Sveučilište u Zagrebu Fakultet elektrotehnike i računarstva

Tin Bariša

# METODE ZA IDENTIFIKACIJU PARAMETARA ASINKRONOG MOTORA

Zagreb, travanj 2014.

Ovaj rad izrađen je u Laboratoriju za upravljanje elektromotornim pogonima, pri Zavodu za elektrostrojarstvo i automatizaciju pod vodstvom doc.dr.sc. Damira Sumine i predan je na natječaj za dodjelu Rektorove nagrade u akademskoj godini 2013/2014.

## Sadržaj

1. Uvod	1
2. Matematički model asinkronog motora	5
2.1. Vektori statorskih veličina u kompleksnoj ravnini	6
2.2. Vektori rotorskih veličina u kompleksnoj ravnini	9
2.3. Naponske jednadžbe u koordinatnom sustavu statora	
3. Standardne metode identifikacije parametara	16
3.1. Nadomjesna shema asinkronog motora	16
3.2. Pokus istosmjernog napona	17
3.3. Pokus praznog hoda	17
3.4. Pokus kratkog spoja	
4. Identifikacija među induktiviteta $L_m$ is tosmjernim naponom	
4.1. Matematički model u koordinatnom sustavu statora	
4.2. Opis metode identifikacije	
4.3. Simulacijski rezultati	
4.4. Prednosti i nedostaci metode	
5. Identifikacija parametara metodom najmanjih kvadrata	
5.1. Matematički model u koordinatnom sustavu rotora	
5.2. Opis metode identifikacije	
5.3. Simulacijski rezultati	
5.4. Prednosti i nedostaci metode	
6. Procjena parametara na temelju tranzijentnih mjerenja	44
6.1. Matematički model u koordinatnom sustavu statora	44
6.2. Procjena tranzijentne reaktancije i otpora rotora	45
6.3. Simulacijski rezultati	47
6.4. Prednosti i nedostaci metode	50
7. Eksperimentalni rezultati	51
7.1. Opis korištene opreme	51
7.2. Identifikacijski postupak	54
8. Zaključak	57
9. Zahvala	59
10. Literatura	60
11. Sažetak	63
12. Summary	64

### Popis oznaka

- $\bar{u}_s$  vektor napona statora u koordinatnom sustavu statora, V
- $u_{sA}$  napon statora faze A, V
- $u_{sB}$  napon statora faze B, V
- $u_{sC}$  napon statora faze C, V
- $u_{s\alpha}$  napon statora u  $\alpha$  osi u koordinatnom sustavu statora, V
- $u_{s\beta}$  napon statora u  $\beta$  osi u koordinatnom sustavu statora, V
- $u_{sx}$  napon statora u x osi u koordinatnom sustavu rotora, V
- $u_{sy}$  napon statora u y osi u koordinatnom sustavu rotora, V
- $u_{sd}$  napon statora u d osi u sinkronom koordinatnom sustavu, V
- $u_{sq}$  napon statora u q osi u sinkronom koordinatnom sustavu, V
- $t_s$  vektor struje statora u koordinatnom sustavu statora, A
- $i_{sA}$  struja statora faze A, A
- $i_{sB}$  struja statora faze B, A
- $i_{sC}$  struja statora faze C, A
- $i_{s\alpha}$  struja statora u  $\alpha$  osi u koordinatnom sustavu statora, A
- $i_{s\beta}$  struja statora u  $\beta$  osi u koordinatnom sustavu statora, A
- $i_{sx}$  struja statora u x osi u koordinatnom sustavu rotora, A
- $i_{sy}$  struja statora u y osi u koordinatnom sustavu rotora, A
- $i_{sd}$  struja statora u d osi u sinkronom koordinatnom sustavu, A
- $i_{sq}$  struja statora u q osi u sinkronom koordinatnom sustavu, A
- $\bar{u}_r$  vektor napona rotora u koordinatnom sustavu rotora, V
- $u_{r\alpha}$  napon rotora u  $\alpha$  osi u koordinatnom sustavu statora, V
- $u_{r\beta}$  napon rotora u  $\beta$  osi u koordinatnom sustavu statora, V
- $u_{rx}$  napon rotora u x osi u koordinatnom sustavu rotora, V
- $u_{rv}$  napon rotora u y osi u koordinatnom sustavu rotora, V
- $u_{rd}$  napon rotora u d osi u sinkronom koordinatnom sustavu, V
- $u_{ra}$  napon rotora u q osi u sinkronom koordinatnom sustavu, V
- $\bar{t}_r$  vektor struje rotora u koordinatnom sustavu rotora, A
- $i_{rA}$  struja rotora faze A, A
- $i_{rB}$  struja rotora faze B, A

 $i_{rC}$  - struja rotora faze C, A

 $i_{r\alpha}$  - struja rotora u  $\alpha$  osi u koordinatnom sustavu statora, A

 $i_{r\beta}$  - struja rotora u  $\beta$  osi u koordinatnom sustavu statora, A

 $i_{rx}$  - struja rotora u x osi u koordinatnom sustavu rotora, A

 $i_{ry}$  - struja rotora u y osi u koordinatnom sustavu rotora, A

 $i_{rd}$  - struja rotora u d osi u sinkronom koordinatnom sustavu, A

 $i_{rq}$  - struja rotora u q osi u sinkronom koordinatnom sustavu, A

 $\bar{\psi}_s$  - vektor magnetskog toka statora u koordinatnom sustavu statora, Wb

 $\psi_{sA}$  - magnetski tok statora faze A, Wb

 $\psi_{sB}$  - magnetski tok statora faze B, Wb

 $\psi_{sC}$  - magnetski tok statora faze C, Wb

 $\psi_{s\alpha}$  - magnetski tok statora u  $\alpha$  osi u koordinatnom sustavu statora, Wb

 $\psi_{s\beta}$  - magnetski tok statora u  $\beta$  osi u koordinatnom sustavu statora, Wb

 $\psi_{sx}$  - magnetski tok statora u x osi u koordinatnom sustavu rotora, Wb

 $\psi_{sy}$  - magnetski tok statora u y osi u koordinatnom sustavu rotora, Wb

 $\psi_{sd}$  - magnetski tok statora u d osi u sinkronom koordinatnom sustavu, Wb

 $\psi_{sq}$  - magnetski tok statora u q osi u sinkronom koordinatnom sustavu, Wb

 $\bar{\psi}_r$  - vektor magnetskog toka rotora u koordinatnom sustavu rotora, Wb

 $\psi_{r\alpha}$  - magnetski tok rotora u  $\alpha$  osi u koordinatnom sustavu statora, Wb

 $\psi_{r\beta}$  - magnetski tok rotora u  $\beta$  osi u koordinatnom sustavu statora, Wb

 $\psi_{rx}$  - magnetski tok rotora u x osi u koordinatnom sustavu rotora, Wb

 $\psi_{ry}$  - magnetski tok rotora u y osi u koordinatnom sustavu rotora, Wb

 $\psi_{rd}$  - magnetski tok rotora u d osi u sinkronom koordinatnom sustavu, Wb

 $\psi_{rq}$  - magnetski tok rotora u q osi u sinkronom koordinatnom sustavu, Wb

 $T_e$  - elektromagnetski moment, Nm

 $T_{teret}$  - moment tereta, Nm

J - konstanta tromosti, kgm<sup>2</sup>

 $n_p$  - broj pari polova

- $\omega_s$  sinkrona brzina, rad/s
- $\omega_r$  brzina rotora, rad/s

 $\theta_r$  - kut rotora, rad

s - relativno klizanje

 $R_s$  - otpor statora,  $\Omega$ 

 $R_r^{'}$  - otpor rotora preračunat na stranu statora,  $\Omega$ 

 $L_{\sigma s}$  - rasipni induktivitet statora, H

 $L'_{\sigma r}$  - rasipni induktivitet rotora preračunat na stranu statora, H

 $L_s$  - induktivitet statora, H

 $L_r$  - induktivitet rotora, H

 $L'_{s}$  - tranzijentni induktivitet statora, H

 $L'_r$  - tranzijentni induktivitet rotora, H

 $\sigma$  - koeficijent rasipanja

 $T_r$  - vremenska konstanta rotora, s

 $L_m$  - međuinduktivitet, H

 $X_{\sigma s}$  - rasipna reaktancija statora,  $\Omega$ 

 $X'_{\sigma r}$  - rasipna reaktancija rotora preračunata na stranu statora,  $\Omega$ 

 $X_m$ - glavna reaktancija,  $\Omega$ 

 $R_0$  - fiktivni otpor,  $\Omega$ 

 $Z_0$  - impedancija praznog hoda,  $\Omega$ 

 $Z_k$  - impedancija kratkog spoja,  $\Omega$ 

 $R_k$  - otpor kratkog spoja,  $\Omega$ 

 $X_k$ - reaktancija kratkog spoja,  $\Omega$ 

 $P_0$  - gubici u željezu, W

 $P_{Cu}$  - gubici u bakru, W

 $\Delta t$  - vrijeme diskretizacije, s

 $\cos\phi$  - faktor snage

 $t_{s\pi}$  - vektor struje statora u trenutku  $t = \frac{\pi}{\omega_s}$ , A

 $\bar{I}_{s1}$ - struja statora kratkog spoja u stacionarnom stanju uz zakočen rotor, A

T - vremenska konstanta u kratkom spoju uz zakočen rotor, s

## Popis slika

Slika 1.1: Koncept laboratorijskog modela2
Slika 1.2: Laboratorijski model
Slika 2.1: Osnovni dvopolni prikaz asinkronog motora5
Slika 3.1: Nadomjesna shema jedne faze asinkronog motora
Slika 3.2: Nadomjesna shema asinkronog motora u praznom hoduhodu
Slika 3.3: Krivulja magnetiziranja19
Slika 3.4: Nadomjesna shema asinkronog motora u kratkom spoju
Slika 4.1: Nadomjesna shema asinkronog motora24
Slika 4.2: Nadomjesna shema asinkronog motora u $lpha$ osi uz $\omega_r=0$
Slika 4.3: Simulacijski model određivanja magnetskog toka i struje magnetiziranja26
Slika 4.4: Napon statora $u_{slpha}$ i struja statora $i_{slpha}$ 27
Slika 4.5: Napon poprečne $u_m$ i struja rotora $i_{rlpha}$
Slika 4.6: Struja magnetiziranja $i_m$ i magnetski tok $\phi_m$
Slika 5.1: Struja statora $i_{sx}$ i struja statora $i_{sy}$ 40
Slika 5.2: Napon statora $u_{sx}$ i napon statora $u_{sy}$
Slika 6.1: Usporedba tranzijentnog vektora struje statora u $t = \pi/\omega_s$ i stacionarnog
vektora struje statora pri zakočenom rotoru45
Slika 6.2: Napon statora $u_{sd}$ i napon statora $u_{sq}$
Slika 6.3: Struja statora $i_{sd}$ i struja statora $i_{sq}$
Slika 7.1: Radna jedinica u Laboratoriju za upravljanje elektromotornim pogonima 51
Slika 7.2: Frekvencijski pretvarač Sinamics 12052
Slika 7.3: Ispitivani asinkroni motor53
Slika 7.4: Fazni naponi i struje statora prilikom identifikacije otpora statora $R_S$ 54
Slika 7.5: Fazni naponi i struje statora prilikom identifikacije međuinduktiviteta $L_m$ 55
Slika 7.6: Fazni naponi i struje statora prilikom identifikacije vremenske konstante
rotora <i>T<sub>r</sub></i>
Slika 7.7: Fazni naponi i struje statora prilikom identifikacije otpora rotora $R_r$ i
rasipnog induktiviteta $L_{\sigma}$
Slika 7.8: Fazni naponi i struje statora prilikom istodobne identifikacije svih
parametara56

## Popis tablica

Tablica 4.1: Parametri nadomjesne sheme simuliranog asinkronog motora	
Tablica 5.1: Parametri nadomjesne sheme simuliranog asinkronog motora	
Tablica 5.2: Izračunati parametri simuliranog asinkronog motora	
Tablica 5.3: Stvarni i identificirani parametri	
Tablica 5.4: Stvarni i identificirani parametri - R <sub>s</sub> poznat	
Tablica 5.5: Usporedba stvarnih i identificiranih parametara	
Tablica 6.1: Parametri nadomjesne sheme simuliranog asinkronog motora	
Tablica 6.2: Usporedba stvarnih i identificiranih parametara	
Tablica 7.1: Natpisna pločica frekvencijskog pretvarača	
Tablica 7.2: Natpisna pločica ispitivanog asinkronog motora	
Tablica 7.3: Identificirani parametri ispitivanog asinkronog motora	

## 1. Uvod

Suvremeni elektromotorni pogoni najčešće su temeljeni na asinkronim motorima i frekvencijskim pretvaračima. Razvojem tehnologije materijala asinkroni motori se danas izvode u energetski najučinkovitijim klasama IE3 i IE4. Naime, norma IEC 60034-30 definira jedinstvene klase energetske učinkovitosti (*International Energy Efficiency Class*): IE 1 = standardna učinkovitost (*Standard Efficiency*), IE 2 = visoka učinkovitost (*High Efficiency*), IE 3 = vrhunska učinkovitost (*Premium Efficiency*), IE 4 = super vrhunska učinkovitost (*Super Premium Efficiency*). Europska unija je usvojila tzv. "*Eco design*" smjernicu koja zahtjeva upotrebu energetski učinkovitih elektromotora i energetski učinkovitost elektromotora je vrlo visoka tako da će se od 2015. godine za napajanje svih motora u industriji koji ispunjavaju IE2 zahtjev morati upotrebljavati frekvencijski pretvarači ili će motori morati biti klase IE3.

Učinkovitost frekvencijskih pretvarača i performanse algoritama upravljanja (točnost momenta, točnost estimiranog magnetskog toka, rasprezanje *dq* sustava), koji su implementirani u digitalne sustave za upravljanje, značajno ovise o parametrima asinkronog motora, a vrlo je problematično i to što se tijekom rada motora parametri mijenjaju (zagrijavanje, zasićenje, promjene radnih točaka, itd). Također, parametri dobiveni od proizvođača stroja često nisu točni ili nisu potpuni. Za točno, robusno i energetski učinkovito upravljanje od presudnog značenja je poznavanje električnih parametara nadomjesne sheme asinkronog motora (otpor statora i rotora motora, rasipni induktiviteti statora i rotora te međuinduktivitet), a potrebno je razviti i adaptacijske algoritme koji će mijenjati identificirane vrijednosti parametara kako se oni budu u stvarnosti mijenjali.

U sklopu zajedničkog istraživačkog projekta Fakulteta elektrotehnike i računarstva te tvrtke Končar – Elektronika i informatika d.d. u Laboratoriju za upravljanje elektromotornim pogonima formirana je istraživačka infrastruktura čiji je koncept prikazan na slici 1.1.



Slika 1.1: Koncept laboratorijskog modela

Koncept uključuje industrijski frekvencijski pretvarač ABB ACS800 snage 1MW i motor s permanentnim magnetima tvrtke TEMA snage 450 kW. Sinkroni motor s permanentnim magnetima mehanički je preko spojke i mjernog člana momenta povezan s asinkronim kaveznim motorom tvrtke Končar snage 560 kW, koji je preko AC-DC-AC pretvarača spojen na elektroenergetski sustav (slika 1.2). Laboratorijski model je energetski učinkovit jer se iz elektroenergetskog sustava napajaju samo gubici strojeva, a s druge strane respektabilna snaga strojeva omogućava vjerodostojno ispitivanje razvijenih algoritama za upravljanje asinkronim vjetrogeneratorom. Izmjenjivačima u AC-DC-AC pretvaraču upravljaju dva digitalna sustava koja su temeljena na procesoru za obradu signala Analog Devices ADSP 21992. Digitalni sustavi su razvijeni u tvrtki Končar – Elektronika i informatika d.d. Fleksibilan koncept omogućuje da se asinkroni stroj upravlja i kao motor i kao generator.

Dosadašnja istraživanja rezultirala su razvojem upravljačkih algoritama za asinkroni generator i za asinkroni motor, kao i za slučajeve s/bez mjernog člana brzine vrtnje. Istraživanja pokazuju da algoritmi izrazito ovise o parametrima asinkronog stroja i da su u određenim režimima rada (slabljenje polja, rad bez mjernog člana brzine na niskim brzinama) performanse algoritama bitno narušene. S druge strane mjereni parametri dobiveni od proizvođača asinkronog stroja se bitno razlikuju od projektantskih parametara pa to izaziva dodatnu sumnju u točnost.



Slika 1.2: Laboratorijski model

U industrijskim pretvaračima implementirane su metode za identifikaciju parametara asinkronih strojeva. Međutim, te metode nisu javno dostupne i predstavljaju industrijske tajne. Postoji znatan broj publikacija koje se bave ovom problematikom. Nažalost, najčešće te publikacije donose prijedloge koji nisu vjerodostojni eksperimentalno, nego samo simulacijski ili se daje rješenje koje je uspješno uz značajna ograničenja. Često se identifikacijske metode temelje na spektralnoj analizi odziva asinkronog motora u mirovanju [1], analizi odziva asinkronog motora u vremenskoj domeni [2], analizi tranzijentnih odziva napona i struje statora [3,4], određivanju parametara asinkronog motora u mirovanju pomoću PWM izmjenjivača [5,6], genetičkim algoritmima [7], metodi najmanjih kvadrata [8,9] itd.

Cilj ovog rada je istraživanje i razvoj uspješne metode za identifikaciju parametara asinkronog motora u laboratoriju. Metoda treba biti primjenjiva za implementaciju u digitalni sustav za upravljanje AC-DC-AC pretvaračem, kao i za asinkrone strojeve širokog raspona snaga. Nakon razvoja simulacijski su provjerene standardne i napredne metode identifikacije parametara asinkronog motora vodeći računa o tome da budu implementirane u digitalni sustav. Provedeno je i istraživanje djelovanja industrijskog pretvarača za vrijeme postupka identifikacije parametara asinkronog motora.

Rad je strukturiran tako da se nakon uvoda u drugom poglavlju daje prikaz statorskih i rotorskih veličina stroja u kompleksnoj ravnini te je izveden matematički model asinkronog motora u koordinatnom sustavu statora. U trećem poglavlju objašnjena je nadomjesna shema asinkronog motora te su opisane standardne metode identifikacije parametara (pokus istosmjernog napona, praznog hoda i kratkog spoja). U četvrtom poglavlju opisana je alternativna metoda određivanja međuinduktiviteta istosmjernim naponom. Mjerenjem struje i napona statora, uz poznat otpor statora, moguće je odrediti međuinduktivitet te rekonstruirati krivulju magnetiziranja. U petom poglavlju opisana je identifikacija parametara metodom najmanjih kvadrata. Na temelju mjerenja struje i napona statora te brzine vrtnje nastoji se metodom najmanjih kvadrata utvrditi parametre kojim će se postići najbolje slaganje matematičkog modela i stvarnog sustava. U šestom poglavlju opisana je metoda procjene parametara na temelju tranzijentnih mjerenja struje i napona. U pokusu akceleracije asinkronog motora u početnom trenutku vrijede uvjeti kao i pri kratkom spoju uz zakočen rotor te je iz navedenog uvjeta moguće procijeniti parametre stroja. U sedmom poglavlju opisan je sustav koji omogućuje istraživanje djelovanja naprednog industrijskog pretvarača u postupku identifikacije asinkronog motora. Prikazani su odzivi struje i napona statora prilikom identifikacijskih postupaka te su dobiveni parametri asinkronog motora. Na kraju rada donešen je zaključak.

## 2. Matematički model asinkronog motora

Za sintezu sustava vektorskog upravljanja asinkronog motora potrebno je poznavati matematički model kojim se opisuje dinamika samog motora. Navedeni modeli imaju veću toleranciju s obzirom na pogreške, nego modeli korišteni prilikom projektiranja motora jer svaki sustav upravljanja mora biti sposoban kompenzirati odstupanja od idealnih parametara koja se javljaju uslijed nelinearnosti, poremećaja i sl. No, dinamika sustava mora biti sadržana u matematičkom modelu te on mora dobro opisati vladanje stvarnog sustava tijekom prijelazne pojave te u stacionarnom stanju [10].

U korištenom matematičkom modelu uvedene su sljedeće pretpostavke i zanemarenja:

- pretpostavlja se da su napon i frekvencija mreže konstantnog iznosa,
- zanemaruju se prostorni viši harmonici protjecanja,
- zanemaruje se pad magnetskog napona u željezu i zasićenje,
- zanemaruje se potiskivanje struje u vodičima statorskog i rotorskog namota,
- zanemaruju se gubici u željezu i mehanički gubici,
- zanemaruje se utjecaj zagrijavanja za iznose otpora namot.

Osnovni dvopolni prikaz asinkronog motora prikazan je na slici 2.1.



Slika 2.1: Osnovni dvopolni prikaz asinkronog motora [10]

#### 2.1. Vektori statorskih veličina u kompleksnoj ravnini

Ako je stator asinkronog motora napajan trofaznim simetričnim naponom, tada se u statorskim namotima javlja trofazni sustav struja  $i_{sA}(t)$ ,  $i_{sB}(t)$  i  $i_{sC}(t)$  te vrijedi:

$$u_{sA}(t) = U_s \cos(\omega t) \tag{2.1a}$$

$$u_{sB}(t) = U_s \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$$
(2.1b)

$$u_{sC}(t) = u_s \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \tag{2.1c}$$

$$i_{sA}(t) = I_S \cos(\omega t) \tag{2.2a}$$

$$i_{sB}(t) = I_s \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$$
(2.2b)

$$i_{sC}(t) = I_S \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \tag{2.2c}$$

U gornjim izrazima prikazane su fazne struje i fazni naponi statora pri čemu je  $I_S$  amplituda struje statora,  $U_s$  amplituda napona statora, a  $\omega$  je kružna frekvencija pri čemu vrijedi  $\omega = 2\pi f$  gdje je f frekvencija. Ako se radi o potpuno simetričnom sustavu, također vrijedi:

$$i_{s0}(t) = i_{sA}(t) + i_{sB}(t) + i_{sC}(t) = 0$$
(2.3)

U gornjem izrazu  $i_{s0}(t)$  je nulta komponenta struje statora koja se javlja samo u slučaju da postoji nesimetrično opterećenje. Vektori napona i struje struje statora mogu se u kompleksnoj ravnini prikazati na sljedeći način [10]:

$$\bar{u}_{s} = \frac{2}{3} \left( u_{sA}(t) + a u_{sB}(t) + a^{2} u_{sC}(t) \right) = u_{s\alpha} + j u_{s\beta}$$
(2.4)

$$\bar{t}_{s} = \frac{2}{3} \left( i_{sA}(t) + a i_{sB}(t) + a^{2} i_{sC}(t) \right) = i_{s\alpha} + j i_{s\beta}$$
(2.5)

U gornjem izrazu vrijedi  $a = e^{j\frac{2\pi}{3}}$  i  $a^2 = e^{j\frac{4\pi}{3}}$ . Na taj način uzima se u obzir prostorni razmak trofaznog namota statora za električni kut  $\alpha_{el} = 120^{\circ}$ .

Vektori napona i struje statora mogu se u kompleksnoj ravnini rastaviti po komponentama te raspisivanjem izraza (2.4) i (2.5) slijedi [10]:

$$u_{s\alpha} = Re \frac{2}{3} \left( u_{sA}(t) + a u_{sB}(t) + a^2 u_{sC}(t) \right) = \frac{2}{3} \left( u_{sA} - \frac{1}{2} u_{sB} - \frac{1}{2} u_{sC} \right)$$
(2.6)

$$u_{s\beta} = Im \frac{2}{3} \left( u_{sA}(t) + a u_{sB}(t) + a^2 u_{sC}(t) \right) = \frac{1}{\sqrt{3}} \left( u_{sB} - u_{sC} \right)$$
(2.7)

$$i_{s\alpha} = Re\left(\frac{2}{3}\left(i_{sA}(t) + ai_{sB}(t) + a^{2}i_{sC}(t)\right)\right) = \frac{2}{3}\left(i_{sA} - \frac{1}{2}i_{sB} - \frac{1}{2}i_{sC}\right)$$
(2.8)

$$i_{s\beta} = Im\left(\frac{2}{3}(i_{sA}(t) + ai_{sB}(t) + a^{2}i_{sC}(t))\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}(i_{sB} - i_{sC})$$
(2.9)

U gornjim izrazima  $u_{s\alpha}$  i  $u_{s\beta}$ , te  $i_{s\alpha}$  i  $i_{s\beta}$  su komponente napona odnosno struje statora u nepomičnom koordinatnom sustavu statora.

Nulte komponente napona i struje statora u koordinatnom sustavu statora jednake su:

$$u_{s0} = \frac{1}{3} \left( u_{sA}(t) + u_{sB}(t) + u_{sC}(t) \right)$$
(2.10)

$$i_{s0} = \frac{1}{3} \left( i_{sA}(t) + i_{sB}(t) + i_{sC}(t) \right)$$
(2.11)

Navene transformacije iz trofaznog *abc* u dvofazni  $\alpha\beta$  sustav mogu se prikazati i u matričnom obliku:

$$\begin{bmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \\ u_{s0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2/3 & -1/3 & -1/3 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{sA} \\ u_{sB} \\ u_{sC} \end{bmatrix}$$
(2.12)

$$\begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ i_{s0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2/3 & -1/3 & -1/3 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sA} \\ i_{sB} \\ i_{sC} \end{bmatrix}$$
(2.13)

Vektor magnetskog toka statora može se u kompleksnoj ravnini prikazati kao [10]:

$$\bar{\psi}_{s} = \frac{2}{3}(\psi_{sA} + a\psi_{sB} + a^{2}\psi_{sC})$$
(2.14)

U gornjem izrazu  $\overline{\psi}_s$  je vektor magnetskog toka statora, a  $\psi_{sA}$ ,  $\psi_{sB}$  i  $\psi_{sC}$  su fazni magnetski tokovi statora te se mogu prikazati kao:

$$\psi_{sA} = \bar{L}_s i_{sA} + \bar{M}_s i_{sB} + \bar{M}_s i_{sC} + \bar{M}_{sr} \cos\theta_r i_{rA} + \bar{M}_{sr} \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) i_{rB} + \bar{M}_{sr} \cos\left(\theta_r + \frac{4\pi}{3}\right) i_{rC}$$

$$(2.15)$$

$$\psi_{sB} = \overline{M}_s i_{sA} + \overline{L}_s i_{sB} + \overline{M}_s i_{sC} + \overline{M}_{sr} \cos\left(\theta_r + \frac{4\pi}{3}\right) i_{rA} + \overline{M}_{sr} \cos\theta_r i_{rB} + \overline{M}_{sr} \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) i_{rC}$$

$$(2.16)$$

$$\psi_{sC} = \overline{M}_s i_{sA} + \overline{M}_s i_{sB} + \overline{L}_s i_{sC} + \overline{M}_{sr} \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) i_{rA} + \overline{M}_{sr} \cos\left(\theta_r + \frac{4\pi}{3}\right) i_{rB} + \overline{M}_{sr} \cos\theta_r i_{rC}$$

$$(2.17)$$

U gornjim izrazima  $\overline{M}_s$  je međuinduktivitet između statorskih namota,  $\overline{M}_{sr}$ međuinduktivitet između statorskih i rotorskih namota,  $\overline{L}_s$  induktivitet jedne faze statora, a  $\theta_r$ kut rotora. Induktivitet jedne faze statora jednak je  $\overline{L}_s = L_{\sigma s} + L_{sm}$ , a međuinduktivitet statorskih namota  $\overline{M}_s = L_{sm} \cos \frac{2\pi}{3} = -\frac{L_{sm}}{2}$ . Međuinduktivitet statorskih namota  $\overline{M}_s$  upola je manji od glavnog induktiviteta jedne faze  $L_{sm}$  zbog prostornog razmaka statorskih namota za električni kut  $\alpha_{el} = 120^{\circ}$ . Glavni induktivitet  $L_{sm}$  povezan je s međuinduktivitetom statora i rotora izrazom  $L_{sm} = \left(\frac{N_{se}}{N_{re}}\right)\overline{M}_{sr}$  gdje su  $N_{se}$  i  $N_{re}$  efektivni broj zavoja statorskog i rotorskog namota. Uvodi se pojam trofaznog rezultantnog međuinduktiviteta  $L_m = \frac{3}{2}\overline{M}_{sr}$  te trofaznog statorskog induktiviteta  $L_s = \overline{L}_s - \overline{M}_s = L_{\sigma s} + L_{sm} + \frac{1}{2}L_{sm} = L_{\sigma s} + \frac{3}{2}L_{sm} = L_{\sigma s} + L_m$ . Vektor magnetskog toka statora može se prikazati i pomoću vektora struje statora i rotora te novouvedenih veličina  $L_s$  i  $L_m$ :

$$\bar{\psi}_s = L_s \bar{t}_s + L_m \bar{t}_r' = L_s \bar{t}_s + L_m \bar{t}_r e^{j\theta_r}$$
(2.18)

U gornjem izrazu  $\bar{t}_s$  je vektor struje statora, a  $\bar{t}'_r$  vektor struje rotora preračunat u koordinatni sustav statora. Navedena transformacija može se prikazati kao:

$$\vec{t}_r' = i_{r\alpha} + ji_{r\beta} = \vec{t}_r e^{j\theta_r}$$
(2.19)

$$\begin{bmatrix} i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_r & -\sin \theta_r \\ \sin \theta_r & \cos \theta_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{r\chi} \\ i_{ry} \end{bmatrix}$$
(2.20)

U matričnom zapisu  $i_{r\alpha}$  i  $i_{r\beta}$  su komponente struje rotora u koordinatnom sustavu statora, a  $i_{rx}$  i  $i_{ry}$  su komponente struje rotora u koordinatnom sustavu rotora.

#### 2.2. Vektori rotorskih veličina u kompleksnoj ravnini

U slučaju rotorskih struja vrijedi slično razmatranje kao i za statorske struje. Fazne struje rotora mogu se prikazati kao:

$$i_{rA}(t) = I_R \cos(\omega t) \tag{2.21a}$$

$$i_{rB}(t) = I_R \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \tag{2.21b}$$

$$i_{rC}(t) = I_R \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \tag{2.21c}$$

U gornjim izrazima prikazane su fazne struje statora pri čemu je  $I_R$  amplituda struje rotora, a  $\omega$  je kružna frekvencija pri čemu vrijedi  $\omega = 2\pi f$  gdje je f frekvencija.

Vektori napona i struje rotora mogu se u kompleksnoj ravnini prikazati na sljedeći način [10]:

$$\bar{u}_r = \frac{2}{3} \left( u_{rA}(t) + a u_{rB}(t) + a^2 u_{rC}(t) \right) = u_{rx} + j u_{ry}$$
(2.22)

$$\bar{t}_r(t) = \frac{2}{3} \left( i_{rA}(t) + a i_{rB}(t) + a^2 i_{rC}(t) \right) = i_{rx} + j i_{ry}$$
(2.23)

U gornjem izrazu vrijedi  $a = e^{j\frac{2\pi}{3}}$  i  $a^2 = e^{j\frac{4\pi}{3}}$ . Na taj način uzima se u obzir prostorni razmak trofaznog namota rotora za električni kut  $\alpha_{el} = 120^{\circ}$ .

Vektori napona i struje rotora mogu se u kompleksnoj ravnini rastaviti po komponentama te raspisivanjem izraza (2.22) i (2.23) slijedi:

$$u_{rx} = Re \frac{2}{3} \left( u_{rA}(t) + a u_{rB}(t) + a^2 u_{rC}(t) \right) = \frac{2}{3} \left( u_{rA} - \frac{1}{2} u_{rB} - \frac{1}{2} u_{rC} \right)$$
(2.24)

$$u_{ry} = Im \frac{2}{3} \left( u_{rA}(t) + a u_{rB}(t) + a^2 u_{rC}(t) \right) = \frac{1}{\sqrt{3}} \left( u_{rB} - u_{rC} \right)$$
(2.25)

$$i_{rx} = Re \, \frac{2}{3} \left( i_{rA}(t) + a i_{rB}(t) + a^2 i_{rC}(t) \right) = \frac{2}{3} \left( i_{rA} - \frac{1}{2} i_{rB} - \frac{1}{2} i_{rC} \right)$$
(2.26)

$$i_{ry} = Im \frac{2}{3} \left( i_{rA}(t) + a i_{rB}(t) + a^2 i_{rC}(t) \right) = \frac{1}{\sqrt{3}} \left( i_{rB} - i_{rC} \right)$$
(2.27)

U gornjim izrazima  $u_{sx}$  i  $u_{sy}$ , te  $i_{sx}$  i  $i_{sy}$  su komponente napona odnosno struje rotora u koordinatnom sustavu rotora koji rotira brzinom  $\omega_r$ .

Kod kaveznog asinkronog motora rotorski namot je kratkospojen, tj. ne postoji vanjski izvor napajanja kao u slučaju statorskog namota pa vrijedi:

$$u_{rx} = u_{ry} = 0 (2.28)$$

Struja koja prolazi rotorskim namotom posljedica je induciranog napona uslijed elektromagnetske pretvorbe.

Vektor magnetskog toka rotora može se u kompleksnoj ravnini prikazati kao:

$$\bar{\psi}_r = \frac{2}{3}(\psi_{rA} + a\psi_{rB} + a^2\psi_{rC})$$
(2.29)

U gornjem izrazu  $\overline{\psi}_r$  je vektor magnetskog toka statora, a  $\psi_{rA}$ ,  $\psi_{rB}$  i  $\psi_{rC}$  su fazni magnetski tokovi rotora te se mogu prikazati kao:

$$\psi_{rA} = \overline{L}_r i_{rA} + \overline{M}_r i_{rB} + \overline{M}_r i_{rC} + \overline{M}_{sr} \cos \theta_r i_{sA} + \overline{M}_{sr} \cos \left(\theta_r + \frac{4\pi}{3}\right) i_{sB} + \overline{M}_{sr} \cos \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) i_{sC}$$

$$(2.30)$$

$$\psi_{rB} = \overline{M}_r i_{rA} + \overline{L}_r i_{rB} + \overline{M}_r i_{rC} + \overline{M}_{sr} \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) i_{sA} + \overline{M}_{sr} \cos\theta_r i_{sB} + \overline{M}_{sr} \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) i_{sC}$$

$$(2.31)$$

$$\psi_{rC} = \overline{M}_s i_{rA} + \overline{M}_s i_{rB} + \overline{L}_r i_{rC} + \overline{M}_{sr} \cos\left(\theta_r + \frac{4\pi}{3}\right) i_{sA} + \overline{M}_{sr} \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) i_{sB} + \overline{M}_{sr} \cos\theta_r i_{sC}$$

$$(2.32)$$

U gornjim izrazima  $\overline{M}_r$  je međuinduktivitet između rotorskih namota,  $\overline{M}_{sr}$ međuinduktivitet između statorskih i rotorskih namota,  $\overline{L}_r$  induktivitet jedne faze rotora, a  $\theta_r$ kut rotora. Induktivitet jedne faze rotora jednak je  $\overline{L}_r = L_{\sigma r} + L_{rm}$ , a međuinduktivitet rotorskih namota  $\overline{M}_r = L_{rm} \cos \frac{2\pi}{3} = -\frac{L_{rm}}{2}$ . Međuinduktivitet rotorskih namota  $\overline{M}_r$  upola je manji od glavnog induktiviteta jedne faze  $L_{rm}$  zbog prostornog razmaka rotorskih namota za električni kut  $\alpha_{el} = 120^{\circ}$ . Glavni induktivitet  $L_{rm}$  povezan je s međuinduktivitetom statora i rotora izrazom  $L_{rm} = \left(\frac{N_{re}}{N_{se}}\right)\overline{M}_{sr}$  gdje su  $N_{se}$  i  $N_{re}$  efektivni broj zavoja statorskog i rotorskog namota. Uz ranije uvedeni pojam pojam trofaznog rezultantnog međuinduktiviteta  $L_m = \frac{3}{2}\overline{M}_{sr}$  uvodi se i pojam trofaznog rotorskog induktiviteta  $L_r = \overline{L}_r - \overline{M}_r = L_{\sigma r} + L_{rm} + \frac{1}{2}L_{rm} = L_{\sigma r} + \frac{3}{2}L_{rm} = L_{\sigma r} + L_m$ .

Vektor magnetskog toka rotora može se prikazati i pomoću vektora struje statora i rotora te uvedenih veličina  $L_m$  i  $L_r$ :

$$\bar{\psi}_r = L_r \bar{t}_r + L_m \bar{t}'_s = L_r \bar{t}_r + L_m \bar{t}_s e^{-j\theta_r}$$
(2.33)

U gornjem izrazu  $t_r$  je vektor struje rotora, a  $t'_s$  vektor struje statora preračunat u koordinatni sustav rotora. Navedena transformacija može se prikazati kao:

$$\vec{t}'_{s} = i_{sx} + ji_{sy} = \vec{\iota}_{s} e^{-j\theta_{r}}$$
 (2.34)

$$\begin{bmatrix} i_{sx} \\ i_{sx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_r & \sin \theta_r \\ -\sin \theta_r & \cos \theta_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix}$$
(2.35)

U matričnom zapisu  $i_{s\alpha}$  i  $i_{s\beta}$  su komponente struje statora u koordinatnom sustavu statora, a  $i_{sx}$  i  $i_{sy}$  su komponente struje statora u koordinatnom sustavu rotora.

#### 2.3. Naponske jednadžbe u koordinatnom sustavu statora

Naponske jednadžbe statora u koordinatnom sustavu statora jednake su:

$$u_{sA}(t) = R_s i_{sA}(t) + \frac{d\psi_{sA}(t)}{dt}$$
(2.36a)

$$u_{sB}(t) = R_s i_{sB}(t) + \frac{d\psi_{sB}(t)}{dt}$$
(2.36b)

$$u_{sC}(t) = R_s i_{sC}(t) + \frac{d\psi_{sC}(t)}{dt}$$
(2.36c)

Naponske jednadžbe rotora u koordinatnom sustavu rotora jednake su:

$$u_{rA}(t) = R_r i_{rA}(t) + \frac{d\psi_{rA}(t)}{dt}$$
(2.37a)

$$u_{rB}(t) = R_r i_{rB}(t) + \frac{d\psi_{rB}(t)}{dt}$$
 (2.37b)

$$u_{rC}(t) = R_r i_{rC}(t) + \frac{d\psi_{rC}(t)}{dt}$$
(2.37c)

Magnetski tokovi pojedine faze statora  $\psi_{sA}$ ,  $\psi_{sB}$  i  $\psi_{sC}$  opisani su izrazima (2.15)-(2.17), a magnetski tokovi pojedine faze rotora  $\psi_{rA}$ ,  $\psi_{rB}$  i  $\psi_{rC}$  izrazima (2.30)-(2.32).

Ako se navedeni izrazi uvrste u izraze (2.36) i (2.37) te se sustav jednadžbi zapiše u matričnom obliku, slijedi [10]:

$$\begin{bmatrix} u_{sA}\\ u_{sB}\\ u_{sC}\\ u_{rA}\\ u_{rB}\\ u_{rC} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + p\bar{L}_s & p\bar{M}_s & p\bar{M}_s & p\bar{M}_{sr}\cos\theta & p\bar{M}_{sr}\cos\theta_1 & p\bar{M}_{sr}\cos\theta_2\\ p\bar{M}_s & R_s + p\bar{L}_s & p\bar{M}_s & p\bar{M}_{sr}\cos\theta_2 & p\bar{M}_{sr}\cos\theta & p\bar{M}_{sr}\cos\theta_1\\ p\bar{M}_s & p\bar{M}_s & R_s + p\bar{L}_s & p\bar{M}_{sr}\cos\theta_1 & p\bar{M}_{sr}\cos\theta_2 & p\bar{M}_{sr}\cos\theta_1\\ p\bar{M}_{sr}\cos\theta & p\bar{M}_{sr}\cos\theta_2 & p\bar{M}_{sr}\cos\theta_1 & R_r + p\bar{L}_r & p\bar{M}_r & p\bar{M}_r\\ p\bar{M}_{sr}\cos\theta_1 & p\bar{M}_{sr}\cos\theta & p\bar{M}_{sr}\cos\theta_2 & p\bar{M}_{sr}\cos\theta_2 & p\bar{M}_r & R_r + p\bar{L}_r & p\bar{M}_r\\ p\bar{M}_{sr}\cos\theta_2 & p\bar{M}_{sr}\cos\theta_1 & p\bar{M}_{sr}\cos\theta & p\bar{M}_r & R_r + p\bar{L}_r & p\bar{M}_r\\ p\bar{M}_{sr}\cos\theta_2 & p\bar{M}_{sr}\cos\theta_1 & p\bar{M}_{sr}\cos\theta & p\bar{M}_r & p\bar{M}_r & R_r + p\bar{L}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sA}\\ i_{sB}\\ i_{sC}\\ i_{rA}\\ i_{rB}\\ i_{rC} \end{bmatrix}$$

$$(2.38)$$

U gornjem izrazu  $\theta = \theta_r$  je kut rotora,  $\theta_1 = \theta_r + \frac{2\pi}{3}$ ,  $\theta_2 = \theta_r + \frac{4\pi}{3}$ ,  $\overline{L}_s$  induktivitet jedne faze statora,  $\overline{L}_r$  induktivitet jedne faze rotora,  $\overline{M}_s$  međuinduktivitet statorskih namota,  $\overline{M}_r$ međuinduktivitet rotorskih namota, a  $\overline{M}_{sr}$  međuinduktivitet statora i rotora. Navedeni prikaz vrlo je složen stoga je potrebno zapisati sustav na jednostavniji način. Jednostavniji zapis zahtjeva transformaciju statorskih i rotorskih veličina iz trofaznog *abc* sustava u nepomični  $\alpha\beta$  koordinatni sustav statora odnosno *xy* koordinatni sustav koji rotira s rotorom brzinom  $\omega_r$ . Navedene transformacije opisane su u prethodna dva potpoglavlja.

Koristeći se izrazima (2.4), (2.5) i (2.18) za napon, struju i magnetski tok statora u koordinatnom sustavu statora te izrazima (2.22), (2.23) i (2.29) za napon, struju i magnetski tok rotora u koordinatnom sustavu rotora slijedi:

$$\begin{bmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \\ u_{rx} \\ u_{ry} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + pL_s & 0 & pL_m \cos \theta_r & -pL_m \sin \theta_r \\ 0 & R_s + pL_s & pL_m \sin \theta_r & pL_m \cos \theta_r \\ pL_m \cos \theta_r & pL_m \sin \theta_r & R_r + pL_r & 0 \\ -pL_m \sin \theta_r & pL_m \cos \theta_r & 0 & R_r + pL_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ i_{rx} \\ i_{ry} \end{bmatrix}$$
(2.39)

U gornjem modelu statorske veličine su prikazane u koordinatnom sustavu statora, dok su rotorske veličine prikazane u koordinatnom sustavu rotora. Iz navedenog razloga gornji sustav jednadžbi je vremenski promjenjiv jer sadrži kut rotora  $\theta_r$ , koji se mijenja tijekom vremena. Jedna od mogućnosti je prikaz cjelokupnog modela asinkronog motora u nepomičnom koordinatnom sustavu statora. Naponske jednadžbe statora i rotora u koordinatnom sustavu statora:

$$\bar{u}_s = R_s \bar{t}_s + \frac{d\bar{\psi}_s}{dt} \tag{2.40}$$

$$\bar{u}'_r = R_r \bar{t}'_r + \frac{d\bar{\psi}'_r}{dt} - j\omega_r \bar{\psi}'_r$$
(2.41)

U gornjim izrazima  $\bar{u}_s$  je napon statora,  $\bar{t}_s$  struja statora,  $\bar{\psi}_s$  magnetski tok statora,  $\bar{u}'_r$  napon rotora,  $\bar{t}'_r$  struja rotora,  $\bar{\psi}'_r$  magnetski tok rotora, a  $\omega_r$  brzina rotora. Sve električne veličine izražene su u koordinatnom sustavu statora. Statorske veličine jednake su:

$$\bar{u}_s = u_{s\alpha} + j u_{s\beta} \tag{2.42}$$

$$\bar{t}_s = i_{s\alpha} + j i_{s\beta} \tag{2.43}$$

$$\overline{\psi}_s = \psi_{s\alpha} + j\psi_{s\beta} = L_s \overline{\iota}_s + L_m \overline{\iota}_r' \tag{2.44}$$

Rotorske veličine (u koordinatnom sustavu rotora) jednake su:

$$\bar{u}_r = u_{rx} + j u_{ry} \tag{2.45}$$

$$\bar{t}_r = i_{rx} + j i_{ry} \tag{2.46}$$

$$\bar{\psi}_r = \psi_{rx} + j\psi_{ry} = L_r \bar{t}_r + L_m \bar{t}'_s$$
 (2.47)

Pretvorba rotorskih veličina iz koordinatnog sustava rotora u koordinatni sustav statora izvršava se na sljedeći način:

$$\bar{u}'_r = \bar{u}_r e^{j\theta_r} = u_{r\alpha} + ju_{r\beta}$$
(2.48)

$$\vec{t}_r' = \vec{t}_r e^{j\theta_r} = i_{r\alpha} + ji_{r\beta}$$
(2.49)

$$\bar{\psi}'_r = \bar{\psi}_r e^{j\theta_r} = L_r \bar{t}'_r + L_m \bar{t}_s = \psi_{r\alpha} + j\psi_{r\beta}$$
(2.50)

Uvrštavanjem izraza (2.42)-(2.50) u izraze (2.40) i (2.41) slijedi [10]:

$$\begin{bmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \\ u_{r\alpha} \\ u_{r\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + pL_s & 0 & pL_m & 0 \\ 0 & R_s + pL_s & 0 & pL_m \\ pL_m & \omega_r L_m & R_r + pL_r & \omega_r L_r \\ -\omega_r L_m & pL_m & -\omega_r L_r & R_r + pL_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \end{bmatrix}$$
(2.51)

U gornjem zapisu i statorske i rotorske veličine prikazane su u koordinatnom sustavu statora te je tako u potpunosti opisano električno vladanje asinkronog motora, uz ranije navedena zanemarenja. Uz gore navedene četiri diferencijalne jednadžbe potrebno je dodati i mehaničku jednadžbu kako bi asinkroni motor bio u potpunosti matematički opisan.

Razvijeni elektromagnetski moment jednak je:

$$T_e = -\frac{3}{2}n_p L_m \bar{t}_s \times \bar{t}'_r = -\frac{3}{2}n_p L_m (i_{s\alpha}i_{r\beta} - i_{s\beta}i_{r\alpha})$$
(2.52)

U gornjem izrazu  $n_p$  je broj pari polova,  $L_m$  međuinduktivitet,  $\bar{t}_s$  struja statora, a  $\bar{t}'_r$  struja rotora. Jednadžba rotacije asinkronog motora jednaka je:

$$J\frac{d\omega_r}{dt} = T_e - T_{teret}$$
(2.53)

U jednadžbi gibanja J je moment tromosti,  $\omega_r$  brzina vrtnje,  $T_e$  elektromagnetski moment, a  $T_{teret}$  moment tereta.

## 3. Standardne metode identifikacije parametara

#### 3.1. Nadomjesna shema asinkronog motora

Na slici 3.1 prikazana je nadomjesna shema jedne faze asinkronog motora.



Slika 3.1: Nadomjesna shema jedne faze asinkronog motora [11]

U nadomjesnoj shemi  $U_s$  je fazni napon statora,  $R_s$  otpor statora,  $L_{\sigma s}$  rasipni induktivitet statora,  $L'_{\sigma r}$  rasipni induktivitet rotora preračunat na stranu statora,  $R'_r$  otpor rotora preračunat na stranu statora,  $R_0$  otpor kojim se modeliraju gubici u željeznoj jezgri (gubici histereze i vrtložnih struja),  $L_m$  međuinduktivitet, a *s* klizanje. Pri tome vrijede sljedeći izrazi za reaktancije [11]:

$$X_{\sigma s} = 2\pi f L_{\sigma s} \tag{3.1a}$$

$$X'_{\sigma r} = 2\pi f L'_{\sigma r} \tag{3.1b}$$

$$X_m = 2\pi f L_m \tag{3.1c}$$

U gornjim izrazima  $X_{\sigma s}$  je rasipna reaktancija statora,  $X'_{\sigma r}$  je rasipna reaktancija rotora preračunata na stranu statora,  $X_m$  je glavna reaktancija, a f je frekvencija.

Relativno klizanje *s* jednako je:

$$s = \frac{(\omega_s - \omega_r)}{\omega_s} \tag{3.2}$$

Standardne metode identifikacije parametara nadomjesne sheme uključuju pokus praznog hoda, pokus kratkog spoja i napajanje asinkronog motora istomjernim naponom.

#### 3.2. Pokus istosmjernog napona

Pokus napajanja asinkronog motora istosmjernim naponom provodi se kako bi se utvrdila vrijednost otpora statorskog namota  $R_s$ . Prilikom napajanja statorskih namota istosmjernim naponom reaktancije su jednake nuli, a napon rotorskog kruga inducira se samo nakratko, prilikom uključenja jer jedino u tom trenutku dolazi do promjene napona statora. Iz navedenog razloga struje rotora jednake su nuli u stacionarnom stanju. Otpor statora  $R_s$  jedini je parametar nadomjesne sheme koji se opire prolasku struje u navedenim uvjetima. Ako je narinut napon  $U_{DC}$  između dvije faze asinkronog motora te se mjeri struja  $I_{DC}$ , tada je otpor jedne faze statora jednake [12]:

$$R_s = \frac{1}{2} \frac{U_{DC}}{I_{DC}} \tag{3.3}$$

#### 3.3. Pokus praznog hoda

Prilikom pokusa praznog hoda asinkroni motor je neopterećen (moment tereta čini samo moment trenja i ventilacije) te se snimaju krivulje  $P_0 = f(U_0)$ ,  $I_0 = f(U_0)$  i  $\cos \varphi_0 = f(U_0)$ obično u rasponu od  $U = 0.25 U_n$  do  $U = 1.2 U_n$ . U gornjim izrazima  $P_0$  je radna snaga,  $I_0$ linijska struja statora,  $U_0$  linijski napon statora, a  $\cos \varphi_0$  je faktor snage [11].

Nadomjesna shema asinkronog motora u praznom hodu prikazana je na slici 3.2.



Slika 3.2: Nadomjesna shema asinkronog motora u praznom hodu [11]

U nadomjesnoj shemi prilikom pokusa praznog hoda može se zanemariti otpor statora  $R_s$  i rasipna reaktancija statora  $X_{\sigma s}$  jer je struja u praznom hodu vrlo mala (nekoliko postotaka nazivne struje) pa je i pad napona na navedenim komponentama zanemariv. Zbog navedenog zanemarenja fazni napon statora  $U_s$  jednak je naponu poprečne grane E. Moment tereta je iznimno mali (samo moment trenja i ventilacije) pa je i struja rotora vrlo mala te se dio nadomjesne sheme, koji se odnosi na rotor, također zanemaruje. Kada se asinkroni motor vrti u praznom hodu brzina vrtnje,  $\omega_r$  je vrlo bliska sinkronoj brzini  $\omega_s$  pa je relativno klizanje svrlo malog iznosa. Važno je napomenuti da brzina vrtnje  $\omega_r$  nikada ne može biti jednaka sinkronoj brzini  $\omega_s$  jer u tom slučaju ne bi došlo do elektromagnetske pretvorbe.

Iako je otpor statora zanemaren u gornjoj nadomjesnoj shemi, radi preciznijeg određivanja nepoznatih parametara uži gubici u praznom hodu mogu se izračunati kao:

$$P_{0n}' = P_{0n} - 3R_s I_{0n}^2 \tag{3.4}$$

$$P_{Fen} = P_{0n}' - P_{tr,v} \tag{3.5}$$

U gornjim izrazima  $P_{0n}$  su ukupni gubici u praznom hodu,  $P_{tr,v}$  gubici trenja i ventilacije,  $P_{cu} = 3R_s I_{0n}^2$  gubici u bakru statora, a  $P_{Fen}$  gubici u željezu (gubici histereze i vrtložnih struja). Ako su gubici trenja i ventilacije zanemarivi, nije ih potrebno uzimati u obzir.

Uz navedena zanemarenja slijede izrazi [11]:

$$Z_0 = \frac{U_{0n}}{\sqrt{3}I_{0n}}$$
(3.6)

$$\cos\varphi_{0n} = \frac{P_{Fen}}{\sqrt{3} \, U_{0n} I_{0n}} \tag{3.7}$$

$$R_0 = \frac{Z_0}{\cos\varphi_{0n}} \tag{3.8}$$

$$X_m = \frac{Z_0}{\sin \varphi_{0n}} \tag{3.9}$$

U gornjim izrazima  $Z_0$  je impedancija poprečne grane,  $R_0$  je otpor kojim se modeliraju gubici u željezu, a  $X_m$  je glavna reaktancija. Iz mjerenja prilikom praznog hoda također se može rekonstruirati krivulja magnetiziranja koja prikazuje ovisnost struje magnetiziranja o induciranom naponu što je razmjerno ovisnosti uzbudnog protjecanja  $\Theta$  o magnetskom toku  $\Phi$ . Karakterističan oblik navedene krivulje prikazan je na slici 3.3.



Slika 3.3: Krivulja magnetiziranja [11]

Struja praznog hoda  $I_0$  može se rastaviti na struju  $I_r$ , kojom se pokrivaju gubici u željezu, te struju  $I_{\mu}$ , kojom se inducira napon poprečne grane *E* koji je u praznom hodu približno jednak naponu  $U_s$ .

#### 3.4. Pokus kratkog spoja

Prilikom pokusa kratkog spoja rotor asinkronog motora je mehanički zakočen, stator se napaja sniženim naponom  $U_k$  kako ne bi potekla prevelika struja te se snimaju krivulje  $I_k = f(U_k), P_k = f(U_k)$  i  $\cos \varphi_k = f(U_k)$  [11]. Nadomjesna shema asinkronog motora u kratkom spoju prikazana je na slici 3.4.



Slika 3.4: Nadomjesna shema asinkronog motora u kratkom spoju [11]

U nadomjesnoj shemi može se zanemariti poprečna grana koja sadržava fiktivni otpor  $R_0$  i glavnu reaktanciju  $X_m$  jer je struja magnetiziranja  $I_0$  koja prolazi kroz poprečnu granu znatno manja od nazivne struje  $I_n$  koja prolazi uzdužnom granom. Budući da je rotor mehanički zakočen, brzina vrtnje rotora jednaka je  $\omega_r = 0$  pa je relativno klizanje jednako s = 1.

Parametri uzdužne grane nadomjesne sheme asinkronog motora mogu se odrediti iz pokusa kratkog spoja uz zakočen rotor na sljedeći način [11]:

$$Z_k = \frac{U_{kn}}{\sqrt{3}I_n} \tag{3.9}$$

$$\cos\varphi_{kn} = \frac{P_{kn}}{\sqrt{3}U_{kn}I_{kn}} \tag{3.10}$$

$$R_k = Z_k \cos \varphi_{kn} \tag{3.11}$$

$$X_k = Z_k \sin \varphi_{kn} \tag{3.12}$$

U gornjim izrazima  $Z_k$  je impedancija kratkog spoja,  $\cos \varphi_{kn}$  je faktor snage,  $R_k$  je omski otpor kratkog spoja, a  $X_k$  je reaktancija kratkog spoja. Iz navedenih vrijednosti, uz poznat otpor statora  $R_s$  mogu se odrediti vrijednosti otpora rotora  $R'_r$  te rasipnih reaktancija statora  $X_{\sigma s}$  i rotora  $X'_{\sigma r}$ , uz pretpostavku da su navedene reaktancije jednake [11].

$$R'_r = R_k - R_s \tag{3.13}$$

$$X_{\sigma s} = X'_{\sigma r} = \frac{X_k}{2} \tag{3.14}$$

Nakon što su izvršena sva tri navedena pokusa određeni su svi parametri nadomjesne sheme asinkronog motora sa slike 3.1.

## 4. Identifikacija međuinduktiviteta $L_m$ istosmjernim naponom

#### 4.1. Matematički model u koordinatnom sustavu statora

Poznavanje krivulje magnetiziranja, tj. međuinduktiviteta  $L_m$  u svakoj radnoj točki od iznimne je važnosti za vektorsko upravljanje asinkronim motorom. Ako se asinkronim motorom upravlja do nazivne brzine, uz stalnu referentnu vrijednost statorskog i rotorskog toka, tada nije nužno poznavati krivulju magnetiziranja. Međutim, prilikom upravljanja iznad nazivne brzine dolazi do smanjenja vrijednosti magnetskog toka kako bi se povećala brzina vrtnje (područje slabljenja toka) [13]. Najjednostavniji način upravljanja u navedenom području predstavlja promjena referentne vrijednosti statorskog ili rotorskog magnetskog toka, koji je obrnuto razmjeran brzini vrtnje. No, prilikom promjene magnetskog toka potrebno je uzeti u obzir i efekt zasićenja, stoga je poznavanje krivulje magnetiziranja nužno [14]. Uobičajena metoda određivanja međuinduktiviteta  $L_m$  je već ranije opisani pokus praznog hoda iz efektivnih vrijednosti napona i struje statora, uz zanemarenje otpora statora i rasipne reaktancije.

Slijedi opis alternativne metode određivanja međuinduktiviteta  $L_m$ , odnosno krivulje magnetiziranja vektorski upravljanog asinkronog motora pomoću istosmjernog napona. Pretpostavka je da je moguće mjeriti fazne struje te rekonstruirati fazne napone iz poznatih algoritama upravljanja sklopkama frekvencijskog pretvarača. Navedena metoda sastoji se od primjene jednofaznog istosmjernog napona te mjerenja fazne struje asinkronog motora uz zakočen rotor. Iz navedene dvije veličine, uz poznavanje preostalih parametara asinkronog motora ( $R_s$ ,  $L_{\sigma s}$ ,  $R_r$ ,  $L_{\sigma r}$ ) moguće je odrediti valne oblike struje magnetiziranja  $i_m$  i magnetskog toka  $\phi_m$  te naposljetku odrediti vrijednost međuinduktiviteta  $L_m$ . Provođenjem postupka u više različitih radnih točaka moguće je odrediti krivulju magnetiziranja asinkronog motora.

Matematički model asinkronog motora korišten prilikom simulacije navedene metode identifikacije u programskom paketu Matlab/Simulink izveden je u  $\alpha\beta$  koordinatnom sustavu vezanom za stator. Fazori napona, struje i toka statora u koordinatnom sustavu statora jednaki su [10]:

$$u_{s} = \frac{2}{3} [u_{sA}(t) + a u_{sB}(t) + a^{2} u_{sC}(t)] = u_{s\alpha} + j u_{s\beta}$$
(4.1)

$$i_{s} = \frac{2}{3} [i_{sA}(t) + a i_{sB}(t) + a^{2} i_{sC}(t)] = i_{s\alpha} + j i_{s\beta}$$
(4.2)

$$\psi_{s} = \frac{2}{3} [\psi_{sA}(t) + a\psi_{sB}(t) + a^{2}\psi_{sC}(t)] = \psi_{s\alpha} + j\psi_{s\beta} = L_{s}i_{s} + L_{m}i_{r}'$$
(4.3)

Fazori napona, struje i toka statora u koordinatnom sustavu rotora jednaki su:

$$u_r = \frac{2}{3} [u_{rA}(t) + a u_{rB}(t) + a^2 u_{rC}(t)] = u_{rx} + j u_{ry}$$
(4.4)

$$i_r = \frac{2}{3} [i_{rA}(t) + a i_{rB}(t) + a^2 i_{rC}(t)] = i_{rx} + j i_{ry}$$
(4.5)

$$\psi_r = \frac{2}{3} [\psi_{rA}(t) + a\psi_{rB}(t) + a^2 \psi_{rC}(t)] = \psi_{rx} + j\psi_{ry} = L_r i_r + L_m i'_s$$
(4.6)

Kako bi cijeli model bio u istom koordinatnom sustavu, potrebno je izvršiti pretvorbu rotorskih veličina iz koordinatnog sustava rotora u koordinatni sustav statora na sljedeći način:

$$u_r' = u_r e^{j\theta_r} = u_{r\alpha} + ju_{r\beta} \tag{4.7}$$

$$i'_r = i_r e^{j\theta_r} = i_{r\alpha} + ji_{r\beta} \tag{4.8}$$

$$\psi_{r}^{'} = \psi_{r}e^{j\theta_{r}} = \psi_{r\alpha} + j\psi_{r\beta} = L_{r}i_{r}^{'} + L_{m}i_{s} = L_{r}i_{r}e^{j\theta_{r}} + L_{m}i_{s}$$
(4.9)

Naponske jednadžbe statora i rotora prikazane u koordinatnom sustavu statora:

$$u_{s\alpha} = R_s i_{s\alpha} + L_s \frac{di_{s\alpha}}{dt} + L_m \frac{di_{r\alpha}}{dt}$$
(4.10)

$$u_{s\beta} = R_s i_{s\beta} + L_s \frac{di_{s\beta}}{dt} + L_m \frac{di_{r\beta}}{dt}$$
(4.11)

$$u_{r\alpha} = L_m \frac{di_{s\alpha}}{dt} + \omega_r L_m i_{s\beta} + R_r i_{r\alpha} + L_r \frac{di_{r\alpha}}{dt} + \omega_r L_r i_{r\beta}$$
(4.12)

$$u_{r\beta} = -\omega_r L_m i_{s\alpha} + L_m \frac{di_{s\beta}}{dt} - \omega_r L_r i_{r\alpha} + R_r i_{r\beta} + L_r \frac{di_{r\beta}}{dt}$$
(4.13)

U gornjim izrazima  $u_{s\alpha}$  i  $u_{s\beta}$  su komponente napona statora,  $i_{s\alpha}$  i  $i_{s\beta}$  komponente struja statora,  $R_s$  otpor statora,  $R_r$  otpor rotora,  $L_m$  traženi međuinduktivitet,  $L_r$  induktivitet rotora,  $L_s$  induktivitet statora, a  $\omega_r$  brzina vrtnje. Ako se radi o kaveznom asinkronom motoru, namoti na rotoru su kratkospojeni pa vrijedi  $u_{r\alpha} = u_{r\beta} = 0$ .

Razvijeni elektromagnetski moment jednak je:

$$T_e = -\frac{3}{2}n_p L_m i_s \times i'_r = \frac{3}{2}n_p L_m (i_{s\beta}i_{r\alpha} - i_{s\alpha}i_{r\beta})$$
(4.14)

Da bi se dobio potpuni model asinkronog motora, uz ranije navedene četiri naponske potrebna je i jednadžba koja opisuje uvjete ravnoteže elektromegnetskog momenta i momenta tereta:

$$J\frac{d\omega_r}{dt} = T_e - T_{teret} \tag{4.15}$$

#### 4.2. Opis metode identifikacije

Nadomjesna shema asinkronog motora u standardnom obliku (T-shema) prikazana je na slici 4.1 [15]:



Slika 4.1: Nadomjesna shema asinkronog motora [15]

U gornjoj shemi  $R_s$  je otpor statora,  $L_{\sigma s}$  rasipni induktivitet statora,  $L_m$  međuinduktivitet statora i rotora,  $L'_{\sigma r}$  rasipni induktivitet rotora, a  $R'_r$  otpor rotora. Umnožak brzine vrtnje  $\omega_r$  i rotorskog magnetskog roka  $\psi_r$  (element u shemi  $j\omega_r\psi_r$ ) pridonosi pretvorbi elektromehaničke energije. Metoda identifikacije prikazana u ovom radu pretpostavlja vektorski upravljan asinkroni motor uz zakočen rotor ( $\omega_r = 0$ ) prikazan u  $\alpha\beta$  koordinatnom sustavu vezanom uz stator. Uz brzinu vrtnje  $\omega_r = 0$  nadomjesna shema asinkronog motora za  $\alpha$  os je oblika:



Slika 4.2: Nadomjesna shema asinkronog motora u  $\alpha$  osi uz  $\omega_r = 0$  [15]

Metoda identifikacije prikazana je sljedećim koracima [15,16]:

#### A.) Korak 1: Mjerenja napona i struje statora

Prvi korak sastoji se od primjene odgovarajućeg istosmjernog napona  $u_{s\alpha}$  te mjerenja struje  $i_{s\alpha}$ . Iz vrijednosti narinutog napona  $u_{s\alpha}$  i struje  $i_{s\alpha}$  u stacionarnom stanju moguće je također odrediti vrijednost otpora statora  $R_s$ . Promjenom amplitude napona  $u_{s\alpha}$  dolazi i do promjene struje  $i_{s\alpha}$ , a time i do promjene magnetskog toka  $\phi_m$  te struje magnetiziranja  $i_m$ . Na navedeni način može se odrediti vrijednost međuinduktiviteta  $L_m$  u različitim radnim točkama te dobiti krivulja magnetiziranja.

#### B.) Korak 2: Određivanje magnetskog toka $\phi_m$ i struje magnetiziranja $i_m$

Uz poznate vrijednosti napona  $u_{s\alpha}$  i struje  $i_{s\alpha}$  može se odrediti napon poprečne grane  $u_m$ :

$$u_m = u_{s\alpha} - R_s i_{s\alpha} - L_{\sigma s} \frac{di_{s\alpha}}{dt}$$
(4.16)

Magnetski tok  $\phi_m$  slijedi integriranjem napona poprečne grane  $u_m$ :

$$\phi_m = \int_{t=0}^{\infty} u_m(t) dt \tag{4.17}$$

Naponska jednadžba rotorskog kruga jednaka je:

$$u_m = R_r i_{r\alpha} + L_{\sigma r} \frac{di_{r\alpha}}{dt}$$
(4.18)

Struja magnetiziranja jednaka je razlici struja statora i rotora:

$$i_m = i_{s\alpha} - i_{r\alpha} \tag{4.19}$$

Proračun struje magnetiziranja  $i_m$  i magnetskog toka  $\phi_m$  može se prikazati sljedećim simulacijskim modelom:



Slika 4.3: Simulacijski model određivanja magnetskog toka i struje magnetiziranja

#### C.) Korak 3: Određivanje međuinduktiviteta L<sub>m</sub>

Iz poznatih vrijednosti magnetskog toka  $\phi_m$  i struje magnetiziranja  $i_m$  u stacionarnom stanju slijedi:

$$L_m = \frac{\phi_m}{i_m} \tag{4.20}$$

### 4.3. Simulacijski rezultati

Simulacija opisane metode provedena je u programskom paketu Matlab/Simulink. U tablici 4.1 prikazani su stvarni parametri nadomjesne sheme asinkronog motora korišteni u simulacijskom modelu.

$R_s = 0,001277 \ \Omega$
$R_{r}^{'}=0,008631~\Omega$
$L_m = 0,0025 H$
$L_{\sigma s} = 8,5307 \cdot 10^{-5} H$
$L'_{\sigma r} = 8,5307 \cdot 10^{-5} H$

Na slikama 4.4-4.6 prikazani su simulacijski odzivi opisane metode identifikacije.



Slika 4.4: Napon statora  $u_{s\alpha}$  i struja statora  $i_{s\alpha}$ 



Slika 4.5: Napon poprečne  $u_m$  i struja rotora  $i_{r\alpha}$ 



Slika 4.6: Struja magnetiziranja  $i_m$ i magnetski tok  $\phi_m$ 

Očitavanjem iz grafova 4.6 slijedi da je vrijednost magnetskog toka u stacionarnom stanju jednaka  $\phi_m = 0.1955$  Wb dok je vrijednost struje magnetiziranja jednaka  $i_m = 78.2495 A$ . Prema izrazu (4.20) za međuinduktivitet slijedi da je identificirana vrijednost međuinduktiviteta jednaka  $L_m = 0.002498 H$  što odgovara stvarnoj vrijednosti  $L_m = 0.0025 H$  korištenoj u simulacijskom modelu.
### 4.4. Prednosti i nedostaci metode

Opisana metoda identifikacije međuinduktiviteta  $L_m$  primjenjena je na simulacijskom modelu asinkronog motora te se u konačnici dobiva ispravna vrijednost međuinduktiviteta  $L_m$ . Da bi se snimila krivulja magnetiziranja asinkronog motora, potrebno je opisani postupak ponoviti u više radnih točaka, uz dovoljno veliku amplitudu napona  $u_{s\alpha}$  kako bi motor ušao u zasićenje. Glavni nedostatak opisane metode je pretpostavka da su poznate vrijednosti svih ostalih parametara asinkronog motora. Iako je otpor statora  $R_s$  moguće odrediti već na temelju mjerenja istosmjernog napona i struje statora, preostali parametri nisu nužno poznati u stvarnom slučaju. Međutim, ako se promotri valni oblik struje rotora  $i_{r\alpha}$  na slici 4.5 može se uočiti da je vrijednost navedene struje u stacionarnom stanju jednaka nuli što znači da ne utječe na vrijednost struje magnetiziranja  $i_m$  u stacionarnom stanju. Iz navedenog proizlazi da je za poznavanje vrijednosti struje magnetiziranja  $i_m$  u stacionarnom stanju dovoljno poznavanje struje statora  $i_{s\alpha}$  koja je mjerena. Također, ako se u naponskoj jednažbi statora u izrazu (4.16) zanemari utjecaj rasipnog induktiviteta statora, unosi se neznatna greška koja rezultira neznatno drugačijom vrijednošću magnetskog toka. Uz navedene aproksimacije moguće je provesti metodu samo uz mjerenje napona i struje statora  $u_{s\alpha}$  i  $i_{s\alpha}$  te poznavanje otpora statora  $R_s$ .

# 5. Identifikacija parametara metodom najmanjih kvadrata

## 5.1. Matematički model u koordinatnom sustavu rotora

Metoda identifikacije opisana u radu koristi standardni model asinkronog motora u koordinantnom sustavu rotora. Gubici u motoru uzrokovani histerezom i vrtložnim strujama, te magnetsko zasićenje nisu uzeti u obzir navedenim modelom. Transformacija napona i struja iz koordinatnog sustava statora u koordinatni sustav rotora može se opisati kao [8]:

$$\begin{bmatrix} u_{sx} \\ u_{sy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(n_p \theta_r) & \sin(n_p \theta_r) \\ -\sin(n_p \theta_r) & \cos(n_p \theta_r) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \end{bmatrix}$$
(5.1)

$$\begin{bmatrix} i_{sx} \\ i_{sy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(n_p \theta_r) & \sin(n_p \theta_r) \\ -\sin(n_p \theta_r) & \cos(n_p \theta_r) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix}$$
(5.2)

U gornjim izrazima  $u_{s\alpha}$ ,  $u_{s\beta}$ ,  $i_{s\alpha}$  i  $i_{s\beta}$  predstavljaju napone i struje statora u statorskom koordinatnom sustavu,  $u_{sx}$ ,  $u_{sy}$ ,  $i_{sx}$  i  $i_{sy}$  napone i struje statora u rotorskom koordinatnom sustavu,  $\theta_r$  kut rotora, a  $n_p$  broj pari polova.

Matematički model asinkronog motora u koordinatnom sustavu rotora [8]:

$$\frac{di_{sx}}{dt} = \frac{1}{\sigma l_s} u_{sx} - \gamma i_{sx} + \frac{\beta}{T_r} \psi_{rx} + n_p \beta \omega_r \psi_{ry} + n_p \omega_r i_{sy}$$
(5.3)

$$\frac{di_{sy}}{dt} = \frac{1}{\sigma L_s} u_{sy} - \gamma i_{sy} + \frac{\beta}{T_r} \psi_{ry} - n_p \beta \omega_r \psi_{rx} - n_p \omega_r i_{sx}$$
(5.4)

$$\frac{d\psi_{rx}}{dt} = \frac{L_m}{T_r} i_{sx} - \frac{1}{T_r} \psi_{rx}$$
(5.5)

$$\frac{d\psi_{ry}}{dt} = \frac{L_m}{T_r} i_{sy} - \frac{1}{T_r} \psi_{ry}$$
(5.6)

$$\frac{d\omega_r}{dt} = \frac{3L_m n_p}{2JL_r} \left( i_{sy} \psi_{rx} - i_{sx} \psi_{ry} \right) - \frac{M_{teret}}{J}$$
(5.7)

U gornjim izrazima  $u_{sx}$  i  $u_{sy}$  su naponi statora,  $i_{sx}$  i  $i_{sy}$  struje statora, a  $\psi_{rx}$  i  $\psi_{ry}$ magnetski tokovi rotora u rotorskom koordinatnom sustavu. Oznaka  $n_p$  predstavlja broj pari polova, a  $\omega_r$  brzinu vrtnje. Parametri, koji se nastoje identificirati, su otpor statora  $R_s$ , otpor rotora  $R_r$ , međuinduktivitet  $L_m$ , induktivitet statora  $L_s$  i induktivitet rotora  $L_r$ . Mehanički parametri su moment inercije rotora J i moment tereta  $M_{teret}$ . Da bi se pojednostavili izrazi, uvedene su sljedeće pomoćne oznake [8]:

$$T_r = \frac{L_r}{R_r} \qquad \sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r} \tag{5.8}$$

$$\beta = \frac{L_m}{\sigma l_s L_r} \qquad \gamma = \frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{L_m^2 R_r}{\sigma L_s L_r^2}$$
(5.9)

U gornjim izrazima  $T_r$  je vremenska konstanta rotora, a  $\sigma$  koeficijent rasipanja. Pretpostavka je da je moment tereta  $M_{teret}$  konstantan.

Da bi se odredili parametri asinkronog motora, potrebno je prikupiti mjerenja faznih napona i struja statora te brzine vrtnje. Ako se mjeri kut rotora, tada se brzina može rekonstruirati iz mjerenja kao derivacija kuta rotora. Pretpostavlja se da magnetski tokovi rotora nisu mjereni, stoga je potrebno na drugačiji način zapisati prijašnji skup diferencijalnih jednadžbi. Novi zapis sadrži samo mjerene ili rekonstruirane fizikalne veličine. Izrazi (5.3)-(5.6), kojima je opisan asinkroni motor u koordinatnom sustavu rotora, zapisuju se na sljedeći način:

$$\frac{di_{sx}}{dt} + \gamma i_{sx} - \frac{\beta}{T_r} \psi_{rx} - n_p \beta \omega_r \psi_{ry} - n_p \omega_r i_{sy} = \frac{1}{\sigma l_s} u_{sx}$$
(5.10)

$$\frac{di_{sy}}{dt} + \gamma i_{sy} - \frac{\beta}{T_r} \psi_{ry} + n_p \beta \omega_r \psi_{rx} + n_p \omega_r i_{sx} = \frac{1}{\sigma l_s} u_{sy}$$
(5.11)

$$\frac{d\psi_{rx}}{dt} = \frac{L_m}{T_r} i_{sx} - \frac{1}{T_r} \psi_{rx}$$
(5.12)

$$\frac{d\psi_{ry}}{dt} = \frac{L_m}{T_r} i_{sy} - \frac{1}{T_r} \psi_{ry}$$
(5.13)

Prve derivacije izraza (5.10) i (5.11) jednake su:

$$\frac{1}{\sigma L_s} \frac{du_{sx}}{dt} = \frac{d^2 i_{sx}}{dt^2} + \gamma \frac{di_{sx}}{dt} - \frac{\beta}{T_r} \frac{d\psi_{rx}}{dt} - n_p \beta \omega_r \frac{d\psi_{ry}}{dt} - n_p \beta \psi_{ry} \frac{d\omega_r}{dt} - n_p \omega_r \frac{di_{sy}}{dt} - n_p i_{sy} \frac{d\omega_r}{dt}$$
(5.14)

$$\frac{1}{\sigma L_s} \frac{du_{sy}}{dt} = \frac{d^2 i_{sy}}{dt^2} + \gamma \frac{di_{sy}}{dt} - \frac{\beta}{T_r} \frac{d\psi_{ry}}{dt} + n_p \beta \omega_r \frac{d\psi_{rx}}{dt} + n_p \beta \psi_{rx} \frac{d\omega_r}{dt} + n_p \omega_r \frac{di_{sx}}{dt} + n_p i_{sx} \frac{d\omega_r}{dt}$$
(5.15)

Ako se izraz (5.10) pomnožen s  $\frac{1}{T_r}$  pribroji izrazu (5.14) te izraz (5.11) pomnožen s  $\frac{1}{T_r}$  pribroje izrazima (5.14) i (5.15), slijedi:

$$\frac{1}{\sigma L_s} \frac{du_{sx}}{dt} + \frac{1}{T_r \sigma L_s} u_{sx} = \frac{d^2 i_{sx}}{dt^2} + \left(\gamma + \frac{1}{T_r}\right) \frac{di_{sx}}{dt} + \left(\frac{\gamma}{T_r^2} - \frac{\beta L_m}{T_r^2}\right) i_{sx} - n_p \omega_r \left(\frac{1}{T_r} + \frac{\beta L_m}{T_r}\right) i_{sy} - n_p \left(i_{sy} + \beta \psi_{ry}\right) \frac{d\omega_r}{dt} - n_p \omega_r \frac{di_{sy}}{dt}$$
(5.16)

$$\frac{1}{\sigma L_s} \frac{du_{sy}}{dt} + \frac{1}{T_r \sigma L_s} u_{sy} = \frac{d^2 i_{sy}}{dt^2} + \left(\gamma + \frac{1}{T_r}\right) \frac{di_{sy}}{dt} + \left(\frac{\gamma}{T_r^2} - \frac{\beta L_m}{T_r^2}\right) i_{sy} + n_p \omega_r \left(\frac{1}{T_r} + \frac{\beta L_m}{T_r}\right) i_{sx} + n_p \left(i_{sx} + \beta \psi_{rx}\right) \frac{d\omega_r}{dt} + n_p \omega_r \frac{di_{sx}}{dt}$$
(5.17)

U gornjem zapisu gotovo su izbačeni magnetski tokovi rotora  $\psi_{rx}$  i  $\psi_{ry}$  (postoji jedan član u svakoj jednadžbi koji sadrži navedene veličine pomnožene s $\frac{d\omega_r}{dt}$ ). Ako vrijedi  $\frac{d\omega_r}{dt} \approx 0$ , tada se ti članovi mogu zanemariti u jednadžbama (5.16) i (5.17).

Tada model postaje oblika [8]:

$$\frac{d^2 i_{sx}}{dt^2} + K_1 \frac{d i_{sx}}{dt} + K_2 i_{sx} - n_p \omega_r K_3 i_{sy} - n_p \omega_r \frac{d i_{sy}}{dt} = K_4 \frac{d u_{sx}}{dt} + K_5 u_{sx}$$
(5.18)

$$\frac{d^2 i_{sy}}{dt^2} + K_1 \frac{d i_{sy}}{dt} + K_2 i_{sy} + n_p \omega_r K_3 i_{sx} + n_p \omega_r \frac{d i_{sx}}{dt} = K_4 \frac{d u_{sy}}{dt} + K_5 u_{sy}$$
(5.19)

U gornjim izrazima oznake  $K_1, \dots, K_5$  predstavljaju [8]:

$$K_1 = \gamma + \frac{1}{T_r} \qquad K_2 = \frac{\gamma}{T_r^2} - \frac{\beta L_m}{T_r^2} \qquad K_3 = \frac{1}{T_r} + \frac{\beta L_m}{T_r}$$
(5.20)

$$K_4 = \frac{1}{\sigma L_s} \qquad K_5 = \frac{1}{\sigma L_s T_r} \tag{5.21}$$

Može se primjetiti da vrijedi nelinearna veza između navedenih parametara:

$$K_1 = \frac{K_2 K_4}{K_5} + K_3 \tag{5.22}$$

S obzirom na parametre  $R_s$ ,  $L_s$ ,  $\sigma$ ,  $T_r$  gornji parametri su jednaki:

$$K_1 = \frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{1}{\sigma T_r} \qquad K_2 = \frac{R_s}{\sigma L_s T_r} \qquad K_3 = \frac{1}{\sigma T_r}$$
(5.23)

$$K_4 = \frac{1}{\sigma L_s} \qquad K_5 = \frac{1}{\sigma l_s T_r} \tag{5.24}$$

Traženi parametri slijede iz parametara  $K_1, \ldots, K_5$ :

$$R_s = \frac{K_2}{K_5}$$
  $L_s = \frac{K_3}{K_5}$   $\sigma = \frac{K_5}{K_3 K_4}$   $T_r = \frac{K_4}{K_5}$  (5.25)

Izvedeni model asinkronog motora može se prikazati u matričnom obliku [8]:

$$\begin{bmatrix} -\frac{di_{sx}}{dt} & -i_{sx} & n_p \omega_r i_{sy} & \frac{du_{sx}}{dt} & u_{sx} \\ -\frac{di_{sy}}{dt} & i_{sy} & -n_p \omega_r i_{sx} & \frac{du_{sy}}{dt} & u_{sy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \\ K_4 \\ K_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{d^2 i_{sx}}{dt^2} - n_p \omega_r \frac{di_{sy}}{dt} \\ n_p \omega_r \frac{di_{sx}}{dt} + \frac{d^2 i_{sy}}{dt^2} \end{bmatrix}$$
(5.26)

Izraz (5.26) predstavlja linearni model asinkronog motora koji ne sadržava magnetske tokove rotora. Ovakav zapis omogućava izravnu primjenu metode najmanjih kvadrata nakon što su prikupljena mjerenja. Potreba za mjerenjima magnetskog toka može se izbjeći ako se pretpostavi da se brzina vrtnje sporo mijenja  $\frac{d\omega_r}{dt} \approx 0$ , što predstavlja prednost budući da su mjerenja magnetskog toka nepraktična i teško izvediva. Problem u praktičnoj izvedbi mogu predstavljati derivacije struje i napona, jer je prisutan i mjerni šum.

Prije konačne primjene izraza (5.26), koji predstavlja linearni model asinkronog motora, potrebno je provjeriti u kojim je slučajevima pojednostavljenje  $\frac{d\omega_r}{dt} \approx 0$  opravdano. Ako se izraz (5.14) drugačije raspiše, slijedi:

$$-n_{p}\beta\omega_{r}\frac{d\psi_{ry}}{dt} - n_{p}\beta\psi_{ry}\frac{d\omega_{r}}{dt} - n_{p}i_{sy}\frac{d\omega_{r}}{dt} = \frac{1}{\sigma L_{s}}\frac{du_{sx}}{dt} - \frac{d^{2}i_{sx}}{dt^{2}} - \gamma\frac{di_{sx}}{dt} + \frac{\beta}{T_{r}}\frac{d\psi_{rx}}{dt} - n_{p}\omega_{r}\frac{di_{sy}}{dt}$$

$$(5.27)$$

Koristeći izraz (5.13), koji opisuje derivaciju magnetskog toka  $\psi_{ry}$ , proširi se lijeva strana jednadžbe, kako bi se eliminirao član  $\frac{d\psi_{ry}}{dt}$ .

$$-n_{p}\omega_{r}\frac{d\psi_{ry}}{dt} - n_{p}\beta\psi_{ry}\frac{d\omega_{r}}{dt} - n_{p}i_{sy}\frac{d\omega_{r}}{dt} = -n_{p}\beta\omega_{r}\left(\frac{L_{m}}{T_{r}}i_{sy} - \frac{1}{T_{r}}\psi_{ry}\right) - n_{p}\beta\psi_{ry}\frac{d\omega_{r}}{dt} - n_{p}i_{sy}\frac{d\omega_{r}}{dt} = -n_{p}\beta\psi_{ry}\left(\frac{d\omega_{r}}{dt} - \frac{\omega_{r}}{T_{r}}\right) - n_{p}i_{sy}\left(\frac{d\omega_{r}}{dt} + \frac{\beta L_{m}}{T_{r}}\omega_{r}\right)$$
(5.28)

Ako vrijedi  $\left|\frac{d\omega_r}{dt}\right| \ll \frac{1}{T_r} |\omega_r|$  i  $\left|\frac{d\omega_r}{dt}\right| \ll \frac{L_m\beta}{T_r} |\omega_r|$ , tada član  $\left|\frac{d\omega_r}{dt}\right|$  postaje zanemariv u odnosu na ostale članove jednadžbe. Na navedeni način može se okvirno odrediti u kojim uvjetima vrijedi korišteno zanemarenje odnosno model asinkronog motora opisan izrazom (5.26). Navedeni uvjeti mogu se svesti na samo jedan jer vrijedi:  $\beta M = \frac{1}{\sigma} - 1 \ge 1$ . Iz navedenog slijedi:  $\frac{\beta L_m}{T_r} \omega_r \ge \frac{1}{T_r} \omega_r$  pa vrijedi  $\left|\frac{d\omega_r}{dt}\right| \ll \frac{1}{T_r} |\omega_r|$  [8].

Budući da su struja statora i brzina mjerene veličine, članovi s derivacijom brzine  $(-n_p i_{sy} \frac{d\omega_r}{dt}, n_p i_{sx} \frac{d\omega_r}{dt})$  mogli bi se uključiti u izraz (5.26) koji opisuje linearni model

asinkronog motora. Na taj način umanjila bi se greška između modela i stvarnog sustava koja se unosi upravo navedenom aproksimacijom. No, budući da su navedeni članovi zanemarivi, kao i u slučaju magnetskog toka rotora, mogu se izostaviti radi jednostavnijeg proračuna. Prošireni model je oblika:

$$\begin{bmatrix} -\frac{di_{sx}}{dt} & -i_{sx} & n_p \omega_r i_{sy} & \frac{du_{sx}}{dt} & u_{sx} \\ -\frac{di_{sy}}{dt} & i_{sy} & -n_p \omega_r i_{sx} & \frac{du_{sy}}{dt} & u_{sy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \\ K_4 \\ K_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{d^2 i_{sx}}{dt^2} - n_p \omega_r \frac{di_{sy}}{dt} - n_p i_{sy} \frac{d\omega_r}{dt} \\ n_p \omega_r \frac{di_{sx}}{dt} + \frac{d^2 i_{sy}}{dt^2} + n_p i_{sx} \frac{d\omega_r}{dt} \end{bmatrix}$$
(5.29)

### 5.2. Opis metode identifikacije

Izraz (5.26), kojim se opisuje linearni model asinkronog motora, može se zapisati kao [17]:

$$w^T(n)K_N = y(n) \tag{5.30}$$

U gornjem izrazu *n* je trenutak diskretizacije mjerenih signala (n - 1, ..., N), a  $K_N$  je vektor nepoznatih parametara. Točna vrijednost vektora  $K_N$  može se odrediti već nakon nekoliko prikupljenih mjerenja. Međutim, određeni faktori uzrokuju pogreške koji čine izraz (5.30) samo približno točnim za stvarna mjerenja. Prilikom modeliranja asinkronog motora članovi diferencijalnih jednadžbi, koji sadrže derivaciju brzine  $\frac{d\omega_r}{dt}$ , su zanemareni. Također, vektori y(n) i w(n) sadrže mjerenja koja sadrže i mjerni šum, a naposljetku matematički model asinkronog motora nije posve istovjetan stvarnom sustavu. Navedeni faktori pridonose nekonzistentnosti ranije navedenog sustava jednadžbi. Kako bi se našlo rješenje izraza (5.30), koristi se metoda najmanjih kvadrata. Točnije, uz poznate vektore y(n) i w(n) gdje je  $y(n) = w^T(n)K$ , definira se [17]:

$$Re(K) = \sum_{n=1}^{N} |y(n) - w^{T}(n)K|^{2}$$
(5.31)

U gornjem izrazu Re(K) se naziva rezidualna greška vezana uz vektor K. Pronalazi se estimirani vektor  $K^*$  prema metodi najmanjih kvadratata za kojeg je rezidualna greška Re(K) minimalna uz uvjet  $K = K^*$ . Funkcija Re(K) je kvadratna te stoga ima jedinstven minimum u

točki gdje vrijedi  $\frac{\partial Re(k)}{\partial K} = 0$ . Rješavanjem navedenog izraza za  $K^*$  slijedi rješenje metode najmanjih kvadrata za izraz  $y(n) = w^T(n)K$  [17]:

$$K^* = \left(\sum_{n=1}^N w(n) w^T(n)\right)^{-1} \left(\sum_{n=1}^N w(n) y(n)\right)$$
(5.32)

Također, rješenje se može implementirati u rekurzivnoj formi, uz proračun vektora  $K^*$  u realnom vremenu. Izraz (5.32) kojim se opisuje vektor nepoznatih parametara  $K^*$  prikaže se kao:

$$K^*(N) = P^{-1}(N)R(N)$$
(5.33)

Vektori P(N) i R(N) računaju se u svakom vremenu uzorkovanja:

$$P(N) = P(N-1) + w(N)w^{T}(N)$$
(5.34)

$$R(N) = R(N-1)w(N)y(N)$$
(5.35)

Prilikom primjene metode najmanjih kvadrata na stvarna mjerenja poželjno je procijeniti pouzdanost dobivenih rezultata. Točnije, važno je znati koliko točno  $w^T(n)K^*$  odgovara y(n) te kolika je osjetljivost parametara K. Da bi se utvrdila pouzdanost rezultata, uvodi se pojam indeks rezidualne greške. Zbog nelinearnosti modela mjerni šum se ne može smatrati nekoreliranim sa signalima w(n) i y(n). Čak da se radi i o linearnom sustavu, ta pretpostavka je dvojbena zbog grešaka prilikom modeliranja sustava.

Radi jednostavnijeg zapisa uvode se sljedeće oznake [18]:

$$R_{w} = \sum_{n=1}^{N} w(n) w^{T}(n) R_{wy} = \sum_{n=1}^{N} w(n) y(n)$$
(5.36)

Prema izrazu (5.32) kojim se opisuje vektor nepoznatih parametara  $K^*$  vrijedi  $K^* = R_w^{-1}R_{wy}$ . Nadalje, kako bi se odredilo slaganje y(n) i  $w^T K^*$  definira se rezidualna greška za  $K^*$  [18]:

$$Re(K^*) = \sum_{n=1}^{N} |y(n) - w^T(n)K^*|^2$$
(5.37)

$$= R_{y} - 2R_{wy}^{T}K^{*} + K^{*T}R_{w}K^{*}$$
$$= R_{y} - R_{wy}^{T}R_{w}^{-1}R_{wy}$$

U gornjem izrazu vrijedi  $R_y = \sum_{n=1}^{N} y^T(n) y(n)$  te korištena jednakost:  $K^* = R_w^{-1} R_{wy}$ . Može se uočiti da vrijedi  $0 \le Re(K^*) \le R_y$ . Indeks rezidualne greške definira se kao [18]:

$$E_I = \sqrt{\frac{Re(K^*)}{R_y}} \tag{5.38}$$

Indeks rezidualne greške  $E_I$  je nula kada rezidualna greška  $Re(K^*) = 0$ , odnosno kada vrijedi  $y(n) = w^T(n)K^*$ ,  $\forall n$ . Međutim, zbog mjernog šuma, grešaka prilikom modeliranja i nelinearnosti indeks rezidualne greške je obično u intervalu  $0 \le E_I \le 1$ . U najgorem slučaju vrijedi  $E_I = 1$  što znači da je rezidualna greška veličinom sumjerljiva s mjerenjima y(n).

Kao što je opisano u prvom potpoglavlju, matematički model asinkronog motora može se prikazati izrazom (5.26). Nakon prikupljenih mjerenja napona i struje statora te brzine, na navedeni izraz može se izravno primjeniti metoda najmanjih kvadrata iz čega slijede nepoznati parametri  $K_1, ..., K_5$ . Međutim, parametri  $K_1, ..., K_5$  trebaju zadovoljiti nelinearnu jednakost (5.22). Pokazuje se da metoda najmanjih kvadrata ne daje uvijek točne rezultate ako se navedena jednakost zanemari. Simulacijski rezultati pokazuju da je osobito teško odrediti parametar  $K_2$  koji je vrlo osjetljiv na šum i greške prilikom modeliranja.

Da bi se metoda najmanjih kvadrata učinila robusnijom, potrebno je uzeti u obzir i ranije navedenu nelinearnu jednakost. Ako se otpor statora  $R_s$  mjeri nezavisno, napon statora  $u_s$  se u izrazu (5.26) zamjenjuje s  $u_s - i_s R_s$ . Rezultat je da će rješenje metode najmanjih kvadrata dati iste rezultate kao i kod motora za kojeg vrijedi  $R_s = 0$ . Navedeni pristup je prihvatljiv jer je otpor statora moguće nezavisno odrediti pomoću istosmjernog napona, kao što je objašnjeno u trećem poglavlju.

U izrazu (5.26) koji prikazuje linearni model asinkronog motora postavlja se vrijednost  $R_s = 0$ , a napon statora  $u_s$  zamjenjuje se sa  $u_s - i_s R_s$ . Novi parametri  $K'_1, \dots, K'_5$  jednaki su:

$$K_1' = \frac{1}{T_r \sigma}$$
  $K_2' = 0$   $K_3' = \frac{1}{T_r \sigma}$  (5.39)

$$K_4' = \frac{1}{\sigma L_s} \qquad \qquad K_5' = \frac{1}{\sigma L_s T_r}$$

Potrebno je primjetiti da je parametar  $K_2' = 0$  te ga nije potrebno identificirati. Dodatno, veza između parametara postaje trivijalna ( $K_1' = K_3'$ ). Potrebno je identificirati samo tri parametra ( $K_3', K_4', K_5'$ ) te identifikacijski problem postaje [8]:

$$\begin{bmatrix} -\frac{di_{sx}}{dt} + n_p \,\omega_r \, i_{sy} & \frac{du_{sx}}{dt} - R_s \, \frac{di_{sx}}{dt} & u_{sx} - R_s \, i_{sx} \\ -\frac{di_{sy}}{dt} - n_p \,\omega_r \, i_{sx} & \frac{du_{sy}}{dt} - R_s \, \frac{di_{sy}}{dt} & u_{sy} - R_s \, i_{sy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K'_3 \\ K'_4 \\ K'_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{d^2 i_{sx}}{dt^2} - n_p \,\omega_r \, \frac{di_{sy}}{dt} \\ n_p \,\omega_r \, \frac{di_{sx}}{dt} + \frac{d^2 i_{sy}}{dt^2} \end{bmatrix}$$
(5.40)

Identifikacijski problem opisan izrazom (5.40) je linearan za parametre  $K'_3$ ,  $K'_4$  i  $K'_5$  u obliku  $y = w^T K$  te je primjena metode najmanjih kvadrata izravna. Nelinearna veza između parametara uzeta je u obzir time da vrijedi  $K'_1 = K'_3$ . Električni parametri asinkronog motora koji se mogu izvesti iz parametara  $K'_3$ ,  $K'_4$  i  $K'_5$  su:

$$L_{s} = \frac{K'_{3}}{K'_{5}} \qquad \sigma = \frac{K'_{5}}{K'_{3}K'_{4}} \qquad T_{r} = \frac{K'_{4}}{K'_{5}} \qquad (5.41)$$

#### 5.3. Simulacijski rezultati

Simulacija opisane metode provedena je u programskom paketu Matlab/Simulink. Stvarne vrijednosti asinkronog motora korištene u simulacijskom modelu prikazane su u tablici 5.1.

P = 0.001277.0	

Tablica 5.1: Parametri nadomjesne sheme simuliranog asinkronog motora

$R_s = 0,001277 \ \Omega$
$R_{r}^{'}=0,008631~\Omega$
$L_m = 0,0025 H$
$L_{\sigma s} = 8,5307 \cdot 10^{-5} H$
$L'_{\sigma r} = 8,5307 \cdot 10^{-5} H$

Iz priloženih stvarnih parametara nadomjesne sheme asinkronog motora mogu se izračunati vrijednosti induktiviteta statora  $L_s$ , induktiviteta rotora  $L_r$ , rasipanja  $\sigma$  i vremenske konstante rotora  $T_r$ :

$$L_s = L_m + L_{\sigma s} \tag{5.42}$$

$$L_r = L_m + L_{\sigma r} \tag{5.43}$$

$$\sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r} \tag{5.44}$$

$$T_r = \frac{L_r}{R_r} \tag{5.45}$$

Prema izrazima (5.42)-(5.45) izračunati su parametri prikazani u tablici 5.2:

$L_s = 0,0026 \text{ H}$
$L_r = 0,0026 H$
$\sigma = 0.0649$
$T_r = 0.3012 \text{ s}$

Tablica 5.2: Izračunati parametri simuliranog asinkronog motora

Na stezaljke statora asinkronog motora narinut je trofazni izmjenični simetrični napon efektivne vrijednosti  $U_{faz} = 230 V$  i frekvencije f = 50 Hz. Moment tereta jednak je nuli, a gubici trenja i ventilacije se zanemaruju. Odabrano vrijeme uzorkovanja iznosi  $\Delta t = 1 ms$ , a trajanje simulacije t = 10s. U svakom trenutku uzorkovanja očitana je vrijednost komponenata napona statora ( $u_{sx}$  i  $u_{sy}$ ), komponenata struje statora ( $i_{sx}$  i  $i_{sy}$ ) te brzine vrtnje  $\omega_r$ . Važno je napomenuti da su navedeni naponi i struje statora u koordinatnom sustavu rotora, budući da je cijeli model asinkronog motora izveden u navedenom koordinatnom sustavu. Ako su prilikom stvarnih mjerenja dostupne fazne vrijednosti napona i struje u nekom drugom koordinatnom sustavu, potrebno ih je preračunati u koordinatni sustav rotora kako bi algoritam davao točne rezultate. Na slikama koje slijede prikazani su odzivi napona i struje statora u koordinatnom sustavu rotora.





Slika 5.1: Struja statora  $i_{sx}$  i struja statora  $i_{sy}$ 



Slika 5.2: Napon statora  $u_{sx}$  i napon statora  $u_{sy}$ 

Nakon što su prikupljena mjerenja s navedenim vremenom diskretizacije izvršena je obrada podataka kako bi se dobio izraz oblika:

$$\begin{bmatrix} -\frac{di_{sx}}{dt} & -i_{sx} & n_p \,\omega_r \, i_{sy} & \frac{du_{sx}}{dt} & u_{sx} \\ -\frac{di_{sy}}{dt} & i_{sy} & -n_p \,\omega_r \, i_{sx} & \frac{du_{sy}}{dt} & u_{sy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \\ K_4 \\ K_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{d^2 i_{sx}}{dt^2} - n_p \,\omega_r \, \frac{di_{sy}}{dt} \\ n_p \,\omega_r \, \frac{di_{sx}}{dt} + \frac{d^2 i_{sy}}{dt^2} \end{bmatrix}$$
(5.46)

U izrazu (5.46) pojavljuje se prva derivacija napona statora, odnosno prva i druga derivacija struje statora. Izraz prema kojem je aproksimirana derivacija jednak je:

$$\frac{dx(t-1)}{dt} = \frac{x(t) - x(t-2)}{2\Delta t}$$
(5.47)

Nakon što je izvršena obrada podataka primjenjena je metoda najmanjih kvadrata na izraz (5.46). Dobiveni rezultati prikazani su u tablici 5.3. Stvarni parametri su ulazni podaci korišteni u simulacijskom modelu, a identificirani parametri slijede iz primjene opisane metode identifikacije na simulacijskom modelu.

Tablica 5.3: Stvarni i identificirani parametri

Stvarni parametri	Identificirani parametri		
$K_1 = 59.0968$	$K_1 = 59.1924$		
$K_2 = 25.4068$	$K_2 = 51.8129$		
$K_3 = 51.4365$	$K_3 = 56.4221$		
$K_4 = 5959.5$	$K_4 = 6040.1$		
$K_5 = 19896$	$K_5 = 21832$		

Iz priloženih vrijednosti identificiranih parametara može se uočiti slaganje parametara  $K_1$ ,  $K_3$ ,  $K_4$  i  $K_5$  unutar granica prihvatljive pogreške, no parametar  $K_2$  pokazuje visoku razinu osjetljivosti. Do pogreške u identifikaciji navedenog parametra mogu dovesti i najmanja neslaganja između modela i odziva, a u stvarnom sustavu osobito i utjecaj šuma. No, ovakvi rezultati su očekivani jer nije uzeta u obzir nelinearna veza parametara:

$$K_1 = \frac{K_2 K_4}{K_5} + K_3 \tag{5.48}$$

Kao što je opisano ranije u tekstu, problem identificiranja parametra  $K_2$  može se izbjeći ako je poznata vrijednost otpora  $R_s$ . U izrazu (5.46) kojim se određuje vektor nepoznatih parametara na temelju mjerenja umjesto napona  $u_s$  zapisuje se  $u_s - i_s R_s$  te jednadžba postaje:

$$\begin{bmatrix} -\frac{di_{sx}}{dt} + n_p \,\omega_r \, i_{sy} & \frac{du_{sx}}{dt} - R_s \, \frac{di_{sx}}{dt} & u_{sx} - R_s \, i_{sx} \\ -\frac{di_{sy}}{dt} - n_p \,\omega_r \, i_{sx} & \frac{du_{sy}}{dt} - R_s \, \frac{di_{sy}}{dt} & u_{sy} - R_s \, i_{sy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K'_3 \\ K'_4 \\ K'_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{d^2 i_{sx}}{dt^2} - n_p \,\omega_r \, \frac{di_{sy}}{dt} \\ n_p \,\omega_r \, \frac{di_{sx}}{dt} + \frac{d^2 i_{sy}}{dt^2} \end{bmatrix}$$
(5.49)

U novom zapisu vrijedi  $K'_2 = 0$  te ga nije potrebno identificirati, ali i  $K'_1 = K_3'$  čime je uzeta u obzir veza između parametara. Nakon što je izvršena obrada podataka primjenjena je metoda najmanjih kvadrata na izraz (5.49). Dobiveni rezultati prikazani su u tablici 5.4. Stvarni parametri su ulazni podaci korišteni u simulacijskom modelu, a identificirani parametri slijede iz primjene opisane metode identifikacije na simulacijskom modelu.

Tablica 5.4: Stvarni i identificirani parametri -  $R_s$  poznat

Stvarni parametri	Identificirani parametri	
$K_{3}^{'} = 51.4365$	$K_{3}^{'} = 51.991$	
$K_{4}^{'} = 5959.5$	$K_{4}^{'} = 6040.6$	
$K_{5}^{'} = 19896$	$K_{5}^{'}=20078$	

Iz poznatih parametara  $K_3'$ ,  $K_4'$  i  $K_5'$  mogu se izračunati nepoznati parametri  $L_s$ ,  $\sigma$  i  $T_r$ :

$$L_{s} = \frac{K_{3}'}{K_{5}'} \qquad \sigma = \frac{K_{5}'}{K_{3}'K_{4}'} \qquad T_{r} = \frac{K_{4}'}{K_{5}'} \tag{5.50}$$

U tablici 5.5 prikazana je usporedba stvarnih i identificiranih parametara. Stvarni parametri su ulazni podaci korišteni u simulacijskom modelu, a identificirani parametri slijede iz primjene opisane metode identifikacije na simulacijskom modelu.

Stvarni parametri Identificirani parame	
$L_s = 0.0026 H$	$L_s = 0.00258 H$
$\sigma = 0.0649$	$\sigma = 0.06393$
$T_r = 0.3012 \ s$	$T_r = 0.3008  s$

Tablica 5.5: Usporedba stvarnih i identificiranih parametara

### 5.4. Prednosti i nedostaci metode

Opisana metoda identifikacije parametara asinkronog motora metodom najmanjih kvadrata pokazala je dobre rezultate na temelju simulacije u programskom paketu Matlab/Simulink što ukazuje da su uvedena pojednostavljenja u modelu opravdana te da je dinamika asinkronog motora dobro opisana korištenim matematičkim modelom. Neki parametri ukazuju na veću razinu osjetljivosti zbog određenih modelskih odstupanja, no ako se međusobni odnos parametara uzima u obzir metoda najmanjih kvadrata postaje robusnija. Premda su simulacijski rezultati obećavajući, prilikom identifikacije stvarnog sustava problem mogu predstavljati derivacije napona i struje statora jer je prisutan i mjerni šum. Također, problem može predstavljati i primjena metode najmanjih kvadrata u standardnom obliku jer je potrebno izračunati inverz matrice što je vrlo zahtjevan zadatak za realizaciju u digitalnom sustavu.

# 6. Procjena parametara na temelju tranzijentnih mjerenja

## 6.1. Matematički model u koordinatnom sustavu statora

Matematički model asinkronog motora u koordinatnom sustavu statora opisan izrazima (2.51)-(2.53) može se zapisati i na sljedeći način [19]:

$$\bar{u}_s = \frac{R_s}{L_s} \bar{\psi}_s - \frac{R_s}{L_s} \sqrt{1 - \frac{L_s'}{L_s}} \bar{\psi}_r + \frac{d\bar{\psi}_s}{dt}$$
(6.1)

$$0 = \left(\frac{R_r}{L_s'} - jp\omega\right)\bar{\psi}_r - \frac{R_r}{L_s}\sqrt{1 - \frac{L_s'}{L_s}}\bar{\psi}_s + \frac{d\bar{\psi}_r}{dt}$$
(6.2)

$$J\frac{d\omega}{dt} = \frac{3n_p}{2} \frac{\sqrt{1 - L'_s/L_s}}{L'_s} |\bar{\psi}_r \times \bar{\psi}_s|$$
(6.3)

U navedenom modelu korištena je pretpostavka da su tranzijentni induktiviteti statora  $L'_s$  i rotora  $L'_r$  jednaki. U gornjim izrazima  $\bar{u}_s$  je napon statora,  $\bar{\psi}_s$  magnetski tok statora,  $\bar{\psi}_r$ magnetski tok rotora,  $R_s$  otpor statora,  $R_r$  otpor rotora,  $L_s$  induktivitet statora,  $L_r$  induktivitet rotora, J konstanta tromosti, a  $n_p$  broj pari polova. Oznaka  $L'_s$  predstavlja tranzijentni induktivitet statora te vrijedi sljedeći izraz:

$$L_s' = \sigma L_s \tag{6.4}$$

$$\sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_r L_r} \tag{6.5}$$

U gornjem izrazu  $L_s$  je induktivitet statora, a  $\sigma$  koeficijent rasipanja. Navedeni parametri mogu se odrediti pokusom akceleracije asinkronog motora. Mjerene veličine su fazni naponi i struje statora.

### 6.2. Procjena tranzijentne reaktancije i otpora rotora

U pokusu akceleracije asinkroni motor je neopterećen (jedini moment tereta čini trenje i ventilacija) te je navedeni pokus sličan već opisanom pokusu praznog hoda. Ključna razlika je u vremenskim trenucima u kojima se prikupljaju mjerenja. Naime u pokusu praznog hoda očitavaju se vrijednosti napona i struje statora u stacionarnom stanju, dok se u pokusu akceleracije očitavaju podaci u tijeku prijelazne pojave, točnije na samom početku zaleta.

Ako je motor neopterećen struja statora jednaka je struji magnetiziranja koja je male vrijednosti s obzirom na nazivnu struju te se opravdano može zanemariti otpor statora  $R_s$  zbog malog pada napona. Statorska reaktancija  $X_s$  može se odrediti na sljedeći način:

$$X_s = \frac{U_s}{I_s} \tag{6.6}$$

U gornjem izrazu  $U_s$  je efektivna vrijednost napona statora, a  $I_s$  efektivna vrijednost struje statora u stacionarnom stanju. Vrijednosti otpora rotora  $R_r$  i tranzijentne reaktancije statora  $X'_s$ mogu se procijeniti na temelju vektora struje statora u kompleksnoj ravnini  $\bar{t}_s$  u trenutku  $\omega_s t = \pi$  kao što pokazuje slika 6.1.



Slika 6.1: Usporedba tranzijentnog vektora struje statora u t= $\pi/\omega_s$  i stacionarnog vektora struje statora pri zakočenom rotoru [4]

Na samom početku pokusa akceleracije vrijede slični uvjeti kao i prilikom pokusa kratkog spoja uz zakočen rotor stoga se vektor struje statora  $\bar{t}_s$  može aproksimirati analitičkim rješenjem. U koordinatnom sustavu koji rotira sinkronom brzinom vektor napona statora  $\bar{u}_s$  leži u *d*-osi te ukoliko se zanemari struja magnetiziranja vektor struje statora  $\bar{t}_s$  može se prikazati [4]:

$$\bar{\iota}_s = \bar{I}_{s1} \left( 1 - e^{-j\,\omega_s t} e^{-\frac{t}{T}} \right) \tag{6.7}$$

U gornjem izrazu  $\bar{t}_s$  je vektor struje statora u prijelaznoj pojavi,  $\bar{I}_{s1}$  vektor struje statora u stacionarnom stanju kada je zakočen rotor, a *T* je vremenska konstanta u uvjetima zakočenog rotora. Navedena konstanta jednaka je [4]:

$$T = \frac{X'_s}{(R_s + R_r)\omega_s} = \frac{\tan\varphi_{s1}}{\omega_s}$$
(6.8)

U gornjem izrazu  $\varphi_{s1}$  je kut između napona i struje statora u stacionarnom stanju uz zakočen rotor. Zamjenom  $\omega_s t = \pi$  slijedi [4]:

$$\bar{I}_{s1} \approx \frac{\bar{\iota}_{s\pi}}{1 + e^{-\frac{\pi}{\omega_s T}}} \tag{6.9}$$

U gornjem izrazu indeks  $\pi$  označava vektor struje statora u trenutku  $t = \frac{\pi}{\omega_s}$ . Trajektorija struje statora  $\bar{t}_s$  i vektor struje statora u stacionarnom stanju uz zakočen rotor  $\bar{I}_{s1}$  pokazuju da je tranzijentna struja ( $\bar{t}_{s\pi}$ ) u trenutku  $t = \frac{\pi}{\omega_s}$  praktički kolinearna s vektorom  $\bar{I}_{s1}$  te vrijedi [4]:

$$T \approx \frac{\tan \varphi_{s\pi}}{\omega_s} \tag{6.10}$$

U gornjem izrazu  $\varphi_{s\pi}$  je kut između vektora  $\bar{t}_{s\pi}$  i  $\bar{u}_s$  te se može odrediti iz mjerenja napona i struje statora. Važno je napomenuti da navedeni kut ne ovisi o koordinatnom sustavu. Nakon što je određena vremenska konstanta *T* i vektor struje  $\bar{I}_{s1}$  mogu se odrediti vrijednosti otpora rotora  $R_r$  i tranzijentne reaktancije  $X'_s$  [4]:

$$R_r = \frac{\sqrt{2}U_s}{|\bar{I}_{s1}|} \cos \varphi_{s\pi} - R_s$$
(6.11)

$$X'_{s} = \frac{\sqrt{2}U_{s}}{|I_{s1}|} \sin \varphi_{s\pi}$$
(6.12)

## 6.3. Simulacijski rezultati

Navedena identifikacijska metoda provjerena je u programskom paketu Matlab/Simulink. Stvarne vrijednosti asinkronog motora korištene u simulacijskom modelu prikazane su u tablici 6.1.

Tablica 6.1: Parametri nadomjesne sheme simuliranog asinkronog motora

$R_s = 0,001277 \ \Omega$	
$R_{r}^{'}=0,008631~\Omega$	
$L_m = 0,0025 H$	
$L_{\sigma s} = 8,5307 \cdot 10^{-5} H$	
$L'_{\sigma r} = 8,5307 \cdot 10^{-5} H$	

Na slikama 6.2-6.3 prikazani su simulacijski odzivi opisane metode identifikacije.



Slika 6.2: Napon statora  $u_{sd}$  i napon statora  $u_{sq}$ 



Slika 6.3: Struja statora  $i_{sd}$  i struja statora  $i_{sq}$ 

Kao što je navedeno ranije u poglavlju, uzimaju se mjerenja struje i napona u trenutku  $t = \frac{\pi}{\omega_s} = 0.01 \, s$ . Iz priloženih grafova u programskom paketu Matlab/Simulink očitane su sljedeće vrijednosti struje i napona statora:

$$u_{sd} = 326.59 \, V \qquad u_{sq} = 0 \, V \tag{6.13}$$

$$i_{sd} = 1715 A$$
  $i_{sq} = -9434 A$  (6.14)

Može se uočiti da je vektor napona statora u d osi. Iz navedenih vrijednosti slijedi kut između napona i struje statora:

$$\tan \varphi_{s\pi} = \frac{|i_{sq}|}{|i_{sd}|} \to \varphi_{s\pi} = 79.69^{\circ}$$
(6.15)

Iz dobivenog kuta slijedi vrijednost vremenske konstante u uvjetima zakočenog rotora:

$$T = \frac{X'_{s}}{(R_{s} + R_{r})\omega_{s}} = \frac{\tan\varphi_{s\pi}}{\omega_{s}} = 0.0175 \ s \tag{6.16}$$

Amplituda struje statora jednaka je:

$$i_{s\pi} = \sqrt{i_{sd}^2 + i_{sq}^2} = 9588.61 \,A \tag{6.17}$$

Struja statora kratkog spoja uz zakočen rotor u stacionarnom stanju slijedi iz izraza (6.9) koji opisuje vezu vektora  $\bar{t}_{s\pi}$  i  $\bar{I}_{s1}$ :

$$\bar{I}_{s1} \approx \frac{\bar{t}_{s\pi}}{1 + e^{-\frac{\pi}{\omega_s T}}} = 6128 A$$
 (6.18)

Nakon što su određene navedene veličine moguće je odrediti vrijednost otpora rotora  $R_r$  i tranzijentne reaktancije statora  $X'_s$  prema izrazima (6.11) i (6.12):

$$R_r = \frac{\sqrt{2}U_s}{|I_{s1}|} \cos \varphi_{s\pi} - R_s = 0.00826 \,\Omega \tag{6.19}$$

$$X'_{s} = \frac{\sqrt{2}U_{s}}{|I_{s1}|} \sin \varphi_{s\pi} = 0.05243 \,\Omega \tag{6.20}$$

U tablici 6.2 prikazana je usporedba stvarnih i identificiranih vrijednosti. Stvarni parametri su ulazni podaci korišteni u simulacijskom modelu, a identificirani parametri slijede iz primjene opisane metode identifikacije na simulacijskom modelu.

Tablica 6.2: Usporedba stvarnih i identificiranih parametara

Stvarni parametri	Identificirani parametri
T = 0.017 s	$T = 0.0175 \ s$
$R_r = 0.0086 \ \Omega$	$R_r = 0.00826 \ \Omega$
$X_{s}^{'}=0.053~\Omega$	$X_{s}^{'}=0.05243~\Omega$

### 6.4. Prednosti i nedostaci metode

Opisana metoda jednostavna je za implementaciju na stvarnom sustavu jer ne zahtijeva zahtjevne složene računske operacije poput metode najmanjih kvadrata. Na temelju mjerenja napona i struje moguće je vrlo jednostavno procijeniti vrijednosti otpora statora i tranzijentne reaktancije. Dobivene vrijednost mogu poslužiti kao referentna vrijednost za algoritme adaptacije kojima se digitalni sustav prilagođava promjeni identificiranih parametara. Kao što je objašnjeno ranije, metoda se temelji na pretpostavci da u početku zaleta vladaju isti uvjeti kao i u kratkom spoju te su prilikom izračuna uvedene neke aproksimacije. Stoga, identificirane vrijednosti donekle odstupaju od idealnih čak i u simulaciji. Kako bi se utvrdio otpor rotora, također je potrebno poznavati vrijednost otpora statora koji se obično određuje pomoću istosmjernog napona.

# 7. Eksperimentalni rezultati

## 7.1. Opis korištene opreme

Asinkroni motori najčešće su upravljani pretvaračem napona i frekvencije (tzv. frekvencijski pretvarači). Frekvencijski pretvarači omogućavaju skalarno i vektorsko upravljanje asinkronim motorom. Kao što je već navedeno, za podešavanje odgovarajućih regulatora unutar upravljačkih struktura potrebno je poznavati parametre nadomjesne sheme asinkronog motora. Iz navedenog razloga u frekvencijski pretvarač su implementirani identifikacijski postupci kojima se određuju nepoznati parametri.

U Laboratoriju za upravljanje elektromotornim pogonima Fakulteta elektrotehnike i računarstva eksperimentalno su provedeni identifikacijski postupci asinkronog motora te su pritom snimljeni odzivi faznih napona i struja statora motora.

Na slici 7.1 prikazana je radna jedinica u Laboratoriju za upravljanje elektromotornim pogonima koja se sastoji od Sinamics 120 frekvencijskog pretvarača i asinkronog motora.



Slika 7.1: Radna jedinica u Laboratoriju za upravljanje elektromotornim pogonima

Na slici 7.2 prikazan je korišteni frekvencijski pretvarač Sinamics 120. Navedeni pretvarač sastoji se od energetske jedinice (Sinamics Power Module 340) i upravljačke jedinice (Sinamics Control Unit CU 310 DP). Energetska jedinica sastoji se od ispravljača (trofazni diodni mosni spoj), istosmjernog međukruga i izmjenjivača. Ulaz energetske jedinice spojen je na napon 3x400 VAC.



Slika 7.2: Frekvencijski pretvarač Sinamics 120

U tablici 7.1 prikazani su podaci s natpisne pločice frekvencijskog pretvarača.

SINAMICS Power Module 340		
Serijski broj	6SL3210-1SE13-1UA0	
ULAZ	U, V	3∼ 380 480
	Ι,Α	3~ 3.8
	f,Hz	47 63
IZLAZ	U, V	$3 \sim 0 \dots U_{ul}$
	Ι, Α	3~ 3.1
	f,Hz	0 650
$\max U_{DC}$	1.35 U <sub>lin</sub>	
SIN	AMICS Control Unit CU310	DP
Serijski broj	6SL 3040-0LA00-0AA1	
NAPAJANJE	U, V	<i>DC</i> 24
	Ι,Α	3.3
DIGITALNI IZLAZI	U, V	<i>DC</i> 24
	I, A	0.5
$T_a$ , °C	0	. 50

Tablica 7.1: Natpisna pločica frekvencijskog pretvarača

Na slici 7.3 prikazan je ispitivani asinkroni motor.



Slika 7.3: Ispitivani asinkroni motor

U tablici 7.2 prikazani su podaci s natpisne pločice ispitivanog asinkronog motora.

Proizv	vođač	Siemens, Njemačka	
Ti	р	3~	
Zašt	tita	IP55	
Klasa izolacije		F	
Stand	dard	EN/IEC 60034	
Serijsk	ci broj	1LA7090-4AA60-Z	
$f_n = 5$	50 Hz	$f_n = 60 Hz$	
Spoj	$\Delta/Y$	Spoj ∆	
$U_n$ , $V$	400/690	$U_n, V$	460
$I_n$ , $A$	2.55/1.47	$I_n, A$	1.5
$P_n$ , $kW$	1.1	<b>P</b> <sub>n</sub> , <b>kW</b> 1.3	
$\cos \varphi_n$	0.81	$\cos \varphi_n$	0.82
$n_n, rpm$	1415	$n_n, rpm$	1715

Tablica 7.2: Natpisna pločica ispitivanog asinkronog motora

### 7.2. Identifikacijski postupak

U programskom paketu Starter moguće je odrediti željeni način upravljanja navedenog frekvencijskog pretvarača, pokrenuti identifikacijski postupak, prikazivati mjerene signale i sl. [20]. Uobičajeno je prije rada s frekvencijskim pretvaračem i asinkronim motorom pokrenuti identifikacijski postupak kojim frekvencijski pretvarač određuje parametre nadomjesne sheme i krivulju magnetiziranja te prema dobivenim podacima podešava pojedine regulatore. Također postoji opcija pokretanja identifikacijskog postupka pojedinog parametra ili pojedine skupine parametara.

Najprije je pokrenut postupak određivanja svih parametara asinkronog motora u mirovanju, a potom preostali raspoloživi postupci poput zasebnog određivanja otpora rotora  $R_r$  i rasipnog induktiviteta  $L_{\sigma}$ , otpora statora  $R_s$ , vremenske konstante rotora  $T_r$  i međuinduktiviteta  $L_m$ .

Na slikama 7.4-7.8 prikazani su fazni naponi i struje statora prilikom identifikacijskog postupka asinkronog motora.



Slika 7.4: Fazni naponi i struje statora prilikom identifikacije otpora statora R<sub>s</sub>



Slika 7.5: Fazni naponi i struje statora prilikom identifikacije međuinduktiviteta  $L_m$ 



Slika 7.6: Fazni naponi i struje statora prilikom identifikacije vremenske konstante rotora  $T_r$ 



Slika 7.7: Fazni naponi i struje statora prilikom identifikacije otpora rotora  $R_r$  i rasipnog induktiviteta  $L_\sigma$ 



Slika 7.8: Fazni naponi i struje statora prilikom istodobne identifikacije svih parametara

Prilikom istodobne identifikacije svih parametara frekvencijski pretvarač generira slijed istosmjernih i izmjeničnih napona različitih amplituda i frekvencija prema slici 7.8. Svaka razina i valni oblik napona povezana je s identifikacijom određenog parametra nadomjesne sheme. Snimanjem odziva prilikom identifikacije pojedinih parametara može se utvrditi koji parametar se identificira u kojem trenutku na slici 7.8. Primjerice, otpor statora  $R_s$  određuje se istosmjernim naponom što je istovjetno standardnoj metodi određivanja otpora statora.

Međuinduktivitet  $L_m$  odnosno krivulja magnetiziranja određuje se također istosmjernim naponom (istosmjerni napon u fazama *b* i *c* jednakog je iznosa što rezultira jednofaznim napajanjem ako se promatra u statorskom koordinatnom sustavu kao i u metodi izloženoj u četvrtom poglavlju). Iz nekoliko vrijednosti istosmjernog napona i struje računa se vrijednost međuinduktiviteta  $L_m$  te se rekonstruira krivulja magnetiziranja. Vremenska konstanta rotora  $T_r$  određuje se napajanjem statora izmjeničnim naponom pri čemu su naponi faza *b* i *c* jednaki.

Nakon što je proveden identifikacijski postupak dobiveni su sljedeći parametri nadomjesne sheme ispitivanog asinkronog motora:

$R_s = 6.65337 \ \Omega$
$R_{r}^{'}=5.54330~\Omega$
$L_m = 400.65558 \ mH$
$L_{\sigma s} = 27.04891  mH$
$L'_{\sigma r} = 29.00723 \ mH$

Tablica 7.3: Identificirani parametri ispitivanog asinkronog motora

# 8. Zaključak

Zbog robusnosti i velikih upravljačkih mogućnosti, asinkroni motori se najčešće primjenjuju u industriji. Za uspješno vektorsko upravljanje asinkronim motorom presudno je poznavanje električnih parametara nadomjesne sheme asinkronog motora (otpor statora i rotora, rasipni induktivitet statora i rotora te međuinduktivitet). Ako navedeni parametri nisu točno identificirani, optimalno upravljanje nije moguće te dolazi do neželjenog vladanja asinkronog motora (oscilacije momenta i magnetskog toka) [21]. U ovom radu istražene su i razvijene napredne metode identifikacije parametara asinkronog motora s ciljem implementacije u digitalni sustav i primjene na asinkroni kavezni motor tvrtke Končar snage 560 kW, koji je preko AC-DC-AC pretvarača spojen na elektroenergetski sustav.

Standardne metode identifikacije parametara nadomjesne sheme uključuju pokus praznog hoda (određivanje međuinduktiviteta i otpora kojim se modeliraju gubici u željezu), pokus kratkog spoja (određivanje otpora rotora i rasipnih induktiviteta) te pokus primjenom istosmjernog napona (određivanje otpora statora). Asinkroni motori najčešće su identificirani upravo navedenim metodama prvenstveno zbog jednostavnosti izvedbe. No, standardne metode identifikacije temelje se na određenim pretpostavkama te ne daju posve točne rezultate. Primjerice, pretpostavka je da su rasipni induktiviteti statora i rotora jednaki, što zapravo u stvarnosti ne vrijedi. Također je problematično određivanje otpora rotora, koji osjetno ovisi o klizanju, jer do izražaja dolazi efekt potiskivanja struje u vodičima (tzv. skin efekt). Usporedbom parametara identificiranih standardnim metodama i kataloških parametara proizvođača asinkronog motora često dolazi do znatnih odstupanja. Iz navedenih razloga postoji potreba za razvojem naprednih metoda identifikacije, koje još uvijek predstavljaju istraživački izazov.

Uzimajući u obzir obaveznu potrebu implementacije algoritma u digitalni sustav, istražene su i razvijene tri napredne metode identifikacije parametara asinkronog motora. Međuinduktivitet asinkronog motora moguće je alternativno identificirati napajanjem istosmjernim naponom jedne faze vektorski upravljanog asinkronog motora promatranog u koordinatnom sustavu statora uz zakočen rotor. Budući da su inducirane struje u rotoru jednake nuli u stacionarnom stanju, struju magnetiziranja čini samo struja statora. Iz poznatog napona, struje i otpora statora moguće je odrediti magnetski tok, te na temelju vrijednosti struje magnetiziranja i magnetskog toka međuinduktivitet asinkronog motora. Navedena

57

metoda jednostavna je za implementaciju te osim mjerenja napona i struje statora zahtijeva samo poznavanje otpora statora.

Istražena je i metoda određivanja parametara asinkronog motora metodom najmanjih kvadrata. Navedeni pristup temelji se na matematičkom modelu asinkronog motora u koordinatnom sustavu rotora. Pretpostavlja se da su dostupna mjerenja napona i struje statora te brzine vrtnje. Na navedena mjerenja primjenjuje se metoda najmanjih kvadrata kojom se nastoji odrediti parametre koji osiguravaju najbolje moguće slaganje matematičkog modela i stvarnog sustava. Izazov i probleme prilikom implementacije navedene metode u digitalni sustav mogu predstavljati derivacije napona i struje statora jer navedena mjerenja sadrže i mjerni šum.

Na temelju tranzijentnih odziva napona i struje statora moguće je procijeniti vrijednosti parametre nadomjesne sheme. Asinkroni motor podvrgne se testu akceleracije tj. slobodnog ubrzanja do brzine praznog hoda te se mjere struje i naponi tijekom prijelazne pojave, točnije na samom početku zaleta. U navedenom kratkom vremenskom intervalu vrijede isti uvjeti kao i u slučaju kratkog spoja uz zakočen rotor. Na temelju mjerenja određuje se kut između kompleksnih vektora napona i struje statora, vremenska konstanta uz zakočen rotor te se estimiraju vrijednosti otpora rotora i tranzijentne reaktancije statora.

U posljednjem dijelu rada snimljeni su eksperimentalni odzivi napona i struje statora asinkronog stroja tijekom identifikacijskog postupka implementiranog u frekvencijskom pretvaraču Sinamics 120 u Laboratoriju za upravljanje elektromotornim pogonima. Identifikacijski postupak predstavlja algoritam određivanja parametara asinkronog motora tijekom kojeg su snimljeni odzivi napona i struje statora motora te su analizirana dobivena mjerenja.

Budući znanstveno-istraživački rad usmjeren je na implementaciju razvijenih metoda u digitalni sustav te ispitivanja na stvarnom asinkronom motoru u Laboratoriju za upravljanje elektromotornim pogonima.

58

# 9. Zahvala

Ovom prilikom zahvalio bih se mentoru doc.dr.sc. Damiru Sumini na pomoći i korisnim savjetima tijekom izrade ovog rada te dipl.ing. Martini Kutiji na pomoći prilikom rada u programskom paketu Starter. Također bih se zahvalio obitelji na pruženoj podršci.

# 10. Literatura

- J. R. Willis, G. J. Brock, J. S. Edmonds, Derivation of Induction Motor Models from Standstill Frequency Responses Test, IEEE Trans. Energy Conversion, Vol. 4, pp. 608– 615, Dec. 1989.
- [2] S.-I. Moon, G. Keyhani, Estimation of Induction Machine Parameters from Standstill Time-Domain Data, IEEE Trans. Ind. Applicat., Vol. 30, No. 6, pp. 1111–1118, Nov./Dec. 1994.
- [3] S. R. Shaw, S. B. Leeb Edmonds, Identification of Induction Motor Parameters from Transient Stator Current Measurements, IEEE Trans. Ind. Electronics, Vol. 46, No. 1,pp. 139–149, Feb. 1999.
- [4] M. Jadrić, M. Despalatović, B. Terzić, Identification of Induction Motor Parameters from Free Acceleration Test Measurements, EPE-PEMC, Cavtat, Croatia, September 9– 11, 2002.
- J.-K. Seok, S.-I. Moon, A.-K. Sul, Induction Machine Parameter Identification using PWM Inverter at Standstill IEEE Trans. Energy Conversion, Vol. 12, No. 2, pp. 127– 132, June 1997.
- [6] A.T. Zaremba, A.V. Pavlov, Real-Time Identification of an Induction Motor using Sinusoidal PWM Voltage Signals, Proceedings of the American Control Conference, Anchorage, AK May 8-10, 2002.
- [7] H. Razik, C. Defranoux, A. Rezzoug, Identification of Induction Motor using a Genetic Algorithm and a Quasi--Newton Algorithm, CIEP, pp. 65–70, Acapulco, Mexico, October 15–19, 2000.
- [8] J. Stephan, M. Bodson, Real-Time Estimation of the Parameters and Fluxes of Induction Motors, IEEE Trans. Industry Applications, Vol.30, No.3, May/June 1994.

- [9] C.Moons, B. De Moor, Parameter Identification of Induction Motor Drives, Automatica, Vol. 31, No.8, pp.1137-1147, 1995
- [10] P.Vas, Vector Control of AC Machines, Oxford, 1990
- [11] D. Žarko, M. Vražić, M. Cettolo, G. Rovišan, T. Poljugan, S. Stipetić, Pokus praznog hoda i kratkog spoja, elementi nadomjesne sheme asinkronog motora, kolegij Laboratorij elektrotehnički sustavi i tehnologija 1
- [12] K.S. Kim, S.H. Byun, Auto-Measurement of Induction Motor Parameters, Journal of Electrical Engineering & Technology, Vol. 1, No. 2, pp. 226~232, 2006
- [13] E. Levi, M. Wang, Online Identification of the Mutual Inductance for Vector Controlled Induction Motor Drives IEEE Trans. on Energy Conversion, Vol. 18, No. 2, June 2003
- [14] D.H. Choi, S.B. Cho, D.S. Hyum, Improved Torque Response by Tuning of the Magnetizing Inductance under Field Weakening Operation Region, Proc. of IEEE Industry Appl. Society Annual Meeting, New Orleans, Louisiana, 1997, pp. 418-425.
- [15] A.Bellini, S. Bifaretti, A Method for Magnetizing Curve Identification in Vector Controlled Induction Motor Drives, SPEEDAM 2006, International Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion
- [16] A.V. Stancović, E.L.Benedict, J. Vinod, T.A. Lipo, A Novel Method for Measuring Induction Machine Magnetizing Inductance, IEEE Trans. on Ind. Appl., 39 (5,2003), pp.1257 -1263.
- [17] D.W. Marquardt, An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters, Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics, 11(2), 431–441.
- [18] R. Krishnan, A.S. Bharadwaj, A Review of Parameter Sensitivity and Adaptation in Indirect Vector Controlled Induction Motor Drive Systems, IEEE Trans. on Power Electronics., Vol. 6, No. 4, pp.695-703, October 1991.

- [19] M. Jadrić, B. Frančić, Dynamics of Electrical Machines, Graphis, Zagreb, 1997.
- [20] Sinamics 120 Function manual, 10/2008
- [21] J. Holtz, T. Thimm, Identification of the Machine Parameters in a Vector-Controlled Induction Motor Drive, IEEE Trans. Industrial Application, Vol. 27, No. 6, pp. 1111– 1118, Nov./Dec. 1991.

## 11. Sažetak

## Metode za identifikaciju parametara asinkronog motora

U radu su istražene i razvijene metode za identifikaciju parametara asinkronog motora napajanog iz frekvencijskog pretvarača. Metode vektorskog upravljanja asinkronim motorom temeljene su na parametrima asinkronog motora pa je za precizno, robusno i energetski učinkovito upravljanje od presudnog značenja poznavanje električnih parametara nadomjesne sheme asinkronog motora (otpor statora i rotora, rasipni induktiviteti statora i rotora te međuinduktivitet). U radu su analizirani standardni postupci identifikacije parametara asinkronog motora, istraženi su i razvijeni napredni algoritmi određivanja parametara te je naposljetku eksperimentalno provjeren identifikacijski postupak industrijskog frekvencijskog pretvarača. Standardne metode identifikacije uključuju pokus praznog hoda asinkronog motora (određivanje međuinduktiviteta i otpora kojim se modeliraju gubici u željezu), pokus kratkog spoja (određivanje otpora rotora te rasipnih induktiviteta statora i rotora) te pokus napajanja statora istosmjernim naponom (određivanje otpora statora). Razvijene napredne metode identifikacije temelje se na određivanju međuinduktiviteta vektorski upravljanog asinkronog motora pomoću istosmjernog napona, identifikaciji parametara metodom najmanjih kvadrata te estimaciji određenih parametara iz tranzijentnih odziva struja i napona statora motora. Mjerenjem vrijednosti struja i napona statora moguće je s visokom razinom preciznosti identificirati parametre nadomjesne sheme motora. Navedene metode provjerene su simulacijom u programskom paketu Matlab/Simulink. U posljednjem dijelu rada eksperimentalno su u laboratoriju na asinkronom motoru istraženi identifikacijski postupci implementirani u frekvencijski pretvarač, snimljeni su eksperimentalni odzivi, te su identificirani parametri motora. Rad je rezultirao razvijenom metodom za identifikaciju parametara asinkronog motora što je ključno za uspješno vektorsko upravljanje asinkronim motorom.

Ključne riječi: asinkroni motor, identifikacija parametara, frekvencijski pretvarač

## 12. Summary

### Methods for parameters identification of induction motor

In this paper new identification methods of induction motor supplied by inverter were researched and developed. Vector control schemes of induction motor are based on induction motor parameters. In order to achieve precise, robust amd energy-efficient control it is necessary to identify parameters from the equivalent scheme of induction motor (stator and rotor resistance, stator and rotor leakage inductance, mutual inductance). In this paper standard identification methods of induction motor are analyzed but also advanced methods were developed and simulated and in the end identification routine of industrial inverter is analyzed. Standard identification methods include no load test (identification of mutual inductance and ohmic losses in iron), short circuit with locked rotor test (identification of stator and rotor leakage inductance and rotor resistance) and DC test (identification of stator resistance). Researched advanced methods are based on identifying mutual inductance of vector controlled induction motor by applying DC voltage, using least square method to identify induction motor parameters and estimation of some parameters from transient measurement of stator voltage and current. Using voltage and current measurements it is possible to identify parameters of induction motor equivalent scheme with high level of precision. Proposed methods were simulated and tested in Matlab. In the last part experiments were carried out on induction motor in laboratory and identification routines implemented in inverter were analyzed. Experimental responses were recorded and induction motor parameters were identified. The paper resulted in developed identification method for induction motor which is essential for successful vector control.

Key words: induction motor, parameter identification, inverter

64