, a prema pravilu odlučivanja politička grupa dobiva onoliko mandata koliki je njezin glasački udjel u ukupnom broju danih glasova. (Ravlić i Čepo, 2014.)

Većinski se sustavi dijele na sustave apsolutne većine i sustave relativne (jednostavne) većine. Najpoznatiji i najstariji **sustav relativne većine** je britanski, a taj sustav se još koristi u SAD-u, Kanadi i Indiji. Cijela zemlja je podijeljena na onoliko izbornih okruga koliko ima članova parlamenta. U svakom okrugu bira se jedan zastupnik i izabran je onaj koji je dobio najveći broj glasova. Osnovni nedostatak ovog sustava je što suzuje izbor birača. Upravo **sustav apsolutne većine** nastoji ispraviti taj nedostatak proširujući izbor birača u prvom krugu, uz očuvanje jake i stabilne vlade. Najpoznatiji primjer toga sustava je francuski izborni sustav prema kojemu je zastupnik izabran ako dobije 50% + jedan glas.

Tu se uglavnom bira u dva kruga. I njegov je nedostatak što ipak suzuje izbor birača na dva dominantna bloka. Sustav apsolutne većine se primjenjuje i u Republici Hrvatskoj na izborima za Predsjednika Republike.

Možemo li vrednovati izborni sustav i kako? Najvažnije mjerilo vrednovanja izbornih sustava (historijski pokazano) je interesni položaj stranaka jer su pitanja o izbornim sustavima pitanja moći (mala stranka cijeni "pravedna predstvaništva", a velika mjeri po stabilnosti vlade stvaranjem stranačke većine). (Kasapović, prema Nohlen, 1992.)

Za većinski sustav je karakteristična mogućnost institucionalne zlouporabe koja nastaje proizvoljnim krojenjem (promjeni granica) izbornih okruga tako da se mijenja volja birača. Takva je zloupotreba prvi put ušla u politički jezik 1812. g. kao naziv za krojenje izbornih okruga u Massachusettsu koje je poduzeo guverner E. Gerry da bi osigurao pobjedu svoje stranke te je po njemu nazvana **gerrymandering**.

To je oblik spomenutog izbornog inženjeringa koji se u literaturi spominje kao izborna geografija, a često se naziva i izborna geometrija. U njemu se povlače granice izbornih okruga u korist vladajuće stranke iskorištavanjem različite zemljopisne razmještenosti birača političkih stranaka pa je za takve podvige potrebna matematička preciznost i povoljna vjerojatnost da će se postići željeni cilj. Napomenimo da je gerrymandering legalan postupak, ali se smatra neprimjerenim u modernim demokracijama. Ta se praksa često upotrebljavala u američkim izborima u 19. i 20. stoljeću radi onemogućavanja utjecaja Afroamerikanaca u pojedinim južnim državama, ali i na francuskim izborima od 1958. g. radi smanjivanja utjecaja Komunističke partije (lijeve i desne stranke su 1968. g. dobile sveukupno podjednak broj glasova, ali su ljevičari osvojili manje od trećine mandata u parlamentu).

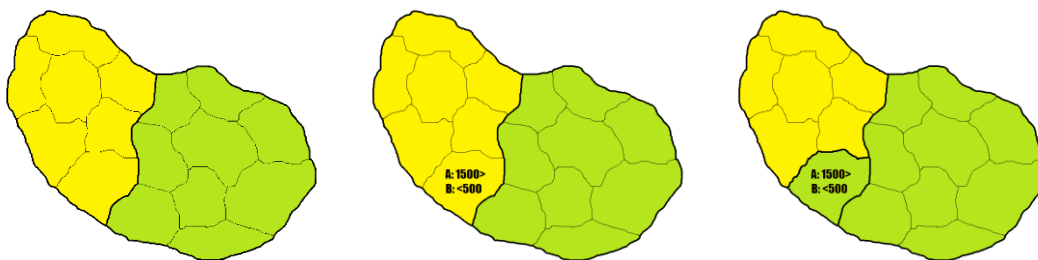
Kada govorimo o hrvatskom prijeizbornom inženjeringu tijekom prvog desetljeća nove države mislimo na tri vida u kojima se manifestirao: 1. Kontinuirana promjena izbornog sustava prije svakih parlamentarnih izbora; 2. Uvođenje posebne izborne jedinice za dijasporu 1995. godine; 3. Krojenje novih jedinica za izbor zastupnika prema novom razmjernom sustavu 1999. godine. Tako je primjerice za svako zastupničko mjesto u dijaspori trebao 8.981 glas, što je bilo tri puta manje nego za jedno mjesto u zemlji (30.217 glasova). (Podolnjak, 2011.)

Da bismo lakše i matematički objasnili sam izborni inženjering uzet ćemo jednostavan primjer. Pretpostavit ćemo da je jedna država podijeljena na samo dvije izborne jedinice s podjednakim brojem glasača: žuta i zelena (kao na slici 15).

Promotrimo situaciju kada imamo samo dvije stranke, označimo ih s A i B. Nadalje pretpostavimo da u jednom spornom okrugu (dijelu izborne jedinice) stranka A računa na sigurnih 1500 glasova, a stranka B na manje od 500. Ako pretpostavimo da će u zelenoj izornoj jedinici 13000 ljudi glasati za stranku A, a 11500 ljudi za B - uz podjelu 14 mandata svaka stranka dobiva 7 mandata po D'Hondt-ovoj metodi (o njoj ćemo još govoriti kasnije). Pretpostavimo da u žutoj izornoj jedinici obje stranke računaju na 13000 glasova.

Slijedi da je i u toj izornoj jedinici podjela mandata 7:7. Nakon pripajanja spornog žutog okruga zelenoj izornoj jedinici, stranka A računa na 14500 glasova, a B može računati na 12000 glasova. To je sada raspodjela mandata u omjeru 8:6 u korist stranke A. U žutoj izornoj jedinici stranka A sada računa na 11500 glasova, a B na 12500 glasova, ali to je i dalje po D'Hondt-ovoj metodi podjela mandata u omjeru 7:7.

Zaključimo: Prije prekrajanja teritorija, u obje izborne jedinice podjela mandata je bila 14:14, a nakon prekrajanja izbornih jedinica omjer je 15:13 u korist stranke A, odnosno dva mandata više.



Slika 15. Primjer jednostavnog prikaza izbornog inženjeringa

Razmjerni izborni sustav ima dva temeljna oblika: **sustav stranačkih lista**, koji se primjenjuje u većini europskih država (kao i u izborima za Sabor, odnosno EU parlament) te **sustav prenosivog glasa**, koji se primjenjuje u Irskoj. Uz to razlikuje se po broju **izbornih jedinica**: cijela zemlja može biti jedna izborna jedinica (npr. Izrael) ili može biti podijeljena na više izbornih jedinica (npr. Hrvatska). Tamo gdje je zemlja jedna izborna jedinica osigurava se visok stupanj razmjernosti, a povećanje broja jedinica smanjuje stupanj razmjernosti, ali i fragmentaciju parlamenta. U takvim izbornim sustavima obično postoji izborni prag (1-3%) kojim se onemogućuje potpuna fragmentacija parlamenta. **Izborni prag** je minimalni postotak glasova koje neka stranka ili neovisna lista mora osvojiti u nekoj izornoj jedinici da bi mogla sudjelovati u raspodjeli mandata.

U Hrvatskoj on iznosi 5%, u Izraelu 2%, a u Turskoj visokih 10%. Što više raste broj izbornih jedinica, to je sustav manje razmjernan, jer se povećava realan izborni prag za ulazak u parlament, ali se smanjuje fragmentacija parlamenta.

Hrvatski izborni sustav razmjernog predstavništva s velikim brojem izbornih jedinica ima relativno nisku razinu razmjernosti, ali izaziva relativno visoku razinu fragmentacije jer pogoduje malim lokalno utemeljenim strankama (npr. IDS-u i HDSSB-u), ali i nacionalnim strankama koje imaju jaka uporišta u nekim područjima (npr. HNS-u u sjevernoj Hrvatskoj). Napomenimo da prelazak preko izbornog praga ne garantira nužno i dobitak mandata (primjerice, na parlamentarnim izborima 2015. g. je Živi zid u 3. izornoj jedinici osvojio 5,26% glasova, ali to nije rezultiralo i dobivenim mandatom).

Nedostatak ovog sustava je, kako smo već i rekli, što vodi fragmentaciji parlamenta i time nestabilnim vladama, nema veze između birača i predstavnika, jača moć stranaka i njihovu oligarhizaciju. (Raos i Raos, 2012., Ravlić i Čepo, 2014.)

"Demokracija je najgori oblik vlasti ako izuzmemo sve ostale."

Winston Churchill, bivši engleski premijer

Slabosti većinskog i razmjernog sustava nastoje se umanjiti **mješovitim (kombiniranim) izbornim** sustavima u kojima se dio predstavnika bira po razmjernom, a dio po većinskom sustavu. Najpoznatiji primjer takvog sustava je njemački, ali možemo uzeti i Hrvatsku tijekom devedesetih godina.

3.2. Kako glasovati?

Nakon što smo odredili svoj izborni sustav, trebamo odrediti i metodu kako glasovati.

Važno nam je prvo da znamo u kojem smo izbornom sustavu kako bismo i znali donijeti adekvatnu strategiju za koga glasovati. Tako možemo razlikovati četiri načina glasovanja:

1. Pluralističko glasovanje - Glasovati se može za samo jednu listu/osobu

2. Runoff glasovanje - Glasovati se može između dvoje najboljih kandidata nakon što se pluralističkim načinom odredi koja su dva dobila većinu glasova

3. Negativno glasovanje - Glasovati se može za neku listu/osobu (+1) ili protiv neke liste/osobe (-1), ali ne oboje

4. Odobravajuće glasovanje - Glasovati se može za jednu ili više lista/osoba (Brams et al. 1983.)

Pogledajmo još koliko različitih **strategija** može pojedinac odabrati u svakom od ovih načina. Ovo je posebno zanimljivo s kombinatornog aspekta. Pretpostavimo još samo na početku da je neizlazak na izbore ekvivalentan strategiji poništavanja listića.

1. U pluralističkom glasovanju s m kandidata pojedinac ima na raspolaganju $m + 1$ strategija (može odabrati samo jednog kandidata ili može poništiti listić)
2. U runoff glasovanju s početnih m kandidata pojedinac ima na raspolaganju $3m + 3$ strategija ako dođe do drugog kruga glasovanja (u prvom krugu ima ekvivalentne strategije kao u pluralističkom glasovanju, odnosno $m + 1$ strategija, a u drugom može odabrati 3 strategije, odnosno glasovati za jednog od dva preostala kandidata ili poništiti listić)
3. Negativno glasovanje s m kandidata omogućuje pojedincu $2m + 1$ strategiju (za svakog kandidata se može glasovati ili pozitivno ili negativno ili se može poništiti listić)
4. Odobravajuće glasovanje s m kandidata pruža najveći broj strategija, čak 2^m (za svakog se kandidata može, ali i ne mora glasovati, odnosno za svakog kandidata postoje 2 strategije), no strategija glasovanja za sve kandidate je ekvivalenta poništenju listića, odnosno glasovanju za nijednog kandidata pa možemo govoriti o $2^m - 1$ neekvivalentnih strategija.

Kao matematičari možemo primijetiti jednu zanimljivost, odnosno sličnost negativnog i odobravajućeg glasovanja kada imamo 3 kandidata, odnosno kada je $m = 3$. I samim uvrštavanjem vidimo da $2^m - 1 = 2^3 - 1 = 7 = 2 * 3 + 1 = 2m + 1$, odnosno da imamo 7 mogućih strategija. Tada su ekvivalentne sljedeće strategije:

Tablica 6. Strategije pri negativnom i odobravajućem glasovanju

Negativno glasovanje	Odobravajuće glasovanje
Neizlazak na izbore	Neizlazak na izbore/Glasovanje za sve kandidate
1. kandidat +1	1. kandidat +1
2. kandidat +1	2. kandidat +1
3. kandidat +1	3. kandidat +1
1. kandidat -1	2. i 3. kandidat +1
2. kandidat -1	1. i 3. kandidat +1
3. kandidat -1	1. i 2. kandidat +1

3.3. Preferencijalno glasovanje

Preferencijalno glasovanje je sustav glasovanja u kojem birači osim mogućnosti glasovanja za određenu listu imaju pravo zaokruživanja određenog kandidata s te liste.

Taj sustav se razlikuje od **sustava zatvorenih lista**, gdje birači glasuju samo za željenu listu, a poredak kandidata na listi određuju stranke, odnosno kandidati sami. Zato se često za preferencijalno glasovanje upotrebljava termin "demokracija unutar demokracije". U Hrvatskoj je preferencijalno glasovanje prvi put primijenjeno na izborima za EU parlament 2013. godine.

Saborska je većina 13.2.2015. g. izmijenila Zakon o izborima zastupnika u Hrvatskom saboru te tako uvela i preferencijalno glasovanje i na našim parlamentarnim izborima, koje je prvi put bilo primijenjeno 2015. godine. Izbor zastupnika za Hrvatski sabor bit će ekvivalentan izboru zastupnika za Europski parlament. (wikipedia.org i nacional.hr)

"Preferirani glasovi za pojedine kandidate se uvažavaju ako broj preferiranih glasova pojedinog kandidata iznosi najmanje 10% glasova koje je osvojila pojedina lista.

Izabrani su oni kandidati sa svake liste kandidata koji su dobili najveći broj preferiranih glasova. Kada dva ili više kandidata dobiju isti broj preferiranih glasova, odlučujući je poredak na listi kandidata"

Stavci 4. i 5. Članka 26. Zakona o izborima zastupnika iz RH u Europski parlament

U praksi je preferencijalno glasovanje pokazalo rezultate, ali nažalost izlaznost na europske izbore u dva navrata nije bila velika. Pogledajmo kako je preferencijalno glasovanje utjecalo na izbor zastupnika za EU parlament 2014. godine kod dvije najveće liste. Napomenimo još samo da je na tim izborima cijela Hrvatska jedna izborna jedinica. Poredak u tablicama je originalni poredak na listama, a zelenom su bojom označene osobe koje su izabrane (izbori.hr)

Tablica 7. Rezultati izbora za EU parlament 2014. godine (liste HDZ-a i SDP-a)

HDZ	Kandidat	Rezultat
1	Andrej Plenković	18,61%
2	Dubravka Šuica	4,13%
3	Ivana Maletić	2,53%
4	Davor Ivo Stier	6,92%
5	Marijana Petir	11,18%
6	Ruža Tomašić	28,08%
7	Ivica Tolić	7,38%
8	Ivan Tepoš	0,2%
9	Željana Zovko	0,63%
10	Ivan Sablić	0,32%
11	Milivoj Špika	0,2%

SDP	Kandidat	Rezultat
1	Neven Mimica	8,14%
2	Biljana Borzan	3,03%
3	Jozo Radoš	5,61%
4	Ivan Jakovčić	7,75%
5	Tonino Picula	48,13%
6	Oleg Valjalo	0,42%
7	Višnja Fortuna	2,54%
8	S. Petrović Jakovina	0,39%
9	Marin Vučić	0,96%
10	Karolina Leaković	0,27%
11	Milorad Pupovac	9,36%

Iako na prvi pogled izgleda da su liste sastavljane logično (jer su uglavnom prvi ljudi na listama i izabrani), vidimo da je stvarni rezultat pojedinih kandidata znatno bolji od njihovog mjesta na listi (npr. Ruža Tomašić i Tonino Picula). Vrlo je vjerojatno da su sami čelnici stranaka toga bili dobro svjesni pa su smještanjem pojedinih kandidata na niža mjesta htjeli utjecati na birače kako bi izašli na izbore i osigurali svojoj listi više glasova (npr. vidimo da je Tonino Picula dobio skoro polovicu glasova svih birača koji su glasovali za SDP-ovu listu, a pitanje je bi li ti isti birači imali jednaku motivaciju da je on bio prvi na listi, odnosno može se pretpostaviti da je veliki broj birača htio zaokružiti baš tog kandidata, a ne cijelu listu).

Uz sve pozitivne strane preferencijalnog glasovanja, ipak valja istaknuti da neki stručnjaci i političari smatraju kako preferencijalno glasovanje može dovesti do određenog elitizma u politici, odnosno proizvesti kontraefekt - da oni koji su godinama birani i dalje budu birani, a da se novi, odnosno mlađi kadrovi teže probiju u političkoj areni. Da je ta bojazan opravdana sugeriraju upravo i navedeni rezultati izbora za EU parlament gdje se vidi ogromna razlika između pojedinih kandidata na samo 11 mjesta.

Postoji još jedan poseban oblik preferencijalnog glasovanja, koji podrazumijeva glasovanje za pojedinu listu i rangiranje kandidata na toj istoj listi. Međutim, takav se model uglavnom ne koristi ni na jednim nama važnim izborima, ali se može uzeti u razmatranje za predsjedničke izbore kako bi se održao samo jedan krug izbora. Primjerice, neka naš izborni listić izgleda ovako:

Tablica 8. Rangiranje kandidata

Kandidat	Rang
A	3
B	1
C	4
D	2

Tada bi se podrazumijevalo da u prvom krugu glasujemo za kandidata B, dok bi se u slučaju potrebe drugog kruga znao naš prioritetni izbor (npr. ako su u drugi krug ušle kandidati C i D, onda naš glas ide kandidatu D jer nam je on drugorangiran, a C je zadnji po rangu).

Ipak, pitanje je koliko bi ovakav model bio pravedan i dobar, ali sigurno ga možemo smatrati legitimnom opcijom. Detalje ostavljamo političarima na razmatranje.

4. REZULTATI IZBORA

ili kada matematika prestaje, a politika počinje

4.1. D'Hondtova izborna metoda

Već smo odavno zagrizli u matematiku politike i vidimo da ona zbilja uvelike određuje ponašanje biračkog tijela. Teško je reći u kojoj mjeri i kako, ali znamo da utječe na birače, a samim time utječe i na neke političke odluke. Sada, kada smo odradili kampanju i rekli kako glasovati, vrijeme je da proglasimo ono najbitnije - tko je pobjednik. Već smo rekli da se u Republici Hrvatskoj za parlamentarne izbore koristi razmjerni sustav s 12 izbornih jedinica i izbornim pragom od 5%. Od toga je teritorij same države podijeljen na 10 izbornih jedinica i u svakoj se bira između 14 kandidata, dijaspora čini 11. izbornu jedinicu i u njoj se danas biraju 3 kandidata, a manjine u Hrvatskoj čine 12. izbornu jedinicu i one (po različitim kriterijima) biraju ukupno 8 kandidata. Sve skupa tako Hrvatski sabor broji 151 zastupnika. Treba napomenuti i da izborne jedinice trebaju imati podjednak broj birača - po trenutnim zakonima najeća dopuštena razlika među izbornim jedinicama je 10%. No na parlamentarnim izborima 2011. u 4. izornoj jedinici je bilo registrirano 333.927 birača, a u 9. izornoj jedinici je bilo registrirano 440.597 birača, odnosno 106.670 (31,94%) birača više.

D'Hondtov sustav ili metoda je metoda raspodjele glasova, u funkciji utvrđivanja zastupničkih mandata, koja je ime dobila o belgijanskom profesoru matematike Victoru D'Hondtu, a prvi je put primijenjena u Belgiji 1899. godine. Sukladno ovom sustavu prvo se izračuna **biračka masa svake liste** koju čini ukupan broj danih glasova te liste u izornoj jedinici. Biračke mase se tada dijele s 1, pa sa 2, pa sa 3 itd. Stajemo onda kada smo biračke mase podijelili s onim brojem koji je jednak broju zastupnika koji se bira u određenoj izornoj jedinici. Zatim dobivene rezultate poredamo od većeg prema manjem i uzmemo onaj koji odgovara broju zastupnika koji se bira - taj broj se zove i **zajednički djelitelj**. Nakon toga biračku masu svake liste dijelimo zajedničkim djeliteljem. Broj zastupničkih mjesta koje je određena lista dobila odgovara rezultatu dijeljenja biračke mase liste te stranke sa zajedničkim djeliteljem. (izbori.hr)

Kako bismo na primjeru objasnili D'Hondtovu metodu, uzet ćemo rezultate izbora za Hrvatski sabor iz 2015. godine za 1. izbornu jedinicu. Ona je na dan izbora imala 336.961 birača, od čega je glasovanju pristupilo njih 236.108. Rezultate prikazujemo u idućoj tablici.

Tablica 9. Rezultati izbora za Hrvatski sabor za I. Izbornu jedinicu iz 2015. godine

LISTA	OSVOJENI GLASOVI
Hrvatska raste	91.262 (39,15%)
Domoljubna koalicija	60.697 (26,04%)
Most	42.880 (18,39%)
Bandić Milan 365	10.656 (4,57%)
Ostali	<2%
Nevažeci	2683

Uvidom u rezultate glasovanja prvo možemo eliminirati sve liste koje nisu uspjele preći izborni prag od 5%. Dakle, u daljnju igru idu samo liste koalicije Hrvatska raste, Domoljubne koalicije te Mosta nezavisnih lista. U svakoj od deset izbornih jedinica na koliko je podijeljen teritorij Republike Hrvatske bira se 14 zastupnika, odnosno biračke mase sve tri liste dijelimo 14 puta - prvo s 1, pa sa 2, pa sa 3... i tako sve do 14. Tim postupkom smo dobili određena 42 broja, a mi gledamo četrnaesti po veličini. To je broj 13.037 i on je u ovom slučaju zajednički djelitelj. Pogledajmo tablicu koja nam daje uvid u naš postupak.

Tablica 10. Tablični prikaz D'Hondtove metode

Lista	Br. glasova (N)	N:1	N:2	N:3	N:4	N:5	N:6	N:7
Hrvatska raste	91262	91262	45631	30421	22816	18252	15210	13037
Domoljubna koalicija	60697	60697	30349	20232	15174	12139	10116	8671
Most	42880	42880	21440	14293	10720	8576	7147	6126
Lista	Br. glasova (N)	N:8	N:9	N:10	N:11	N:12	N:13	N:14
Hrvatska raste	91262	11408	10140	9126	8297	7605	7020	6519
Domoljubna koalicija	60697	7587	6744	6070	5518	5058	4669	4336
Most	42880	5360	4764	4288	3898	3573	3298	3063

Sada, kada napokon imamo zajednički djelitelj, svaku od tri biračke mase dijelimo s njim te napokon dobivamo osvojene mandate.

Tablica 11. Raspodjela mandata po D'Hondtovoju metodi

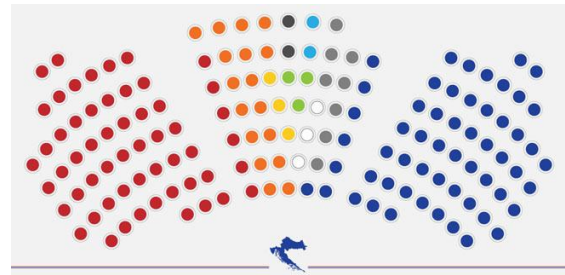
Lista	Dijeljenje	Broj osvojenih mandata
Hrvatska raste	91.262:13.037	7
Domoljubna koalicija	60.697:13.037	4,656 → 4
MOST	42.880:13.037	3,289 → 3

4.2. Formiranje vlasti

Nakon što smo dobili rezultate izbora valjalo bi i sastaviti vlast. Prvo Predsjednik RH bira mandataru nove Vlade RH koji potom u Saboru mora dobiti povjerenje 50% + 1 zastupnika. U razmjernim izbornim sustavima se često zato pojavljuje potreba za koalicijom (već smo vidjeli da su koalicije česte i prije samih izbora). Zbog lakše orijentacije u političkom prstenu, često se upotrebljavaju pojmovi apsolutne i relativne većine.

Relativnu većinu ima ona stranka ili koalicija koja jednostavno ima najveći broj zastupnika.

Apsolutnu većinu ima ona stranka ili koalicija koja ima barem 50%+1 zastupnika.



Slika 16. Raspodjela mandata u Hrvatskom saboru nakon izbora 2015. godine (izvor: jutarnji.hr)

Pogledajmo sada kombinatornu stranu formiranja vlasti na lokalnoj razini. Pretpostavimo da neko vijeće broji 5 mjesta i da u tom vijeću neka stranka A ima 2 zastupnika, a neke stranke B, C i D po jednog zastupnika.

Broj načina na koji stranka A može stvoriti apsolutnu većinu u našem primjeru je 7 (3 mogućnosti ako koalira s jednom strankom, 3 mogućnosti ako koalira s dvije stranke i 1 mogućnost ako koalira sa sve tri stranke). Ostale stranke imaju nešto manji manevarski prostor, odnosno broj načina na koji preostale stranke mogu stvoriti apsolutnu većinu je 5 (to vrijedi za sve preostale stranke jer sve imaju po jednog zastupnika).

Zanimljivo postaje ako postavimo dodatne uvjete, primjerice:

1. Na koliko načina stranka B može formirati apsolutnu većinu, ako sigurno neće koalirati sa strankom A, a s ostalim strankama može pregovarati? Odgovor je jasno samo na jedan način – ako dođe do sporazuma stranaka B, C i D.
2. Slično prethodnom, na koliko načina stranka A može formirati apsolutnu većinu, ako sigurno neće koalirati sa strankom B? Tu je u prednosti stranka A s 3 načina – razmatramo koaliciju pojedinačno sa strankama C i D, odnosno veliku koaliciju stranaka A, C i D.
3. Na koliko se načina može sastaviti apsolutna većina bez stranke A? Odgovor je jasno samo na jedan način, odnosno sve tri preostale stranke moraju formirati koaliciju.

Zbilja, kombinatorika je jedan od bitnih segmenata u analitičkom pristupu donošenja političkih odluka te se pojavljuje na razne načine. Primjerice, pitanje koje se pojavljuje na američkim sveučilištima na kolegijima vezanim uz strateško donošenje odluka glasi:

"Uključujući mene, u prostoriji se nalazi 18 osoba. Pretpostavimo da možemo upravljati klima-uređajem te da želimo glasovati o tome želimo li smanjiti temperaturu ili ne. Ako odlučimo da je pobjednička koalicija u ovom izbornom sustavu ona koja broji bilo kojih 13 ili više osoba, na koliko različitih načina možemo formirati pobjedničku koaliciju?"
(math.cornell.edu)

Kako bi odgovorili na gornje pitanje gledamo slučajeve:

- a) Pobjednička koalicija ima točno 13 osoba: koaliciju možemo formirati na $\binom{18}{13}$ načina.
- b) Pobjednička koalicija ima točno 14 osoba: koaliciju možemo formirati na $\binom{18}{14}$ načina.
- c) Pobjednička koalicija ima točno 15 osoba: koaliciju možemo formirati na $\binom{18}{15}$ načina.
- d) Pobjednička koalicija ima točno 16 osoba: koaliciju možemo formirati na $\binom{18}{16}$ načina.
- e) Pobjednička koalicija ima točno 17 osoba: koaliciju možemo formirati na $\binom{18}{17}$ načina.
- f) Pobjednička koalicija ima točno 18 osoba: koaliciju možemo formirati na $\binom{18}{18}$ načina.

Podsjetimo,

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots 3 \cdot 2 \cdot 1.$$

Vidimo da su svi navedeni slučajeve disjunktni, primjerice ne možemo istovremeno imati pobjedničku koaliciju od 13 i 17 osoba.

Zbog disjunktnosti slijedi da je ukupan broj načina na koji možemo formirati pobjedničku koaliciju

$$\sum_{k=13}^{18} \binom{18}{k} = 12616.$$

4.3. Što bi bilo kad bi bilo?

U svakom se trenutku možemo pitati kako bi izgledao sastav Hrvatskog sabora kada bi Hrvatska imala drugačija pravila za izbor zastupnika, odnosno jednostavnu drugačiju matematiku. Koji je najbolji sustav kojeg Hrvatska (odnosno njeni građani) može i želi imati? Prolazimo li mi kroz krizu demokracije? Koliko je u nas prisutan "*uvik kontra*" stav, odnosno da se na izbore više ne izlazi da bi se glasovalo za jednu stranku nego protiv dolaska druge opcije na vlast?

Naravno, možemo se igrati na jako puno načina, kao što su se zasigurno igrali i političari kada su relativno frekventno mijenjali izborne zakone. Pitanje je hoćemo li u skorije vrijeme opet mijenjati izborni sustav, zadnji put je izmijenjen prije svega nekoliko mjeseci, vidjet ćemo hoće li se te promjene odraziti i na rezultate izbora.

Promotrimo St. Laguëov izbornu metodu. Slično D'Hondtovoju metodi, i tu dijelimo biračke mase stranaka, ali samo s neparnim brojevima (redom sa 1, pa sa 3, pa sa 5 itd.) Dijelimo onoliko puta koliko se bira zastupnika u određenoj izornoj jedinici. Dobivene rezultate poredamo od većeg prema manjem i uzimamo najvećeg. Toj stranci dodjeljujemo jedan mandat te tu biračku masu dijelimo sa 3. Nakon toga promatramo taj rezultat u odnosu na stare biračke mase i ponovno uzimamo najveći broj. Stranci s pripadnim brojem dodjeljujemo jedan mandat te tu biračku masu dijelimo s idućim adekvatnim brojem. Postupak ponavljamo dok ne podijelimo sve mandate. (Lijphart, 1994.)

Objasnimo primjerom bitnu razliku između podjele mandata po D'Hondtovoju i St. Laguëovoj izornoj metodi. Pretpostavimo da se neke četiri stranke bore za šest mandata te da su dobile idući broj glasova:

Tablica 12. Osvojeni glasovi

STRANKA	OSVOJENI GLASOVI
A	41.000
B	29.000
C	17.000
D	13.000

Sada tablično gledamo podjelu mandata po našim izbornim metodama.

Tablica 13. Podjela mandata po D'Hondtovoju izbornoj metodi

Stranka	Br. Glasova (N)	N:1	N:2	N:3	Broj mandata
A	41000	41000	20500	13667	3
B	29000	29000	14500	9667	2
C	17000	17000	8500	5667	1
D	13000	13000	6500	4333	0

Tablica 14. Podjela mandata po St. Laguëvoju izbornoj metodi

Stranka	Br. Glasova (N)	N:1	N:3	N:5	Broj mandata
A	41000	41000	13667	8200	2
B	29000	29000	9667	5800	2
C	17000	17000	5667	3400	1
D	13000	13000	4333	2600	1

Iako su ove dvije izborne metode naizgled slične uočavamo veliku razliku u podjeli mandata. Primjerice, u prvom slučaju se apsolutna većina nikako ne može formirati bez zastupnika stranke A, dok je u drugom slučaju to moguće.

5. ZAKLJUČAK

Politika je kompleksna i važna grana ljudskog djelovanja. Mi biramo političare kako bi oni birali rješenja za naše probleme, zato nam treba biti bitna - tiče se svih nas. U tom smislu je jasno kako je onda i važan izborni proces, odnosno izborni sustav u okviru kojeg se taj proces provodi.

Pokazali smo da je matematika direktno vezana uz cijeli izborni proces te često razumijevanje nekih odluka ili rezultata nužno uključuje razumijevanje matematike. Temeljem analiza, pokazalo se da izborna kampanja koja je temeljena na statističkim podacima može utjecati na biračko tijelo iako je teško reći u kolikoj mjeri. Možemo manipulirati izbornim jedinicama i prilagođavati ih sebi u korist, uvesti različite modele glasovanja i brojne druge stvari te tako bitno utjecati na rezultate izbora. Spoznaja o tome budi nadu da se to u budućnosti neće događati, već da ćemo imati reprezentativni uzorak zastupnika, kako u Saboru, tako i izvan njega.

Slijedom toga možemo reći da je s istraživačkog stajališta iznimno zanimljivo promatrati kako jedan običan matematički model može utjecati na cijelo upravljanje državom te samim tim koliko može biti opasna manipulacija tim modelima, ali i kako upućenima može dobro doći u analiziranju izbornih rezultata, odnosno ustrojavanju budućih izbornih kampanja.

Za kraj potvrdimo tezu iz uvoda, odnosno da je bitno, mogli bismo reći čak i potrebno, da građani poznaju vlastiti izborni sustav i kako njihova participacija u njemu utječe na formiranje vlasti, jer to može pridonijeti čvršćim stavovima, argumentiranoj retorici te možda, u konačnici, boljem izbornom modelu.

6. LITERATURA

- [1] Raos, M. i Raos, V. (2012.), *Politika za mlade*, Zagreb, PROFIL
- [2] Ravlić, S. i Čepo, D. (2014.), *Uvod u političku znanost*, Zagreb, Pravni fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Studijski centar za javnu upravu i javne financije
- [3] Lalić, D. i Kunac, S. (2010.), *Izborne kampanje u Hrvatskoj*, Zagreb, Fakultet političkih znanosti Sveučilišta u Zagrebu
- [4] Olson, M. (2009.), *Logika kolektivnog djelovanja*, Zagreb, Fakultet političkih znanosti Sveučilišta u Zagrebu
- [5] Zelenika, R.(2000.), *Metodologija i tehnologija izrade znanstvenog i stručnog djela*, Rijeka, Ekonomski fakultet u Rijeci
- [6] Šiber, I. (1984.), *Psihologija i društvo*, Zagreb, Centar za kulturnu djelatnost Zagreb
- [7] Buljan, I. i Duka Z. (2003.) *Izbori: Duh stranaka i duše političara*, Zagreb, PROFIL
- [8] Vrcan, S., Lalić, D., Pokrovac, Z., Bulat, N. i Štrelov D. (1995.) *Pohod na glasače, Izbori u Hrvatskoj 1990.-1993.*, Split, PULS
- [9] Kasapović, M. (1992.) *Dieter Nohlen: Izorno pravo i stranački sustav*, Zagreb, Školska knjiga
- [10] Brams, S.J., Lucas, W.F., Straffin, P.D. Jr. (1983.) *Political and related models*, Vol.2, Berlin, Springer-Verlag New York
- [11] Podolnjak, R. (2011.) *Suvremeni hrvatski izborni inženjering kao sofisticirani oblik izborne manipulacije*, Zagreb, Izvorni znanstveni rad
- [12] Lijphart, A. (1994.) *Electoral Systems and Party Systems: A Study of Twenty-Seven Democracies, 1945-1990*, Oxford, Oxford University Press
- [13] Web stranice Državnog izbornog povjerenstva
www.izbori.hr

- [14] Web stranice Analitika (Preuzeto 8.4.2016.)
www.analitik.hr/kvantitativne.htm
- [15] Web stranice Promocije plus (Preuzeto 8.4.2016.)
www.promocija-plus.com/javno_mnijenje/index_javno_mnijenje.htm
- [16] Wikipedia (Preuzeto 1.3.2016.)
hr.wikipedia.org
- [17] Nacional: Uvedeno preferencijalno glasanje (Preuzeto 30.4.2015.)
www.nacional.hr
- [18] Web stranice kolegija „Mathematics and Politics“, Sveučilište u Cornellu
(Preuzeto 1.3.2016.)
www.math.cornell.edu/~goldberg/math1340.html

7. SAŽETAK

Matematika u politici

Tihana Britvić, Petar Jurišin, Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno–matematički fakultet

Ključne riječi: anketa, statistika, izborni sustav, izborni inženjering, kombinatorika, izborni modeli

Cilj ovog rada je ukazati na važnost matematike u politici, naročito u izbornom sustavu. Već u formiranju odluke birača se pojavljuje teorija igara koja nam objašnjava njihov racionalni izbor. U izbornoj kampanji nam je bitna statistička analiza podataka, najčešće dobivenih anketama. Tako možemo formirati skupine birača određenih stranaka u ovisnosti o određenim parametrima, pratiti korelaciju nekih mjera i događanja, te popularnosti političkih aktera. Uvid u rezultate tih analiza pruža nam kritički osvrt na predizborne aktivnosti političara. Pri analizi podataka smo koristili programske alate R i Microsoft Excel koji su nam omogućili i vizualni uvid u rezultate naših istraživanja.

Nakon što smo objasnili matematiku u izbornoj kampanji, analizirali smo dva tipa izbornog sustava – većinski i razmjerni. Većinski sustav se bazira na stabilnoj vlasti, dok se razmjerni fokusira na što točnijem predstavljanju izborne snage pa se i samim tim koriste različiti matematički modeli. U izbornim sustavima je česta institucionalna zloupotreba prekrajanja izbornih okruga i promjene izbornih pravila, tzv. izborni inženjering. Različiti modeli glasovanja povlače za sobom različite strategije koje birači donose pri odabiru kandidata, a to nam širom otvara vrata kombinatorici, odnosno načinima realizacije tih strategija.

Kombinatorika se javlja i u mogućim načinima formiranja apsolutne većine. Na kraju smo analizirali D'Hondtovu izbornu metodu koja preračunava glasove u dobivene mandate, a značajna nam je jer se koristi na parlamentarnim izborima Republike Hrvatske, te smo je kao alternativu usporedili sa St. Laguëovom metodom.

8. SUMMARY

Mathematics in politics

Tihana Britvić, Petar Jurišin, University of Zagreb, Faculty of Science

Key words: survey, statistics, electoral system, gerrymandering, combinatorics, models of voting

The aim of this paper is to show the significance of mathematics in politics with emphasis on mathematics in electoral system. We noticed how the game theory can explain the rational choice of voters. Statistics is very important in political campaigns due to the ability of analysing data, which are often collected through surveys. This is why we are able to form groups of voters of certain parties (depending on specified parameters), to monitor the correlation between some measures and developments including the popularity of political actors. Given the results of our analysis we can critically observe political actions during the campaign. Also, we used R and Excel as software tools for data analysis and visual interpretation of our research results.

Having explained the mathematics in the political campaign, we analysed two types of electoral systems - majoritarian and proportional. While the majoritarian system is based on an idea of a stable government, the proportional system focuses on accurate distribution of electoral strength. Therefore different mathematical models are being used for different systems. Electoral systems are frequently institutionally abused by redrawing the borders of electoral districts and changing the election rules, also known as gerrymandering. The relation between models of voting and strategies used by voters while choosing a candidate has opened the way for combinatorics, regarding various ways of implementation of their strategies.

Combinatorics also occurs in creating all possible ways of forming an absolute majority. Finally, we analysed the D'Hondt electoral method that converts the votes in to mandates which is significant to us because of its usage in parliamentary elections in Croatia, and also as an alternative we compared it to the St. Laguë method.