

Sveučilište u Zagrebu
Građevinski fakultet

Janko Koščak, Gregor Turkalj

**MODALNA ANALIZA MODELA KONSTRUKCIJE I
ISPITIVANJE UTJECAJA NJIHALA I SPREMNIKA S VODOM KAO PRIGUŠIVAČA**

Zagreb, 2012.

Ovaj rad izrađen je u laboratoriju Zavoda za tehničku mehaniku Građevinskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu pod vodstvom doc. dr. sc. Domagoja Damjanovića, dipl. ing. građ. i predan je na natječaj za dodjelu Rektorove nagrade u akademskoj godini 2011./2012.

SADRŽAJ

1. UVOD	1
2. MODALNA ANALIZA	2
2.1. Eksperimentalna modalna analiza.....	2
2.1.1. Oprema za ispitivanje	3
2.1.2. Fourierova transformacija.....	5
2.1.3. Spektralne funkcije	7
2.1.4. Veza analitičkih i eksperimentalnih modela	8
2.1.5. Klasična eksperimentalna modalna analiza (EMA).....	11
2.1.5.1. Funkcija frekventnog odgovora	13
2.1.5.2. Određivanje dinamičkih parametara	14
2.1.6. Operacionalna modalna analiza (OMA).....	17
2.1.6.1. Dekompozicija frekventnog područja (FDD)	18
3. PRIGUŠIVAČI S USKLAĐENOM MASOM	20
3.1. Matematički model konstrukcije s TMD-om	21
3.2. Određivanje parametara TMD-a.....	21
3.3. Sažetak prethodnih istraživanja na području TMD-a	24
3.3.1. Građevine s ugrađenim TMD-om.....	26
4. PRIGUŠIVAČI S USKLAĐENIM GIBANJEM TEKUĆINE	27
4.1. Dinamičko ponašanje vode u oscilirajućem spremniku.....	28
4.2. Princip rada prigušivača s usklađenim gibanjem tekućine.....	29
4.3. Modeliranje TLD-a ekvivalentnim linearnim mehaničkim sustavom	30
5. CILJEVI ISTRAŽIVANJA	33
6. EKSPERIMENTALNI RAD	34
6.1. Model konstrukcije	34
6.1.1. Korišteni materijali	35
6.1.2. Model bez prigušivača.....	36
6.1.3. Model s njihalom	38
6.1.4. Model sa spremnikom vode.....	38
6.1.5. Numerički modeli.....	39
6.2. Metode ispitivanja	41
6.2.1. Određivanje modalnih oblika i vlastitih frekvencija	41
6.2.1.1. Oprema za ispitivanje.....	41
6.2.1.2. Postupak ispitivanja	42
6.2.2. Mjerenje relativnih pomaka modela	43
6.2.2.1. Oprema za ispitivanje.....	43
6.2.2.2. Postupak ispitivanja	44

6.2.3. Mjerenje akceleracija vrha modela	46
6.2.3.1. Oprema za ispitivanje.....	46
6.2.3.2. Postupak ispitivanja	46
6.2.4. Određivanje prigušenja.....	46
6.2.4.1. Oprema za ispitivanje.....	46
6.2.4.2. Postupak ispitivanja	47
7. REZULTATI ISPITIVANJA.....	48
7.1. Modalni oblici i vlastite frekvencije.....	48
7.2. Relativni pomaci modela	52
7.3. Akceleracije modela.....	57
7.4. Koeficijenti prigušenja	59
8. RASPRAVA REZULTATA	61
8.1. Modalni oblici i vlastite frekvencije.....	61
8.2. Relativni pomaci modela	61
8.3. Akceleracije modela.....	63
8.4. Koeficijenti prigušenja	64
9. ZAKLJUČAK	65
LITERATURA	66
SAŽETAK	69
SUMMARY.....	69
ZAHVALE	

1. UVOD

Osim statičkih opterećenja, na koja su se prvobitno dimenzionirale konstrukcije, potrebno je uzeti u obzir i dinamička. Tome u prilog ide i povijesna činjenica da su najveća razaranja direktna posljedica potresa [1] i vjetra kao dominantnih dinamičkih opterećenja. Dimenzioniranje konstrukcija na potresno opterećenje predstavlja jedan od najvećih izazova u suvremenom graditeljstvu. Zahvaljujući razvoju softwera i uređaja za mjerenje dinamičkih pojava, dinamika konstrukcija prerasta u temeljnu inženjersku disciplinu te potres sve češće postaje mjerodavno opterećenje za dimenzioniranje elemenata konstrukcije.

Pod utjecajem dinamičkih opterećenja konstrukcija se pobuđuje i počinje oscilirati u linearnoj kombinaciji svojih osnovnih oblika. Unatoč tome što realna konstrukcija ima beskonačno mnogo oblika osciliranja, prvih nekoliko oblika često nam daje dovoljno informacija o njenom ponašanju. U engleskoj literaturi uvriježen je naziv mod koji, osim oblika oscilacija, uključuje njegovu frekvenciju titranja i prigušenje. Sukladno tome, znanstvena disciplina koja se bavi ponašanjem konstrukcije pri dinamičkom opterećenju naziva se modalna analiza [2,3].

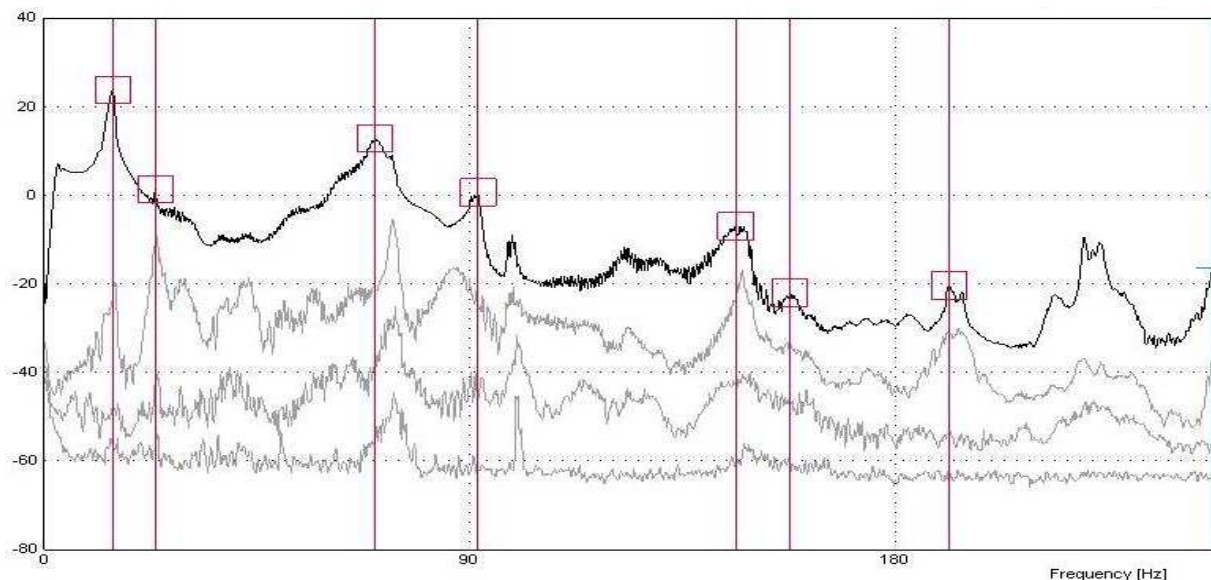
U zadnjih nekoliko desetljeća posebno je izražen trend gradnje visokih građevina [4] koje su veoma osjetljive na sva horizontalna opterećenja (vjetar i potres). Poznato je da unutarnje sile koje generiraju potresno opterećenje i opterećenje vjetrom rastu s porastom visine konstrukcije, pošto je veća površina na koju djeluje vjetar te je veći relativni pomak generiran potresnim opterećenjem. Budući da kod visokih građevina nije racionalna upotreba klasične protupotresne izolacije u vidu elastomernih ležajeva [5], inženjeri su često prisiljeni pribjegavati učinkovitijim rješenjima. Danas je dostupan velik broj prigušivača sa različitim mehanizmima prigušenja. Kao inovativni mehanizmi prigušenja oscilacija visokih građevina u novije vrijeme razvijeni su prigušivači u obliku njihala [6] (eng. Tuned Mass Dampers, TMD) i spremnika s tekućinom [7,8] (eng. Tuned Liquid Dampers, TLD) koji se, za razliku od klasičnih prigušivača, postavljaju pri vrhu građevine. Usprkos njihovoj sve intenzivnijoj primjeni u svijetu, na ovu temu gotovo da i nema radova na hrvatskom jeziku te ne postoje norme prema kojima se mogu ispitivati ovakvi uređaji.

Cilj ovog rada je eksperimentalno odrediti modove osciliranja modela okvirne višekratne konstrukcije koji će se usporediti s modovima dobivenim u numeričkom modelu. Nadalje, ispitat će se utjecaj njihala i spremnika s vodom na dinamičko ponašanje tog modela. Eksperimentalno dobiveni rezultati usporedit će se s teorijskim razmatranjima i objašnjenim matematičkim modelom spremnika s vodom i njihala kao prigušivača.

2. MODALNA ANALIZA

U načelu, možemo reći da je modalna analiza proces kojim opisujemo frekvenciju, prigušenje i modalni oblik konstrukcije, dakle njezine osnovne dinamičke parametre [2].

Opterećujemo li konstrukciju konstantnom silom koja oscilira tako da joj se frekvencija mijenja tijekom vremena, odgovor konstrukcije, u vidu pomaka, brzine ili akceleracije, će se mijenjati te će pri određenim frekvencijama dostizati maksimalne vrijednosti. Frekvencije kod kojih se postižu maksimalne vrijednosti odgovora odgovaraju rezonantnim frekvencijama konstrukcije. Napravimo li Fourierovu transformaciju odgovora konstrukcije iz vremenske u frekvencijsku domenu (slika 2.1.), primjećujemo vrhove (eng. peak) na mjestima rezonantnih frekvencija. Deformacije konstrukcije pri rezonantnim frekvencijama nazivamo modalnim oblicima. Dakle, uz istu vrijednost pobude odgovor konstrukcije može se višestruko povećati, jer modovi uzrokuju da se konstrukcija ponaša kao mehaničko pojačalo [9].



Slika 2.1. Funkcija odgovora konstrukcije u frekvencijskoj domeni

2.1. Eksperimentalna modalna analiza

Modalna analiza može se provesti analitičkim ili eksperimentalnim metodama, pri čemu eksperimentalne metode u većini slučajeva služe za provjeru točnosti analitičkih matematičkih modela [10]. Da bi se mogla provesti eksperimentalna modalna analiza, uvode se određene pretpostavke o ponašanju konstrukcije:

- odgovor konstrukcije proporcionalan je pobudi tj. konstrukcija se ponaša linearno;
- modalni parametri se ne mijenjaju tijekom vremena.

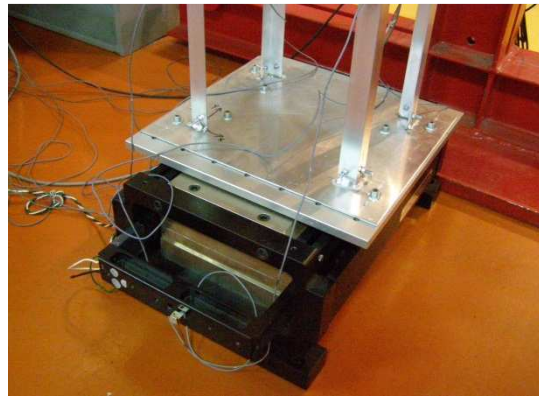
Razlikujemo dvije osnovne metode eksperimentalne modalne analize: klasična eksperimentalna modalna analiza (EMA) i operacionalna modalna analiza (OMA).

2.1.1. Oprema za ispitivanje

Oprema za prikupljanje i obradu podataka u eksperimentalnoj modalnoj analizi sastoji se od pobuđivača (koji nije potreban kod operacionalne modalne analize), osjetila ili senzora, sustava za prikupljanje podataka i sustava za analizu podataka ili analizatora.

▪ pobuđivač

Prva komponenta za provedbu klasične eksperimentalne modalne analize (EMA-e) je pobuđivač kojim možemo kontrolirano nanositi funkciju pobude. Pobuđivač može biti elektromagnetski, hidraulički ili s rotirajućom masom, a moguća je i upotreba udarnog čekića s osjetilom sile na vrhu. U okviru ovog istraživanja korišten je elektromagnetski pobuđivač APS 400 ELECTRO – SEIS postavljen u horizontalni položaj. Maksimalna brzina sinusne pobude pobuđivača je 1000 mm/s, maksimalna amplituda je 158 mm te ima operativni opseg frekvencija od 0 do 200 Hz [11]. Pobuda je vršena na način da je model pričvršćen na pomoćni stol pobuđivača koji je oscilirao u horizontalnom smjeru.

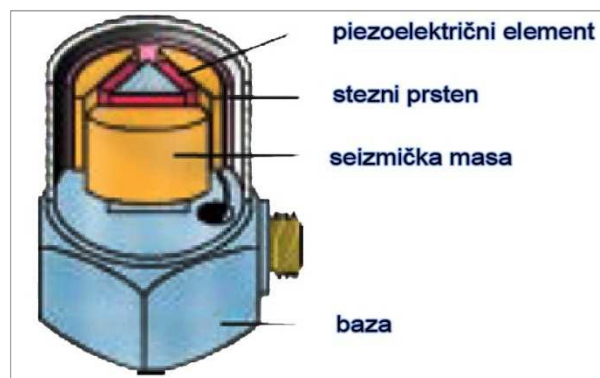


Slika 2.2. Detalj pričvršćenja modela na pobuđivač

▪ osjetilo

Osjetilo je komponenta koja mehanička gibanja pretvara u električni signal. Najčešće se koriste akcelerometri sa piezoelektričnim kristalima koji generiraju električni naboj pri deformiranju. Oni obuhvaćaju vrlo široki spektar frekvencija te se ponašaju linearno duž cijelog spektra, a također su vrlo robusni što znači da ostaju dobrih karakteristika kroz dugi vremenski period. Akcelerometri se sastoje od dvije mase, od kojih je jedna pričvršćena na konstrukciju osjetila i odvojena od druge piezoelektričnim materijalom, koji se ponaša kao opruga što uzrokuje postojanje

rezonantne frekvencije akcelometra. Iz drugog Newtonovog zakona poznato je da je sila koja djeluje na neko tijelo proporcionalna njegovoj masi i ubrzanju. Naime, masa koja se nalazi u središtu akcelometra giba se pod utjecajem vibracija i unosi određenu silu, koja je proporcionalna akceleraciji, na piezoelektrični materijal [12]. Za ovo istraživanje korišteni su piezoelektrični akcelometri tipa Brüel & Kjær 4508B s osjetljivošću od 10 mV/ms^{-2} , amplitudnim područjem frekvencija od 0,3 Hz do 8 kHz i faznim od 2 Hz do 5 kHz, rezonantnom frekvencijom od 26,6 kHz, mjernim područjem od 700 ms^{-2} i temperaturnim operativnim područjem od -54° do $+121^\circ\text{C}$.



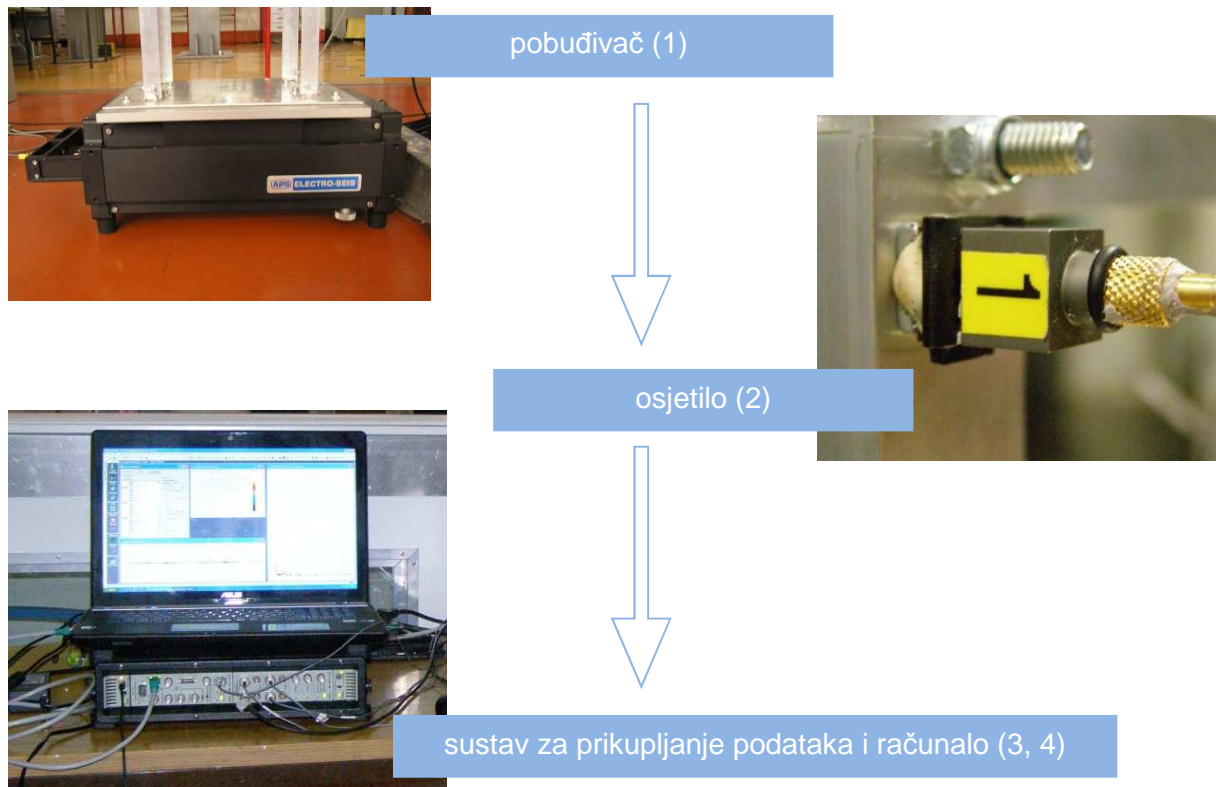
Slika 2.3. Presjek kroz piezoelektrični akcelometar [13]

- **sustav za prikupljanje podataka**

U sustavu za prikupljanje podataka vrši se kondicioniranje, filtriranje i pojačanje signala te njegova pretvorba u digitalni oblik. Kondicioniranje predstavlja pripremu analognog signala za pretvorbu u digitalni koju obavlja analogno digitalni pretvarač (eng. Analog Digital Converter, ADC). Filtriranje predstavlja uklanjanje neželjenih frekvencija koje bi pri pojačanju mogle uzrokovati znatne šumove. Pojačavanje signala ima dvije funkcije, povećava se rezolucija ulaznog signala i povećava se omjer signala i šuma. Najčešće je izlazni signal osjetila (napon, struja, električni naboj) prenizak za direktnu obradu u analogno digitalnom pretvaraču pa je potrebno razinu signala povećati kako bi se mogla obaviti analogno digitalna konverzija [14]. U okviru ovog istraživanja korišten je sustav za prikupljanje podataka tipa Brüel & Kjær 3560C. Sustav za prikupljanje podataka ima 5 ulaznih kanala, rezolucija A/D pretvarača je 16 bitna, a raspon ulaznog napona je od 7,071 mV do 7,071 V.

- **analizator**

Zadnja komponenta je sustav za analizu (analizator) kojim se vrši obrada i analiza signala. U današnje vrijeme analiza signala u vremenskoj i frekventnoj domeni vrši se programskim sustavima na osobnom računalu. Za eksperiment je korišten programski sustav "Pulse" proizvođača Brüel & Kjær.



Slika 2.4. Shematski prikaz opreme za ispitivanje

Budući da nas zanima kako se konstrukcija ponaša u ovisnosti o frekvenciji, oprema za ispitivanje treba nam omogućiti da dobivene rezultate koji se nalaze u vremenskoj domeni transformiramo u frekvencijsku domenu. To se postiže postupkom diskretne Fourierove transformacije koju vrši analizator.

2.1.2. Fourierova transformacija

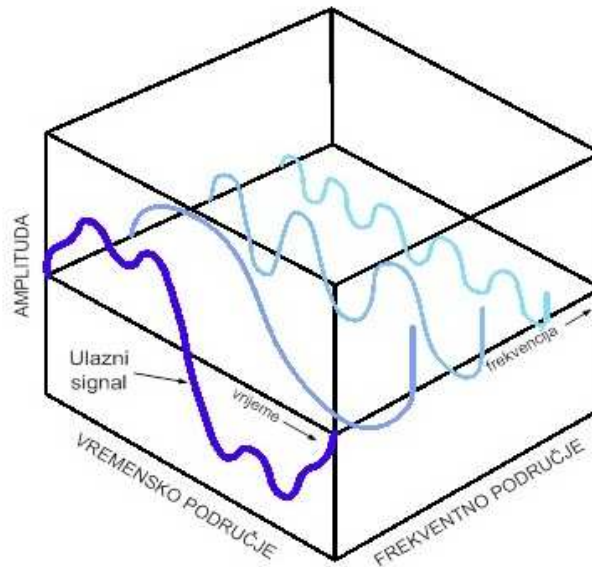
Fourierova transformacija je matematički alat kojim bilo koju funkciju možemo napisati kao sumu sinusnih funkcija (slika 2.5.) različitih amplituda, faza i frekvencija [15]. Ona nam omogućuje da dobiveni digitalni signal u vremenskoj domeni transformiramo u frekvencijsku domenu u kojoj se obavlja daljnja analiza podataka.

Vremensku funkciju $x(t)$ možemo transformirati u kompleksnu funkciju s argumentom frekvencije $X(f)$ preko sljedećeg izraza:

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-i2\pi ft} dt. \quad (2.1)$$

Kod digitalnog prikupljanja podataka mjerenje se vrši u konačnom vremenskom periodu T koji je diskretiziran na N jednakih vremenskih intervala Δt , pa je diskretna Fourierova transformacija (DFT) osnova za formulaciju bilo kakve funkcije u frekventnom području kod

digitalnog prikupljanja podataka. DFT opisuje doprinos svakog sinusnog i kosinusnog člana za pojedinu diskretnu frekvenciju [14].



Slika 2.5. Rastavljanje signala u sumu sinusnih funkcija [16]

Diskretna Fourierova transformacija za prikupljene podatke tijekom vremenskog perioda T u N vremenskih intervala Δt glasi:

$$X(m\Delta f) = \Delta t \sum_{n=0}^{N-1} x(n\Delta t) e^{-i2\pi m\Delta f n\Delta t} \quad m = 0, \dots, \frac{N}{2}. \quad (2.2)$$

Poznavajući Eulerov izraz

$$e^{i\alpha} = \cos \alpha + i \sin \alpha, \quad (2.3)$$

kao rezultat diskretne Fourierove transformacije dobiva se kompleksni spektar frekvencija određenog signala koji ima realni i imaginarni dio:

$$\operatorname{Re}[X(m\Delta f)] = \Delta t \sum_{n=0}^{N-1} x(n\Delta t) \cos(2\pi m\Delta f n\Delta t), \quad (2.4)$$

$$\operatorname{Im}[X(m\Delta f)] = \Delta t \sum_{n=0}^{N-1} x(n\Delta t) \sin(2\pi m\Delta f n\Delta t). \quad (2.5)$$

Dobiveni kompleksni spektar frekvencija možemo prikazati preko magnitudnog i faznog spektra koji se računaju na sljedeći način:

$$|X(f)| = \sqrt{\operatorname{Re}[X(m\Delta f)]^2 + \operatorname{Im}[X(m\Delta f)]^2}, \quad (2.6)$$

$$\phi = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im}[X(m\Delta f)]}{\operatorname{Re}[X(m\Delta f)]}. \quad (2.7)$$

2.1.3. Spektralne funkcije

Prijelaz iz vremenskog u frekventno područje obavlja se u analizatoru primjenom algoritma brze Fourierove transformacije (eng. Fast Fourier Transformation, FFT). Analizator određuje više različitih spektralnih funkcija [16,17]:

- kompleksni spektar frekvencija;
- spektralne gustoće snage;
- frekventni odgovor;
- koherencija;

od kojih su nama najzanimljiviji kompleksni spektar frekvencija i spektralne gustoće snage.

Kompleksni spektar frekvencija je osnovni oblik spektralne funkcije i on je direktan rezultat Fourierove, odnosno brze Fourierove transformacije. Kao što je pokazano, on ima svoj realni i imaginarni dio, a često ga se prikazuje preko magnitudnog i faznog spektra. Da bi se izbjegli šumovi prilikom određivanja spektra, koristi se osrednjavanje na temelju rezultata više mjerenja. Dovoljnim brojem osrednjavanja smanjujemo šumove tako da oni praktički nestaju i ne ometaju analizu.

Spektralna gustoća snage prikazuje komponente snage spektra normalizirane određenim vrijednostima. Kod mjerenja na mehaničkim sustavima koristi se za određivanje energetskog doprinosa pojedine frekvencije ukupnoj energiji sustava [14].

Funkcija autospektralne gustoće snage $G_{xx}(f)$ definirana je izrazom:

$$G_{xx}(f) = X(f) \cdot X^*(f) = |X(f)|^2, \quad (2.8)$$

gdje je $X(f)$ funkcija kompleksnog spektra, a $X^*(f)$ njena kompleksno konjugirana funkcija.

Funkcije međuspektralne gustoće snage $G_{xy}(f)$ i $G_{yx}(f)$ definiramo kao:

$$G_{xy}(f) = X(f) \cdot Y^*(f), \quad (2.9)$$

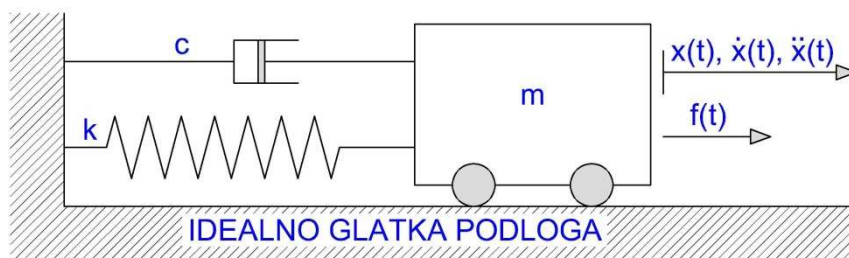
$$G_{yx}(f) = Y(f) \cdot X^*(f), \quad (2.10)$$

gdje su $X(f)$ i $Y(f)$ funkcije kompleksnog spektra dobivene Fourierovom transformacijom vremenskih signala $x(t)$ i $y(t)$. Najčešće je $x(t)$ signal odgovora konstrukcije u vremenskoj domeni, a $y(t)$ vremenska funkcija signala pobude. Pritom su $X(f)$ i $Y(f)$ njihovi spektri u frekvencijskoj domeni.

2.1.4. Veza analitičkih i eksperimentalnih modela

Uz pretpostavku linearnosti, sustavi s više stupnjeva slobode mogu se opisati skupom nezavisnih diferencijalnih jednadžbi koje su analogne diferencijalnoj jednadžbi jednostupanjskih sistema. Stoga će se u okviru ovog rada pokazati veza analitičkih i eksperimentalnih modela sustava s jednim stupnjem slobode (eng. single degree of freedom, SDOF).

Sustav s jednim stupnjem slobode opisuje se modelom koji se sastoji od mase m koja se može gibati samo u jednom smjeru kojeg označavamo s x . Masa je pričvršćena na oprugu konstantne krutosti k i povezana s linearnim viskoznom prigušivačem c (slika 2.6.).



Slika 2.6. Model sustava s jednim stupnjem slobode

Uravnoteženjem vanjskih sila $f(t)$, inercijalnih sila, elastičnih sila i sila prigušenja, dolazimo do diferencijalne jednadžbe problema oscilacija takvog sistema [6]:

$$m \cdot \ddot{x}(t) + c \cdot \dot{x}(t) + k \cdot x = f(t). \quad (2.11)$$

Rješenje ove diferencijalne jednadžbe se može dobiti kao zbroj rješenja homogene i bilo kojeg rješenja partikularne diferencijalne jednadžbe. Rješenje homogene jednadžbe možemo pretpostaviti u obliku:

$$x(t) = e^{pt}. \quad (2.12)$$

Uvrštavanjem tog rješenja i njegove prve i druge derivacije u homogenu diferencijalnu jednadžbu dobivamo:

$$(m \cdot p^2 + c \cdot p + k) \cdot e^{pt} = 0. \quad (2.13)$$

Ova jednadžba je zadovoljena samo ako vrijedi:

$$m \cdot p^2 + c \cdot p + k = 0. \quad (2.14)$$

Korijeni ove jednadžbe su vlastite vrijednosti sustava i nazivaju se polovi:

$$p_{1,2} = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}}. \quad (2.15)$$

Drugi član pod korijenom se naziva vlastita neprigušena frekvencija sustava i označava s ω_n . Prigušenje kod kojeg je diskriminanta jednaka nuli i za koje se konstrukcija ne bi mogla pobuditi na osciliranje naziva se kritično prigušenje i računa se prema izrazu:

$$c_{cr} = 2 \cdot m \cdot \omega_n. \quad (2.16)$$

Obično realno prigušenje iskazujemo u odnosu na kritično preko koeficijenta relativnog viskoznoznog prigušenja:

$$\xi = \frac{c}{c_{cr}} = \frac{c}{2 \cdot m \cdot \omega_n}. \quad (2.17)$$

Prigušenje u realnim konstrukcijama je mnogo manje i iznosi od oko 5% do 10% kritičnog. Zbog toga je dio pod korijenom u izrazu (2.15) uvijek negativan, a korijeni kvadratne jednadžbe su:

$$p_{1,2} = -\xi \cdot \omega_n \pm \sqrt{\xi^2 \cdot \omega_n^2 - \omega_n^2} = -\xi \cdot \omega_n \pm i \cdot \omega_n \cdot \sqrt{1 - \xi^2}.$$

Uvedemo li oznaku za vlastitu frekvenciju prigušenog sustava

$$\omega_d = \omega_n \cdot \sqrt{1 - \xi^2}, \quad (2.18)$$

i oznaku za stupanj prigušenja

$$\sigma = \xi \cdot \omega_n, \quad (2.19)$$

dobivamo:

$$p_{1,2} = -\sigma \pm i \cdot \omega_d. \quad (2.20)$$

Kao rješenje diferencijalne jednadžbe se dobiva

$$x(t) = A \cdot e^{p_1 \cdot t} + B \cdot e^{p_2 \cdot t}, \quad (2.21)$$

gdje su A i B kompleksne konstante koje se određuju iz početnih uvjeta sustava u trenutku $t = 0$.

Funkcija impulsnog odgovora sustava s jednim stupnjem slobode $h(t)$ je funkcija u vremenskoj domeni definirana kao funkcija pomaka $x(t)$, uz pretpostavku da su početna brzina i pomak jednaki nuli i da je funkcija pobude $f(t)$ jedinični impuls [16]. Definiramo ju kao:

$$h(t) = R \cdot e^{p_1 \cdot t} + R^* \cdot e^{p_2 \cdot t} = e^{-\sigma \cdot t} (R \cdot e^{\omega_n \cdot t} + R^* \cdot e^{-\omega_n \cdot t}). \quad (2.22)$$

Rješavanjem diferencijalne jednadžbe (2.11) primjenom Laplaceove transformacije dobiva se isto rješenje. Tada umjesto diferencijalne jednadžbe po varijabli t dobivamo algebarsku jednadžbu po varijabli s :

$$(m \cdot s^2 + c \cdot s + k)X(s) = F(s). \quad (2.23)$$

Izraz u zagradi se naziva dinamička krutost i označava sa $Z(s)$. Primjećujemo da su korijeni ove funkcije zapravo otprije dobiveni polovi. Rješenje dobivamo u obliku:

$$X(s) = Z^{-1}(s) \cdot F(s) = H(s) \cdot F(s). \quad (2.24)$$

U gornjem izrazu uvedena je prijenosna funkcija sustava koja je inverzna funkciji dinamičke krutosti, a definira se kao:

$$H(s) = \frac{1}{m \cdot s^2 + c \cdot s + k}. \quad (2.25)$$

Možemo definirati funkciju frekventnog odgovora (eng. Frequency Response Function, FRF) kao prijenosnu funkciju čiji je argument $s = i\omega$ [14]:

$$H(\omega) = \frac{X(\omega)}{F(\omega)} = \frac{1}{-m \cdot \omega^2 + i \cdot c \cdot \omega + k}. \quad (2.26)$$

Funkcija frekventnog odgovora predstavlja kompleksni odnos između izlaznih parametara odgovora konstrukcije (eng. output) i ulaznih parametara pobude (eng. input) u ovisnosti o frekvenciji pobude ω . Kompleksni odnos znači da ova funkcija ima magnitudu $|H(\omega)|$ i fazu $\phi(\omega)$ [10]. Fizikalna interpretacija funkcije frekventnog odgovora je da će sinusoidna sila pobude pri frekvenciji ω uzrokovati sinusoidno gibanje na jednakoj frekvenciji. Amplituda odgovora bit će uvećana umnoškom s $|H(\omega)|$, a funkcija odgovora će biti pomaknuta u fazi u odnosu na pobudu za $\phi(\omega)$.

Model kojim možemo uspostaviti vezu između teoretskih razmatranja i mjerenja naziva se modalni parametarski model [18]. Funkciju frekventnog odgovora tada prikazujemo u obliku:

$$H(\omega) = \frac{R}{i \cdot \omega - p} + \frac{R^*}{i \cdot \omega - p^*}, \quad (2.27)$$

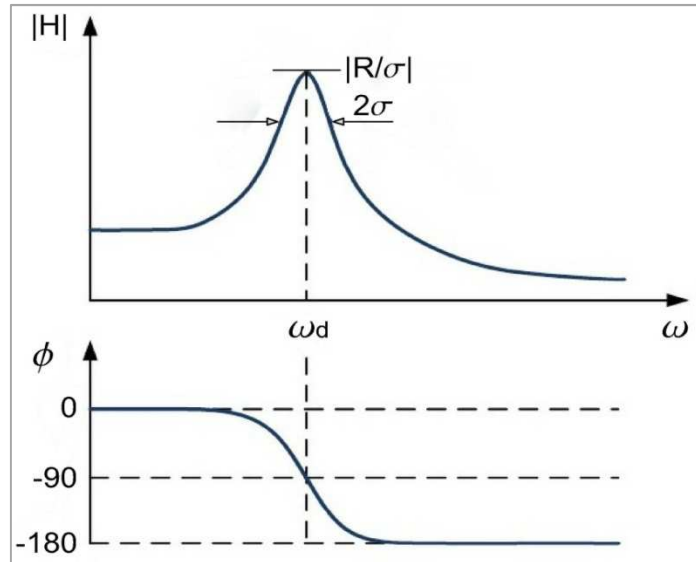
odnosno preko pola p i koeficijenta R kojeg nazivamo ostatak te njihovih kompleksno konjugiranih parova p^* i R^* . Funkcija magnitude i faze u ovisnosti o frekvenciji te značenje ostatka i pola su prikazani na slici 2.7.

Kao što je pokazano, pol je kompleksni broj. Apsolutna vrijednost njegovog realnog dijela je stupanj prigušenja σ koji je mjera opadanja amplitude prigušenih oscilacija. Stupanj prigušenja određuje se iz pojasa polovice snage vrha funkcije frekventnog odgovora. Imaginarni dio pola je modalna frekvencija, prigušena vlastita frekvencija ω_d slobodnih prigušenih oscilacija.

Ostatak R je matematički koncept i nema direktnu fizikalnu interpretaciju. Može se pokazati da je za sustave s više stupnjeva slobode ostatak povezan s trećim modalnim

parametrom, modalnim oblikom. Ponekad se ostatak naziva i snagom pola, ali magnituda moda nije dana samo ostatkom, već je omjer ostatka i stupnja prigušenja:

$$R(\omega_d) \cong \frac{R}{\sigma} \quad (2.28)$$



Slika 2.7. Magnitudni i fazni spektar funkcije $H(\omega)$ modalnog parametarskog modela [18]

Kao što je prikazano na slici 2.7., pol i ostatak mogu se odrediti iz rezultata mjerenja na eksperimentalno dobivenoj funkciji frekventnog odgovora. Modalni parametarski model tako uspostavlja vezu između analitičkih modela i eksperimentalnih mjerenja.

Problem oscilacija sustava s n stupnjeva slobode može se zapisati skupom od n diferencijalnih linearnih jednažbi drugog reda koje su međusobno zavisne. Postupkom modalne transformacije možemo doći do n međusobno nezavisnih diferencijalnih jednažbi sa po jednom nepoznanicom, koje onda možemo rješavati zasebno odnosno sustav rastavljamo na n sustava s jednim stupnjem slobode. Svaki taj jednostupanjski sustav možemo prikazati modalnim parametarskim modelom za koji tada možemo eksperimentalno odrediti vrijednosti pola, odnosno stupnja prigušenja i vlastite prigušene frekvencije te ostatka.

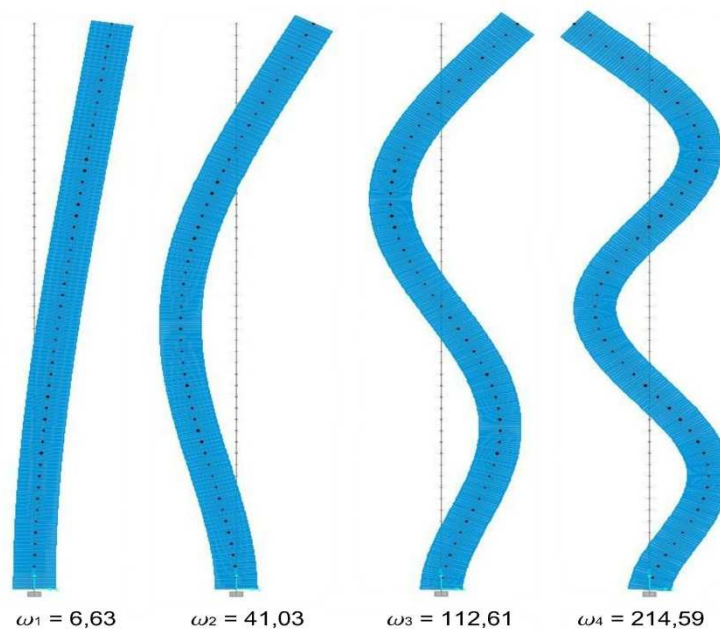
2.1.5. Klasična eksperimentalna modalna analiza (EMA)

Klasična eksperimentalna modalna analiza zasniva se na mjerenju ulaznih funkcija pobude i izlaznih funkcija odgovora konstrukcije. Između tih funkcija se uspostavlja veza preko funkcije frekventnog odgovora (FRF) koja je neovisna o ulaznoj pobudi i opisuje odgovor konstrukcije između mjernih točaka.

Dinamičko ponašanje konstrukcije u određenom frekventnom opsegu može se modelirati kao superpozicija pojedinačnih modova vibriranja [14]. Iz FRF-a određenog eksperimentom moguće je za svaki pojedini mod odrediti modalne parametre:

- vlastita (modalna) frekvencija;
- modalno prigušenje;
- modalni oblik.

Modalni oblik je apstraktni matematički parametar koji opisuje režim gibanja sustava pri određenoj vlastitoj frekvenciji uz izoliranje svih ostalih modova sustava tj. ostalih vlastitih frekvencija. Iako su stvarni pomaci konstrukcije generirani kombinacijom svih modova, u slučaju harmonijske pobude bliske vlastitoj frekvenciji pojedinog moda, 95% pomaka može biti ostvareno gibanjem konstrukcije u tom modu. Modalni oblik opisuje relativne pomake svih dijelova konstrukcije prilikom gibanja u tom modu i kao takav predstavlja osnovni dinamički parametar [18].



Slika 2.8. Modalni oblici vertikalne konzole s vlastitim frekvencijama

U modalnoj analizi, modalni oblici su funkcije koje zadovoljavaju uvjete neprekinutosti i glatkoće, osim na pojedinim mjestima u konstrukciji (npr. zglobovi). Sa slike 2.8. je vidljivo da s porastom vlastite frekvencije sustava, raste i broj nultočaka funkcije modalnog oblika.

Modalna frekvencija je ona frekvencija koja pobuđuje konstrukciju da se giba u određenom obliku te kod vrijednosti frekvencije bliske modalnoj funkcija frekventnog odgovora (FRF) poprima vrhove (slika 2.1.).

Modalno prigušenje definiramo kao mjeru raspršivanja energije u konstrukciji i najčešće ga definiramo koeficijentom prigušenja u odnosu na kritično (2.17). Modalno prigušenje je vrlo teško odrediti te se najčešće dobiva iz eksperimentalno izmjerenih parametra s velikim stupnjem nepouzdanosti dobivenih rezultata.

2.1.5.1. Funkcija frekventnog odgovora (FRF)

Određivanjem funkcije frekventnog odgovora možemo izolirati osnovne dinamičke parametre iz neke konstrukcije. Osim osnovnih dinamičkih, iz skupa podataka FRF-a možemo dobiti i eksperimentalne modalne parametre [9]. Funkcija frekventnog odgovora opisuje vezu između ulaznih i izlaznih signala na konstrukciji kao funkciju u ovisnosti o frekvenciji. Mogli bismo reći da je FRF mjera koja pokazuje koliki je izlaz neke mehaničke veličine (pomak, brzina, akceleracija) po jedinici ulazne veličine.

Eksperimentalno se funkcije frekventnog odgovora određuju višekanalnim mjerenjima sile pobude i odgovora konstrukcije. Ovisno o promatranoj varijabli odgovora promatraju se različiti oblici funkcije frekventnog odgovora [19]:

- oblik *popustljivosti*: daje kompleksni odnos pomaka i sile;
- oblik *pokretljivosti*: daje kompleksni odnos brzine i sile;
- oblik *inertnosti*: daje kompleksni odnos akceleracije i sile.

Ovisno o broju pobuda koje se primjenjuju i o broju kanala kojima se mjeri odgovor konstrukcije postoje četiri osnovne konfiguracije određivanja funkcije frekventnog odgovora [16]:

- jedan ulaz – jedan izlaz (SISO, Single Input – Single Output);
- jedan ulaz – više izlaza (SIMO, Single Input – Multiple Output);
- više ulaza – jedan izlaz (MISO, Multiple Input – Single Output);
- više ulaza – više izlaza (MIMO, Multiple Input – Multiple Output).



Slika 2.9. Blok dijagram FRF-a

Najbolje rezultate ispitivanja daje MIMO konfiguracija jer se provodi u najkraćem vremenu s najmanje promjena uvjeta tokom ispitivanja, međutim najzahtjevnija je s aspekta opreme.

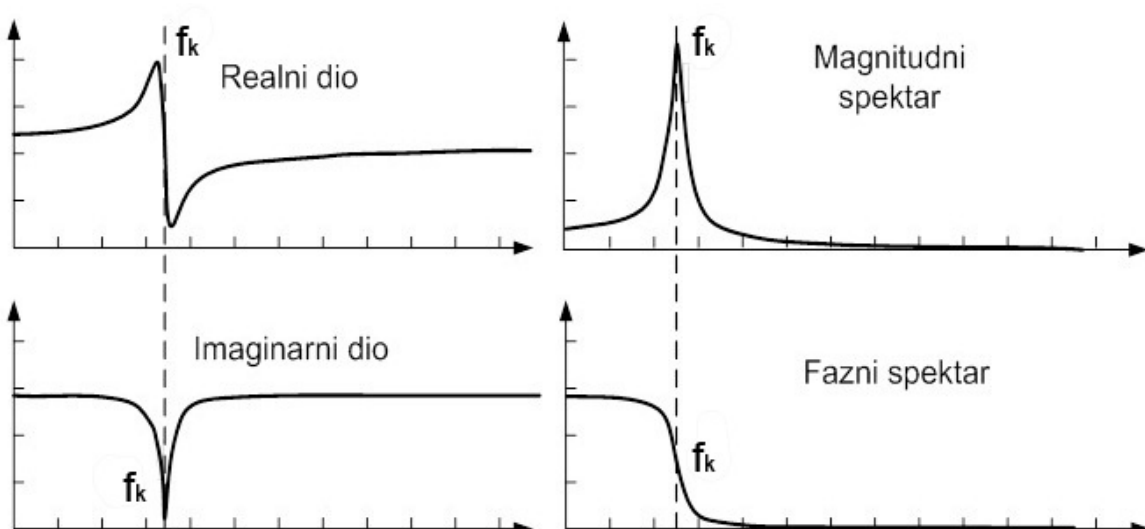
Konfiguracije s jednim ulazom ili jednim izlazom mogu se koristiti jer svaki redak ili stupac matrice funkcija frekventnog odgovora sadrži dovoljno informacija za određivanje svih modalnih parametara [14]. Matrica funkcija frekventnog odgovora predstavlja vezu između ulaznih i izlaznih spektralnih funkcija prema izrazu (2.29). Spektralne funkcije koje se koriste kod SIMO konfiguracije prikazane su plavom, a spektralne funkcije koje se koriste kod MISO konfiguracije prikazane su zelenom bojom.

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} & \dots & H_{1m} \\ H_{21} & H_{22} & H_{23} & \dots & H_{2m} \\ H_{31} & H_{32} & H_{33} & \dots & H_{3m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ H_{n1} & H_{n2} & H_{n3} & \dots & H_{nm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ \vdots \\ F_m \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

2.1.5.2. Određivanje dinamičkih parametara

Konstrukcije koje su najčešće predmet dinamičkih ispitivanja su one koje imaju malo prigušenje jer je kod njih najizraženiji problem vibracija i umora. Jednostavnije lagano prigušene konstrukcije se ponašaju kao jednostupanjski sustavi pri rezonantnim frekvencijama i kod njih su modovi dovoljno široko raspoređeni po spektru. U tom slučaju se može primijeniti metoda jednostrukog oblika koja je najjednostavnija metoda određivanja modalnih parametara.

Funkcija frekventnog oblika je kompleksna funkcija i kao takva ima svoj realni i imaginarni dio te se može prikazati preko magnitudnog i faznog spektra. Iz bilo kojeg od ovih oblika se može odrediti vlastita frekvencija (Slika 2.10.)



Slika 2.10. Određivanje frekvencije iz različitih oblika funkcije frekventnog odgovora [17]

Realni dio funkcije frekventnog odgovora pri vrijednosti vlastite frekvencije ima točku infleksije i vrijednost nula. Imaginarni dio kod vrijednosti vlastite frekvencije postiže minimum ili maksimum. Magnituda je tada maksimalna, a odgovor kasni u odnosu na pobudu za 90° .

Koeficijent prigušenja se određuje iz magnitudnog spektra funkcije frekventnog odgovora na temelju procjene oštine vrha. Najčešće se primjenjuje metoda pola pojasa snage za koju moraju biti ispunjeni sljedeći uvjeti [14]:

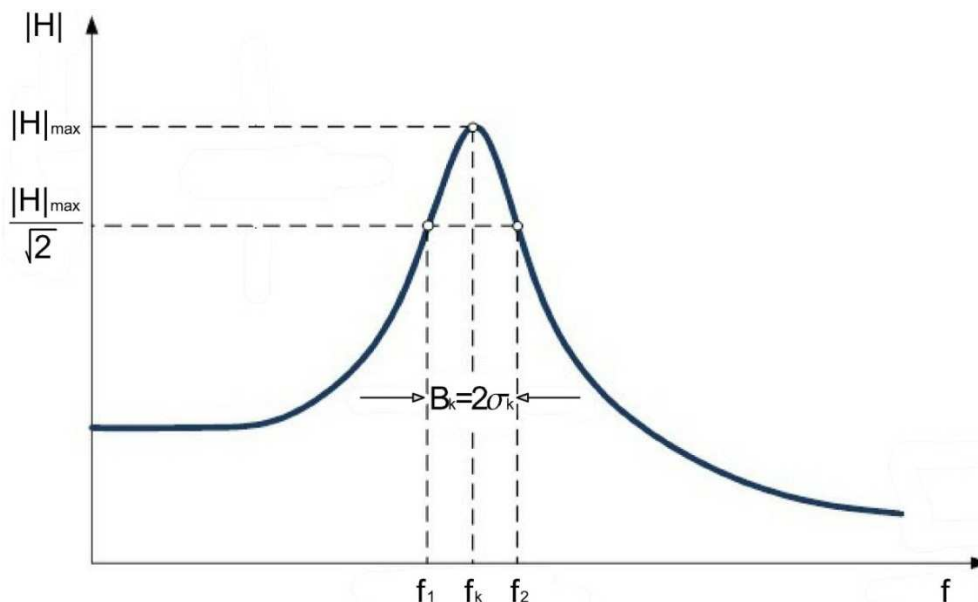
- konstrukcija ima koeficijent prigušenja (ξ) manji od 5%;
- rezolucija frekventnog zapisa mora biti najmanje pet puta manja od širine pojasa pola snage;
- promatrani mod ne smije se preklapati sa susjednim modom prema uvjetu:

$$(f_k - f_{k-1}) > 4 \cdot (\sigma_k - \sigma_{k-1}). \quad (2.30)$$

Pod ovim uvjetima koeficijent prigušenja za mod k može se odrediti prema izrazu (2.19) koji se može zapisati kao:

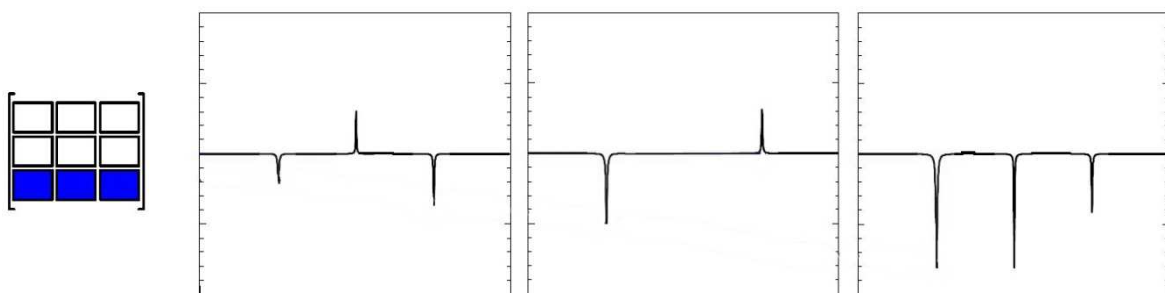
$$\xi_k = \frac{B_k}{2 \cdot f_k} = \frac{f_2 - f_1}{f_1 + f_2}, \quad (2.31)$$

gdje su f_1 i f_2 frekvencije lijevo i desno od rezonantnog vrha. Ove frekvencije određuju se iz magnitudnog spektra pri razini magnituda koja odgovara maksimalnoj magnitudi rezonantnog vrha podijeljenoj s $\sqrt{2}$ (Slika 2.11.).

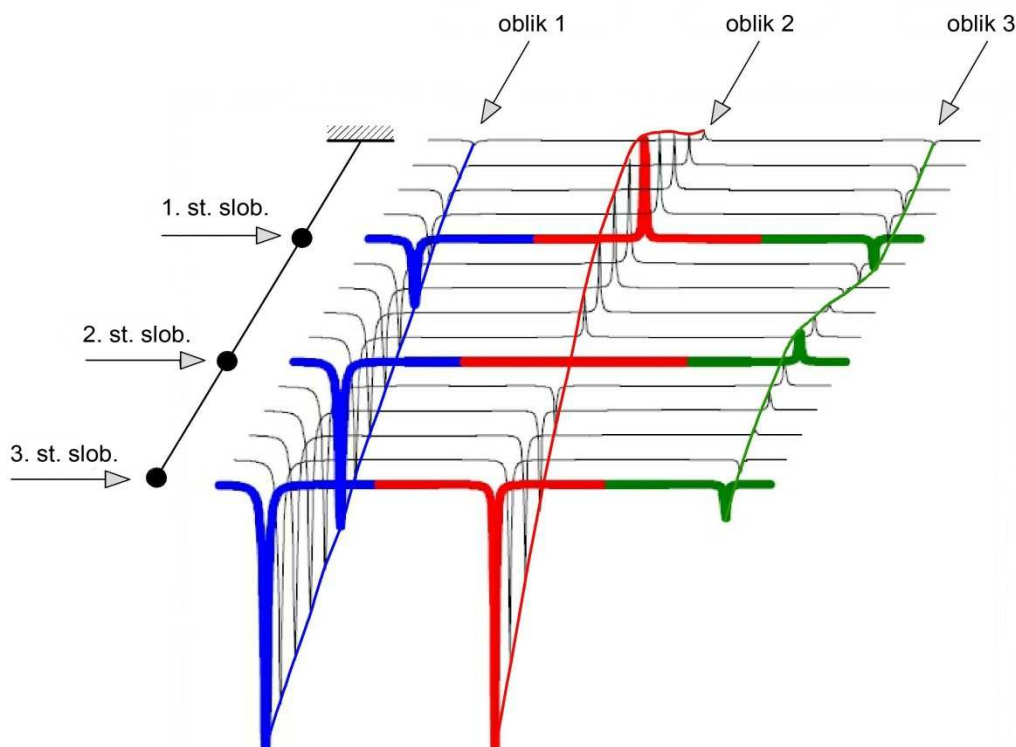


Slika 2.11. Određivanje stupnja prigušenja iz pojasa polovice snage magnitudnog spektra [17]

Modalni oblici mogu se odrediti iz jednog retka ili stupca matrice funkcija frekventnog odgovora, odnosno iz imaginarnog dijela funkcija u tom retku ili stupcu [2]. Primjer određivanja modalnih oblika na konzoli s 15 mjerenih stupnjeva slobode dan je na slici 2.12.. Radi jednostavnosti prikazan je redak s imaginarnim dijelom funkcija frekventnog odgovora matrice dobivenih samo za 3 stupnja slobode. Iz slike je vidljivo da kod rezonantnih frekvencija imaginarni dio pojedinih funkcija frekventnog odgovora postiže svoj maksimum ili minimum, odnosno na tom mjestu ima vrh. Vrijednost maksimuma ili minimuma pri određenoj rezonantnoj frekvenciji se razlikuje za pojedine stupnjeve slobode. Provlačenjem glatke krivulje kroz vrijednosti maksimuma ili minimuma za pojedine stupnjeve slobode pri određenoj frekvenciji dobiva se modalni oblik pri toj frekvenciji (slika 2.13.).



Slika 2.12. Imaginarni dio funkcija frekventnog odgovora trećeg retka matrice funkcija frekventnog odgovora [2]



Slika 2.13. Dobivanje modalnih oblika iz imaginarnog dijela funkcija frekventnog odgovora [2]

2.1.6. Operacionalna modalna analiza (OMA)

Operacionalna modalna analiza počela se koristiti 90-ih godina prošlog stoljeća i još se naziva ambijentalna modalna analiza. Glavna razlika u odnosu na klasičnu eksperimentalnu modalnu analizu je da ne moramo mjeriti funkciju pobude [20]. Umjesto kontrolirane funkcije pobude, koristi se ambijentalna pobuda u operacionalnim uvjetima. Pri tome pretpostavljamo da je ona stohastičkog, odnosno nasumičnog karaktera.

Građevinske konstrukcije se radi svoje veličine i mase teško pobuđuju na osciliranje. Kako bi kontrolirano nanosili određenu funkciju pobude na gotovu konstrukciju potrebno je koristiti vrlo velike i skupe pobuđivače, a čest je slučaj da konstrukciju tijekom ispitivanja nije moguće koristiti. Moguće rješenje je laboratorijsko ispitivanje pojedinih elemenata konstrukcije, ali pritom je teško ostvariti realne rubne uvjete kakvi su ostvareni u samoj konstrukciji. Upravo je svojstvo OMA-e da je možemo koristiti u operacionalnim uvjetima kod pobude uzrokovane djelovanjima koje se javljaju prilikom uporabe, njena glavna prednost i čini je osobito prihvatljivom za određivanje dinamičkih karakteristika građevinskih konstrukcija [21]. Provođenje eksperimenta je pojednostavljeno jer nam je potrebna samo oprema za prikupljanje i obradu podataka, ali ne i oprema za kontrolirano nanošenje pobude. Pritom nepoznavanje pobude unosi određenu nesigurnost u mjerenje, ali primjenom sofisticiranih metoda OMA-e ona se svodi na minimum [14].

Pobude koje se javljaju prilikom uporabe građevinskih konstrukcija, kao što su prometno opterećenje, vjetar, valovi i seizmička mikropodrtavanja, uglavnom zadovoljavaju temeljnu pretpostavku OMA-e da pobuda stohastički poprima frekvencije širokog raspona odnosno da ima karakter blizak onom pobudi bijelim šumom. Ovakve pobude pri ispitivanju EMA-om predstavljaju smetnje u ulaznom signalu i uzrokuju šum kod određivanja modalnih parametara. Ukoliko je konstrukcija izložena i pobudama koje nisu stohastičkog karaktera, kao što je rad određenih strojeva poput turbina ili ventilatora koje uzrokuju determinističku harmoničku pobudu, neopreznom uporabom OMA-e možemo dobiti pogrešne vrijednosti dinamičkih karakteristika. Zbog toga ih moramo prepoznati prije provođenja mjerenja i eliminirati njihov utjecaj iz rezultata mjerenja.

Metode OMA-e mogu se podijeliti na metode razvijene u frekventnom i metode razvijene u vremenskom području. U ovom radu osvrnut ćemo se samo na metode razvijene u frekventnom području koje se temelje na dekompoziciji funkcije odgovora u frekventnom području (eng. Frequency Domain Decomposition, FDD). Metode razvijene u vremenskom području baziraju se na metodama stohastičke identifikacije potprostora (eng. Stochastic Subspace Identification, SSI) [3].

2.1.6.1. Dekompozicija frekventnog područja (FDD)

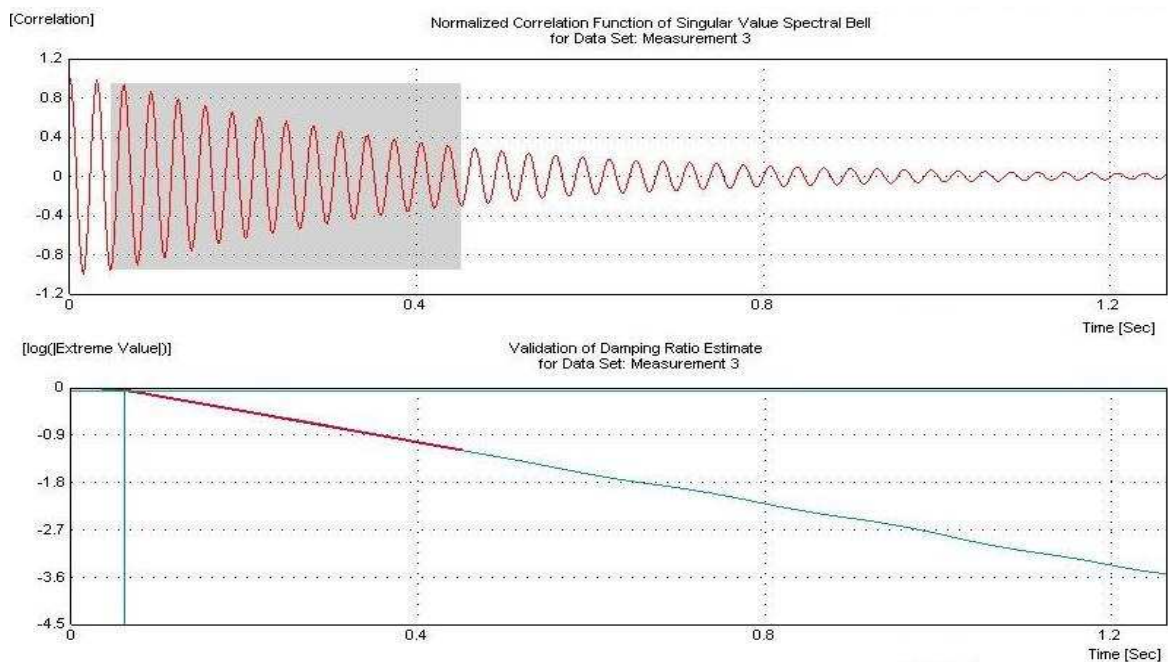
Ova metoda temelji se na činjenici da se modovi mogu procijeniti iz spektralnih funkcija gustoće snage u uvjetima pobude bijelim šumom i malog koeficijenta prigušenja konstrukcije [22]. Možemo ju promatrati kao proširenje metode osnovnog frekvencijskog područja (eng. Basic Frequency Domain, BFD) ili, kako se češće zove, metode odabira vrhova (eng. peak picking). Klasična metoda odabira vrha funkcije spektralnog odgovora daje razumnu procjenu vlastitih frekvencija i modalnih oblika ako su modovi jasno razdvojeni. Ukoliko modovi nisu jasno razdvojeni, već vrlo bliski, postaje vrlo teško uočiti ih. Kod FDD-a modovi se procjenjuju na temelju dekompozicije singularne vrijednosti (eng. Singular Value Decomposition, SVD) matrice spektralnih gustoća snaga odgovora konstrukcije.

Matrica spektralnih gustoća snaga odgovora konstrukcije dobiva se analizom rezultata mjerenja u smjeru pojedinih mjerenih stupnjeva slobode i njihovim prebacivanjem u frekvencijsku domenu pomoću Fourierove transformacije. Ako označimo broj mjerenih stupnjeva slobode s n , veličina ove matrice je $n \times n$. Svaki element ove matrice je funkcija spektralne gustoće snage. Dijagonalni elementi su funkcije autospektralne gustoće snage, a ostali elementi su funkcije međuspektralnih gustoća snage [23]. Provođenjem postupka SVD-a, matrica spektralnih gustoća se razlaže na skup funkcija autospektralne gustoće snage, od kojih svaka odgovara jednom stupnju slobode [22]. Teoretska podloga FDD metode i postupka SVD dana je u radovima Brinckera i suradnika [22], a u ovom radu ćemo se osvrnuti samo na rezultate.

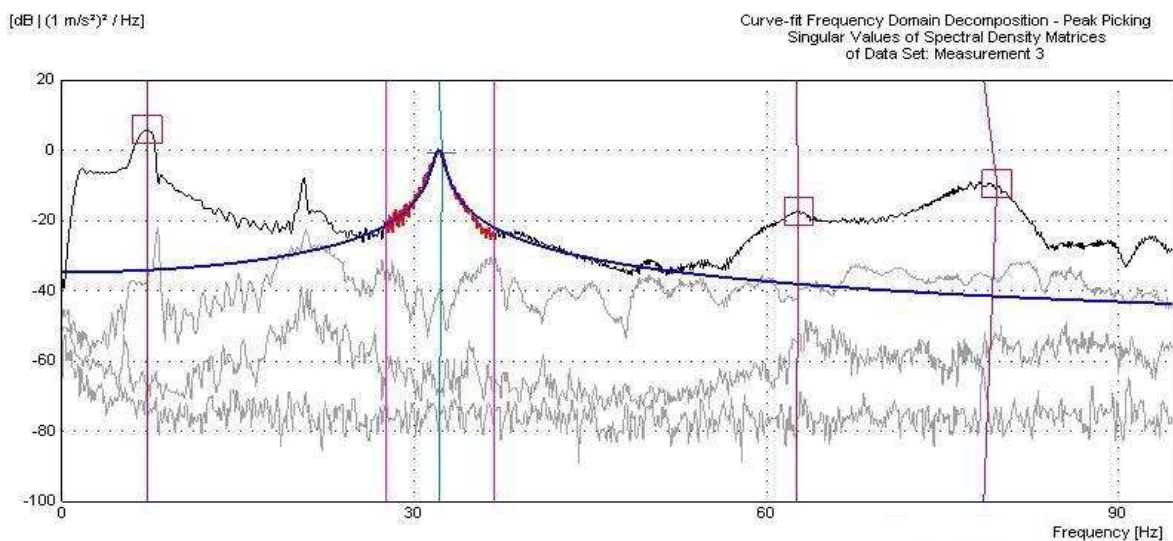
Rezultat dekompozicije matrice spektralnih gustoća snaga odgovora pri pojedinoj diskretnoj frekvenciji ω_i su matrice $[U_i]$ i $[S_i]$. Matrica $[U_i] = [u_{i1}, u_{i2}, \dots, u_{in}]$ je unitarna matrica koja sadrži singularne vektore $\{u_{ij}\}$, a $[S_i]$ je dijagonalna matrica koja sadrži skalarne singularne vrijednosti. U blizini vrha funkcije autospektralne gustoće snage koji odgovara k -tom modu, taj mod je najčešće dominantan. U slučaju kada dominira samo k -ti mod, prvi singularni vektor u_{i1} predstavlja modalni oblik pri toj frekvenciji, dok je odgovarajuća singularna vrijednost autospektralna gustoća snage jednostupanjskog sustava pri toj frekvenciji [14].

Osnovnu FDD metodu provodimo uz pretpostavku da pobuda konstrukcije ima karakter bijelog šuma, da su prigušenja mala i da su modalni oblici geometrijski ortogonalni. Ako ove pretpostavke i nisu u potpunosti zadovoljene, ova metoda nam ipak daje zadovoljavajuću točnost. Kako se pri ovoj metodi za određivanje vlastitih frekvencija i modalnih oblika za svaki mod koristi samo jedna diskretna frekvencija, ona nam ne omogućuje određivanje prigušenja.

Metode koje nam omogućuju procjenu prigušenja su poboljšana dekompozicija frekventnog područja (eng. Enhanced Frequency Domain Decomposition, EFDD) i FDD metoda izjednačavanja krivulja (eng. Curve – fit Frequency Domain Decomposition, CFDD). Kod EFDD metode, funkcija gustoće snage za jednostupanjski sustav određena u blizini rezonantnog vrha se vraća u vremensko područje postupkom inverzne diskretne Fourierove transformacije (IDFT). Tako određene funkcije u vremenskom području (slika 2.14.) koriste se za određivanje vlastitih frekvencija i prigušenja [23]. CFDD metoda za određivanje modalnih parametara koristi izjednačavanje krivulja jednostupanjskih sustava u frekventnom području, a prigušenje se zatim određuje iz oštine rezonantnog vrha [14].



Slika 2.14. EFDD metoda određivanja prigušenja

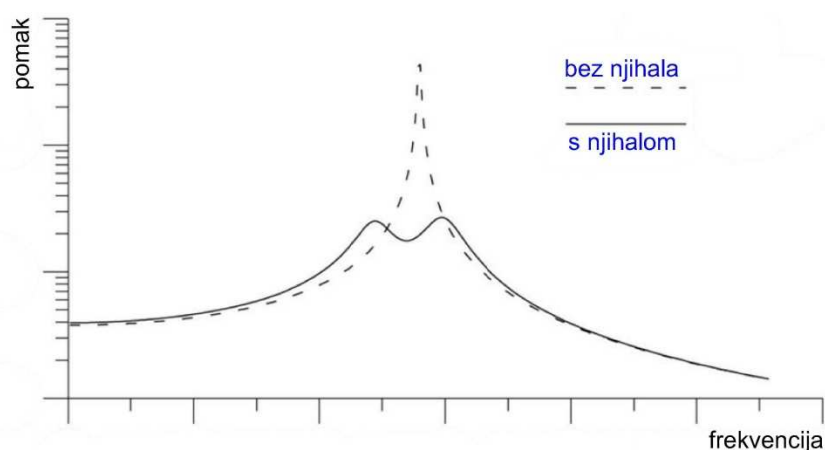


Slika 2.15. Krivulja jednostupanjskog sustava određena CFDD metodom

3. PRIGUŠIVAČI S USKLAĐENOM MASOM (TMD)

Dimenzioniranje konstrukcija na potresna djelovanja danas se najčešće svodi na proračun učinaka djelovanja inercijalnih sila od gibanja tla prilikom potresa. Kako bi prilikom potresa došlo do disipacije energije unutar konstrukcije, one se dimenzioniraju tako da ulaze u plastično područje, odnosno da dođe do njihova oštećenja [24]. Budući da sanacije takvih građevina iziskuju znatna financijska sredstva, u novije vrijeme nastoje se graditi takve građevine koje bi prilikom potresa ostajale u elastičnom području. Takve je zahtjeve često vrlo teško zadovoljiti jer zahtijevaju visoku duktilnost konstrukcije koja pak uzrokuje velike relativne pomake konstrukcije čije su posljedice i velika oštećenja nenosivih konstrukcijskih elemenata. Uporaba prigušivača s usklađenom masom (eng. Tuned Mass Dampers, TMD) ili, kako se još nazivaju u nekoj literaturi [16], prigušivači s dodanom masom (eng. auxiliary mass dampers), poput njihala obješenog pri vrhu zgrade, omogućuje znatno smanjenje pomaka uz jednaku duktilnost same konstrukcije.

Prigušivač s usklađenom masom (TMD) je sustav s jednim stupnjem slobode sastavljen od mase i opruge čija je rezonantna frekvencija usklađena tako da se poklapa s rezonantnom frekvencijom sustava koji se želi prigušiti. Kada konstrukcija oscilira u rezonanciji, prigušivač (njihalo) oscilira sa puno većom amplitudom od same konstrukcije te u točki pričvršćenja disipira velike količine energije na način da u konstrukciju unosi velike sile prigušenja koje nastoje smanjiti amplitudu sustava. Budući da njihalo konstrukciji dodaje još jedan stupanj slobode, u dijagramu pomaka vrha konstrukcije u ovisnosti o frekvenciji pojavljuju se dva vrha na mjestu gdje je za sustav bez prigušivača bio samo jedan [16].



Slika 3.1. Dijagram pomaka vrha konstrukcije u ovisnosti o frekvenciji [25]

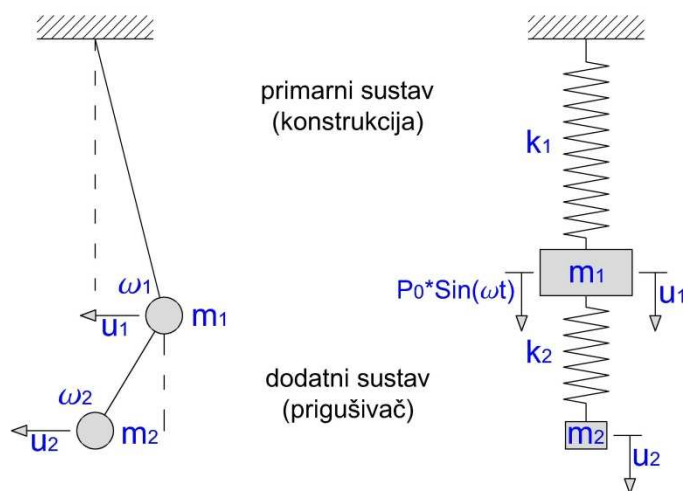
Njihalo treba biti usklađeno tako da oba vrha u dijagramu budu niža nego u prethodnom slučaju (bez prigušivača). Da bismo maksimizirali efekt prigušivača njegova težina bi trebala biti od 5 do 10% ukupne težine konstrukcije.

3.1. Matematički model konstrukcije s TMD-om

Prigušivači s usklađenom masom (TMD) su mehanički uređaji koji apsorbiraju vibracije konstrukcije te na taj način eliminiraju neželjene pomake. Najčešće se koriste na način da se njihovo gibanje podesi na neku određenu frekvenciju (rezonantna frekvencija konstrukcije) u čijoj su okolini najučinkovitiji. Zbog toga se ponekad ugrađuje više takvih prigušivača, s različito podešenim frekvencijama, unutar jedne konstrukcije da bi se ostvarilo što veće operativno područje prigušivača [26]. Prigušivači s usklađenom masom, poput njihala, nisu učinkoviti samo kod potresnog opterećenja već i kod opterećenja vjetrom. U oba slučaja može se postići smanjenje amplitude oscilacija i do 40%, što znatno smanjuje nelagodu i strah ljudi koji borave u zgradi prilikom takvih opterećenja.

Osnovni princip rada TMD-a može se prikazati jednostavnim matematičkim modelima (slika 3.2.):

- model u obliku njihala (eng. pendulum form);
- linearni model s oprugama (eng. linear form).



Slika 3.2. Matematički model konstrukcije s TMD-om u obliku njihala (lijevo) i u linearnom obliku (desno) [16]

3.2. Određivanje parametara TMD-a

Budući da su izrazi analogni za jedan i drugi slučaj, u okviru ovog rada promatrat ćemo izraze za linearni model TMD-a (slika 3.2. – desno). Poznato je da su jednadžbe gibanja glavne mase m_1 i mase prigušivača m_2 jednake [6]:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_0 \\ 0 \end{Bmatrix} \cdot \sin(\omega t) , \quad (3.1)$$

pri čemu su k_1 i k_2 krutosti primarnog i dodatnog sustava, u označava pomake, dok \ddot{u} označava akceleracije pojedine mase. Budući da se radi o neprigušenom sustavu možemo pretpostaviti da vrijedi:

$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_{10} \\ u_{20} \end{Bmatrix} \cdot \sin(\omega t) . \quad (3.2)$$

Uvrstimo li taj izraz u (3.1) dobivamo rješenje diferencijalne jednadžbe koje glasi:

$$u_{10} = \frac{P_0 \cdot (k_2 - m_2 \cdot \omega^2)}{m_1 \cdot m_2 \cdot (\omega^2 - \omega_1^2) \cdot (\omega^2 - \omega_2^2)} , \quad (3.3a)$$

$$u_{20} = \frac{P_0 \cdot k_2}{m_1 \cdot m_2 \cdot (\omega^2 - \omega_1^2) \cdot (\omega^2 - \omega_2^2)} . \quad (3.3b)$$

Ako uvedemo izraze

$$\omega_1^* = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}} , \quad \omega_2^* = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}} , \quad \mu = \frac{m_2}{m_1} , \quad (3.4)$$

pri čemu je ω_1^* frekvencija konstrukcije bez prigušivača, a ω_2^* frekvencija prigušivača, te ih uvrstimo u (3.3) i (3.4) dobivamo sljedeće:

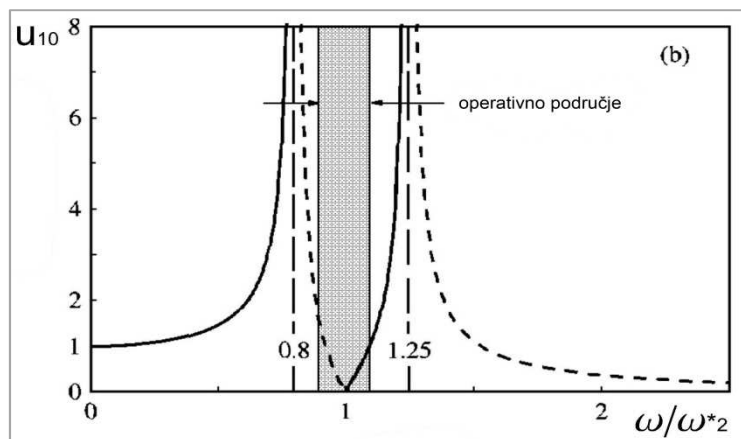
$$u_{10} = \frac{P_0}{k_1} \cdot \frac{1 - (\omega/\omega_2^*)^2}{[1 + \mu \cdot (\omega_2^*/\omega_1^*)^2 - (\omega/\omega_1^*)^2] \cdot [1 - (\omega/\omega_2^*)^2] - \mu \cdot (\omega_2^*/\omega_1^*)^2} , \quad (3.5a)$$

$$u_{20} = \frac{P_0}{k_1} \cdot \frac{1}{[1 + \mu \cdot (\omega_2^*/\omega_1^*)^2 - (\omega/\omega_1^*)^2] \cdot [1 - (\omega/\omega_2^*)^2] - \mu \cdot (\omega_2^*/\omega_1^*)^2} . \quad (3.5b)$$

Iz prethodnih izraza, u kojima ω označava ukupnu frekvenciju sustava, trivijalno se može odrediti odgovarajuća potrebna frekvencija prigušivača pri kojoj bi relativni pomaci bili najmanji. Naime, uvrstimo li:

$$\omega = \omega_2^* , \quad (3.6)$$

u izraz (3.5a) vidimo da pomak konstrukcije u_{10} ne samo da se smanjuje već potpuno iščezava (slika 3.3.).



Slika 3.3. Ovisnost pomaka konstrukcije o omjeru ω/ω_2^*

Zaključujemo da za neprigušene sustave (ili sustave sa malim prigušenjem, poput visokih zgrada) uopće ne dolazi do gibanja konstrukcije ukoliko je frekvencija prigušivača tako podešena da odgovara frekvenciji ukupnog sustava.

Iz Hookeovog je zakona poznato da je sila u opruzi proporcionalna njenom produljenju [27]. Iz prethodnog možemo definirati silu kojom prigušivač mase m_2 djeluje na osnovni sustav:

$$P_0^* = k_2 \cdot u_{20} . \quad (3.7)$$

Kako bi pomak osnovnog sustava bio $u_{10} = 0$, suma sila koje djeluju na taj sustav također treba biti jednaka nuli tj. sila P_0^* treba biti jednakog iznosa i suprotnog smjera od sile P_0 . Slijedi:

$$-P_0 = k_2 \cdot u_{20} . \quad (3.8)$$

Ranije smo zaključili da je prigušivač najučinkovitiji kad mu frekvencija titranja odgovara ukupnoj frekvenciji sustava (3.6). Uvažavajući izraze (3.6) i (3.4) dobivamo:

$$m_2 = \frac{-P_0}{\omega^2 \cdot u_{20}} . \quad (3.9)$$

Poznavajući vanjsku silu P_0 koja djeluje na konstrukciju, njezinu vlastitu frekvenciju ω , te dopušteni pomak prigušivača (definiran prostorom unutar konstrukcije) u_{20} , dobivamo potrebnu masu prigušivača m_2 .

Prethodno navedeni parametri nisu jedini pri određivanju mase prigušivača. Očito je da prigušivač vrlo velike mase predstavlja problem u izvedbi isto kao i prigušivač za koji se zahtjeva veliki pomak. O masi prigušivača ovisi i njegovo operativno područje. Ako smanjimo masu prigušivača smanjuje se i omjer masa prigušivača i konstrukcije μ što dovodi do sužavanja operativnog područja tog prigušivača [6].

Dobiveni parametri za linearni sustav (slika 3.2. – desno) mogu se primijeniti i za matematički model u obliku njihala. Kao što je kod opruge frekvencija titranja povezana s njezinom krutosti k , tako je kod njihala ona povezana s njegovom duljinom l . Dakle, poznavajući potrebnu frekvenciju prigušivača, lako se određuje duljina analognog njihala. Znamo da period njihala glasi

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} , \quad (3.10)$$

a kružna frekvencija jednaka je

$$\omega_N = \frac{2 \cdot \pi}{T} = \sqrt{\frac{g}{l}} . \quad (3.11)$$

Prethodno smo pokazali da frekvencija njihala ω_N treba biti jednaka frekvenciji ukupnog sustava ω da bi njihalo bilo najučinkovitije. Uvažavajući tu jednakost, iz izraza (3.11) dobivamo izraz za potrebnu duljinu njihala:

$$l = \frac{g}{\omega^2}, \quad (3.12)$$

gdje je g gravitacijsko ubrzanje zemljine sile teže.

3.3. Sažetak prethodnih istraživanja na području TMD-a

Prema J. P. Den Hartogu, sveučilišnom profesoru na MIT-u, istraživanja na području prigušivača s usklađenom masom započela su već 1909. godine [28]. Od tada pa do danas istražuje se učinak TMD-a za različite oblike opterećenja. Već u samim počecima ispitivanja znalo se da su vrlo korisni kod smanjenja učinka harmonijski promjenjivih djelovanja, no postojala je težnja za njihovom poboljšanjem kako bi se postigao dobar učinak i kod potresnog, stohastički promjenjivog, djelovanja.

U prvim istraživanjima promatralo se kako parametri

$$f = \frac{\omega_2^*}{\omega_1^*}, \quad \xi = \frac{c}{2 \cdot m \cdot \omega_2^*}, \quad \mu = \frac{m_2}{m_1}, \quad (3.13)$$

utječu na smanjenje odgovora konstrukcije prilikom potresnog opterećenja. Pritom je f omjer frekvencija prigušivača i konstrukcije, ξ je koeficijent prigušenja samog prigušivača, dok je μ omjer mase prigušivača prema masi cijele konstrukcije. Nakon tih istraživanja nije došlo do egzaktnog zaključka o ponašanju TMD-a u ovisnosti o tim parametrima.

Godine 1981. Norvežanin A.M. Kaynia i njegovi suradnici dolaze do zaključka da je smanjenje pomaka konstrukcije najveće kad je zadovoljen uvjet $f = 1$. Također su na temelju svojih istraživanja zaključili da se s povećanjem perioda i prigušenja same konstrukcije smanjuje učinak TMD-a.

J. R. Sladek i R. E. Klingner promatrali su ponašanje TMD-a na krovu 25-erokatnice te su predložili sljedeće vrijednosti parametara:

$$f = \frac{1}{1 + \mu}, \quad \xi = \sqrt{\frac{3 \cdot \mu}{8 \cdot (1 + \mu)}}, \quad (3.14)$$

uz koje su postigli minimalan odgovor konstrukcije za sinusoidno opterećenje.

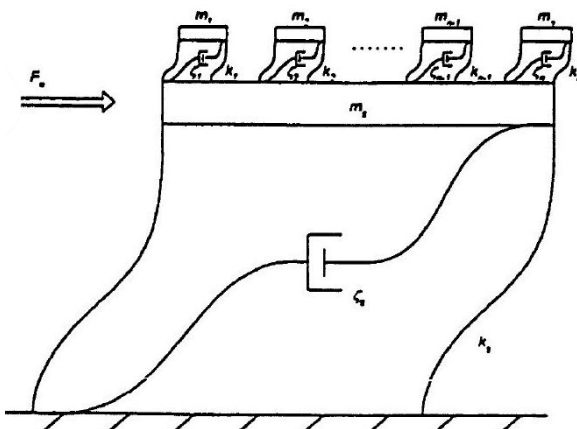
Prvo uspješno istraživanje TMD-a za seizmičko opterećenje predstavili su P. H. Wirsching i J. T. P. Yao koji su odredili prvi mod odgovora konstrukcije za nestacionarno ubrzanje podloge [28]. Prigušenje konstrukcije bilo je 2%, dok je masa prigušivača bila

jednaka polovici mase jednog kata, a $f = 1$. Najveća redukcija odgovora konstrukcije postignuta je s koeficijentom prigušenja $\xi = 0,2$. Na temelju tog istraživanja provedeno je još nekoliko te se po prvi put došlo do zaključka da TMD ima vrlo dobar učinak u smanjenju odgovora konstrukcije.

Sredinom 20. stoljeća pojedini istraživači predstavili su koncept "potrošnog zadnjeg kata" građevine čija bi se frekvencija podesila tako da se ona ponaša kao TMD. U slučaju jačeg potresa ona bi na sebe preuzela većinu gibanja dok bi gibanje konstrukcije ispod bilo znatno reducirano. Prilikom potresa zadnji bi kat pretrpio velika oštećenja te bi se na taj način "žrtvovao" za ostatak nosive konstrukcije. Budući da takav koncept nije ekonomičan zbog nemogućnosti boravka ljudi u zadnjem katu, u kasnijim istraživanjima teži se otkriću sustava koji bi istovremeno imao i visoku čvrstoću i duktilnost te na taj način omogućio boravak ljudi u zadnjem katu. Osim "potrošnog zadnjeg kata" kao koncept predstavljen je i "mekani prvi kat" koji bi odmah pri dnu građevine apsorbirao energiju potresa. Taj koncept nije praktičan za visoke zgrade jer predstavlja problem sigurnosti i stabilnosti zgrade.

U novije vrijeme sve se češće ispituje učinak sustava koji se sastoji od više prigušivača s usklađenom masom (eng. Multiple Mass Dampers, MMD). Nekoliko istraživača došlo je do zaključka da su MMD sustavi učinkovitiji od TMD-a. Naime, TMD je moguće prilagoditi tako da on prigušuje samo usko područje frekvencija, dok MMD sustav ima mogućnost prigušenja više različitih područja frekvencija. Kako bi istraživanja na području MMD-a bila što učinkovitija, uvode se osnovni pojmovi kojima se opisuju takvi sustavi [26]:

- učinkovitost – smanjenje vrha funkcije odgovora konstrukcije za zadano opterećenje;
- robusnost – mogućnost funkcioniranja i dobrog ponašanja sistema unatoč blagim greškama u podešavanju njegovih parametara;
- redundancija – sposobnost učinkovitosti sustava kada jedan ili više prigušivača nisu u funkciji.



Slika 3.4. Sustav prigušivača s usklađenom masom [26]

Jedno od posljednjih istraživanja na području prigušivača s usklađenom masom predstavljeno je na Svjetskoj konferenciji potresnog inženjerstva u Kini 2008. U tom istraživanju naglasak je stavljen na elasto-plastične prigušivače s usklađenom masom [29]. Jasno je da se povećanjem mogućnosti disipacije energije TMD-a povećava i njegova učinkovitost u kontroli ukupnog odgovora konstrukcije. Elasto-plastični TMD ulazi u plastično područje nakon određenog elastičnog pomaka te na taj način disipira veću količinu energije. U istraživanju je također pokazano da optimalni parametri elasto-plastičnog TMD-a mogu biti potpuno drugačiji od parametara za elastični TMD te ih je vrlo teško odrediti. Autor članka poziva istraživače na daljnja istraživanja u tom području u svrhu pronalaženja optimalnih parametara za elasto-plastične prigušivače s usklađenom masom.

3.3.1. Građevine sa ugrađenim TMD-om

Prigušivači s usklađenom masom se u novije vrijeme sve češće ugrađuju u konstrukcije. Većinom su to vrlo visoke zgrade ili ovješene konstrukcije čije je vibracije vrlo teško prigušiti klasičnom izvedbom prigušivača. Neke od značajnijih građevina s ugrađenim TMD-om su:

- *Akashi Kaikyo Bridge* (raspon 1991 m) – Japan, 1998.
- *Burj al-Arab* (320,96 m) – Ujedinjeni Arapski Emirati, 1999.
- *London Millennium Bridge* – Velika Britanija, 2000.
- *Taipei 101* (509,2 m) – Taiwan, 2004.
- *Shangai World Financial Center* (494,4 m) – Kina, 2008.
- *Tokyo Sky Tree* (634,0 m) – Japan, 2012.

U Taipei 101 ugrađen je jedan od najvećih TMD-a na svijetu, mase 730 t (slika 3.5.). U most Akashi Kaikyo ugrađeno je njihalo kao prigušivač s usklađenom masom. Zanimljiv je podatak da je u Burj al-Arab ugrađeno 11, a u London Millennium Bridge čak 52 prigušivača s usklađenom masom.



Slika 3.5. Prigušivač s usklađenom masom (Taipei 101)

4. PRIGUŠIVAČI S USKLAĐENIM GIBANJEM TEKUĆINE

Prigušivač s usklađenim gibanjem tekućine (eng. Tuned Liquid Damper, TLD) je djelomično napunjen spremnik s tekućinom koji se postavlja pri vrhu konstrukcije, a koristi se kao apsorber vibracija kako bi se smanjilo dinamičko gibanje konstrukcije [30]. Kao tekućina kojom se puni spremnik najčešće se koristi voda tako da će se u daljnjem tekstu koristi riječ „voda“ umjesto „tekućina“. Njihova primjena predložena je krajem 80-ih, a prva praktična primjena započela je početkom 90-ih godina prošlog stoljeća [31]. Prednosti ovakvih sustava prigušenja su: niska cijena ugradnje i održavanja, jednostavna instalacija u postojeće konstrukcije, prilagodljivost privremenoj uporabi, niska razina oscilacija potrebnih za aktivaciju i neograničenost na samo jedan smjer pobude [32]. Zbog niske razine pobude potrebne za aktivaciju ovakvih sustava, oni su posebno primjenjivi za smanjenje vibracija uzrokovanih vjetrom kada su amplitude pomaka konstrukcije male. Istraživanja pokazuju da i pri visokim razinama amplituda pomaka, na primjer kod potresa, TLD predstavlja učinkovit sustav prigušenja [7]. Ponašanje vode u spremniku tada postaje izrazito nelinearno i može doći do loma vala na stijenkama spremnika. Opisivanje takvog ponašanja se vrši ekstrapolacijom linearnog modela, dobivenog korištenjem teorije plitkovodnih valova, uvođenjem empirijskih koeficijenata [32,8] ili zamjenom TLD-a s ekvivalentnim TMD-om kojem je pridruženo nelinearno prigušenje [33].

Voda u spremniku se na temelju odnosa dubine i valne duljine u smjeru gibanja može podijeliti na duboku ili plitku [34]. TLD se može klasificirati kao dubokovodni ako je ispunjen uvjet [35]:

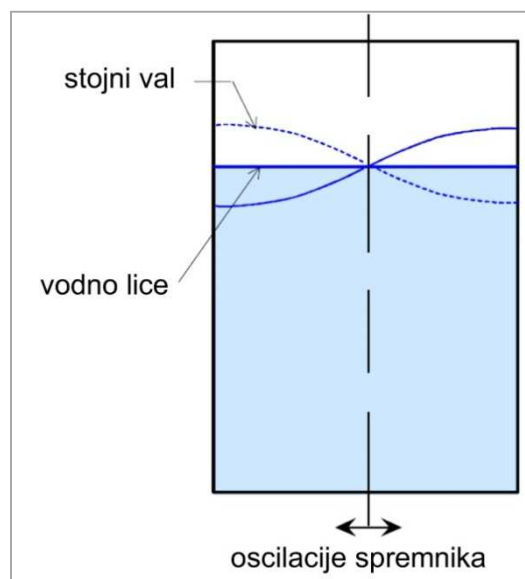
$$\frac{h}{a} \geq 0,15, \quad (4.1)$$

gdje je h dubina vode u spremniku, a a duljina spremnika u smjeru pobude. Kod duboke vode nema interakcije vala s dnom i parametri gibanja površine vode ne ovise o dubini. Međutim, kad je dubina vode velika u odnosu na valnu duljinu, velik dio vode prilikom oscilacija ostaje nepomičan i zapravo postaje dodatna masa. TLD-ovi s plitkom vodom najbolje iskorištavaju sudjelovanje vode u procesu prigušenja i oni će se opisivati u daljnjem tekstu.

Osim klasične izvedbe u obliku spremnika s vodom razvijen je i sustav s vodom smještenom u cijevi oblika slova U (eng. Tuned Liquid Column Damper, TLCD) [36]. Ovi prigušivači funkcioniraju tako da se voda prilikom oscilacija premješta iz jednog u drugi stupac. Prolaskom vode kroz posebno dizajniran propust u središnjem dijelu disipira se energija i dolazi do postupnog prigušenja oscilacija.

4.1. Dinamičko ponašanje vode u oscilirajućem spremniku

Klasični prigušivači s usklađenim gibanjem vode koriste efekt *sloshinga* (hrv. bljuzganje, prelijevanje). *Sloshing* je pojava stvaranja stojnog vala na površini vode kad spremnik djelomično napunjen vodom započne oscilirati [37]. Ovakav stojni val je shematski prikazan na slici 4.1.. Stojni val se podiže na jednoj strani spremnika, a spušta se na suprotnoj te se nakon toga polovica vala koja se podigla počinje spuštati, a polovica koja se spustila se počinje podizati. Matematički opis gibanja vode u spremniku, koji se može naći u radovima Dodgea [37] i Suna [32], spada u područje složene hidromehanike i u ovom radu se neće navoditi.



Slika 4.1. Stojni val na površini vode u spremniku [37]

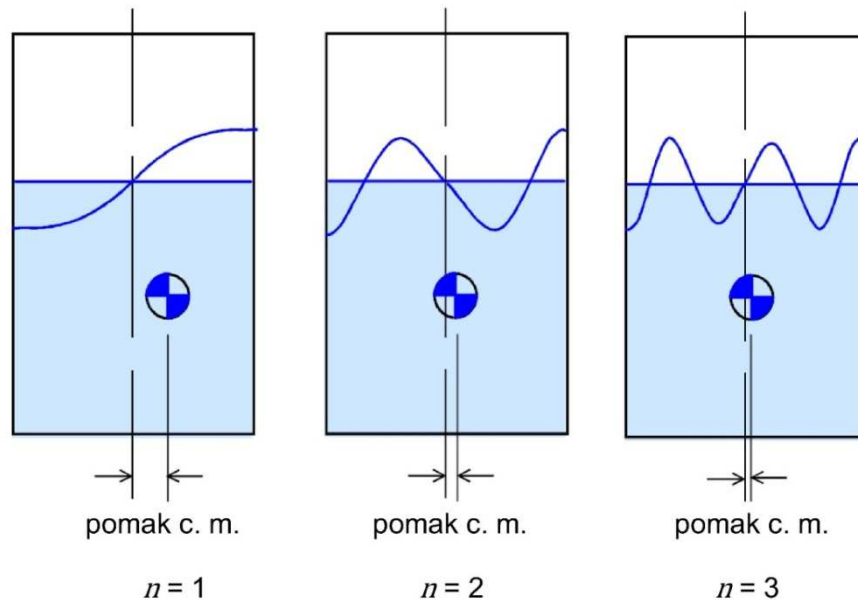
Oscilacije stojnog vala imaju vlastitu frekvenciju koja ovisi o dubini vode i obliku spremnika. Za pravokutni spremnik vlastite frekvencije pojedinih oblika (modova) stojnih valova površine vode se mogu odrediti po izrazu [32]:

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2n-1}{a} \cdot \pi \cdot g \cdot th\left(\frac{\pi \cdot h}{a}\right)}, \quad (4.2)$$

gdje je ω_n kružna vlastita frekvencija moda n , a duljina spremnika u smjeru oscilacija, g ubrzanje sile teže, a h dubina vode u spremniku. Za $n = 1$ dobivamo osnovnu vlastitu frekvenciju:

$$f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\pi \cdot g}{a} \cdot th\left(\frac{\pi \cdot h}{a}\right)}. \quad (4.3)$$

Stojni val koji nastaje na površini vode za $n = 1$ ima nul-točku na osi simetrije spremnika, pozitivni vrh na jednoj strani i negativni vrh na drugoj strani spremnika. Za $n > 1$ postoje i vrhovi između stijenki, a broj unutanih vrhova se povećava s povećanjem n [37] (Slika 4.3.).

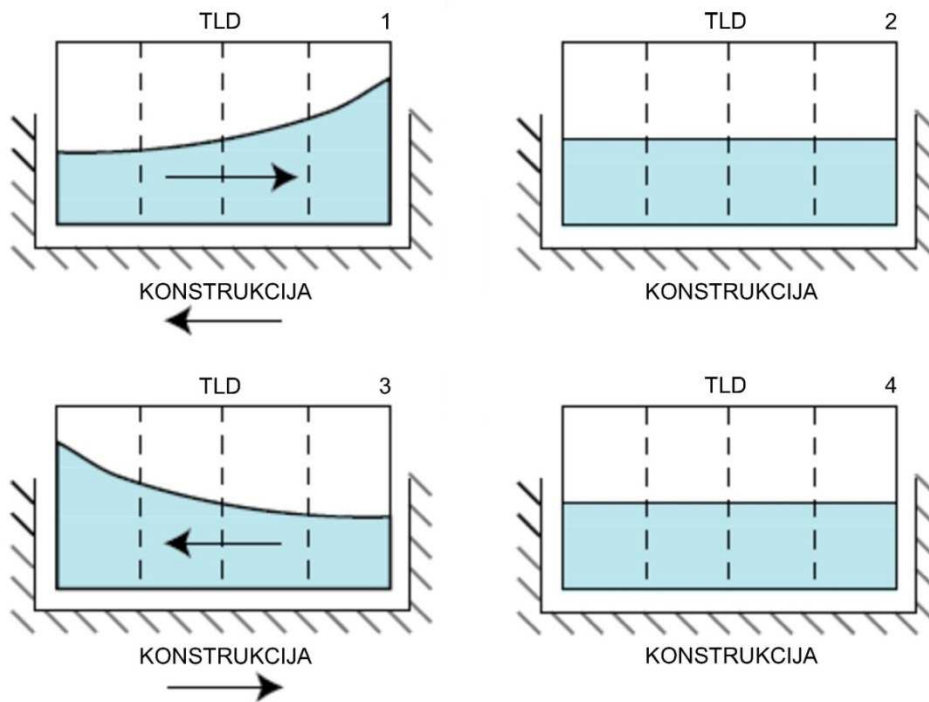


Slika 4.2. Prva tri moda stojnih valova površina [37]

Iz slike 4.2. je vidljivo da je pomak centra mase vode za prvi mod značajno veći od drugih modova pri istoj maksimalnoj amplitudi. Budući da je pomak centra mase uzrok sila i momenata izazvanih *sloshingom*, osnovni mod uzrokuje puno veće sile i momente od drugih modova. Zbog toga se TLD dizajnira tako da je frekvencija prvog moda oscilacija površine vode bliska prvoj vlastitoj frekvenciji konstrukcije koju želimo prigušiti. Ispitivanja su pokazala da je pri velikoj amplitudi pobude dobro da je vlastita frekvencija TLD-a podešena tako da je nešto manja od vlastite frekvencije konstrukcije zbog nelinearnih efekata koji se javljaju pri takvoj razini amplituda [8].

4.2. Princip rada prigušivača s usklađenim gibanjem tekućine

Kad konstrukcija počne oscilirati, pokreće se voda u spremniku. Stvaranjem valova, TLD apsorbira dio energije oscilacija konstrukcije. Tok energije iz konstrukcije u prigušivač se naziva mehanizam apsorpcije energije [34]. Promjenom faze oscilacija konstrukcije putem mehanizma apsorpcije, prigušivač mijenja dinamičke karakteristike konstrukcije. Prigušivač ima određeno unutarnje prigušenje te se apsorbirana energija disipira prilikom gibanja vode.



Slika 4.3. Princip rada TLD-a [38]

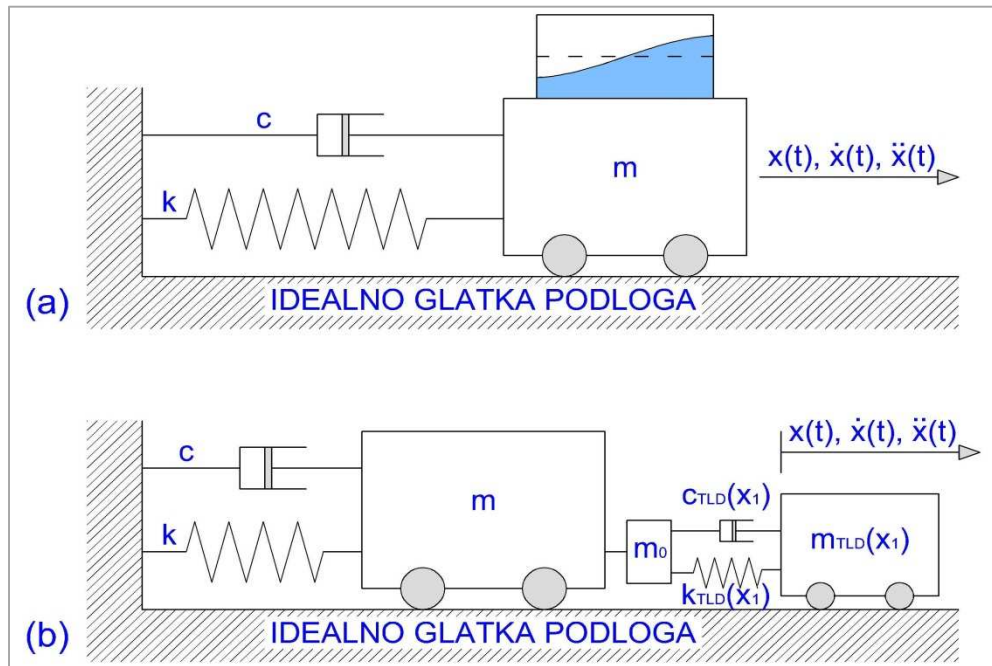
Na slici 4.3. prikazan je osnovni princip gibanja tekućine. Konstrukcija počne oscilirati uslijed nastupanja određene pobude. Val na površini vode u TLD-u se zbog inercije tekućine giba u suprotnu stranu u odnosu na pomak konstrukcije. Energija utrošena na pokretanje vala se oduzima od energije oscilacija konstrukcije, čime se reducira veličina oscilacija. Apsorbirana energija se disipira unutar TLD-a zbog viskoznosti same tekućine, trenja sa stijenkama spremnika, a često se ugrađuju i žičane mreže (mreže za prigušenje) okomito na smjer gibanja tekućine koje doprinose disipaciji. Do disipacije kod velikih amplituda može doći i uslijed loma valova. Nakon prestanka djelovanja pobude, konstrukcija prestaje oscilirati i tekućina u spremniku se smiruje.

4.3. Modeliranje TLD-a ekvivalentnim linearnim mehaničkim sustavom

Kad je spremnik potpuno napunjen vodom, kao u vodotornju, tekućina se može modelirati kao kruto tijelo. TLD nikad neće biti potpuno napunjen vodom i stoga ga možemo modelirati jedino masama koje mogu oscilirati. Promatramo li samo linearnu teoriju *sloshinga*, pod pretpostavkom da su stijenke spremnika apsolutno krute, TLD možemo modelirati linearnim mehaničkim sustavom. Parametri takvog modela ovise o obliku spremnika i svojstvima tekućine.

Tekućina u spremniku se može modelirati s više masa, od kojih je jedna kruto vezana za stijenke, a ostale su povezane s oprugama (slika 4.4.). Kruto vezana masa m_0 predstavlja

Na ovaj način zapravo zamjenjujemo TLD ekvivalentnim TMD-om s jednim stupnjem slobode. Prednost zamjene TLD-a mehaničkim modelom je relativno lagano uvođenje prigušenja u model preko linearnog viskozno prigušivača u obliku klipa. Kad je prigušenje nekog sustava malo tada je prihvatljivo modelirati takvo prigušenje linearnim modelom. Prigušenje vode je u uz ugradnju dodatnih mreža za prigušenje 5%, a same vode značajno manje od 1% [37]. Zbog tako malog prigušenja prihvatljivo je prigušenje vode modelirati kao linearno.



Slika 4.5. Zamjena modela konstrukcije s TLD-om (a) modelom konstrukcije s TMD-om (b)

Pri velikim amplitudama pobude ponašanje TLD-a postaje nelinearno. Za opis takvog ponašanja predložen je model TMD-a s nelinearnim funkcijama krutosti i prigušenja [34]. Krutost i prigušenje određuju se eksperimentalno na način da je ukupna disipacija energije ekvivalentnog TMD-a jednaka onoj od TLD-a.

5. CILJEVI ISTRAŽIVANJA

Cilj ovog istraživanja je konstruirati model koji će s dovoljnom točnošću aproksimirati dinamičko ponašanje visoke zgrade, na kojem će se provesti dinamička ispitivanja. Provedbom eksperimentalne modalne analize na konstruiranom modelu utvrdit će se njegovi modalni parametri: vlastite frekvencije, modalni oblici i koeficijenti prigušenja. Nadalje, eksperimentalno dobiveni modalni parametri usporedit će se s onima dobivenim numeričkim modelom.

Nakon provedene modalne analize tijekom daljnjeg istraživanja usmjerit će se na ispitivanje utjecaja njihala i spremnika s vodom kao prigušivača. Očekuje se da će njihalo pričvršćeno na vrhu modela, čija je frekvencija usklađena s prvom vlastitom frekvencijom modela, djelovati kao prigušivač s usklađenom masom (TMD) kojim će se postići smanjenje akceleracija i relativnih pomaka vrha modela. U drugoj varijanti, njihalo će biti zamijenjeno spremnikom vode (TLD) čiji će se učinak ocijeniti na isti način kao i kod njihala.

Budući da ovi prigušivači dodaju stupanj slobode sustavu, u dijagramu pomaka u ovisnosti o frekvenciji očekuje se pojava dva vrha u okolini vlastite frekvencije modela bez prigušivača, čije će amplitude biti manje od amplitude jednog vrha modela bez prigušivača. Širina operativnog područja njihala, koje se nalazi između ta dva vrha, bit će ovisna o omjeru mase njihala i konstrukcije, tako da se očekuje povećanje operativnog područja povećanjem ovog omjera.

Osim mjerenja akceleracija i relativnih pomaka modela, odredit će se i usporediti koeficijenti prigušenja oscilacija sustava s prigušivačima i bez njih.

6. EKSPERIMENTALNI RAD

Prvi korak ovog ispitivanja bio je određivanje parametara adekvatnog modela konstrukcije. Cilj je bio napraviti takav model koji bi prilikom dinamičkih ispitivanja oscilirao u domeni realnih, ali lako mjerljivih pomaka. Maksimalna masa koju možemo postaviti na uređaj za nanošenje pobude, kao i njegove dimenzije, bili su dodatni ograničavajući faktor. Prije konačnog odabira modela konstrukcije napravljen je jednostavan numerički model u programu SAP2000 [39]. Na temelju rezultata iz numeričkog modela odabrane su dimenzije i materijal elemenata kojima se postiže željena krutost i pomaci modela.

6.1. Model konstrukcije

Geometrijske karakteristike ispitivanog modela podešene su tako da odgovaraju modelu visoke zgrade. Odabrana je okvirna konstrukcija dimenzija prikazanih u tablici 6.1..

Tablica 6.1. Dimenzije ispitivanog modela

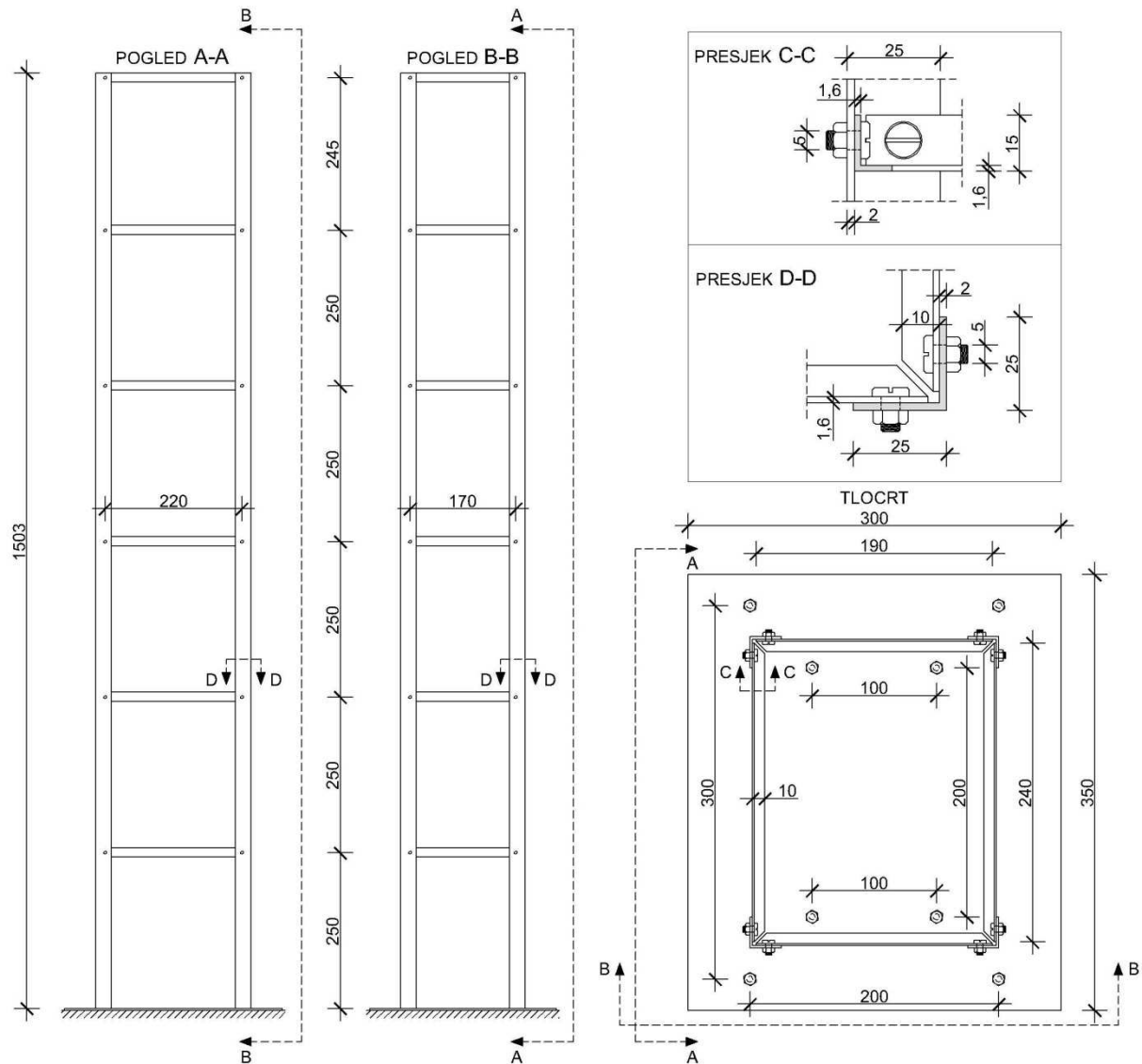
DIMENZIJA	OZNAKA	VRIJEDNOST
visina	H	1500 [mm]
širina u x smjeru	b_x	250 [mm]
širina u y smjeru	b_y	200 [mm]
visina kata	h	250 [mm]
promjer vijaka	\emptyset	5 [mm]
broj katova	N	6

Poprečni presjek stupova i prečki je odabran kao L-profil zbog zadovoljavajuće krutosti i jednostavnijeg spajanja. Dimenzije poprečnih presjeka prikazane su u tablici 6.2..

Tablica 6.2. Dimenzije poprečnog presjeka

ELEMENT	DULJINA KRAKOVA [mm]	DEBLJINA KRAKOVA [mm]	POVRŠINA POPREČNOG PRESJEKA [mm ²]
stup	25	2,0	96,00
prečka	10/15	1,6	37,44

Model je pravokutnog poprečnog presjeka i sastoji se od 4 stupa (1 stup u svakom kutu) koji su zavareni na aluminijsku ploču debljine 3 mm. Na svakom katu su postavljene po 4 prečke (ukupno 24) koje su sa stupovima povezane vijcima promjera 5 mm. Budući da su prečke i stupovi relativno malih dimenzija nije se koristilo zavarivanje jer bi ono izazvalo znatna unutarnja naprezanja u elementima. Zbog velikih dimenzija vijaka i matica te visokog momenta kojim su pritegnuti, na spojevima prečke i stupa ostvaren je gotovo upeti spoj.



Slika 6.1. Nacrt ispitivanog modela

Za potrebe ispitivanja korištene su dvije varijante gravitacijskog opterećenja: u prvoj varijanti to je bila samo vlastita težina okvira konstrukcije dok je u drugoj varijanti na svaki kat dodana masa od 1 kg.

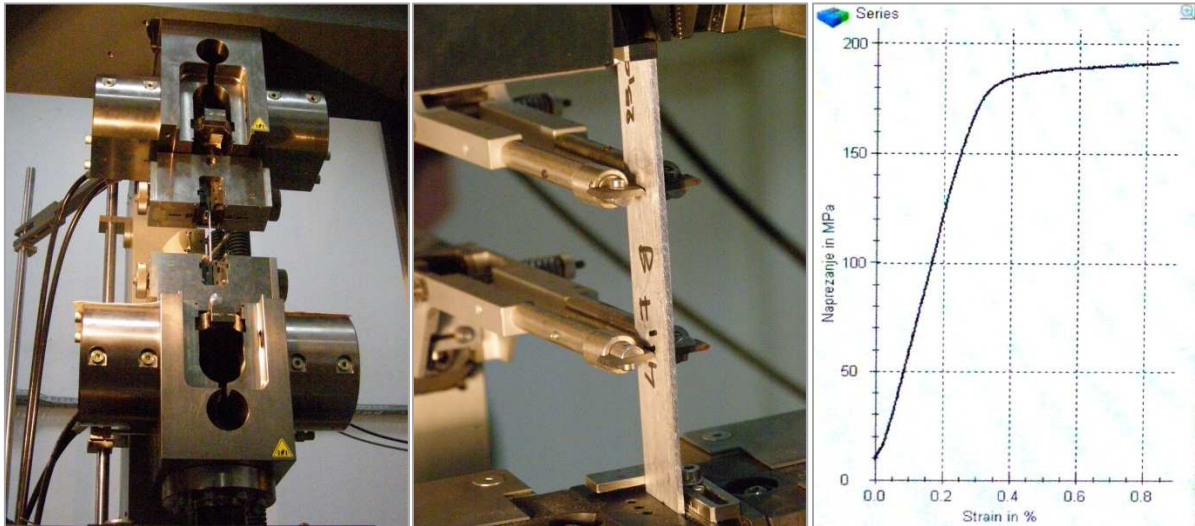
6.1.1. Korišteni materijali

Da bi se postigla mala krutost modela, koja bi rezultirala nižom vlastitom frekvencijom sustava, za izradu modela korišten je aluminij. Specifična gustoća aluminija iznosi $2,7 \text{ g/cm}^3$, a modul elastičnosti određen je eksperimentalno vlačnim ispitivanjem na kidalici. Mjerenje vlačne sile vršeno je na kidalici dok je produljenje uzorka mjereno ekstenzometrom (slika 6.2.). Vlačno naprezanje i relativna deformacija određeni su pomoću izraza:

$$\sigma = \frac{F}{A_0}, \quad (6.1)$$

$$\varepsilon = \frac{l - l_0}{l_0}, \quad (6.2)$$

gdje je F izmjerena vlačna sila, A_0 površina poprečnog presjeka uzorka, l_0 početna, a l konačna duljina uzorka. Dijagram ovisnosti naprežanja o relativnoj deformaciji dobiven je pomoću računala te je za pojedine uzorke određen modul elastičnosti mjerenjem nagiba linearnog dijela dijagrama. Mjerenje je izvršeno na 9 uzoraka te je dobivena srednja vrijednost modula elastičnosti $E = 68\,000 \text{ N/mm}^2$ koja je korištena u numeričkom modelu.



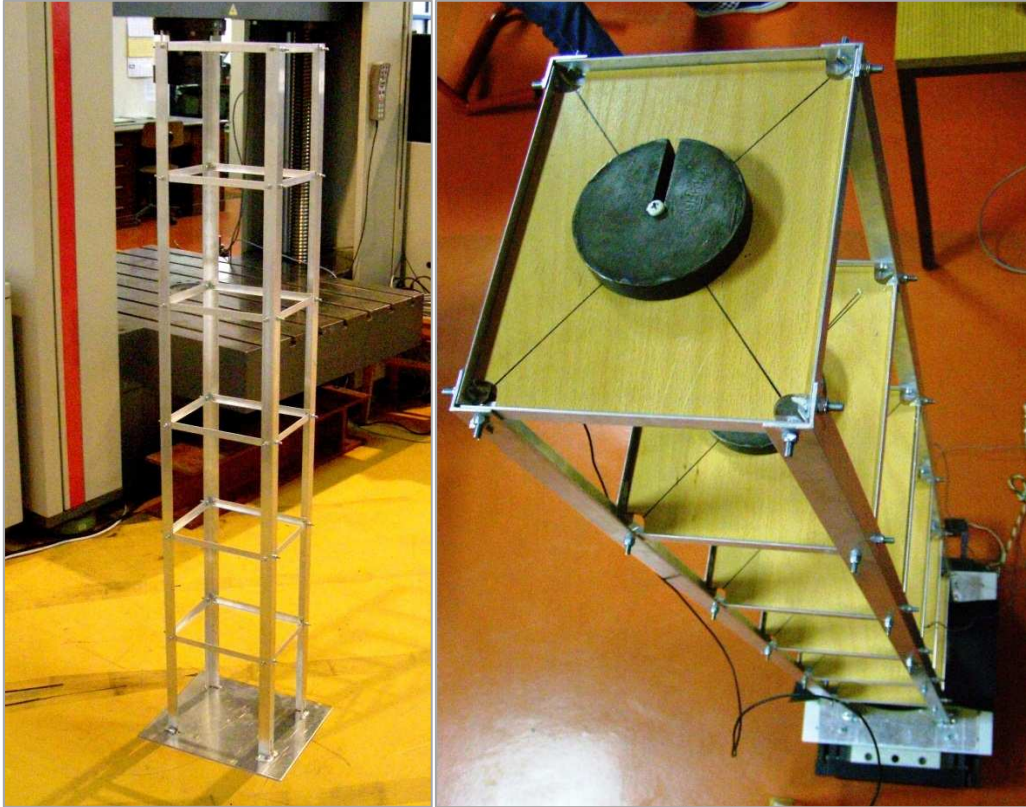
Slika 6.2. Postupak ispitivanja modula elastičnosti: kidalica (lijevo), ekstenzometar (sredina), dobiveni dijagram (desno)

Vijci M5 su izrađeni od čelika te su, zbog vibracija prilikom eksperimenta, za pritezanje korištene završne matice s posebnom gumom duž navoja što ih čini neosjetljivim na vibracije.

Međukatna konstrukcija izvedena je od drvenih ploča debljine 5 mm. Da bi se izbjeglo sudjelovanje ploča u krutosti konstrukcije, spoj ploče i prečke ostvaren je na način da je ploča samo naslonjena na prečke te povezana silikonskom masom u diskretnim točkama.

6.1.2. Model bez prigušivača

Kako bi mogli odrediti učinkovitost prigušivača u obliku njihala i spremnika s vodom, potrebno je rezultate ispitivanja modela s prigušivačima usporediti s rezultatima ispitivanja kontrolnog uzorka bez prigušivača (slika 6.3.).



Slika 6.3. Model bez prigušivača: bez dodatne mase (lijevo)
i s 1 kg tereta na svakom katu (desno)

Kako bi pokazali utjecaj mase konstrukcije na njezine vlastite frekvencije, model bez prigušivača ispitan je u dvije varijante:

- **varijanta A1**

U prvoj varijanti ukupnu masu modela činili su samo njegovi nosivi elementi (stupovi, prečke) te elementi spojeva (vijci, maticе). Zbog male debljine profila i relativno male gustoće aluminija ovaj model je imao ukupnu masu od 2300 g tako da je postignut relativno visok omjer krutosti i mase, zbog čega je bilo za očekivati da će se vlastiti oblici nalaziti na višim frekvencijama.

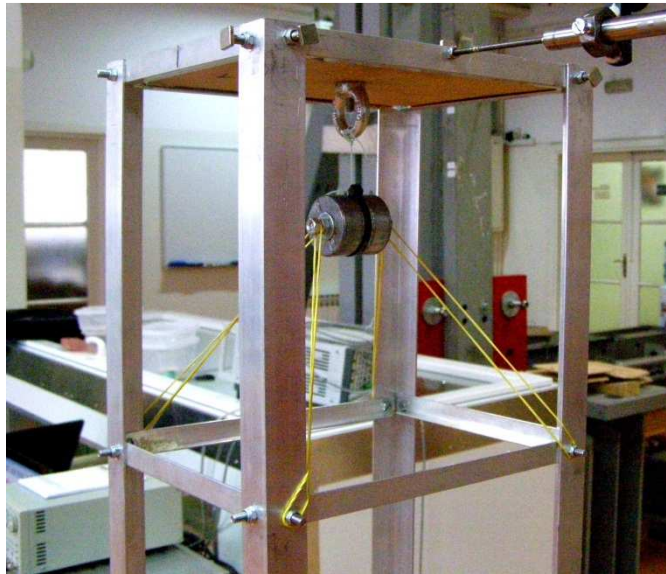
- **varijanta A2**

Za drugi slučaj opterećenja na svaki je kat dodana drvena ploča debljine 5 mm, mase 157 g na koju je vijkom pričvršćen uteg u obliku valjka mase 1000 g, promjera 10 cm i visine 1 cm. Na taj je način ukupna masa konstrukcije povećana za gotovo 7 kg što čini oko 300% početne mase. Ukupna masa modela za varijantu A2 iznosi je iznosila 9250 g.

Na prethodna dva načina opterećivani su prilikom ispitivanja i model s njihalom i model sa spremnikom vode na vrhu.

6.1.3. Model s njihalom

Kao prigušivač s usklađenom masom na ovom modelu korišteno je njihalo mase 500 g pričvršćeno na najvišem katu modela konstrukcije u njegovoj težišnoj osi. Njihalo je ovješeno užetom i povezano sa stupovima elastičnim gubicama koje su se prilikom oscilacija modela ponašale kao opruge te su djelovale kao njegovi prigušivači. Zbog utjecaja elastičnih gumatica, korišteno njihalo ne možemo nazvati klasičnim jer je njegova frekvencija ovisila o njihovoj napetosti. Skraćivanjem, odnosno produljenjem užeta na kojem visi njihalo, omogućeno je mijenjanje njegove vlastite frekvencije.



Slika 6.4. Model konstrukcije s njihalom

Model s njihalom također je ispitivan u dvije varijante opterećenja analogno modelu bez prigušivača. U ovom slučaju varijante su nazvane:

- **varijanta B1** (model s njihalom bez dodatne mase);
- **varijanta B2** (model s njihalom i utezima od 1 kg na svakom katu).

6.1.4. Model sa spremnikom vode

Na zadnjem katu ovog modela postavljen je spremnik s vodom koji služi kao prigušivač s usklađenim gibanjem tekućine. Ulogu spremnika s vodom imala je plastična posuda zalijepljena na najviši kat konstrukcije širine 13 cm i duljine 18 cm, koja se može grubo aproksimirati pravokutnim spremnikom. Promjenom orijentacije posude i količine, odnosno visine vode u njoj omogućeno je mijenjanje frekvencije prvog oblika *sloshinga* vode po izrazu (4.3). Model konstrukcije s prigušivačem u obliku spremnika s vodom prikazan je na slici 6.5..



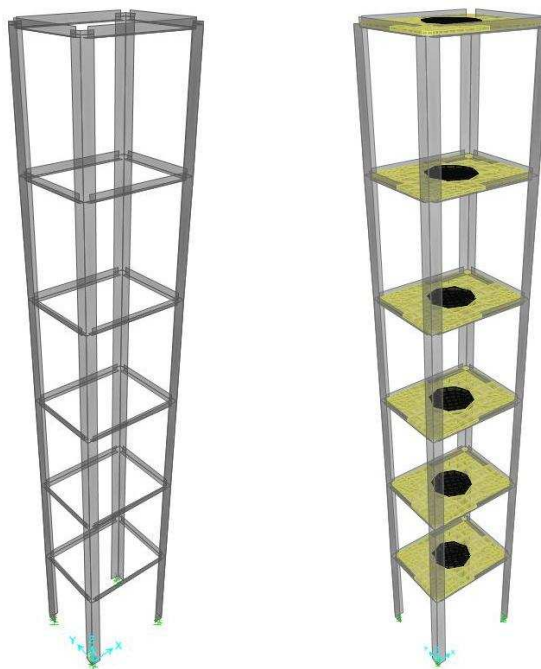
Slika 6.5. Model konstrukcije sa spremnikom vode

Dvije varijante opterećenja ovog modela bile su:

- **varijanta C1** (model s količinom vode u spremniku 0,4 L, bez dodatne mase);
- **varijanta C2** (model s količinom vode u spremniku 1,0 L, s dodatnom masom).

6.1.5. Numerički modeli

U svrhu usporedbe eksperimentalno dobivenih rezultata (vlastitih frekvencija, modalnih oblika i pomaka konstrukcije) s numeričkim rezultatima izrađen je numerički model konstrukcije u programu SAP2000.



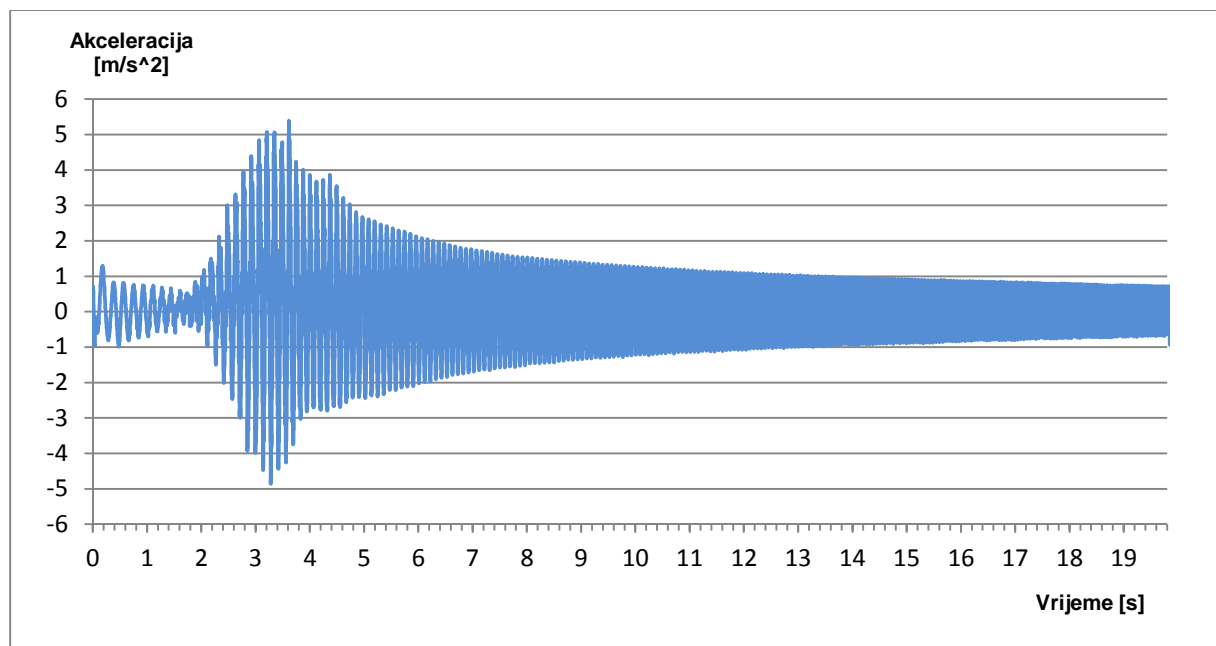
Slika 6.6. Numerički model konstrukcije bez dodatne mase (lijevo) i s utezima od 1 kg (desno)

Okvir konstrukcije modeliran je štapnim elementima dok je međukatna konstrukcija drvenih ploča na kojoj se nalaze utezi modelirana plošno te je slobodno oslonjena na prečke. Elementi su modelirani s poprečnim presjekom jednakim stvarnom modelu te je materijal definiran kao aluminij modula elastičnosti dobivenog eksperimentalnim ispitivanjem. Budući da u realnim uvjetima potpunu upetost nije moguće ostvariti vijcima (koji spajaju prečke sa stupovima) ili zavarenim spojem (kojim su stupovi povezani s aluminijskom pločom), ti spojevi modelirani su oprugama. Kalibracijom numeričkog modela na temelju eksperimentalnih rezultata određene su sljedeće krutosti spojeva:

- krutost spoja prečke i stupa na zaokretanje – 60 kNm po jediničnom zaokretu;
- krutost spoja stupa i ploče na zaokretanje – 60 kNm po jediničnom zaokretu;
- krutost spoja stupa i ploče na pomak u vertikalnom smjeru – 600 N/mm.

U numeričkom modelu provedena je modalna analiza kojom su dobiveni modalni oblici i vlastite frekvencije modela koje su uspoređivane s eksperimentalno dobivenim rezultatima.

Da bi pomaci vrha konstrukcije u numeričkom modelu bili usporedivi s eksperimentalno dobivenim pomacima, funkcije opterećenja numeričkog i eksperimentalnog modela trebaju biti jednake. Prilikom vršenja eksperimenta istitravanjem modela na pobuđivač je postavljen akcelerometar kojim smo mjerili funkciju pobude tj. akceleraciju podloge na koju je pričvršćen model. Izmjerena funkcija akceleracije (slika 6.7.) se zatim unosi u program SAP2000 i predstavlja opterećenje ekvivalentno onom iz eksperimenta.



Slika 6.7. Funkcija akceleracije pobuđivača

6.2. Metode ispitivanja

Da bi mogli ispitati utjecaj njihala i spremnika s vodom na prigušenje modela, prvo je potrebno provesti eksperimentalnu modalnu analizu kojom se određuju njegovi modalni oblici i vlastite frekvencije kojima se tada usklađuju parametri prigušivača. Stoga je eksperimentalni rad proveden u dvije faze:

- određivanje modalnih oblika i vlastitih frekvencija;
- ispitivanje utjecaja prigušivača na odgovor modela.

U drugoj fazi, ispitivanje utjecaja prigušivača na odgovor modela, mjere se tri različita parametra koji opisuju prigušenje:

- relativni pomak vrha modela;
- akceleracija vrha modela;
- koeficijent prigušenja.

Kod dinamičkih ispitivanja oprema predstavlja značajan faktor o kojem ovisi osnovni pristup prikupljanju i obradi podataka. Korištena oprema ima široku primjenu kod različitih dinamičkih ispitivanja te u potpunosti zadovoljava potrebe ispitivanja u okviru ovog rada.

6.2.1. *Određivanje modalnih oblika i vlastitih frekvencija*

Vlastite frekvencije i modalni oblici određivani su metodom operacionalne modalne analize (OMA). Provođenjem klasične eksperimentalne modalne analize (EMA) dobiveni rezultati bili bi pouzdaniji, no zbog velikog broja diskretiziranih stupnjeva slobode modela (4 na svakom katu) njeno provođenje bilo bi previše složeno.

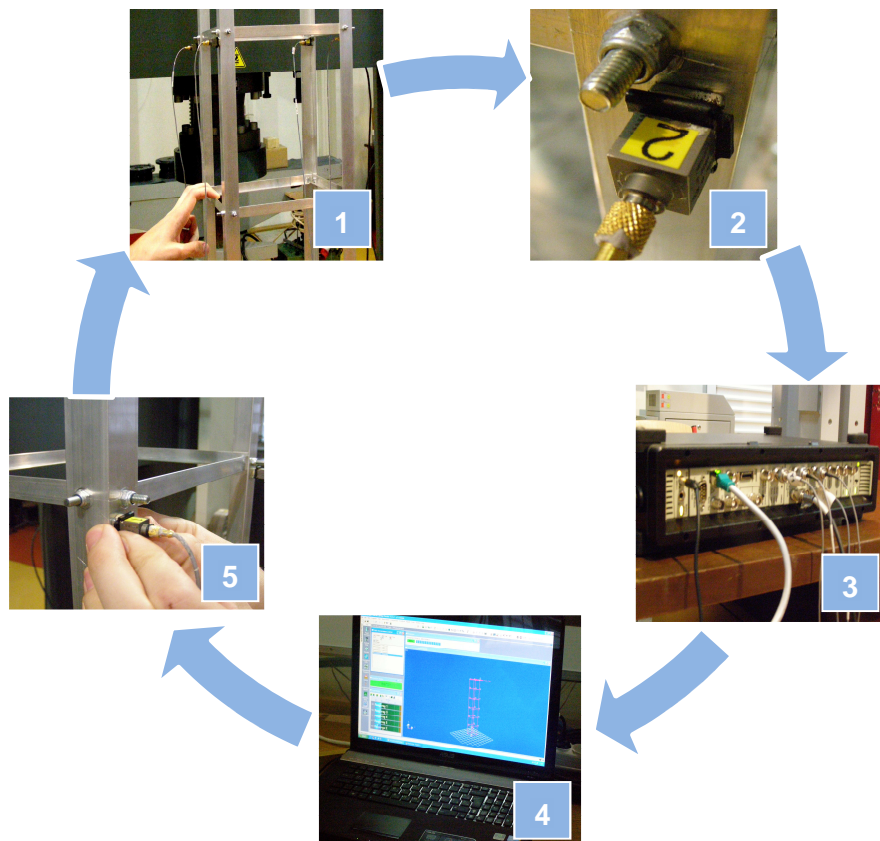
6.2.1.1. Oprema za ispitivanje

Oprema korištena za ovo ispitivanje sastoji se od akcelerometara, sustava za prikupljanje podataka i sustava za analizu podataka. Budući da je za potrebe razumijevanja teoretskog dijela eksperimentalne modalne analize ova oprema opisana u poglavlju 2.1.1., ovdje će se samo ukratko navesti. Korištena oprema sastoji se od:

- 5 piezoelektričnih akcelerometara, proizvođača Brüel & Kjær, tipa 4508B;
- sustava za prikupljanje podataka, proizvođača Brüel & Kjær, tipa 3560C;
- prijenosnog računala, proizvođača Asus, tipa N71V;
- programskog sustava za analizu podataka "Pulse", proizvođača Brüel & Kjær.

6.2.1.2. Postupak ispitivanja

Model se pričvršćuje na željenu podlogu s 8 vijaka promjera 6 mm. Nakon postavljanja modela u željeni položaj, na njega se postavljaju akcelerometri. Jedan akcelerometar postavlja se na vrh konstrukcije te služi kao referentni, dok se ostala četiri pričvršćuju na stupove u visini prvog kata. Na slici 6.8. prikazan je tijek daljnjeg ispitivanja. Kada se postave akcelerometri vrši se istitravanje modela nanošenjem impulsne pobude. Zbog malih dimenzija i krutosti uzoraka taj se postupak provodi na način da se model rukom lagano izvuče iz ravnotežnog položaja (1) te se naglo pusti tako da model slobodno oscilira. Istitravanje se vrši u vremenskom intervalu od 20 s tijekom kojeg se nekoliko puta ponovi prethodni postupak. Istovremeno se analogni signal iz akcelerometra (2) šalje u uređaj za prikupljanje podataka (3) koji ga pretvara u digitalni te predaje računalu (4). Budući da dobiveni podaci odgovaraju stupnjevima slobode samo prvog kata, da bi se dobili podaci za ostale katove, akcelerometre je potrebno premještati po katovima (5) te za svaki kat ponoviti cijeli postupak.



Slika 6.8. Shematski prikaz toka ispitivanja

Diskretna Fourierova transformacija dobivenih podataka obavlja se pomoću programskog sustava na računalu koji istovremeno vrši i sintezu dobivenih podataka. Na taj

se način dobivaju vlastite frekvencije cijelog modela i relativni pomaci između pojedinih stupnjeva slobode u pojedinim modalnim oblicima.

6.2.2. Mjerenje relativnih pomaka modela

Relativni pomaci konstrukcije uslijed dinamičkih opterećenja generiraju unutarnje sile u nosivim elementima koje je potrebno uzeti u obzir prilikom dimenzioniranja. Osim znatnih unutarnjih sila koje se ostvaruju u konstrukciji, veliki relativni pomaci izazivaju nelagodu ljudi koji borave u njoj. Najveći pomaci u prvom obliku oscilacija, koji je dominantan kod visokih zgrada, ostvaruju se na vrhu konstrukcije.

6.2.2.1. Oprema za ispitivanje

Oprema korištena pri ovom ispitivanju sastoji se od sljedećih komponenti: generator funkcije signala, pojačalo signala, pobuđivač, osjetilo za mjerenje pomaka, sustav za prikupljanje podataka i sustav za obradu podataka (slika 6.9.).

- **generator funkcije signala (1)**

Ovaj uređaj služi za generiranje funkcije pobude kojom opterećujemo model. U okviru eksperimenta korišten je uređaj TG4001, proizvođača Thurbly Thandar Instruments (TTi). Uređajem je moguće generirati 8 standardnih funkcija pobude u rasponu od 0,1 mHz do 40 MHz pri različitim vrijednostima izlaznog napona. Uređajem je također moguće definirati funkciju čija se frekvencija mijenja u vremenu (eng. sweep).

- **pojačalo signala (2)**

Uloga ovog uređaja je da poveća snagu funkcije signala generatora kako bi se njome mogao pogoniti pobuđivač. Korišteno je pojačalo proizvođača APS Dynamics, tipa 124. Prosječna izlazna snaga ovog uređaja iznosi 250 VA, a maksimalna 500 VA.

- **pobuđivač (3)**

Pojačana funkcija pobude šalje se do pobuđivača čije je gibanje definirano tom funkcijom, te se na taj način opterećenje prenosi na ispitivani model. Korišten je pobuđivač proizvođača APS Dynamics, tipa 400 ELECTRO – SEIS. Maksimalna brzina sinusne pobude pobuđivača je 1000 mm/s, maksimalna amplituda je 158 mm te ima operativni opseg frekvencija od 0 do 200 Hz.

- **osjetilo za mjerenje pomaka (4)**

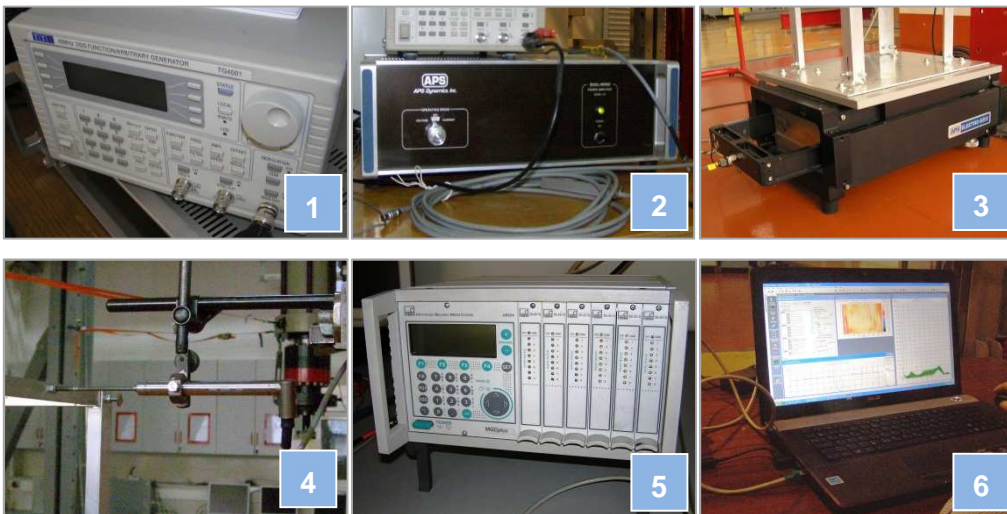
Pomaci konstrukcije izazvani pobuđivačem mjere se pomoću linearnog varijabilnog diferencijalnog transformatora (LVDT) koji radi na principu indukcije. Njime se mehanički pomaci pretvaraju u električni signal, dok se njegova osjetljivost definira omjerom induciranog napona i pomaka (mV/mm). Korišteni su LVDT uređaji proizvođača HBM, tipa WA 50 s mjernim područjem od 50 mm, osjetljivošću 190 mV/mm, odnosom izlaznog i ulaznog napona 80 mV/V, tolerancijom od $\pm 1\%$ i odstupanjem od linearnosti ($\pm 0,2$ do $\pm 0,1\%$).

- **sustav za prikupljanje podataka (5)**

Za prikupljanje podataka s LVDT-a korišten je uređaj MGCplus, proizvođača HBM s A/D pretvaračem rezolucije od 24 bita, maksimalne frekvencije mjerenja bez linearizacije od 19200 podataka u sekundi i točnosti od 0,003% područja mjerenja.

- **sustav za obradu podataka (6)**

Posljednji korak ispitivanja je obrada prikupljenih podataka koja se vrši na računalu pomoću programskog sustava Catman Professional, proizvođača HBM. Sustav za obradu podataka omogućuje grafički prikaz podataka na računalu.

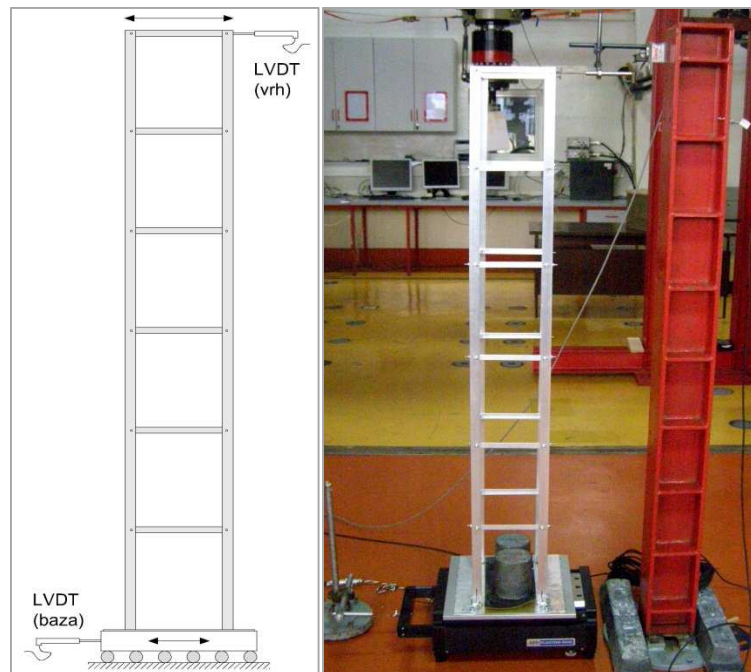


Slika 6.9. Uređaji korišteni prilikom mjerenja relativnih pomaka modela

6.2.2.2. Postupak ispitivanja

Model se pričvrsti na gornju ploču pobuđivača pomoću 8 vijaka. Na generatoru funkcije zadaje se sinusna funkcija pobude s konstantnim naponom od 0,5 V, čija se frekvencija linearno mijenja u intervalu od 20 sekundi u rasponu od 5 do 20 Hz. Gibanje ploče pobuđivača mjeri se LVDT-em povezanim na nju, a pomak modela uzrokovan tim gibanjem mjeri se LVDT-em povezanim s vrhom konstrukcije (Slika 6.10.). Podaci mjerenja

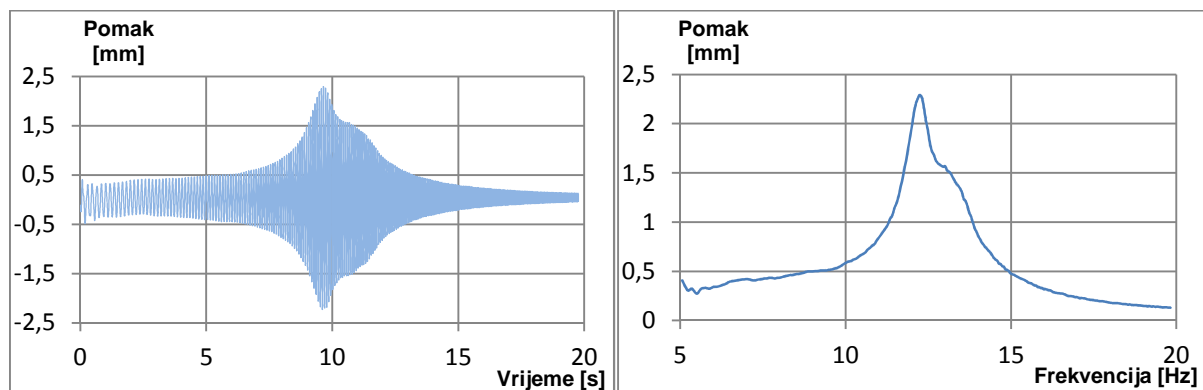
oba LVDT-a se na uređaju za prikupljanje podataka pretvaraju u digitalni signal i u tom obliku šalju dalje do računala koje vrši finalnu obradu podataka te iz razlike mjerenja tih dvaju osjetila računa i grafički prikazuje relativni pomak vrha u odnosu na podlogu tijekom promatranog vremenskog intervala.



Slika 6.10. Shema ispitivanja (lijevo) i ispitivanje (desno) relativnih pomaka

Opisani postupak ispitivanja se provodio za model bez prigušivača i oba modela s prigušivačima kod obje varijante opterećenja. Prilikom provođenja ispitivanja, za potrebe numeričkog modela, mjerena je akceleracija ploče pobuđivača pomoću akcelerometra.

Dijagrami dobiveni programskim sustavom Catman Professional prikazuju pomak vrha modela u vremenu (slika 6.11. - lijevo). Dijagram pomaka u ovisnosti o frekvenciji se, zbog linearne ovisnosti frekvencije o vremenu namještene na generatoru funkcije pobude, jednostavno određuje programom Microsoft Excel (slika 6.11. - desno).



Slika 6.11. Dijagrami: pomak/vrijeme (lijevo), pomak/frekvencija (desno)

6.2.3. Mjerenje akceleracija vrha modela

U realnim konstrukcijama, osim nosivih elemenata, postoji velik broj nenosivih konstrukcijskih (pregradni zidovi) i nekonstrukcijskih elemenata (namještaj, bijela tehnika itd.). Oštećenja ovih elemenata neće nastati pri velikim relativnim pomacima ukoliko su akceleracije konstrukcije na umjerenj razini. Porast akceleracije iznad prihvatljive granice, osim oštećenja takvih elemenata, ima za posljedicu znatnu nelagodu korisnika zgrade. Analogno relativnom pomaku, maksimalna akceleracija javlja se na vrhu konstrukcije.

6.2.3.1. Oprema za ispitivanje

Korištena oprema sastoji se od generatora funkcije pobude, pojačala, pobuđivača, akcelerometara, sustava za prikupljanje i sustava za analizu podataka. Sva korištena oprema opisana je u prethodnim poglavljima (6.2.1.1. i 6.2.2.1.).

6.2.3.2. Postupak ispitivanja

Model je, kao kod ispitivanja pomaka, pričvršćen na ploču pobuđivača pomoću 8 vijaka. Na generatoru funkcije zadaje se sinusna pobuda s konstantnim naponom od 0,5 V čija se frekvencija mijenja s logaritmom vremena u intervalu od 9 sekundi u rasponu 5 do 200 Hz. Akceleracija je mjerena na najvišem katu modela pomoću akcelerometra. Pri ovako velikom rasponu frekvencija moguće je izmjeriti akceleracije koje se, osim pri prvoj, javljaju i pri višim rezonantnim frekvencijama. Opisani postupak ispitivanja se provodio za model bez prigušivača i oba modela s prigušivačima kod obje varijante opterećenja.

6.2.4. Određivanje prigušenja

Osim vrijednosti akceleracija i relativnih pomaka konstrukcije bitno je kojom brzinom iščezavaju oscilacije konstrukcije nakon prestanka pobude, odnosno kolika je vrijednost koeficijenta prigušenja.

6.2.4.1. Oprema za ispitivanje

Određivanje prigušenja provodi se koristeći sljedeću opremu: generator signala funkcije pobude, pojačalo, pobuđivač, akcelerometri, induktivna osjetila, sustavi za prikupljanje podataka izmjerenih akcelerometrima i induktivnim osjetilima, sustavi za analizu podataka. Sva korištena oprema opisana je u prethodnim poglavljima (6.2.1.1. i 6.2.2.1.).

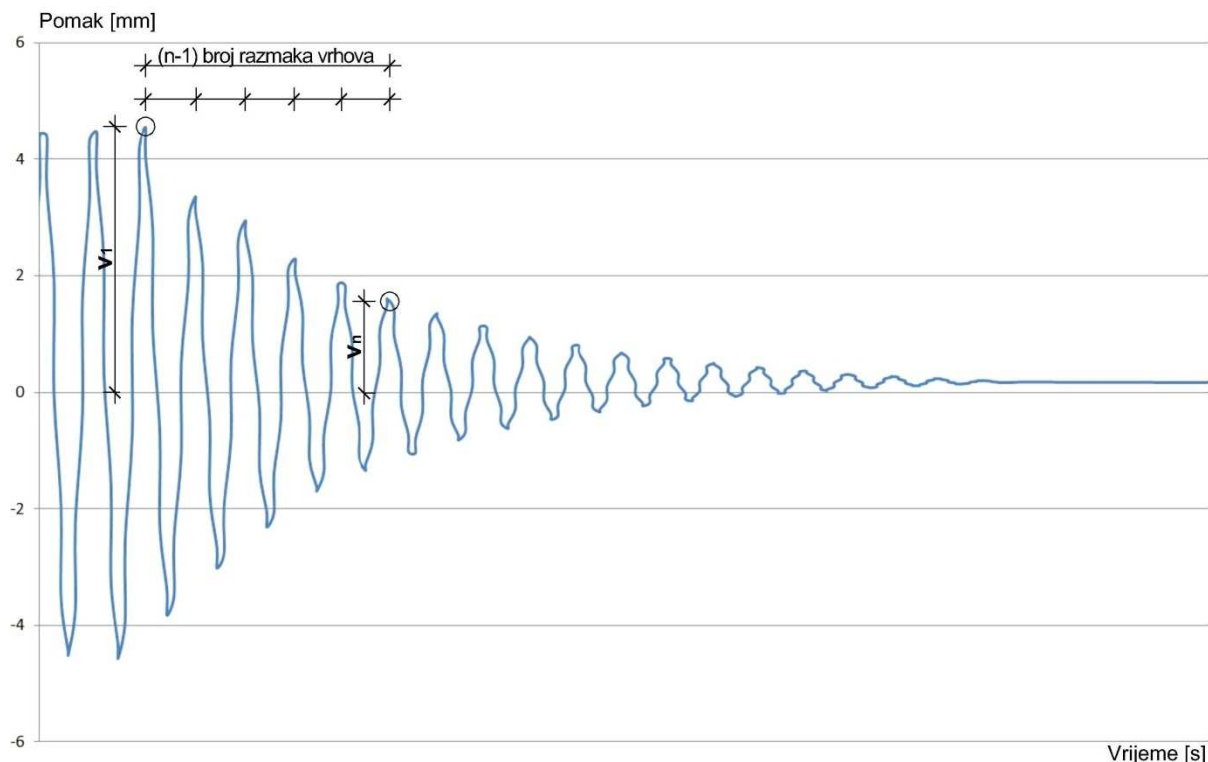
6.2.4.2. Postupak ispitivanja

Koeficijent prigušenja određuje se na tri načina. Istovremeno s provođenjem operacionalne modalne analize, u programskom sustavu provedene su poboljšana dekompozicija frekventnog područja (EFDD) i FDD metoda izjednačavanja krivulja (CFDD), koje su opisane u poglavlju 2.1.6.1., pomoću kojih su određene vrijednosti koeficijenata prigušenja.

Treći način obuhvaća računsko određivanje koeficijenata prigušenja. Na generatoru pobude namještena je rezonantna frekvencija dobivena modalnom analizom za pojedinu varijantu ispitivanog modela. Nakon kratkog vremenskog intervala, pobuda se ukloni te se pusti da pomaci, mjereni LVDT-em, iščeznu. Odabiranjem vrhova u zapisu smanjujućih amplituda određuje se koeficijent prigušenja prema izrazu [6]:

$$\xi = \frac{1}{2\pi \cdot (n - 1)} \ln \frac{v_1}{v_n}, \quad (6.3)$$

gdje je v_1 amplituda prvog odabranog vrha, v_n amplituda n -tog promatranog vrha, a $(n - 1)$ broj razmaka vrhova između prvog i n -tog vrha (slika 6.11.).



Slika 6.12. Određivanje koeficijenta prigušenja

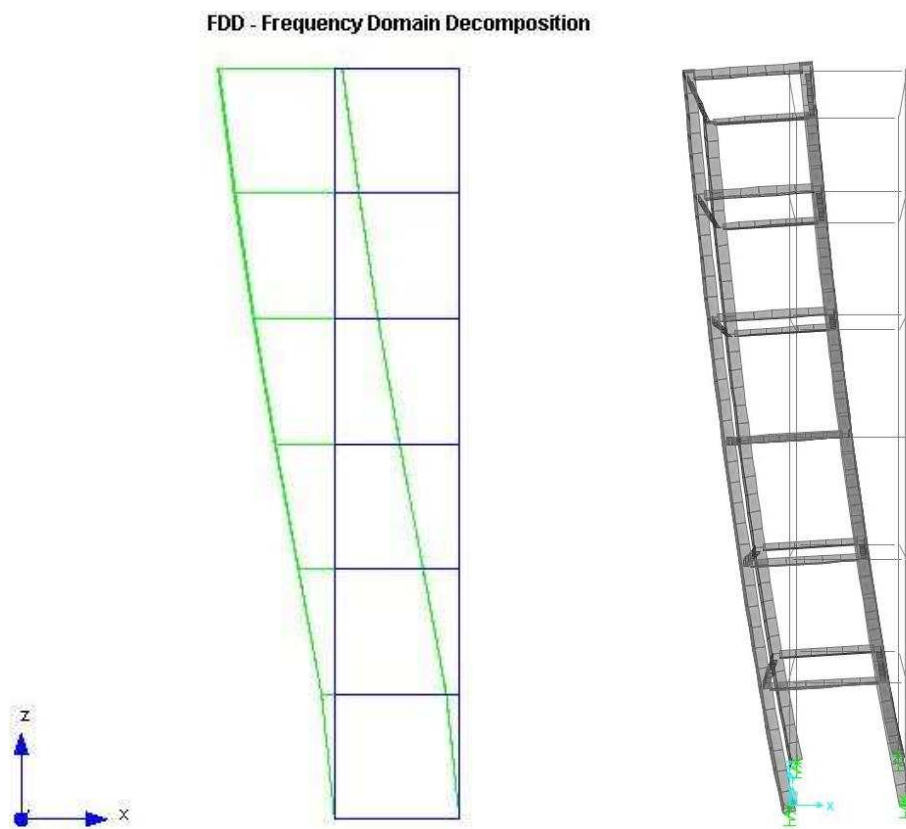
7. REZULTATI ISPITIVANJA

U svrhu boljeg razumijevanja rezultata još će se jednom prikazati slučajevi ispitivanja koji su detaljno objašnjeni u poglavlju 6.1.:

- **A1** – bez prigušivača, bez dodatne mase
- **A2** – bez prigušivača, s dodatnom masom od 1 kg po katu
- **B1** – njihalo kao prigušivač, bez dodatne mase
- **B2** – njihalo kao prigušivač, s dodatnom masom od 1 kg po katu
- **C1** – spremnik s vodom kao prigušivač (0,4 L), bez dodatne mase
- **C2** – spremnik s vodom kao prigušivač (1,0 L), s dodatnom masom od 1 kg po katu

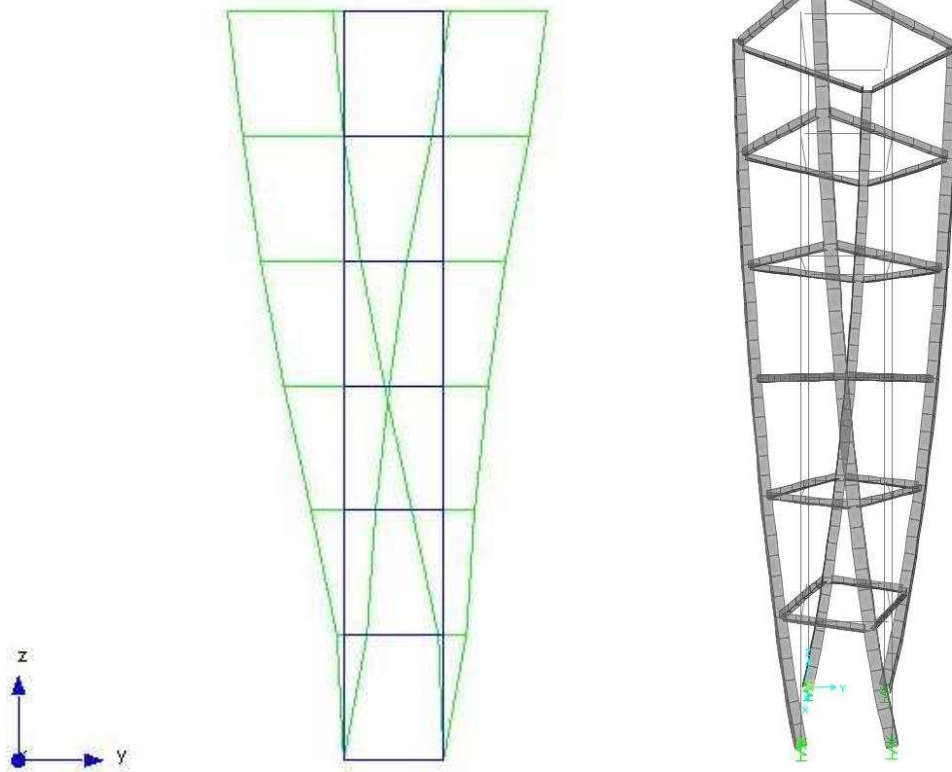
7.1. Modalni oblici i vlastite frekvencije

Dobiveni modalni oblici prikazani su na slikama 7.1. do 7.6., a vlastite frekvencije za pojedine slučajeve prikazane su u tablicama 7.1. do 7.4., pri čemu X,Y označavaju translacijske, dok T označava torzijske modove osciliranja. Modalni oblici i vlastite frekvencije određene su operacionalnom modalnom analizom (poglavljje 2.1.6. ovog rada). Budući da su modalni oblici u svim varijantama jednaki, prikazat će se modalni oblici za varijantu A1.

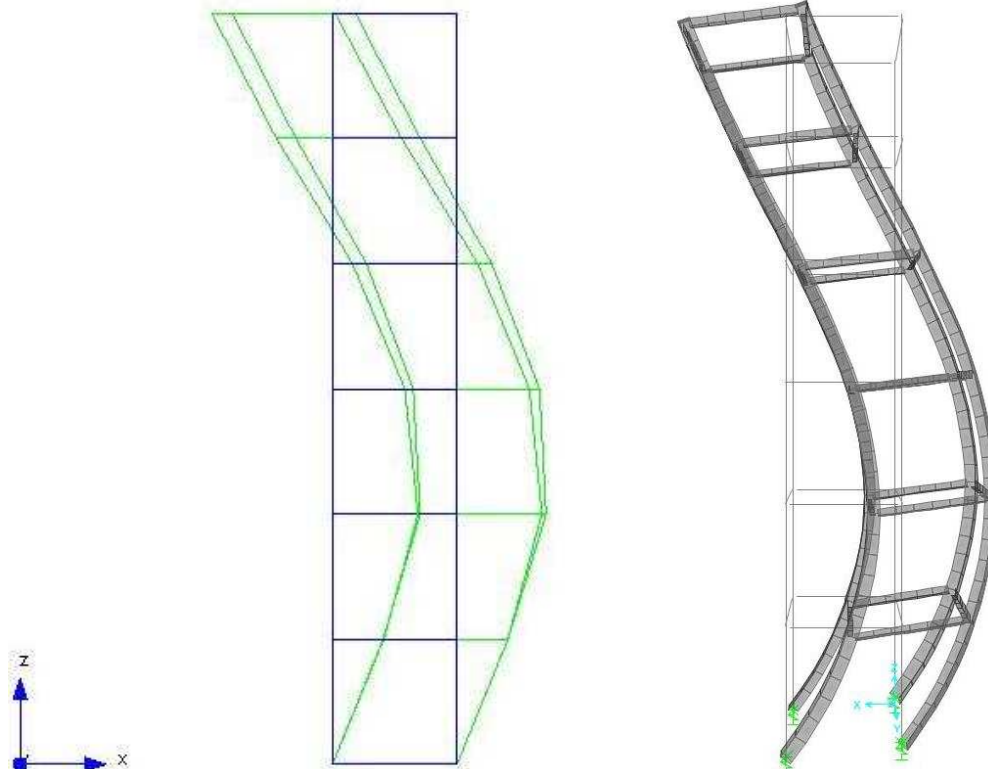


Slika 7.1. Prvi translacijski modalni oblik: eksperimentalno (lijevo), numerički (desno)

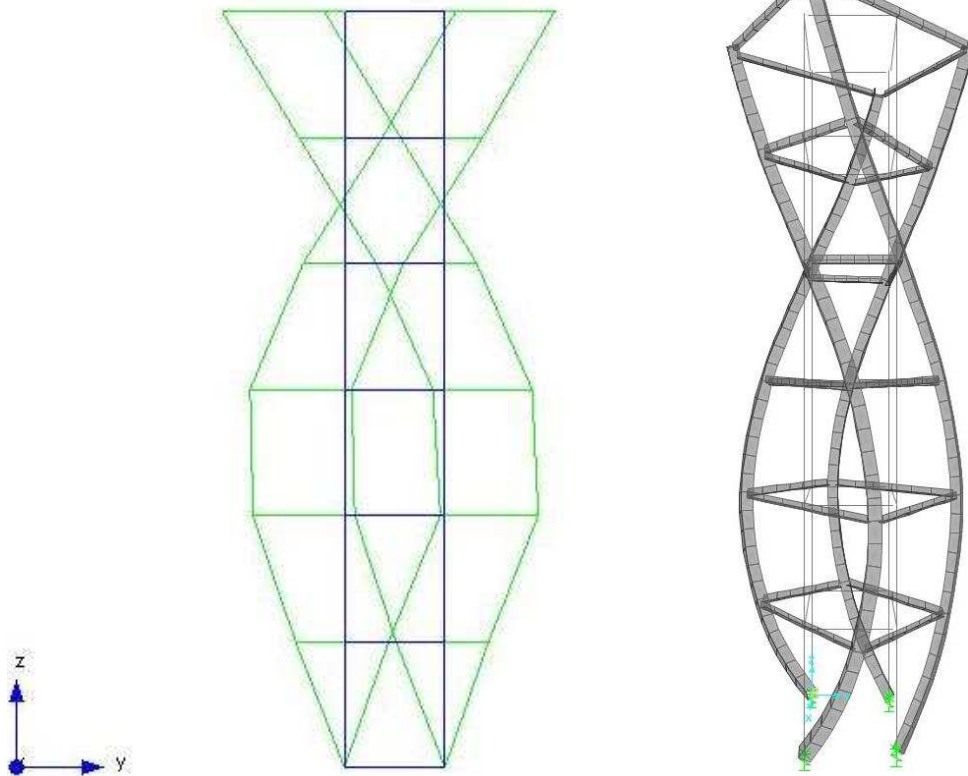
FDD - Frequency Domain Decomposition

**Slika 7.2.** Prvi torzijski modalni oblik: eksperimentalno (lijevo), numerički (desno)

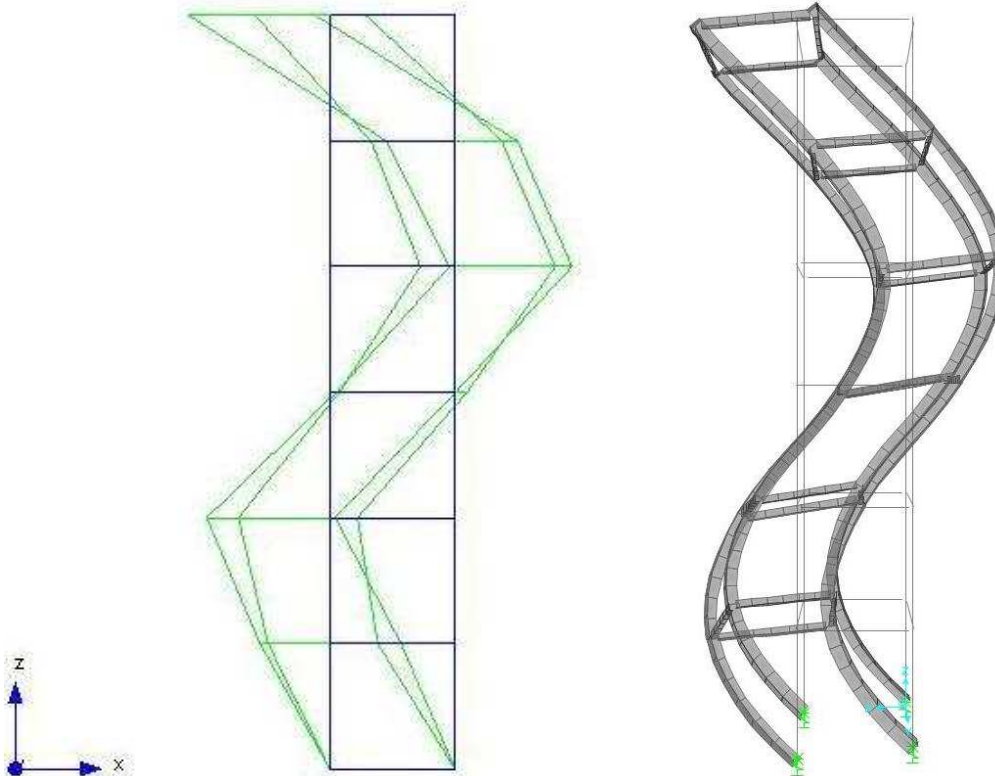
FDD - Frequency Domain Decomposition

**Slika 7.3.** Drugi translacijski modalni oblik: eksperimentalno (lijevo), numerički (desno)

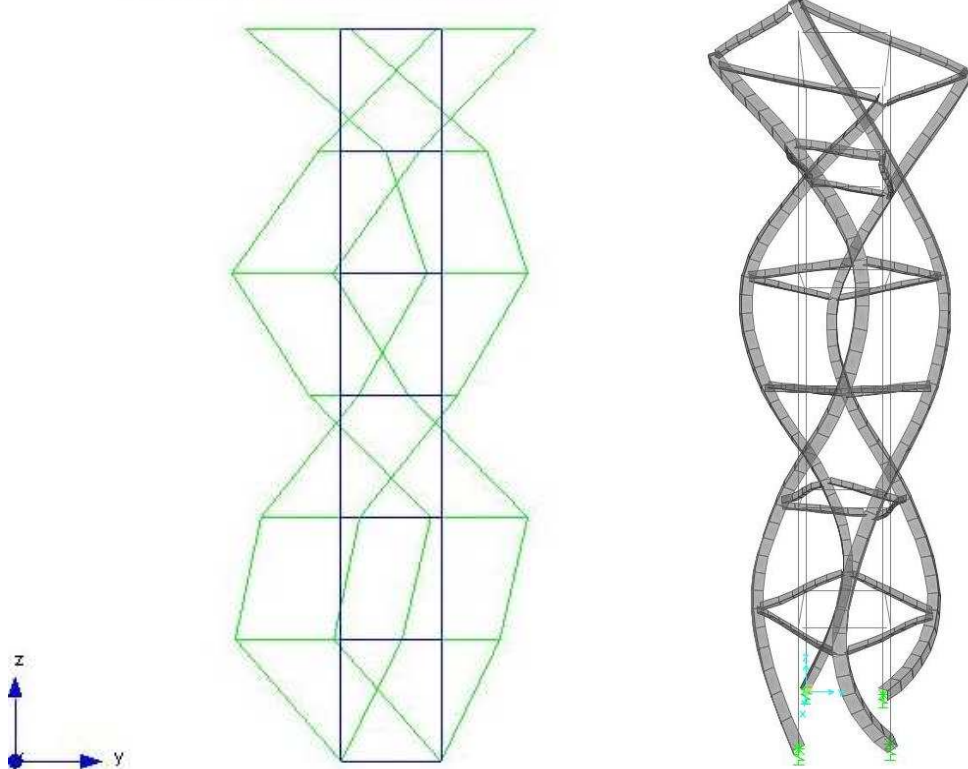
FDD - Frequency Domain Decomposition

**Slika 7.4.** Drugi torzijski modalni oblik: eksperimentalno (lijevo), numerički (desno)

FDD - Frequency Domain Decomposition

**Slika 7.5.** Treći translacijski modalni oblik: eksperimentalno (lijevo), numerički (desno)

FDD - Frequency Domain Decomposition



Slika 7.6. Treći torzijski modalni oblik: eksperimentalno (lijevo), numerički (desno)

Tablica 7.1. Vlastite frekvencije za varijantu A1

MODALNI OBLIK	FREKVENCIJA [Hz]		RAZLIKA [%]
	EKSPERIMENTALNO	NUMERIČKI	
1X	14,5	15,08	3,85
1Y	14,25	13,93	2,28
1T	23,5	21,85	7,54
2X	70	69,30	1,02
2Y	73	72,91	0,12
2T	91	80,37	13,23
3X	157,8	156,12	1,08
3Y	152,8	164,82	7,29
3T	148	166,52	11,12

Tablica 7.2. Vlastite frekvencije za varijantu A2

MODALNI OBLIK	FREKVENCIJA [Hz]		RAZLIKA [%]
	EKSPERIMENTALNO	NUMERIČKI	
1X	7,25	6,90	5,07
1Y	7,5	6,30	19,05
1T	20,5	21,36	4,03
2X	32,25	32,06	0,59
2Y	35,13	33,72	4,18
2T	77,38	77,58	0,26
3X	62,75	72,06	12,92
3Y	66	75,88	13,02
3T	162,8	159,60	2,01

Tablica 7.3. Vlastite frekvencije za varijantu B1 i B2 određene eksperimentalno

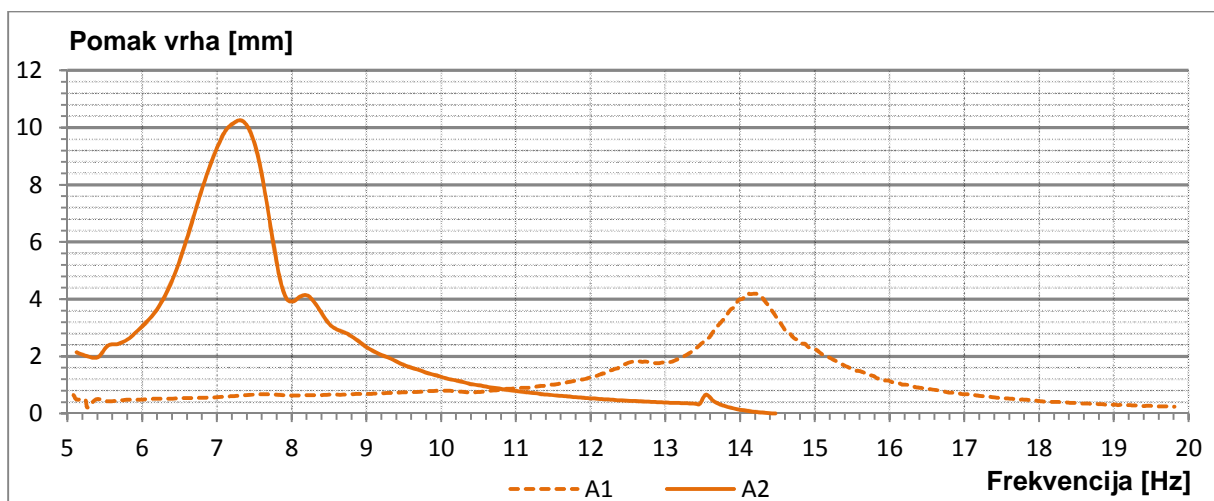
MODALNI OBLIK	FREKVENCIJA [Hz]	
	B1	B2
1X	13,63	6,375 / 8,9
1Y	14,25	7,625
1T	22,75	20,38
2X	60,75	32,25
2Y	66,25	35,13
2T	86,75	78
3X	138,4	61,88
3Y	139,5	64
3T	187,6	162,5

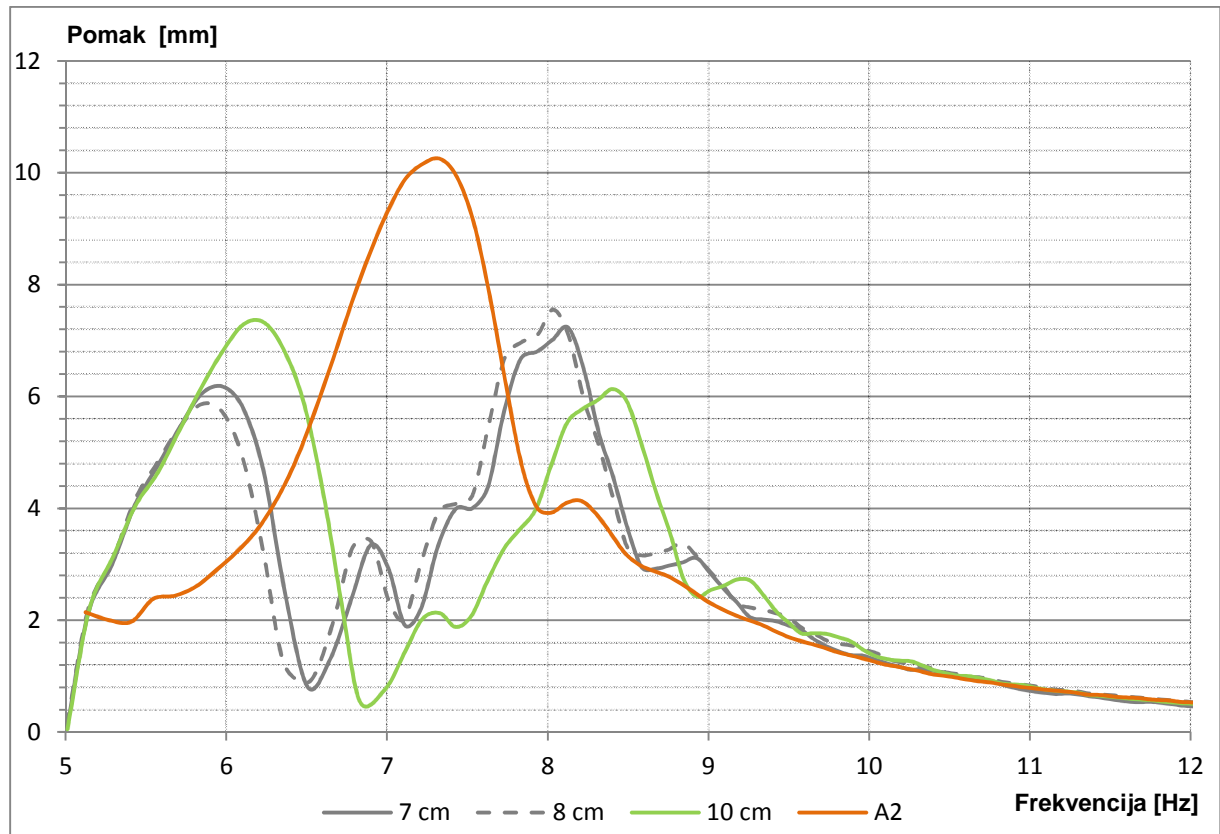
Tablica 7.4. Vlastite frekvencije za varijantu C1 i C2 određene eksperimentalno

MODALNI OBLIK	FREKVENCIJA [Hz]	
	C1	C2
1X	12,88	7,25
1Y	13,25	7,25
1T	22,25	19,75
2X	66,38	31,25
2Y	61,63	33,25
2T	85,38	75,5
3X	135,9	62,13
3Y	138,5	55,75
3T	124,4	157,5

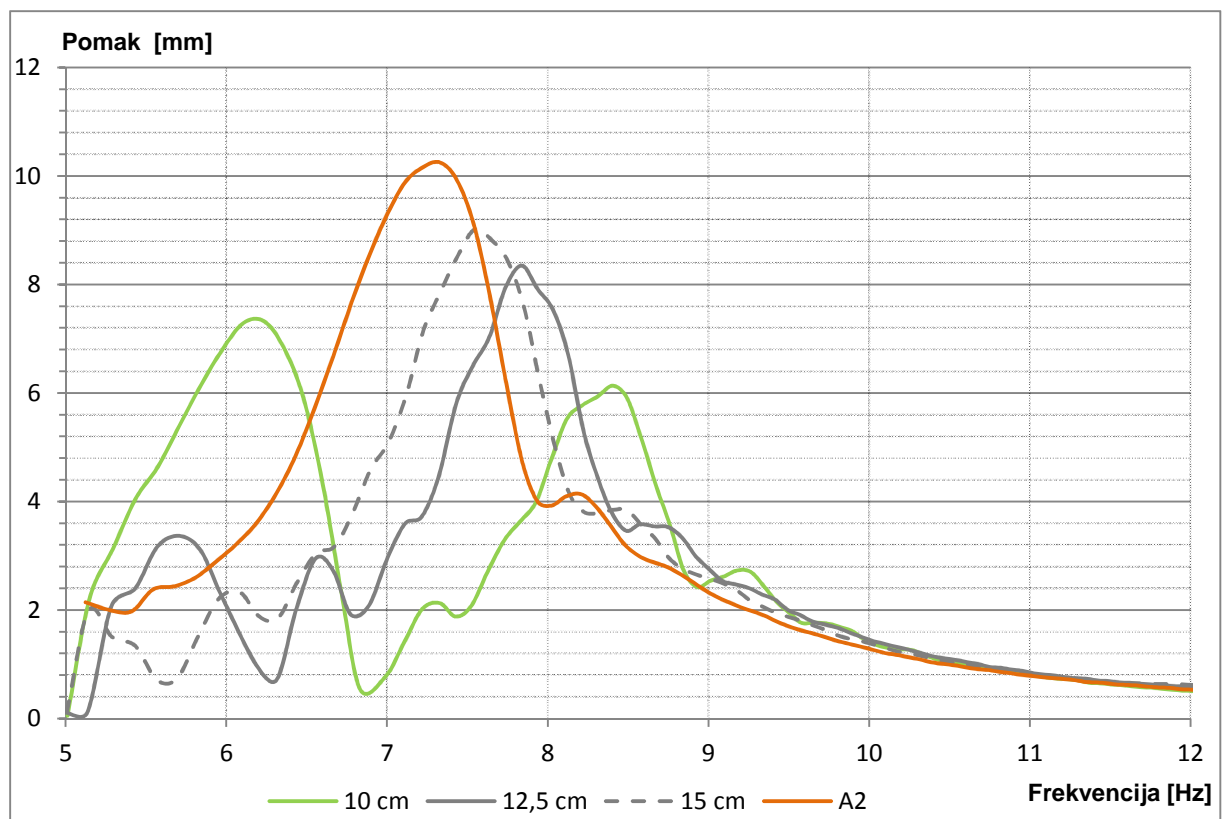
7.2. Relativni pomaci modela

Eksperimentalno dobiveni relativni pomaci vrha modela u ovisnosti o frekvenciji pobude prikazani su, za slučaj A1 i A2, na slici 7.7.. Odabir optimalne duljine njihala za slučaj B2 prikazan je na slikama 7.8. i 7.9.. Konačni dijagrami relativnog pomaka vrha modela u ovisnosti o frekvenciji, za sve slučajeve, prikazani su na slikama 7.10. do 7.13..

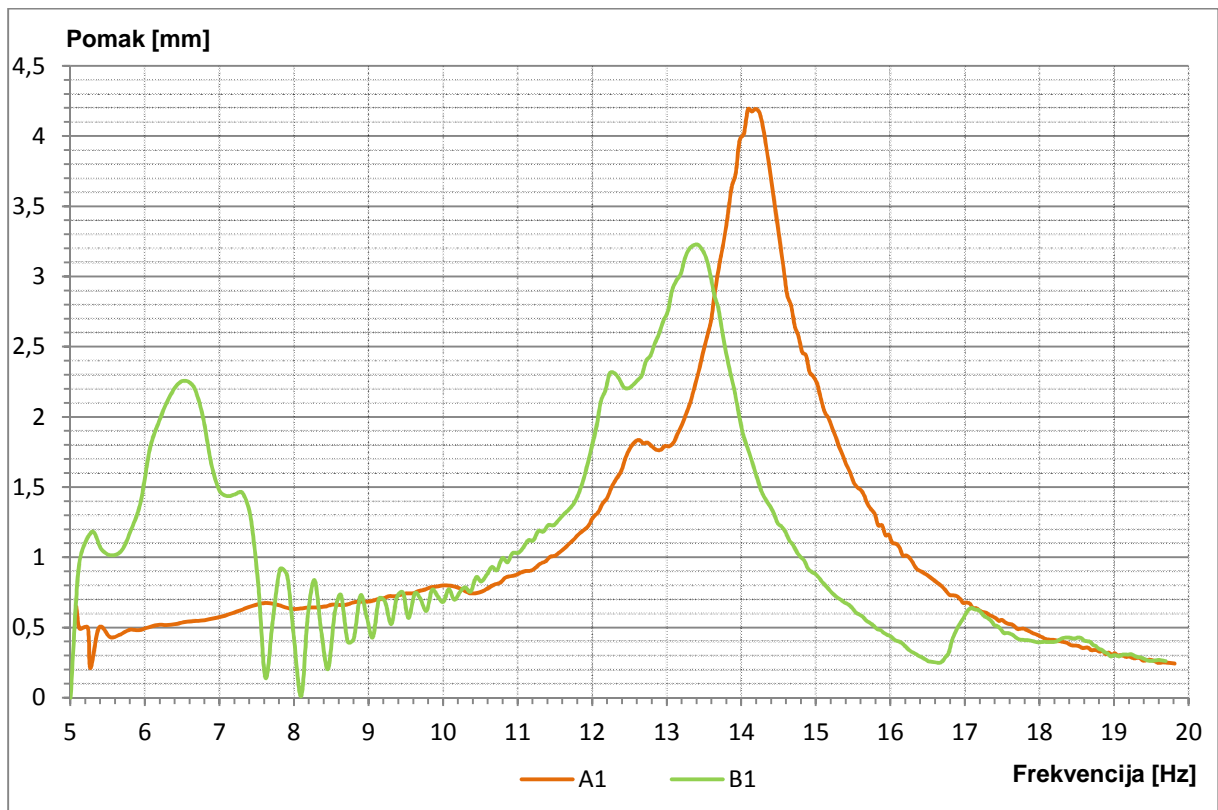
**Slika 7.7.** Dijagram pomaka vrha modela u ovisnosti o frekvenciji za slučaj A1 i A2



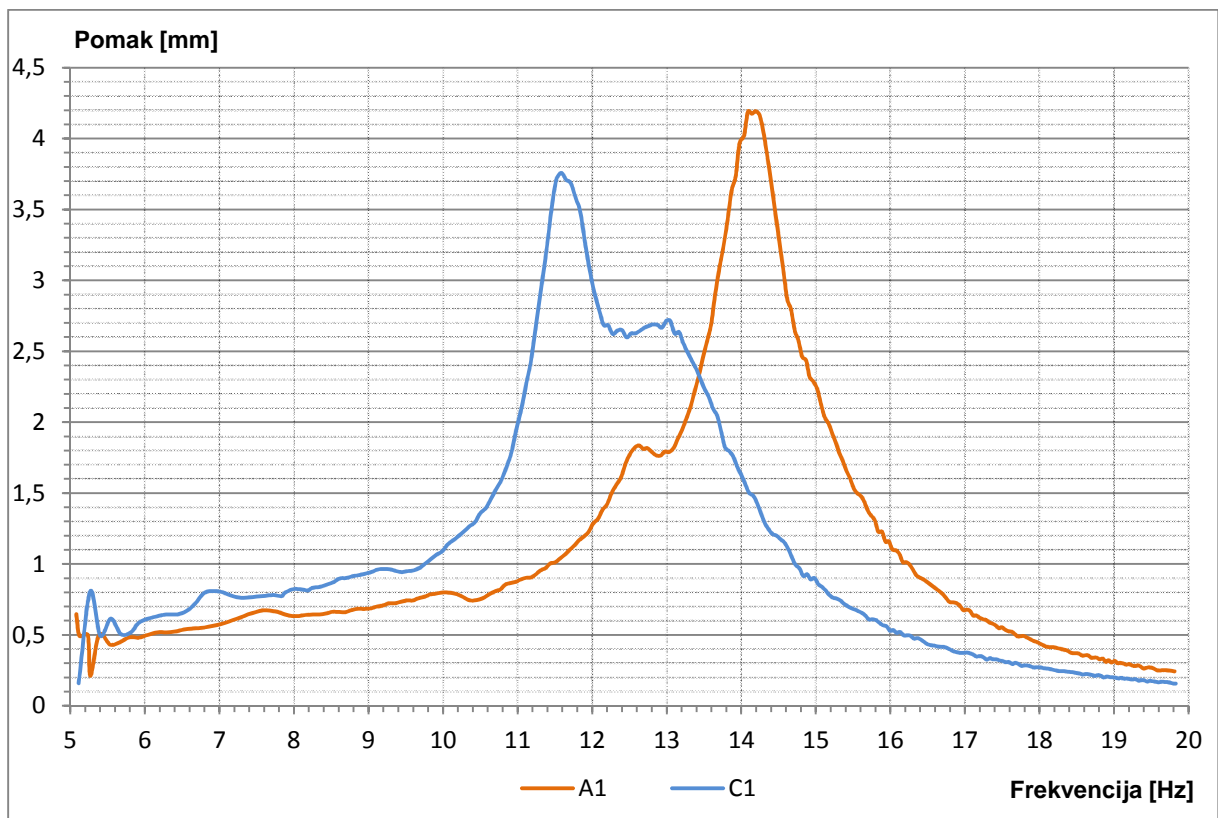
Slika 7.8. Dijagram pomak/frekvencija za različite duljine njihala (1)



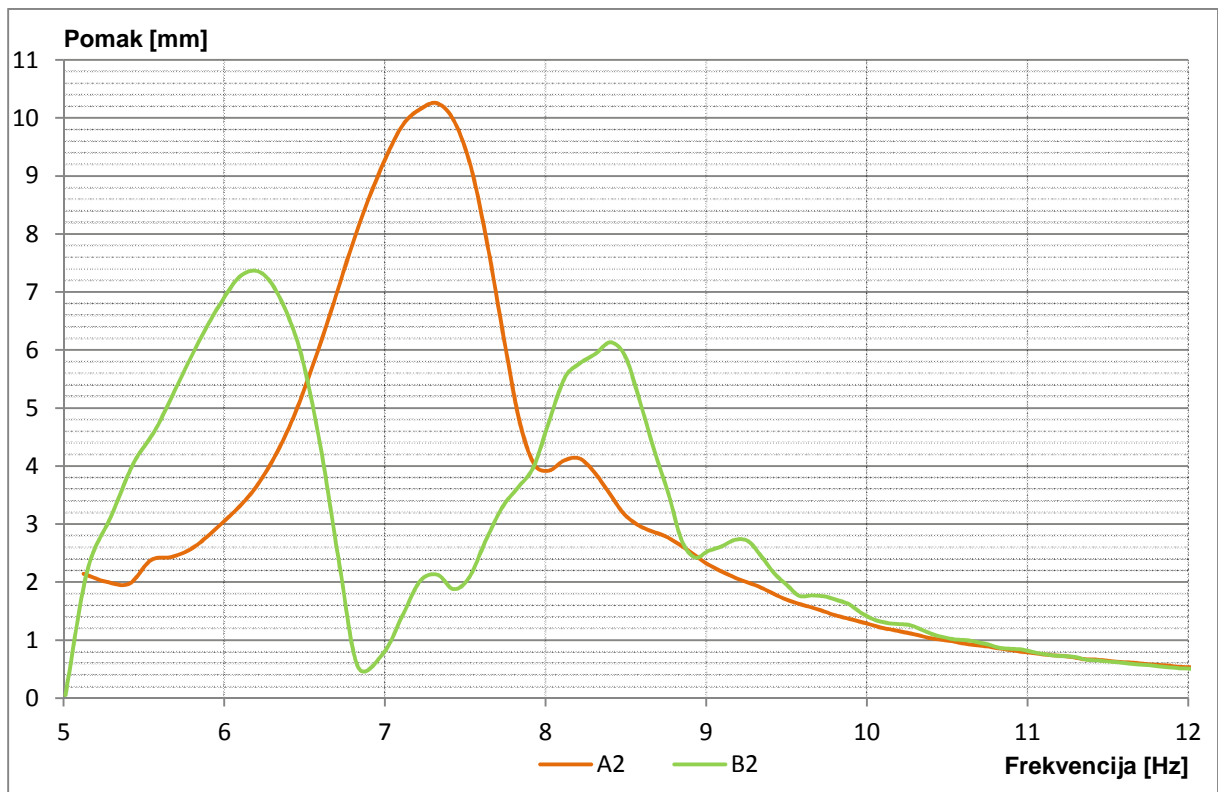
Slika 7.9. Dijagram pomak/frekvencija za različite duljine njihala (2)



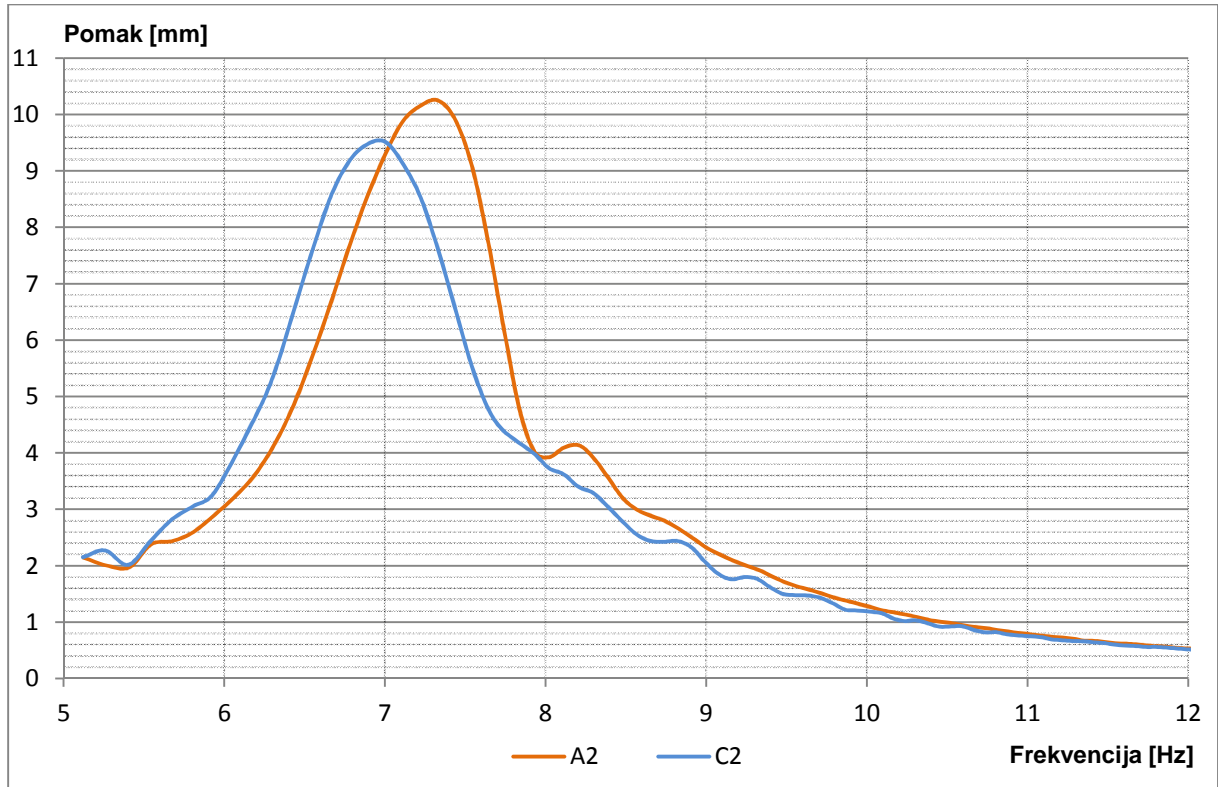
Slika 7.10. Dijagram pomak/frekvencija za slučaj A1 (bez prigušivača) i B1 (njihalo)



Slika 7.11. Dijagram pomak/frekvencija za slučaj A1 (bez prigušivača) i C1 (voda)

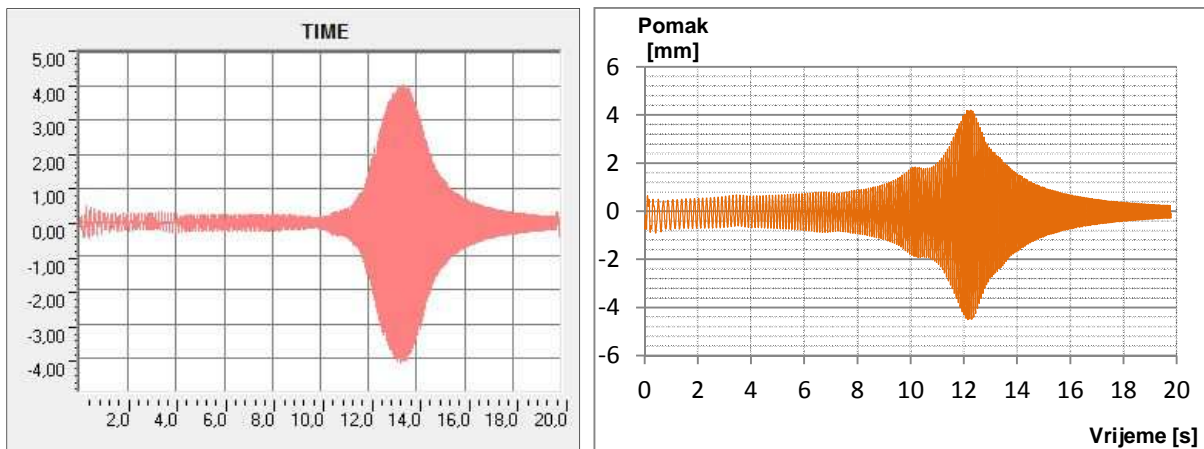


Slika 7.12. Dijagram pomak/frekvencija za slučaj A2 (bez prigušivača) i B2 (njihalo)

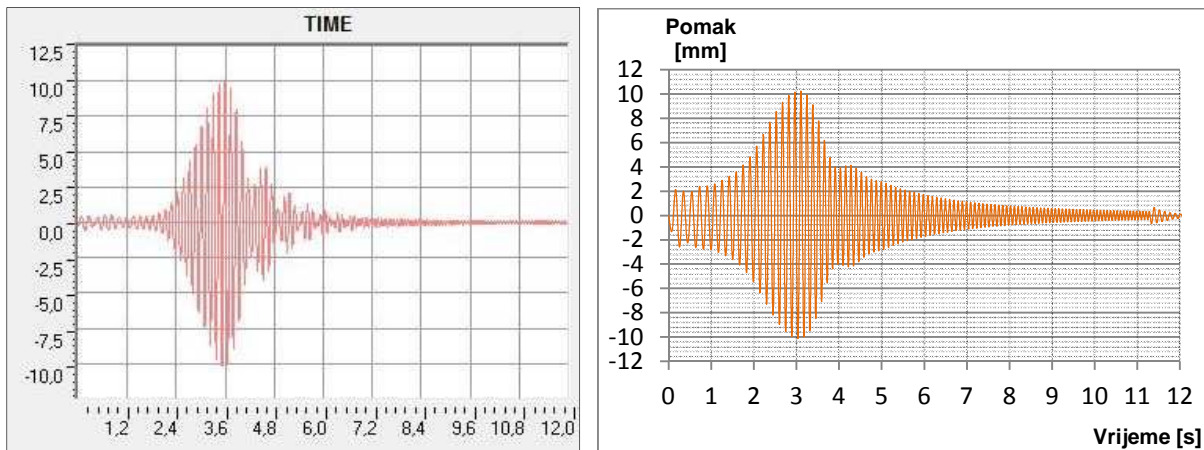


Slika 7.13. Dijagram pomak/frekvencija za slučaj A2 (bez prigušivača) i C2 (voda)

Na sljedećim slikama (7.14. i 7.15.) prikazana je usporedba numerički i eksperimentalno dobivenog pomaka konstrukcije u vremenu za slučaj A1 i A2.



Slika 7.14. Dijagram pomak/vrijeme za slučaj A1: numerički (lijevo), eksperimentalno (desno)



Slika 7.15. Dijagram pomak/vrijeme za slučaj A2: numerički (lijevo), eksperimentalno (desno)

U tablicama 7.5. i 7.6. prikazane su maksimalne vrijednosti relativnih pomaka za pojedine slučajeve ispitivanja.

Tablica 7.5. Maksimalne vrijednosti relativnih pomaka za slučajeve A1, B1 i C1 (bez dodatne mase)

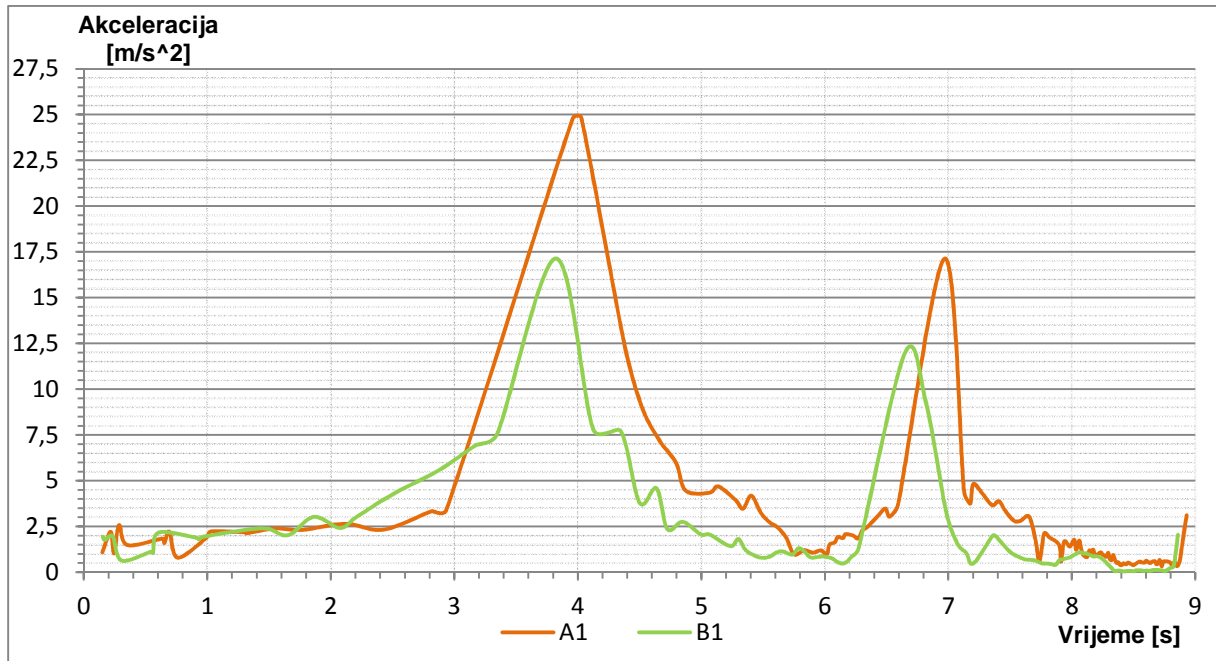
A1	B1 (s njihalom)		C1 (sa spremnikom vode)	
POMAK [mm]	POMAK [mm]	SMANJENJE[%]	POMAK [mm]	SMANJENJE [%]
4,19	3,23	22,91	3,76	10,26

Tablica 7.6. Maksimalne vrijednosti relativnih pomaka za slučajeve A2, B2 i C2 (s dodatnom masom)

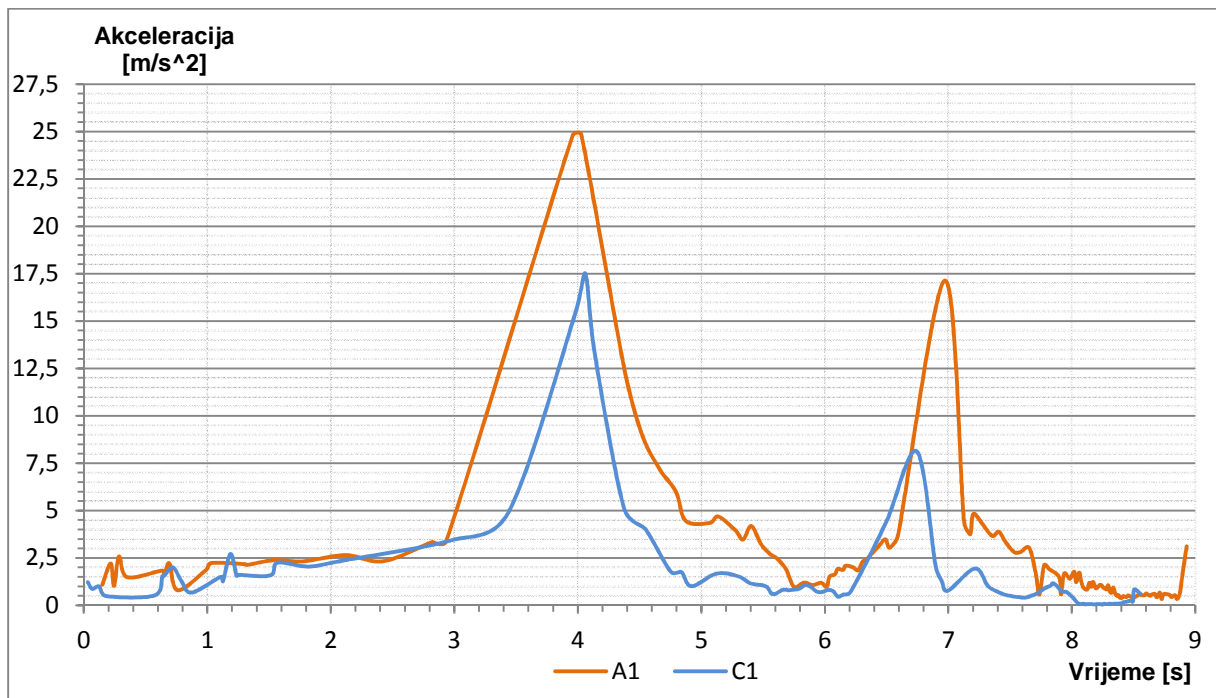
A2	B2 (s njihalom)		C2 (sa spremnikom vode)	
POMAK [mm]	POMAK [mm]	SMANJENJE[%]	POMAK [mm]	SMANJENJE [%]
10,25	7,32	28,59	9,51	7,22

7.3. Akceleracije modela

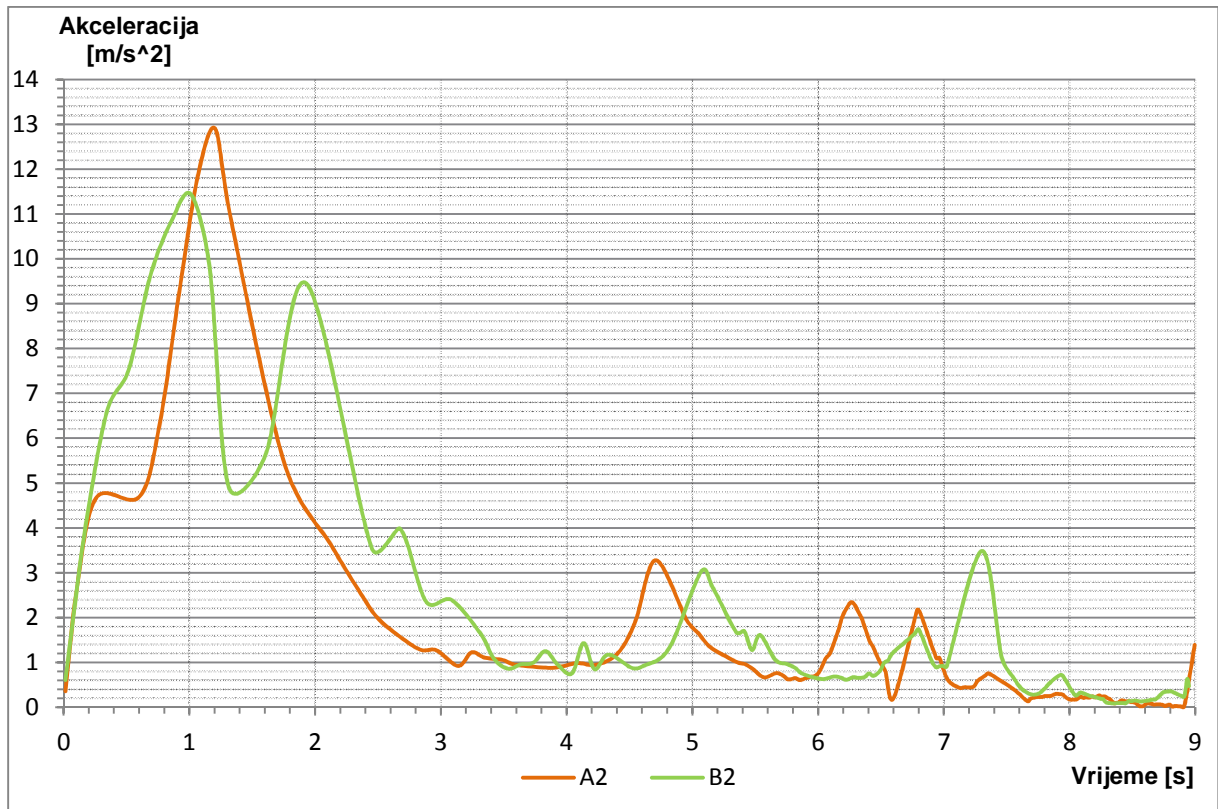
Eksperimentalno dobiveni iznosi akceleracija vrha modela u ovisnosti o vremenu, za pojedine slučajeve ispitivanja, prikazani su na slikama 7.16. do 7.19., dok su maksimalne vrijednosti akceleracija prikazane u tablicama 7.7. i 7.8.. Frekvencija pobude mijenjala se logaritamski s vremenom (0 do 9 s) od 5 Hz do 200 Hz, stoga je u prikazanom vremenskom intervalu moguće vidjeti akceleracije viših tonova.



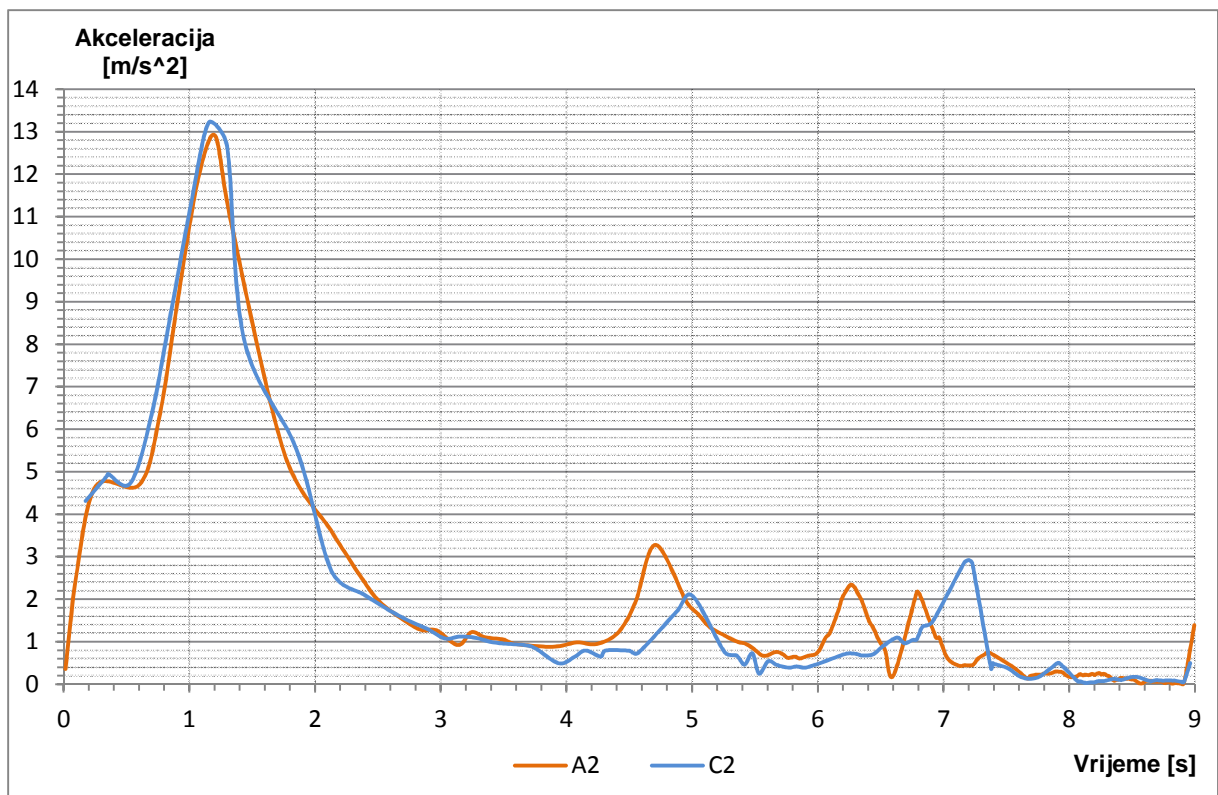
Slika 7.16. Dijagram akceleracija/vrijeme za slučajeve A1 (bez prigušivača) i B1 (njihalo)



Slika 7.17. Dijagram akceleracija/vrijeme za slučajeve A1 (bez prigušivača) i C1 (voda)



Slika 7.18. Dijagram akceleracija/vrijeme za slučajeve A2 (bez prigušivača) i B2 (njihalo)



Slika 7.19. Dijagram akceleracija/vrijeme za slučajeve A2 (bez prigušivača) i C2 (voda)

Tablica 7.7. Maksimalne vrijednosti akceleracija vrha modela za slučajeve A1, B1 i C1

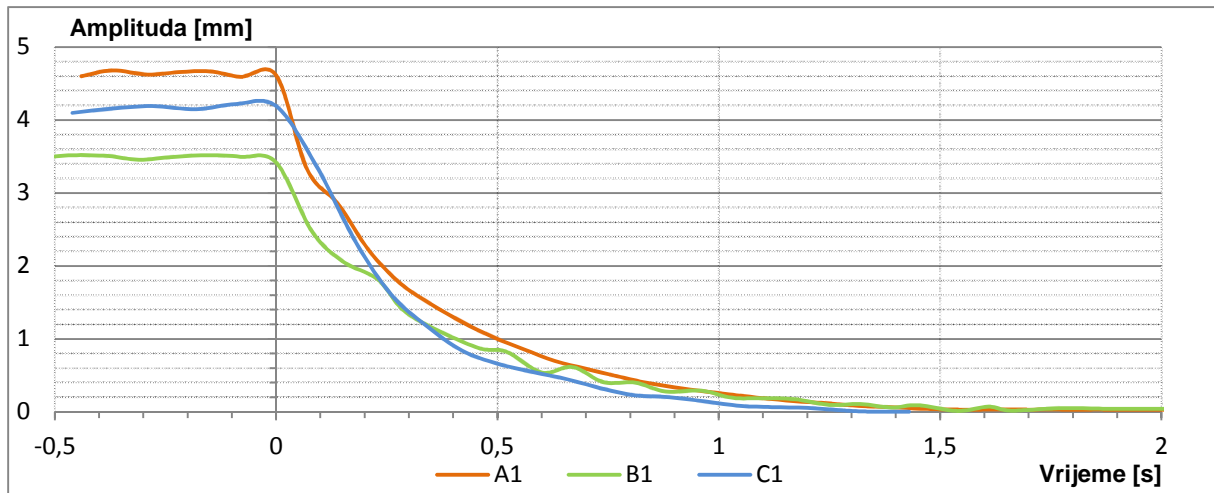
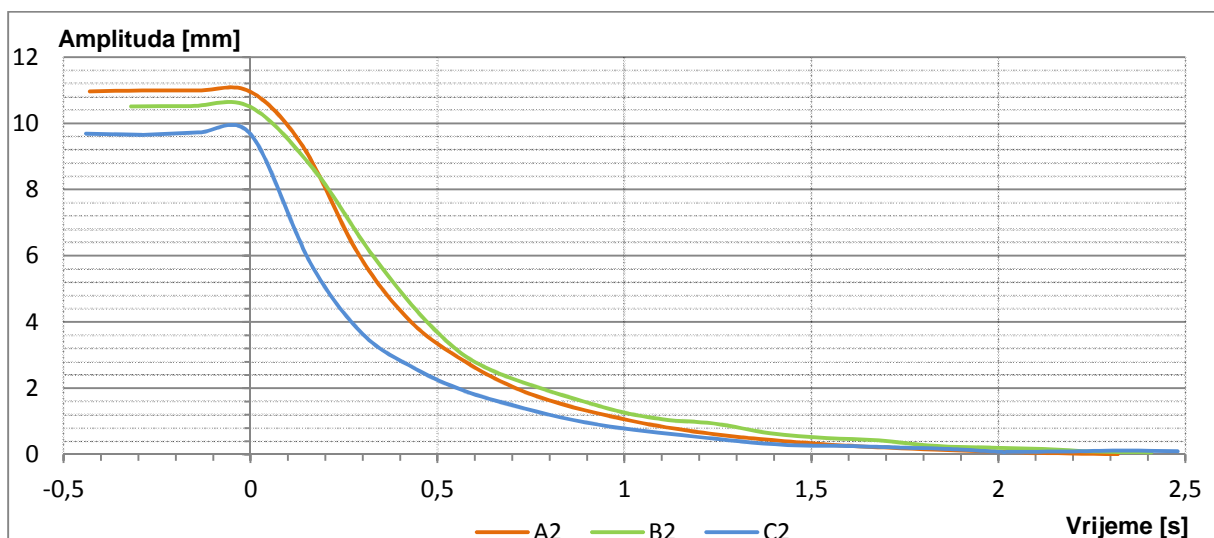
A1	B1 (s njihalom)		C1 (sa spremnikom vode)	
AKCELERACIJA [m/s ²]	AKCELERACIJA [m/s ²]	SMANJENJE [%]	AKCELERACIJA [m/s ²]	SMANJENJE [%]
24,77	17,14	30,80	17,50	29,35

Tablica 7.8. Maksimalne vrijednosti akceleracija vrha modela za slučajeve A2, B2 i C2

A2	B2 (s njihalom)		C2 (sa spremnikom vode)	
AKCELERACIJA [m/s ²]	AKCELERACIJA [m/s ²]	SMANJENJE [%]	AKCELERACIJA [m/s ²]	SMANJENJE [%]
12,91	11,44	11,80	13,22	- 2,40

7.4. Koeficijenti prigušenja

Na slikama 7.20. i 7.21. vidljiva je brzina smanjenja amplitude relativnog pomaka vrha konstrukcije nakon prestanka pobude, koja ovisi o koeficijentu prigušenja.

**Slika 7.20.** Smanjenje amplitude oscilacija nakon prestanka pobude za slučajeve A1, B1 i C1**Slika 7.21.** Smanjenje amplitude oscilacija nakon prestanka pobude za slučajeve A2, B2 i C2

Računski koeficijenti prigušenja i oni dobiveni provođenjem operacionalne modalne analize prikazani su u tablicama 7.9. i 7.10.

Tablica 7.9. Koeficijenti prigušenja za slučajeve A1, B1 i C1

A1			
OBLIK	EFDD [%]	CFDD [%]	RAČUNSKI [%]
1X	3,29	3,09	4,23
1Y	4,49	3,86	3,19
B1			
OBLIK	EFDD [%]	CFDD [%]	RAČUNSKI [%]
1X	3,54	3,40	3,29
1Y	2,89	2,70	3,28
C1			
OBLIK	EFDD [%]	CFDD [%]	RAČUNSKI [%]
1X	8,11	6,16	5,12
1Y	8,18	5,90	6,43

Tablica 7.10. Koeficijenti prigušenja za slučajeve A2, B2 i C2

A2			
OBLIK	EFDD [%]	CFDD [%]	RAČUNSKI [%]
1X	6,76	5,03	5,52
1Y	8,20	7,92	5,97
B2			
OBLIK	EFDD [%]	CFDD [%]	RAČUNSKI [%]
1X	3,16	4,47	5,76
1Y	6,55	4,60	4,92
C2			
OBLIK	EFDD [%]	CFDD [%]	RAČUNSKI [%]
1X	8,37	5,70	7,48
1Y	7,63	6,00	6,56

8. RASPRAVA REZULTATA

8.1. Modalni oblici i vlastite frekvencije

Dobiveni modalni oblici, prikazani na slikama 7.1. do 7.6., pokazuju sličnost s modalnim oblicima realne visoke zgrade. Vlastite frekvencije sustava u kojima se postiže određeni modalni oblik prikazane su u tablicama 7.1. do 7.4. te je usporedbom sa slikama vidljivo da modalni oblici pri višim frekvencijama imaju veći broj nultočaka. Iz navedenih tablica vidljivo je da su vlastite frekvencije translacijskih modalnih oblika u oba smjera bliske po vrijednostima. Ovo se može objasniti sličnim vrijednostima tlocrtnih dimenzija modela u X i Y smjeru.

Promatrajući zasebno slučajeve A1 i A2, B1 i B2 te C1 i C2 u tablicama 7.1. do 7.4. vidljivo je nelinearno smanjenje vlastitih frekvencija sustava u ovisnosti o povećanju omjera mase i krutosti modela. Nadalje, iz istih je tablica vidljivo da su se dodavanjem mase vrijednosti frekvencija koje odgovaraju torzijskim oblicima neznatno smanjile. Ovakav rezultat je bio očekivan jer se moment inercije modela oko njegove težišne vertikalne osi vrlo malo promijenio zbog pozicioniranja utega na način prikazan na slici 6.3..

Modalni oblici dobiveni numeričkim modelom pokazuju dobro slaganje sa eksperimentalno dobivenim modalnim oblicima, što je vidljivo sa slika 7.1. do 7.6.. Osim toga, iz tablica 7.1. i 7.2. je vidljivo i slaganje numerički dobivenih vlastitih frekvencija s onima dobivenim eksperimentalno.

Uspoređujemo li slučajeve A1, B1 i C1 u tablicama 7.1., 7.3. i 7.4., uočavamo smanjenje vlastitih frekvencija ugradnjom prigušivača zbog povećanja ukupne mase sistema. Promjena vlastitih frekvencija, promatramo li slučajeve A2, B2 i C2 (tablice 7.2. do 7.4.), zbog ugradnje prigušivača gotovo je zanemariva, što objašnjavamo puno manjom relativnom promjenom mase modela.

8.2. Relativni pomaci modela

Usporedimo li sliku 7.7. s tablicama 7.1. i 7.2. primjećujemo da se u dijagramu pomaka vrha modela u ovisnosti o frekvenciji za slučajeve A1 i A2 pojavljuju vrhovi pri vrijednostima prvih vlastitih frekvencija (1X) dobivenih eksperimentalnom modalnom analizom. Također se uočava da je relativni pomak vrha modela za slučaj A1 oko 60% manji od pomaka za slučaj A2 u kojem je omjer sila (zbog dodatne mase) i krutosti znatno veći. Isti rezultati potvrđeni su numeričkim modelom što je vidljivo sa slika 7.14. i 7.15.

Slike 7.8. i 7.9. prikazuju dijagrame relativnog pomaka vrha modela u ovisnosti o frekvenciji za različite duljine njihala, iz kojih uočavamo smanjenje odgovora za sve duljinje njihala. Vidljivo je da male greške u podešavanju njihala neće negativno utjecati na dinamički odgovor ukupnog sustava. Na temelju istih slika, usporedbom s dijagramom pomak/frekvencija konstrukcije bez prigušivača, odabrana je optimalna duljina njihala od 10 cm za slučaj B2. Ista duljina njihala koristila se i za slučaj B1 iako ona za taj slučaj nije bila optimalna.

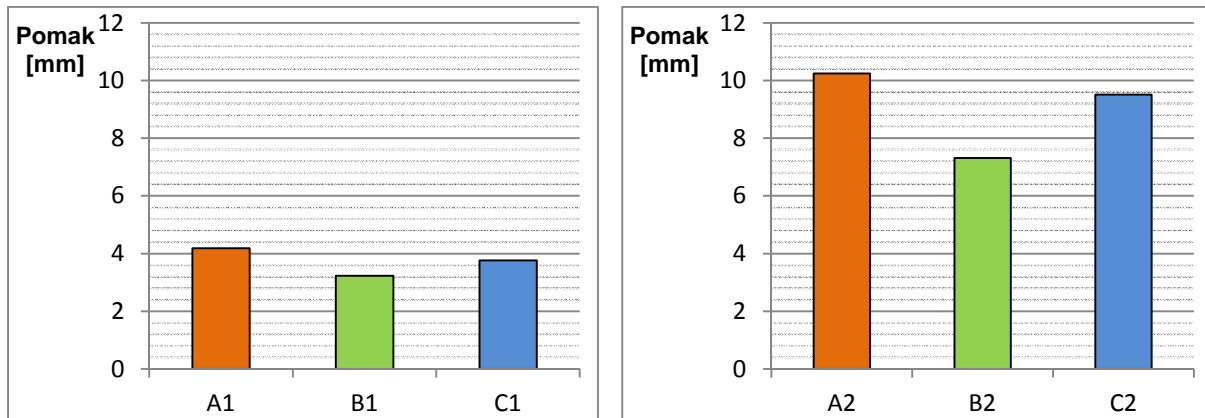
Dijagram pomaka vrha konstrukcije u ovisnosti o frekvenciji za slučajeve A1 i B1 prikazan je na slici 7.10. Na slici je vidljivo da je u slučaju B1 postignuto smanjenje pomaka iako operativno područje njihala nije bilo podešeno na rezonantnu frekvenciju modela. Operativno područje njihala za ovaj slučaj nalazi se u rasponu frekvencija (7,5 – 11) Hz.

Očekivana pojava dva vrha u dijagramu pomak/frekvencija postignuta je za slučaj B2 koji je prikazan na slici 7.12.. U ovom je slučaju frekvencija njihala bila usklađena sa rezonantnom frekvencijom modela. Uspoređujemo li dijagram B2 sa slike 7.12. s podacima iz tablice 7.3. (1X) opažamo da se ova dva vrha javljaju na frekvencijama gotovo jednakim onima dobivenim eksperimentalnom modalnom analizom. Iz tablice 7.6. za ovaj je slučaj vidljivo relativno smanjenje pomaka od gotovo 30%, što je najveće postignuto smanjenje pomaka u ovom eksperimentu.

Usporedbom dijagrama B1 sa slike 7.10. i dijagrama B2 sa slike 7.12. primjećujemo smanjenje operativnog područja njihala sa (7,5 – 11) Hz na (6,5 – 7,5) Hz. Budući da operativno područje raste s porastom omjera mase prigušivača i mase konstrukcije μ , ovakav rezultat je u skladu s očekivanim.

Rezultati ispitivanja modela sa spremnikom s vodom za slučaj C1 prikazani su na slici 7.11., a za slučaj C2 na slici 7.13.. Ovi dijagrami pokazuju tek neznatno smanjenje pomaka vrha konstrukcije. Prilikom provođenja eksperimenta rezonantna je frekvencija modela bila puno veća od očekivane frekvencije prvog oblika *sloshinga* koja je po izrazu (4.2) procijenjena na oko 2 Hz. Pretpostavka je da bi se veće smanjenje pomaka postiglo boljim usklađivanjem ovih dviju frekvencija.

Radi lakše usporedbe smanjenja relativnih pomaka za pojedini slučaj ispitivanja, podaci iz tablica 7.5. i 7.6. prikazani su dijagramom na slici 8.1..



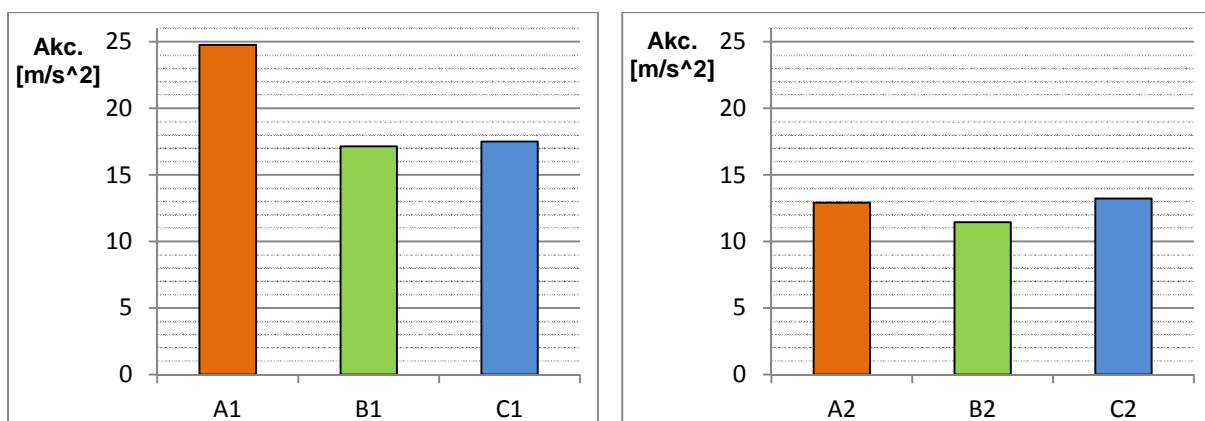
Slika 8.1. Maksimalni relativni pomaci modela za različite slučajeve ispitivanja (iz tablica 7.5. i 7.6.)

8.3. Akceleracije modela

Budući da je u mjerenju akceleracija unutar 9 sekundi obuhvaćen velik raspon frekvencija (5 do 200) Hz, na svim je dijagramima (slika 7.16. do 7.19.) moguće, osim kod prve vlastite frekvencije, uočiti vrhove koji predstavljaju porast akceleracija pri višim vlastitim frekvencijama. Vidljivo je da su akceleracije pridružene višim vlastitim frekvencijama znatno manjeg iznosa od akceleracije koja se postiže osciliranjem pri prvoj vlastitoj frekvenciji.

Usporedimo li maksimalne vrijednosti akceleracija za slučajeve A1, B1, C1 (tablica 7.7.) sa slučajevima A2, B2 i C2 (tablica 7.8.) uočava se smanjenje maksimalnog iznosa akceleracije porastom ukupne mase sustava.

Na slikama 7.16. i 7.17. primjećuje se smanjenje iznosa akceleracije vrha modela ugradnjom prigušivača za slučajeve B1 i C1. Smanjenje se također primjećuje za slučaj B2 (slika 7.18.), dok u slučaju C2 (slika 7.19.) nema smanjenja akceleracije. Sa slika 7.16. i 7.18. primjećuje se mogućnost da s povećanjem mase konstrukcije u odnosu na masu njihala ono postaje manje učinkovito u vidu smanjenja akceleracija, ali se zbog nedovoljnog broja podataka to ne može sa sigurnošću zaključiti.



Slika 8.2. Maksimalne akceleracije modela za različite slučajeve ispitivanja (iz tablica 7.7. i 7.8.)

8.4. Koeficijenti prigušenja

Iz dijagrama smanjenja amplitude u vremenu nakon prestanka pobude, na slikama 7.20. i 7.21., uočavamo veću brzinu smanjenja amplitude kod modela s dodatnom masom (A2, B2, C2) od modela bez dodatne mase (A1, B1, C1). Ova činjenica je potvrđena i vrijednostima u tablicama 7.9. i 7.10., gdje je primjenom sve tri metode dobiven veći koeficijent prigušenja za slučajeve A2, B2 i C2 od slučajeva A1, B1 i C1.

Iz tablica 7.9. i 7.10. također je uočljivo da su najmanji koeficijenti prigušenja dobiveni za slučajeve s njihalom (B1, B2), dok su najveći koeficijenti prigušenja dobiveni korištenjem spremnika s vodom kao prigušivača (C1, C2). Budući da frekvencija vode u spremniku nije bila prilagođena rezonantnoj frekvenciji sustava, ne može se sa sigurnošću utvrditi uzrok ovakvog ponašanja.

9. ZAKLJUČAK

Primjenom eksperimentalne modalne analize određeni su osnovni dinamički parametri modela konstrukcije: modalni oblici, vlastite frekvencije i koeficijenti prigušenja. Osim eksperimentalne, provedena je numerička modalna analiza te je postignuto dobro slaganje modova dobivenih na oba načina. Dobiveni modalni oblici odgovaraju modalnim oblicima realnih visokih zgrada. U slučaju ispitivanja u kojem je postignuto dobro usklađivanje frekvencije njihala s rezonantnom frekvencijom sustava, primjećuje se osciliranje modela u prvom obliku za dvije različite bliske vrijednosti frekvencija.

Dodavanjem mase modelu uz zadržavanje jednake krutosti dobiven je znatan porast relativnog pomaka vrha modela i koeficijenta prigušenja ukupnog sustava, dok su se akceleracije i rezonantne frekvencije smanjile.

Eksperimentom je postignuto znatno smanjenje relativnog pomaka vrha modela za slučaj ispitivanja s njihalom, kada je frekvencija njihala bila usklađena s rezonantnom frekvencijom sustava. Na dijagramu pomaka vrha modela u ovisnosti o frekvenciji, za isti su se slučaj pojavila dva vrha u okolini rezonantne frekvencije modela bez prigušivača. Povećanjem odnosa mase njihala prema masi konstrukcije uočen je porast operativnog područja njihala. Smanjenje relativnog pomaka vrha modela postignuto je i za slučajeve kad frekvencije prigušivača nisu bile usklađene s frekvencijom konstrukcije.

Konstrukcija opterećena dinamičkom pobudom disipira energiju ulaskom u plastično područje i pri tome trpi znatna oštećenja. Ugradnjom prigušivača s usklađenom masom (TMD) i usklađenim gibanjem vode (TLD), znatna disipacija energije ostvaruje se već u elastičnom području čime se uvelike smanjuju oštećenja, a time i troškovi sanacije konstrukcije.

LITERATURA

- [1] *Earthquakes With 50,000 or More Deaths*, http://earthquake.usgs.gov/earthquakes/world/most_destructive.php, pristupljeno 10.4.2012.
- [2] Avitabile P.: *Experimental Modal Analysis - a Simple Non-mathematical Presentation*, Sound & Vibration, 2001.
- [3] Zhang L., Brincker R., Andersen P.: *An Overview of Operational Modal Analysis: Major Development and Issues*, Proceedings of the 1st International Operational Modal Analysis Conference (IOMAC), Brincker R., Møller N. B., Copenhagen, Denmark, 2005.
- [4] *World's Ten Tallest Buildings*, <http://skyscraperpage.com/diagrams/?searchID=203> Pristupljeno – 6.4.2012.
- [5] Šimunić Ž.: *Polimeri u graditeljstvu*, Sveučilište u Zagrebu, Građevinski fakultet, Zagreb, 2006.
- [6] Chopra A. K.: *Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering*, Prentice Hall, New Jersey, USA, 1995.
- [7] El Damatty, A. A.: *Studies on the Application of Tuned Liquid Dampers (TLD) to Upgrade the Seismic Resistance of Structures*, ICLR Research, Paper Series-No. 17, Department of Civil and Environmental Engineering, University of Western Ontario, Canada, 2002.
- [8] Reed D. A., Yu J., Jeh H.: *Investigation of Tuned Liquid Dampers under Large Amplitude Excitation*, Journal of Engineering Mechanics, Vol. 124, No. 4, 405-413, 1998.
- [9] Schwarz B., Richardson M.: *Experimental Modal Analysis*, CSI Reliability Week, Orlando, Florida, USA, 1999.
- [10] *Structural Testing – Part 1: Mechanical Mobility Measurements*, Brüel & Kjær, <http://www.bksv.com/doc/br0458.pdf>, pristupljeno 10.4.2011.
- [11] *APS 400 ELECTRO-SEIS Long Stroke Shaker with Linear Ball Bearings*, Product Characteristics, APS Dynamics, Inc., http://www.apsdynamics.com/images/stories/Prospekte/APS_Shaker/APS_400/APS_400_Data_Sheet_en.pdf, pristupljeno 10.4.2012.
- [12] *Measuring Vibration*, Brüel & Kjær, <http://www.bksv.com/doc/br0094.pdf>, pristupljeno 10.4.2012.

- [13] Rak M.: *Ispitivanje konstrukcija*, Skripta s kompletnim predavanjima, Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet, Rijeka, 2005.
- [14] Damjanović D.: *Utjecaj temperature na dinamičke parametre građevinskih konstrukcija*, Sveučilište u Zagrebu, Građevinski fakultet, Doktorska disertacija, 2010.
- [15] *Skripta – Fourierova analiza*, FER, Zagreb,
http://www.fer.unizg.hr/_download/repository/skripta_fourierova_analiza.pdf,
pristupljeno 12.4.2012.
- [16] Harris M. C.: *Shock and Vibration Handbook, Fourth edition*, McGraw-Hill, New York, 1996.
- [17] Herceg LJ.: *Ocjena realnog stanja konstrukcija određivanjem dinamičkih parametara*, Sveučilište u Zagrebu, Građevinski fakultet, Doktorska disertacija, Zagreb, 1993.
- [18] *Structural Testing – Part 2: Modal Analysis and Simulation*, Brüel & Kjær,
<http://www.bksv.com/doc/br0507.pdf>, pristupljeno 15.4.2012.
- [19] Herlufsen H.: *Modal Analysis using Multi-Reference and Multiple-Input Multiple-Output techniques*, Application note, Bruel&Kjaer, 2002.,
<http://www.bksv.com/doc/bo0505.pdf>., pristupljeno 15.4.2012.
- [20] Herlufsen H., Andersen P., Gade S., Moller N.: *Identification Techniques for Operational Modal Analysis - an Overview and Practical Experiences*, Proceedings of the 1st International Operational Modal Analysis Conference, Copenhagen, Denmark, 2005.
- [21] Brincker R., Ventura C., Andersen P.: *Why Output-Only Modal Testing is a Desirable Tool for a Wide Range of Practical Applications*, Proceedings of the 21st International Modal Analysis Conference (IMAC), Kissimmee, Florida, 2003.
- [22] Brincker R., Zhang L., Andersen P.: *Modal Identification of Output-Only Systems Using Frequency Domain Decomposition*, Smart Materials and structures, Vol. 10., 1361-665X, 2001.
- [23] Gade S., Møller N.B., Herlufsen H., Konstantin-Hansen H.: *Frequency Domain Techniques for Operational Modal Analysis*, Proceedings of the Japan Society of Automotive Engineers Annual Congress, No. 68-02, 17-20, 2002.
- [24] Nižić A., Meštrović D.: *Seizmički Prigušivači*, Građevinar, Vol.63, No.07, 661-667, 2011.
- [25] Lee C. L., Chen Y. T., Chung L. L., Wang Y. P.: *Optimal Design Theories And Applications Of Tuned Mass Dampers*, Engineering Structures, Vol. 28, No. 1, 43–53, 2006.

- [26] Park J., Reed D. A.: *Analysis of Uniformly and Lineary Distributed Mass Dampers Undes Harmonic and Earthquake Extication*, Engineering Structures, Vol. 23, No. 7, 802–814, 2001.
- [27] Šimić V.: *Otpornost materijala 1*, Školska knjiga Zagreb, 2007.
- [28] Sadek F., Mohraz B., Taylor A. W., Chung R. M.: *A Method of Estimating the Parameters of Tuned Mass Dampers for Seismic Applications*, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 26, No. 6, 617–635, 1997.
- [29] Jaiswal O. R., Chaudhari J. V., Mandakar N.H.: *Elasto-Plastic Tuned Mass Damper for Controlling Seismic Response of Structures*, The 14th World Conference on Earthquake Engineering, Beijing, China, 2008.
- [30] Marivani M., Hamed M.S.: *Numerical simulation of structure response outfitted with a tuned liquid damper*, Computers and structures, Vol. 87, 1154–1165, 2009.
- [31] Tamura Y., Fujii K., Ohutski T., Wakahara T., Kohsaka R.: *Effectivnes of tuned liquid dampers under wind excitation*, Engineering Structures, Vol. 17, No 9, 609-621, 1995.
- [32] Sun. L. M.: *Semi-analytical modelling of tuned liquid damper (TLD) with emphasis on damping of liquid sloshing*, Ph. D. Disertation, University of Tokyo, Japan, 1991.
- [33] Ju. J., Wakahara T., Reed. D. A.: *A non-linear numerical model of the tuned liquid damper*, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 28, No. 6, 671–686, 1999.
- [34] Ju. J.: *Nonlinear characteristics of tuned liquid dampers*, Ph. D. Thesis, University of Washington, Department of Civil Engineering, Seattle, WA, 1997.
- [35] Nanda B., Biswal K. C.: *Application of tuned liquid damper for controlling structural vibration due to earthquake excitations*, Modern Methods and Advances in Structural Engineering and Construction, Zürich, Switzerland, 2001.
- [36] Yalla S., Kareem A.: *Semi-Active Tuned Liquid Column Dampers: An Experimental Study*, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol.129, No.7., 960-971, 2003.
- [37] Dodge F. T.: *The New Dynamic Behaviour of Liquids in Moving Containers; remake of NASA SP106*, Southwest Research Institute, San Antonio, Texas, 2000.
- [38] Robinson J. K., Gamble S. L., Myslimaj B. M.: *Supplemental damping and using tuned sloshing dampers*, Structure, 14-18, 2007.

SAŽETAK

Janko Koščak, Gregor Turkalj

Modalna analiza modela konstrukcije i ispitivanje utjecaja njihala i spremnika s vodom kao prigušivača

Provedena su dinamička ispitivanja modela konstrukcije izrađenog od aluminijskog koji je imao odnos dimenzija sličan onome kao kod visoke zgrade. Ispitivanja su provedena u šest različitih slučajeva ovisno o masi konstrukcije i ugrađenom prigušivaču. U svakom slučaju ispitivanja provedena je eksperimentalna modalna analiza i dobiveni su dinamički parametri koji su uključivali modalne oblike, vlastite frekvencije i koeficijente prigušenja. Eksperimentalno dobiveni modalni oblici i vlastite frekvencije uspoređeni su, za pojedine slučajeve, s onima dobivenim u numeričkom modelu. Nadalje, provedeno je ispitivanje utjecaja njihala i spremnika s vodom kao prigušivača te je ocjenjena njihova učinkovitost u vidu smanjenja relativnih pomaka i akceleracija vrha modela te promjene koeficijenata prigušenja ukupnog sustava.

Ključne riječi: eksperimentalna modalna analiza, prigušivač s usklađenom masom, prigušivač s usklađenim gibanjem tekućine, rezonantna frekvencija

SUMMARY

Janko Koščak, Gregor Turkalj

Modal analysis of a construction model and testing the effects of pendulum and water container shaped dampers

During the experiment dynamic testing of an aluminium construction model, with dimension ratio similar to that of a high rise building, was carried out. The research was conducted in six different cases differentiating in construction mass and installed damper. In each case experimental modal analysis was carried out, resulting in dynamic parameters which included modal shapes, natural frequencies and damping ratios. For specific cases mode shapes and natural frequencies obtained from experiment were compared to those obtained from a numerical model. Furthermore, the impact of pendulum and water container shaped dampers was tested, evaluating their effectiveness in reducing relative displacements and accelerations of the top of the model, as well as changes of damping ratios of the entire system.

Key words: experimental modal analysis, tuned mass damper, tuned sloshing liquid damper, resonant frequency

ZAHVALE

Mentoru doc. dr. sc. Domagoju Damjanoviću, dipl. ing. građ., na vrijednim savjetima, čeličnim živcima i neumornom vodstvu,

Ivanu Duvnjaku dipl. ing. građ., Marku Bartolcu dipl. ing. građ., Mariu Urošu dipl. ing. građ. i Vladimiru Čalogoviću dipl. ing. fiz., na konstruktivnim idejama,

Miroslavu Koščaku, na pomoći oko izrade modela,

Marinku i Željku Kelkoviću, na tehničkoj podršci i ugodnoj radnoj atmosferi.
