

Sveučilište u Zagrebu

Fakultet elektrotehnike i računarstva

Autori:

Josip Česić

Jurica Goričanec

Tomislav Haus

Samorotirajuća letjelica

Zagreb, 2012.

Ovaj rad izrađen je u Laboratoriju za robotiku i inteligentne sustave upravljanja, pri Zavodu za automatiku i računalno inženjerstvo pod vodstvom prof. dr. sc. Stjepana Bogdana i predan je na natječaj za dodjelu Rektorove nagrade u akademskoj godini 2012.

Sadržaj

1. Uvod	1
2. Matematički model samorotirajuće letjelice	3
2.1. Vertikalno gibanje	4
2.2. Gibanje u horizontalnoj ravnini	6
2.3. Identifikacija utjecaja vremenske konstante	
motora	9
2.3.1. Optimalni period pulsiranja	9
2.3.2. Interval pulsiranja	14
3. Stuktura sustava upravljanja	16
3.1. Upravljanje vertikalnim gibanjem	16
3.2. Upravljanje horizontalnim gibanjem	20
4. Kalmanov filter za lokalizaciju letjelice	29
4.1. Lokalizacija letjelice korištenjem inercijskih	
navigacijskih sustava	30
4.2. Matematička osnova Kalmanovog filtra	32
4.2.1. Izrazi za diskretni Kalmanov filter	33
4.2.2. Izvedbeni oblici Kalmanovog filtra	35
4.3. Kalmanov filter za određivanje orijentacije	37
4.4. Kalmanov filter za određivanje pozicije	40
5. Konstrukcija letjelice	46
5.1. ArduPilot Mega	46

5.2. Aktuatori i regulatori brzine	47
5.3. Senzori	48
5.3.1. Kompas	49
5.3.2. Akcelerometar	50
5.3.3. Žiroskop	50
5.4. X-Bee modul	51
5.5. Upravljačka aplikacija	51
5.5.1. Upravljačka aplikacija za PC	52
5.5.2. Upravljačka aplikacija za ATmega mikrokontroler	52
5.6. Testiranje osnovnih upravljačkih funkcija	62
6. Zaključak	63
7. Literatura	65
8. Sažetak	68
9. Summary	69

1. Uvod

Posljednjih godina, s razvojem tehnologije na mikro razini, omogućen je i razvoj malih autonomnih bespilotnih letjelica (engl. *unmanned aerial vehicle* - u nastavku UAV) različitih namjena, često inspiriranih prirodom [4, 8]. Nakon dugogodišnjeg razvoja za vojne potrebe, takve su letjelice pronašle svoju primjenu i u civilnoj industriji. S obzirom na veličinu, moguće ih je koristiti u otvorenim i zatvorenim prostorima u najrazličitijim granama ljudske djelatnosti. Zanimljive su njihove primjene u nadzoru prometa, zaštiti okoliša, nadzoru opožarenog područja, spašavanju nesrećenih uslijed lavina, istraživanju nepristupačnog terena, poljoprivredi, ribarstvu, nadzoru graničnih prijelaza, a u posljednje vrijeme i u svemirskoj industriji.

Tendencija razvoja novih koncepata UAV letjelica orijentirana je ka zamjeni klasičnih nepomičnih (engl. *fixed wings*) ili rotirajućih krila (engl. *rotary wings*), karakterističnih za avione i helikoptere, sa pomičnim krilima (engl. *flapping wings*) koja oponašaju let ptica, insekata i ostalih živućih organizama [21, 6]. Temeljna je prednost rotirajućih i pomičnih krila mogućnost lebdenja te vertikalnog slijetanja i uzlijetanja, dok se kod nepomičnih krila javlja potreba za korištenjem uzletno-sletne staze. To im je, uz nemogućnost lebdenja, preciznog praćenja trajektorija i leta na niskim brzinama, najznačajniji nedostatak. Nepomična krila, s druge strane, imaju mogućnost letenja na većim brzinama uz manji utrošak energije. Današnja su istraživanja najčešće usmjerena na izbor između rotirajućih i pomičnih krila [15], čiji su kinematički i aerodinamički modeli vrlo složeni te posjeduju značajne nelinearnosti. Važno je naglasiti kako aerodinamički fenomeni koji se javljaju kod niskih iznosa Reynoldsovog broja (engl. *Reynolds number*), koji je karakterističan za UAV, još uvijek nisu u potpunosti rasvijetljeni [12].

I dok se rasprava po pitanju efikasnosti rotirajućih i pomičnih krila [14, 23, 18]

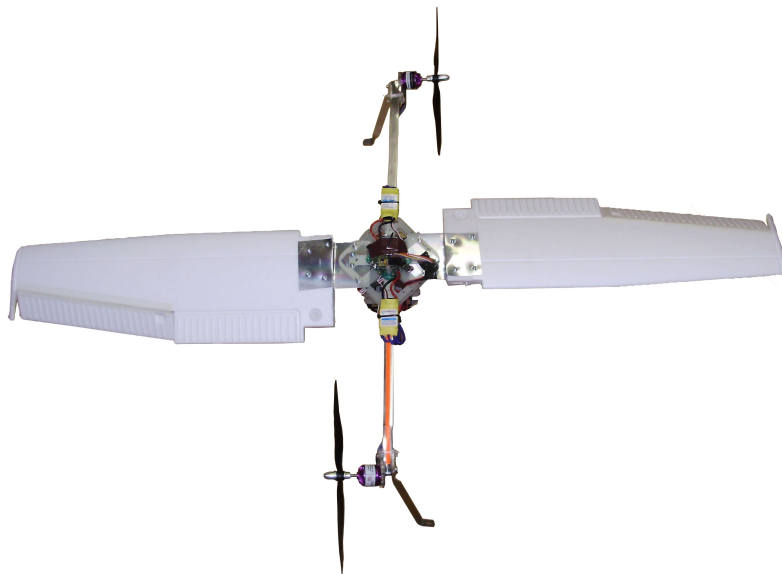
nastavlja, velik izazov predstavlja projektiranje sustava upravljanja takvim objektima. U znanstvenoj zajednici, trenutno je popularan model UAV-a s rotirajućim krilima koji nosi ime *Samara Concept* [22, 10]. Samara posjeduje tek jedno krilo (engl. *monocopter*), a njen je oblik inspiriran oblikom sjemena biljke javora. Ovakav model UAV-a inherentno je stabilan, iako posjeduje značajan stupanj nelinearnosti. S obzirom na spregnutost upravljačkih varijabli sustava, autonoman let predstavlja velik izazov s aspekta upravljanja. Osim toga, svi signali povratne veze dostupni su sa senzora koji se nalaze u rotirajućem koordinatnom sustavu letjelice, što implementaciju algoritama upravljanja čini još kompleksnijom. Za kvalitetno upravljanje letjelicom potrebno je imati na raspolaganju pravovremene i kvalitetne informacije o stanjima sustava, od kojih neka nisu izravno mjerljiva. Iz tog se razloga javlja potreba za korištenjem estimatora stanja.

U ovom radu prikazan je koncept samorotirajuće letjelice koja za razliku od Samara-e ima dva simetrično postavljena rotirajuća krila. Takva konstrukcija uzrokuje stvaranje većeg potiska na krilima, što omogućava let na nižim brzinama. Također, kroz eksperimente se pokazalo kako Samara na nižim brzinama vrtnje zbog nesimetričnosti pokazuje prilično loše ponašanje u vidu oscilacija po sporednim osima rotacije, dok se konstrukcijom samorotirajuće letjelice taj problem uspijeva izbjeći.

Rad je strukturiran na sljedeći način. U drugom poglavlju prikazan je matematički model letjelice korišten za testiranje različitih pristupa upravljanju. U trećem poglavlju opisana je struktura upravljanja realizirana u Simulinku® dok je u četvrtom poglavlju dan detaljan opis Kalmanovog filtra koji je korišten za estimiranje stanja letjelice. U petom poglavlju dan je detaljan prikaz konstruirane samorotirajuće letjelice. Na kraju je dan zaključak dosadašnjeg rada te su prikazane smjernice za buduće istraživanje.

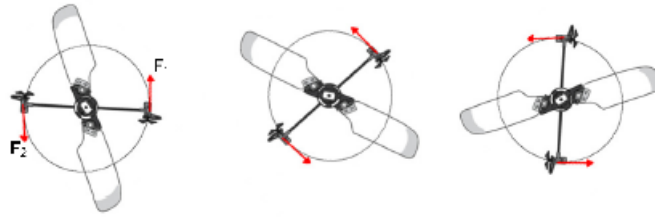
2. Matematički model samorotirajuće letjelice

Samorotirajuća letjelica prikazana na Slici 2.1 sastoji se od dvaju krila postavljenih na suprotnim stranama tijela letjelice. Unutar tijela nalazi se potrebna elektronika te izvor energije, baterija. Na tijelo letjelice pričvršćena su dva nosača postavljena jedan nasuprot drugog. Na njihovim se krajevima nalaze dva beskolektorska istosmjerna motora sa propelerima, jednako udaljena od tijela. Svaki je propeler građen od dviju elisa, koje svojom vrtnjom uzrokuju potisak, odnosno moment sile. Simetrija letjelice osigurava poklapanje osi rotacije sa centrom mase, što uvelike pojednostavljuje matematički model sustava. Moment sile propelera omogućuje



Slika 2.1: Samorotirajuća letjelica

zakretanje letjelice kako je prikazano na Slici 2.2. Uslijed zakretanja, na krilima se stvara aerodinamička sila uzgona potrebna za vertikalno gibanje. Matematički mo-



Slika 2.2: Rotacija letjelice uslijed pojave potiska propelera

del prikazan u radu predstavlja aproksimaciju prvog reda te uzima u obzir osnovne aerodinamičke efekte, dok su neki složeniji i manje značajni aerodinamički utjecaji zanemareni.

2.1. Vertikalno gibanje

Diferencijalna jednačba kojom je opisana veza između brzine vrtnje motora i napona na istima dana je idućim izrazom:

$$T_{\omega p} \frac{d\omega_p}{dt} + \omega_p = k_{\omega p} \cdot U, \quad (2.1)$$

gdje je:

- ω_p - kutna brzina propelera,
- $T_{\omega p}$ - vremenska konstanta motora,
- $k_{\omega p}$ - faktor proporcionalnosti motora
- U - napon motora [3].

Vrtnjom propelera generira se potisak F prema izrazu:

$$F = k_f \cdot \omega_p^2, \quad (2.2)$$

gdje k_f predstavlja koeficijent potiska [3]. Kutna brzina gibanja letjelice, ω_z , određena je prema izrazu:

$$I_z \frac{d\omega_z}{dt} = (F_1 + F_2) \cdot R_p - k_{d\omega} \cdot \omega_z^2, \quad (2.3)$$

gdje su:

- F_1 i F_2 - potisci uzrokovani vrtnjom prvog, odnosno drugog motora,
- I_z - moment inercije samorotirajuće letjelice,
- R_p - udaljenost motora od osi rotacije,
- $k_{d\omega}$ - aerodinamički koeficijent otpora pri rotaciji.

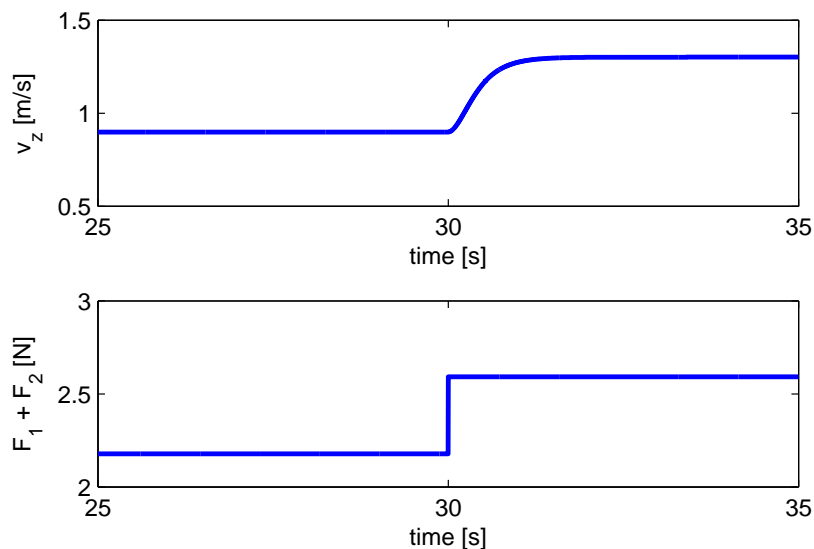
Konačno, pomak duž vertikalne osi opisam je idućom diferencijalnom jednačinom:

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = k_{l\omega} \cdot \omega_z^2 - m \cdot g - k_z \frac{dz}{dt} \quad (2.4)$$

gdje su:

- m - masa samorotirajuće letjelice,
- g - gravitacijska konstanta,
- k_z - koeficijent otpora zraka pri gibanju po vertikalnoj osi,
- $k_{l\omega}$ - aerodinamički koeficijent uzgona pri rotaciji.

Sa (2.3) i (2.4) definirana je veza između ukupnog potiska propelera ($F_1 + F_2$) i brzine vertikalnog gibanja letjelice. Primjer odziva, uz vremensku konstantu motora iznosa $T_{\omega p} = 0[s]$, prikazan je Slikom 2.3.



Slika 2.3: Vertikalno gibanje letjelice

2.2. Gibanje u horizontalnoj ravnini

Dinamika sustava pri gibanju u horizontalnoj ravnini opisana je diferencijalnom jednadžbom drugog reda:

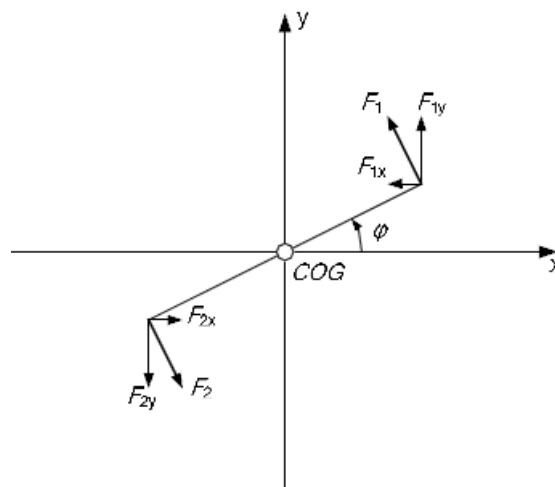
$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F_x(t) - k_x \frac{dx}{dt}, \quad (2.5)$$

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = F_y(t) - k_y \frac{dy}{dt},$$

gdje su:

- F_x i F_y - trenutna vrijednost sile u smjeru x, odnosno y osi,
- k_x i k_y - koeficijenti otpora zraka pri gibanju u smjeru x, odnosno y osi.

Slikom 2.4 prikazani su vektori sile potiska motora u koordinatnom sustavu zemlje, u određenom trenutku t , gdje φ predstavlja kut između pozitivnog dijela x osi i prvog motora. Tako kut između položaja prvog motora i sile potiska koju proizvodi isti motor iznosi 90° . U nastavku rada, za orijentaciju letjelice uzima se trenutni položaj (zakret) prvog motora. Iz Slike 2.4, trenutni iznos sile potiska mo-



Slika 2.4: Sile koje uzrokuju horizontalno gibanje

tora u smjeru x i y osi, F_x i F_y , iznosi:

$$\begin{aligned} F_x(t) &= [-F_1(t) + F_2(t)] \cdot \sin(\omega_z t), \\ F_y(t) &= [F_1(t) - F_2(t)] \cdot \cos(\omega_z t). \end{aligned} \quad (2.6)$$

Nakon polijetanja, samorotirajuća letjelica zadržava svoj položaj u horizontalnoj ravnini sve dok je razlika u potisku dvaju motora, F_1 i F_2 , jednaka nuli. Pretpostavi

li se $F_1 = F_2$ i $\omega_z = konst.$, prema (2.6) srednja sila u pozitivnom smjeru x osi dana je idućom jednađbom:

$$F_{x,av} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} F_x(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{\alpha_0}^{\alpha_0+2\pi} F_x(\varphi) d\varphi = 0 \quad (2.7)$$

gdje T predstavlja period rotacije letjelice. Isto vrijedi i za silu u pozitivnom smjeru y osi:

$$F_{y,av} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} F_y(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{\alpha_0}^{\alpha_0+2\pi} F_y(\varphi) d\varphi = 0 \quad (2.8)$$

Kako bi se postiglo gibanje u horizontalnoj ravnini, potrebno je uspostaviti razliku između sila potiska na motorima u odgovarajućim trenutcima. Za početak je zbog jednostavnosti prikazan koncept uz vremensku konstantu motora iznosa $T_{\omega p} = 0[s]$. Navedeno pojednostavljenje omogućuje trenutnu promjenu brzine vrtnje motora, a time i silu potiska unutar vremenskog intervala $[t_1, t_2]$, gdje je $t_1 \leq t_2 \leq t_1 + T$, za koji je orijentacija letjelice unutar intervala $[\alpha = \varphi(t_1), \beta = \varphi(t_2)]$, gdje je $0 < \alpha \leq \beta \leq \alpha + 360^\circ$ zapisano s obzirom na trenutni položaj letjelice.

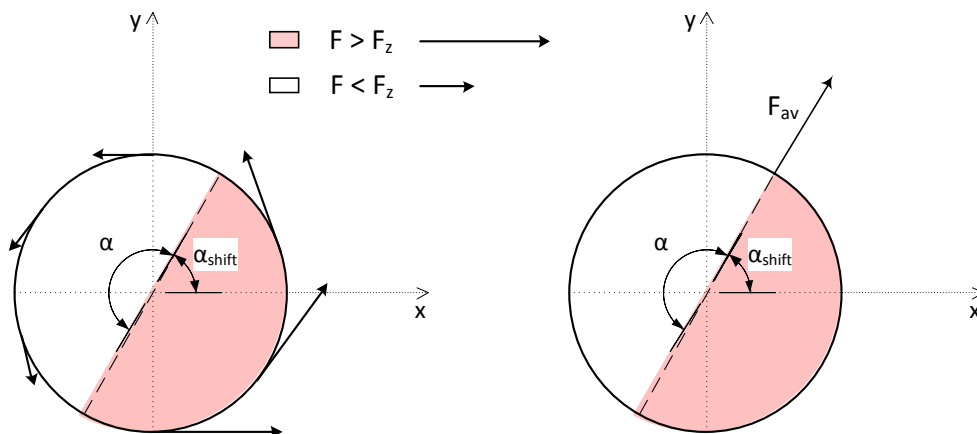
$$\begin{aligned} F_{x,av} &= \frac{-F_1+F_2}{2\pi} \int_{\alpha}^{\beta} \sin(\varphi) d\varphi \\ &= \frac{F_1-F_2}{2\pi} [\cos(\beta) - \cos(\alpha)] \\ F_{y,av} &= \frac{F_1-F_2}{2\pi} \int_{\alpha}^{\beta} \cos(\varphi) d\varphi \\ &= \frac{F_1-F_2}{2\pi} [\sin(\beta) - \sin(\alpha)] \end{aligned} \quad (2.9)$$

Iz izraza (2.9) proizlazi kako interval $[\alpha, \beta]$ duljine 180° osigurava najveći utjecaj na iznos rezultantne sile koja uzrokuje horizontalno gibanje. Ukupna sila u horizontalnoj ravnini iznosi:

$$\mathbf{F}_{av} = \sqrt{F_{x,av}^2 + F_{y,av}^2} \cdot e^{i\alpha_{shift}} \quad (2.10)$$

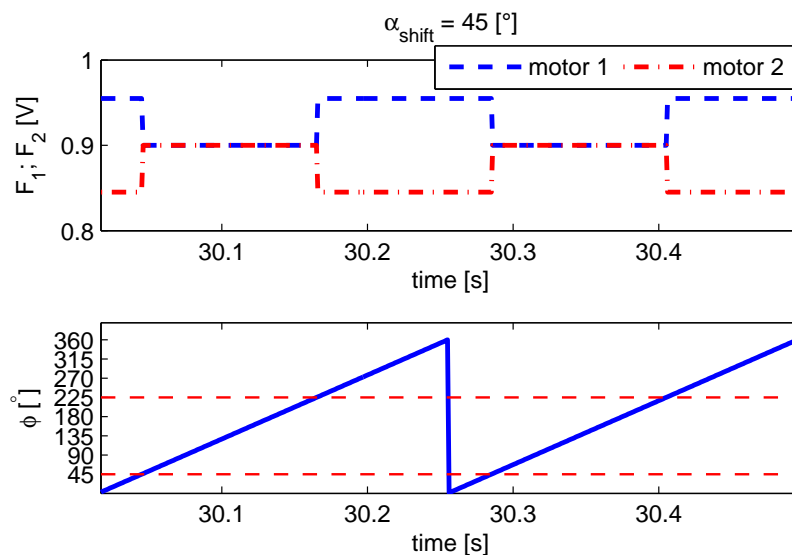
gdje α_{shift} predstavlja kut pomaka letjelice, tj. kurs.

Kao što je prikazano Slikom 2.5, kako bi se postiglo gibanje u x-y ravnini neophodno je smanjiti potisak ispod razine F_z unutar intervala $[0, 180^\circ]$, odnosno povećati potisak iznad iste vrijednosti unutar $[180^\circ, 360^\circ]$, računajući iznos kuta s obzirom na α_{shift} . Pritom F_z predstavlja prosječnu vrijednost potiska potrebnu za postizanje željenog gibanja duž vertikalne osi. Kako bi se smanjilo opterećenje motora, prvom se motoru potisak u svakom krugu okretaja letjelice povećava, dok



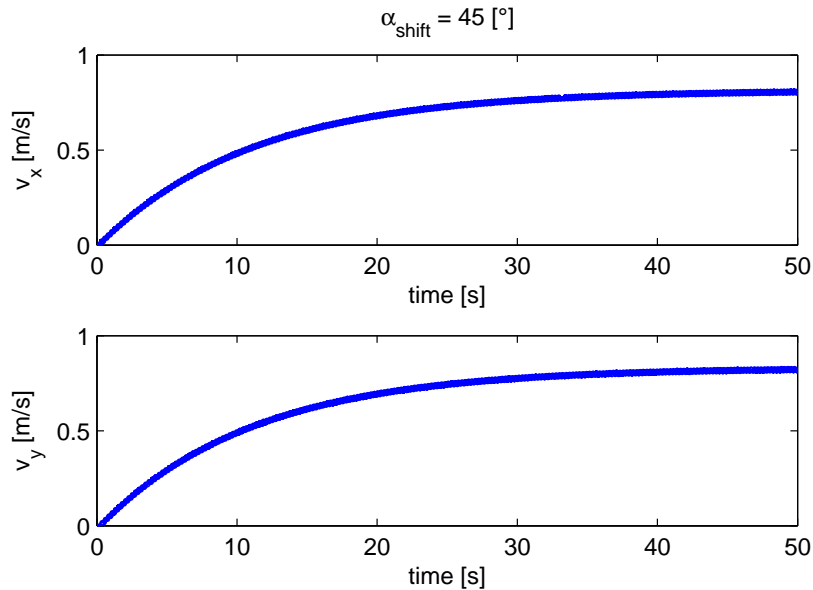
Slika 2.5: Sila u horizontalnoj ravnini kao rezultat razlike sila potiska F_1 i F_2

se drugom isti smanjuje. Primjer odziva sila potiska oba motora, kao i trenutni položaj letjelice prikazani su Slikom 2.6, dok je na Slici 2.7 prikazan primjer odziva brzine gibanja letjelice u horizontalnoj ravnini.



Slika 2.6: Potisci motora i trenutni položaj letjelice; za $\alpha_{shift} = 45^\circ$

Sa Slike 2.6 očigledno je kako postoje dvije različite razine napona za svaki od motora. Slika 2.5 prikazuje pak kako se smjer pomaka letjelice α_{shift} poklapa sa završetkom intervala u kojemu postoji razlika u naponima na motorima.



Slika 2.7: Komponente brzine v_x i v_y ; za $\alpha_{shift} = 45^\circ$

U sljedećim je odlomcima razmatran utjecaj vremenske konstante motora $T_{\omega p} \neq 0[s]$.

2.3. Identifikacija utjecaja vremenske konstante motora

Prilikom identifikacije utjecaja vremenske konstante motora korišteno je upravljanje po brzini vrtnje u otvorenoj petlji. Na taj se način moglo vidjeti na koji način različiti iznosi vremenske konstante utječu na ponašanje letjelice prilikom pulsiranja uz korištenje identičnih upravljačkih signala.

2.3.1. Optimalni period pulsiranja

Ranije je prikazan pristup upravljanja horizontalnim gibanjem korištenjem perioda pulsacije iznosa $\Phi = 360^\circ$, što odgovara jednom okretaju letjelice. U nastavku je provedeno ispitivanje čija je osnovna ideja usmjerena prema detekciji utjecaja pulsiranja kroz više okretaja letjelice.

Prosječne vrijednosti sila generiranih u smjeru x i y osi dane su idućim jednadž-

bama:

$$\begin{aligned} F_{x,av} &= \frac{1}{kT} \int_{t_0}^{t_0+kT} F_x(t) dt = \frac{1}{k \cdot 2\pi} \int_{\alpha_0}^{\alpha_0+k \cdot 2\pi} F_x(\varphi) d\varphi \\ F_{y,av} &= \frac{1}{kT} \int_{t_0}^{t_0+kT} F_y(t) dt = \frac{1}{k \cdot 2\pi} \int_{\alpha_0}^{\alpha_0+k \cdot 2\pi} F_y(\varphi) d\varphi \end{aligned} \quad (2.11)$$

u kojima k predstavlja broj okretaja letjelice tijekom jednog perioda pulsacije. Cilj ispitivanja jest maksimiziranje prosječne sile koja uzrokuje gibanje u horizontalnoj ravnini:

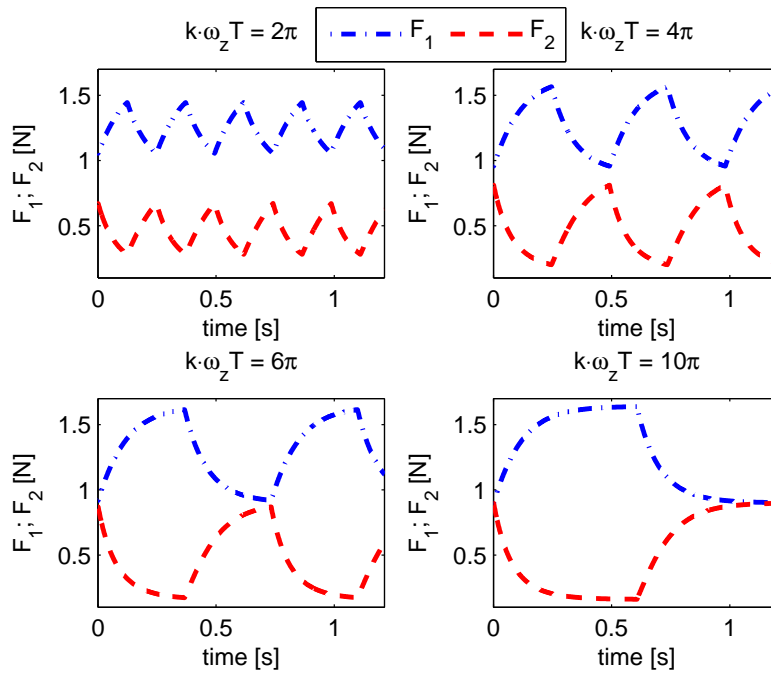
$$|\mathbf{F}_{av}| = \sqrt{F_{x,av}^2 + F_{y,av}^2} \quad (2.12)$$

Uz (2.6) i (2.11), očito je kako jednadžba (2.12) predstavlja složenu funkciju, što znatno otežava analitički proračun maksimuma funkcije, osobito uzme li se u obzir kako je konačno rješenje funkcija više varijabli sustava. Iz navedenog se razloga za ispitivanje koristi simulacijski paket kao što je primjerice Simulink®. U simulacijama je ponašanje letjelice ispitivano uz korištenje triju različitih vremenskih konstanti motora. Jedna od njih odgovara stvarnoj vremenskoj konstanti motora korištenih na modelu samorotirajuće letjelice, $T_{\omega p} = 0.105[s]$, dok preostale dvije iznose $3 \cdot T_{\omega p} = 0.315[s]$ i $1/3 \cdot T_{\omega p} = 0.035[s]$.

Prosječna sila (2.12) ima izravan utjecaj na horizontalnu brzinu gibanja letjelice. Iz tog je razloga maksimalna brzina postignuta u horizontalnoj ravnini, uz isti iznos upravljačkog signala (upravljanje u otvorenom krugu), korištena kao kriterij za ocjenu različitih pristupa upravljanju horizontalnim gibanjem. Tokom ispitivanja, letjelica se držala u stanju lebdenja, što je omogućilo jednostavniju obradu rezultata.

Neovisno o duljini perioda pulsiranja, doprinos napona za gibanje u horizontalnoj ravnini trajanja je polovice perioda. Odzivi motora za različite periode pulsacije iznosa $\omega_z T = 2\pi$, $2 \cdot \omega_z T = 4\pi$, $3 \cdot \omega_z T = 6\pi$, odnosno $5 \cdot \omega_z T = 10\pi$ (1, 2, 3 i 5 okretaja zvrka) prikazani su Slikom 2.8.

U nelinearnom elementu \mathbf{N} računaju se iznosi napona koji se u odgovarajućih trenutcima dodaju jednom, odnosno oduzimaju drugom motoru. Osim toga, u njemu se određuje i trenutak promjene razina napona prilikom pulsiranja. Za identifikaciju utjecaja različitih duljina trajanja promjenjenog napona odabrani su neparni višekratnici od 180° ; $(2k - 1) \cdot 180^\circ$, $k \in N$. U suprotnom je vrijednost



Slika 2.8: Potisci motora za različite periode pulsacije; uz $T_{\omega p} = 0.105[s]$

sile (2.12) zanemariva. Iz tog razloga maksimalne brzine za periode pulsiranja iznosa $k \cdot \omega_z T = 2n \cdot 2\pi$; $n \in N$, nisu niti razmatrane. Obrazloženje prethodnog izbacivanja parnih višekratnika punog kruga, za trivijalan slučaj, kada vremenska konstanta motora iščezava, dana je izrazima (2.7) i (2.8). Analitički izraz za slučaj u kojem vremenska konstanta motora nije trivijalna jest složeniji, no intuitivno je jasno kako je i tada za odabir optimalnog perioda irelevantno razmatrati parne višekratnike punog kruga.

Maksimalne brzine te odgovarajuće vremenske konstante motora prikazane su Tablicom 2.1.

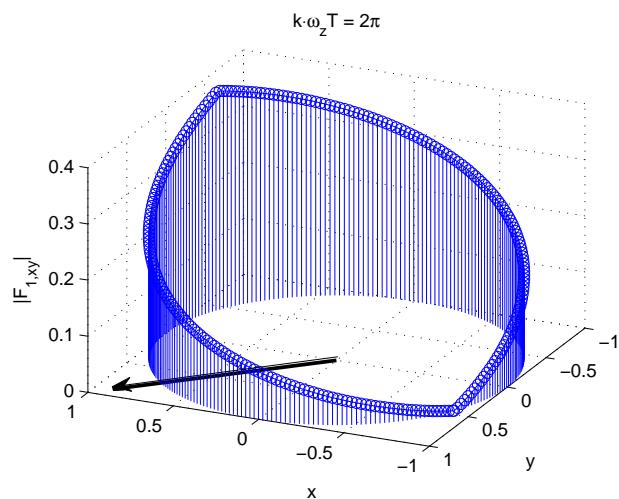
Tablica 2.1: Najveća brzina postignuta u horizontalnoj ravnini

$k \cdot \omega_z T$	2π	$3 \cdot 2\pi$	$5 \cdot 2\pi$
$T_{\omega p} = 0.105[s]$	5[m/s]	1.8	1.1
$3T_{\omega p} = 0.315[s]$	1.9	0.65	0.4
$1/3T_{\omega p} = 0.035[s]$	11.2	4	2.5

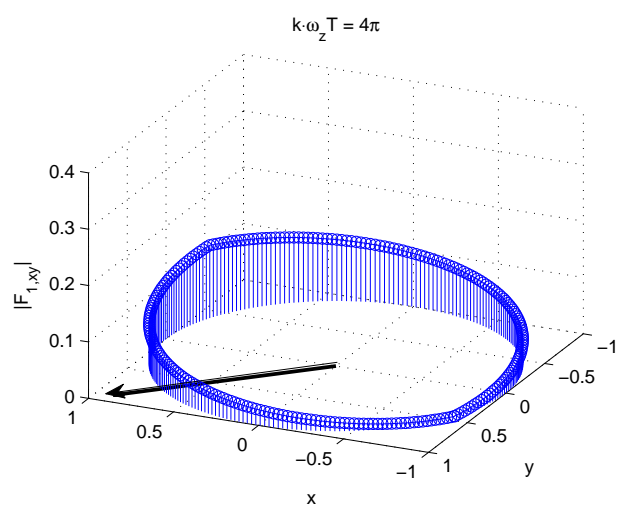
Iz Tablice 2.1, uz odgovarajući kriterij vidljivo je kako najefikasniji period pul-

siranja iznosi 360° neovisno o vremenskoj konstanti motora. Prosječan doprinos sile potiska horizontalnom gibanju dobiven tokom pulsiranja za različite periode, uz izuzet istosmjerni odmak koji se prema izrazima (2.7) i (2.8) poništava, prikazan je Slikom 2.9 (motor 1). Smjer gibanja za svaki od perioda naznačen je strelicom ($\alpha_{shift} = 45^\circ$).

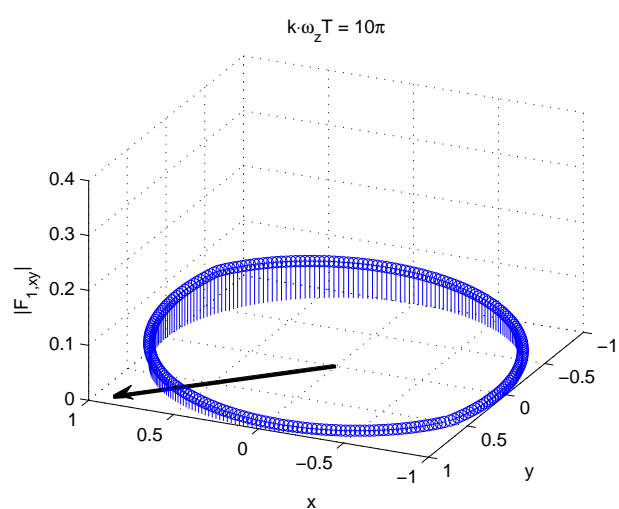
S obzirom na prikazane rezultate, za daljnja ispitivanja i implementaciju odabran je period pulsacije iznosa 360° , neovisno o vremenskoj konstanti motora. Naime, koristeći pulsiranje kroz više krugova, interval promjene sile potiska jest sve veći, no djelovanjem trigonometrijskih funkcija (prema (2.6)), uz produljen period, prosječan iznos sile (2.12) se smanjuje.



(a) Period pulsacije 2π



(b) Period pulsacije 6π



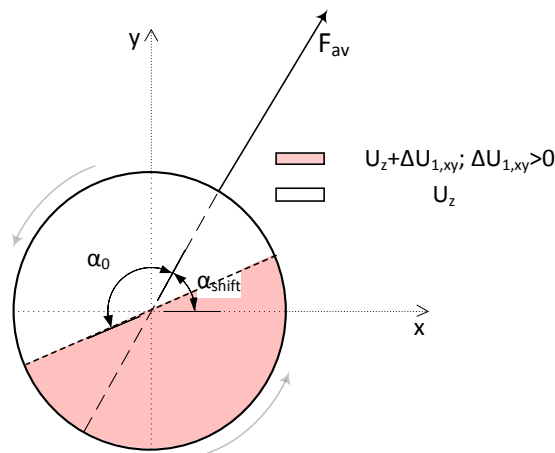
(c) Period pulsacije 10π

Slika 2.9: Prosječan doprinos sile potiska prvog motora horizontalnom gibanju

2.3.2. Interval pulsiranja

Dok duljina intervala utječe na dinamiku sustava, trenutak početka intervala pulsacije utječe na preciznost gibanja u horizontalnoj ravnini. Slikom 2.9 prikazano je kako za gibanje u određenom smjeru horizontalne ravnine treba identificirati trenutak u kojem započinje pulsiranje. Takav impuls, pozitivan za prvi motor, a negativan za drugi, potrajati će polovicu perioda pulsacije kako je ranije obrazloženo. S obzirom na netrivialnu vremensku konstantu motora, trenutak početka pulsiranja ne poklapa se sa intervalom prikazanim Slikom 2.6.

Intervali promjene napona s obzirom na horizontalno gibanje prikazani su Slikom 2.10, gdje U_z predstavlja napon potreban za postizanje željenog gibanja u smjeru z osi, a ΔU_{xy} predstavlja doprinos napona motoru 1 potreban za postizanje horizontalnog gibanja.



Slika 2.10: Interval promjene napona motora 1 uz period pulsacije od 360°

Kako bi se osiguralo što je moguće točnije ponašanje, ovisno o brzini vrtnje letjelice, kroz simulacije je identificiran idealan kut početka pulsiranja. Rezultati za $T_{\omega p} = 0.105[s]$ prikazani su u Tablici 2.2.

Kako bi se prethodno identificirane vrijednosti prilagodile implementaciji na mikrokontroleru ili u simulatoru, veza $n_z - \alpha_0$ interpolirana je kvadratnom funkcijom koja dovoljno dobro opisuje identificiranu karakteristiku. Kvadratna funkcija dana

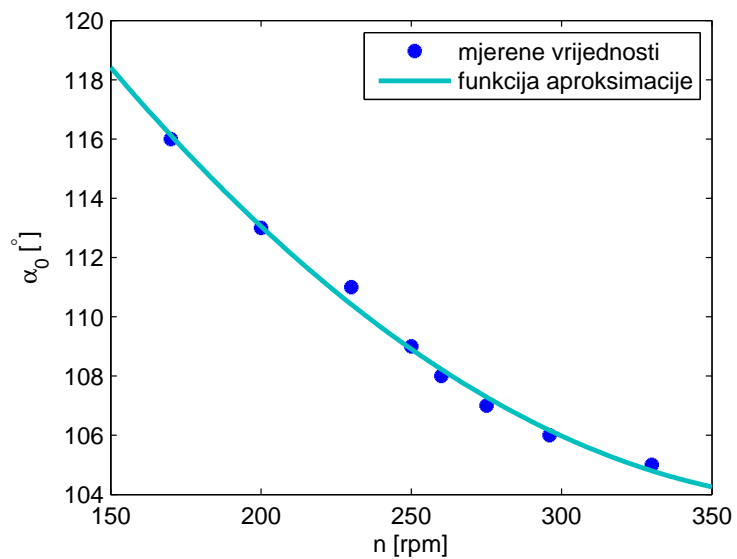
Tablica 2.2: Početni kut pulsacije

$n_z [rpm]$	170	200	230	250	260	275	296	330
$\alpha_0 [^\circ]$	116	113	111	109	108	107	106	105

je jednažbom:

$$\alpha_0 = 2.427 \cdot 10^{-4} \cdot n_z^2 - 0.1922 \cdot n_z + 141.7796 \quad (2.13)$$

Graf kvadratne funkcije (2.13) i grafički prikaz rezultata iz Tablice 2.2 prikazani su Slikom 2.11.



Slika 2.11: Grafički prikaz ovisnosti $n_z - \alpha_0$ i aproksimacija kvadratnom funkcijom

3. Stuktura sustava upravljanja

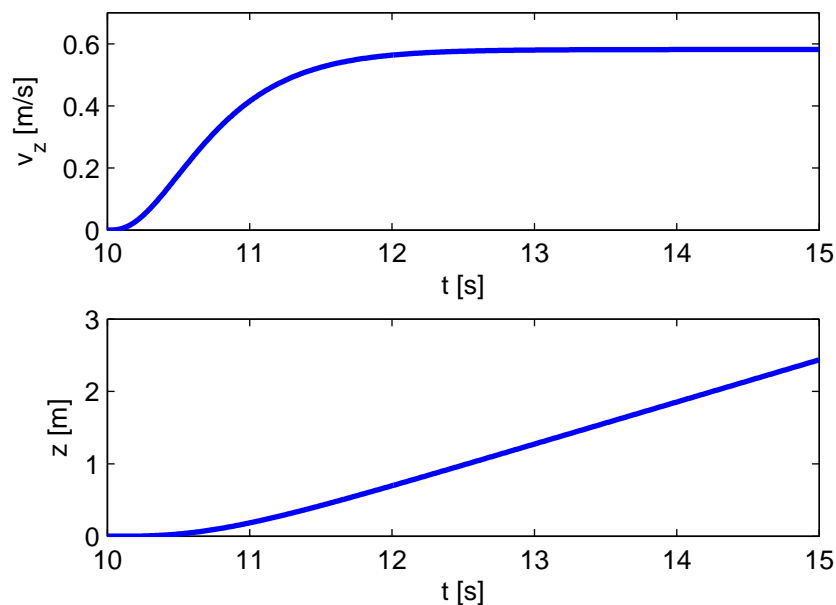
Samorotirajuća letjelica predstavlja model malene letjelice koju je moguće koristiti u najrazličitije svrhe. U nekim slučajevima potrebno je omogućiti izravno upravljanje brzinom po svim osima trodimenzionalnog prostora pomoću upravljačkog uređaja kao što je igraća palica, dok je u drugima potrebno precizno gibanje po položaju. Primjer za takvo gibanje jest pozicioniranje u prostoru, praćenje trajektorije, let u formacijama i tako dalje. Pritom je upravljanje potrebno razložiti na upravljanje vertikalnim gibanjem po z osi i horizontalnim u ravnini razapetoj x i y osima. Zbog specifičnog, ranije opisanog načina na koji se takvo gibanje ostvaruje, horizontalnu je brzinu pogodno opisati polarnim koordinatima; iznosom v i smjerom vektora α_{shift} (kurs - izražen kao kut između vektora brzine i x osi). Vertikalnim gibanjem upravlja se promjenom iznosa napona na oba motora. Horizontalno gibanje na ovoj se letjelici ostvaruje pulsiranjem napona, odnosno sila motora. Prema tome, horizontalnim gibanjem upravlja se mijenjanjem iznosa promjene napona, uz određivanje točnih trenutaka početka i završetka pulsiranja. Pulsiranje motora utječe na vertikalnu brzinu letjelice (jednostrana sprega), što je potrebno uzeti u obzir u konačnom upravljačkom algoritmu.

3.1. Upravljanje vertikalnim gibanjem

Promotri li se linearizirani dio sustava koji opisuje vertikalno gibanje, uočava se kaskadna struktura sastavljena od prijenosne funkcije višeg reda (opisuje djelovanje promjene napona na motorima na vertikalnu brzinu) i integratora. Obično je jedna povratna veza u sustavima višeg reda nedovoljna za kvalitetno upravljanje. Zato se i ovdje projektira kaskadna struktura regulacije s povratnim vezama po brzini i

poziciji. U takvoj se strukturi regulatorom pozicije generira referentni iznos brzine, a regulatorom brzine referentna vrijednost napona za oba motora.

Zbog nelinearne karakteristike sustava, projektiranje regulatora provodi se za mali pomak iz radne točke. Sustav se za potrebe identifikacije dovodi u radnu točku određenu nazivnim naponom U_n , pri kojem letjelica lebdi. Potom se napon skokovito poveća za $1[V]$ što odgovora promjeni od otprilike 20%. Odziv vertikalne pozicije i brzine pri takvoj pobudi prikazan je na Slici 3.1. Kvalitativnom analizom zaključuje se da brzina ima odziv sličan PT_1 dinamičkom članu, a pozicija odziv IT_1 člana (kaskada integratora i PT_1 člana). Tipično se za ovakve sustave koriste PI regulator brzine (unutarnja regulacijska petlja) te P ili PI regulator za vanjsku regulacijsku petlju. Korištenje PI regulatora u vanjskoj petlji može lako dovesti do nestabilnosti. Naime, u sustavu već postoji integralno djelovanje te bi dodavanje još jednog integralnog člana moglo narušiti stabilnost pri većim skokovima iz nazivne radne točke. Zato se za početak koristi jednostavni P regulator pozicije za koji se može jamčiti stabilnost u širem radnom području.



Slika 3.1: Odziv vertikalne pozicije i brzine pri maloj skokovitoj promjeni nazivnog napona

Parametri regulatora mogu se podesiti klasičnim metodama poput Ziegler - Nicholsovog postupka ili tehničkog i simetričnog optimuma. Ovakav je sustav pogodan

za primjenu tehničkog optimuma za unutarnju petlju te tehničkog (P regulator) ili simetričnog (PI regulator) za vanjsku petlju. Imajući u vidu da su parametri po tehničkom optimumu dobiveni minimizacijom ITAE (engl. *Integral of Time Absolute Error*) kriterija kakvoće, ovdje se zaobilazi direktno korištenje tehničkog optimuma te se parametri određuju optimizacijom. Optimizacija se provodi u Matlabu[®] koristeći funkciju *fminsearch* i Simulink[®] model letjelice. U obzir dolazi nekoliko kriterija kakvoće, a u konačnici su najbolji rezultati dobiveni korištenjem ITSE (engl. *Integral of Time Multiplied by Square Error*) [24] minimizacijskog kriterija:

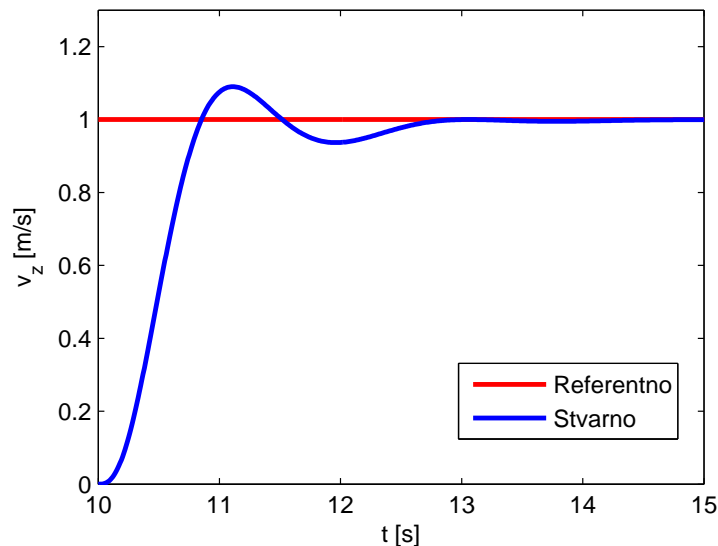
$$J(e) = \int t \cdot e^2(t) dt. \quad (3.1)$$

Dobiveni su sljedeći parametri PI regulatora:

$$K_r = 1.11, \quad (3.2)$$

$$T_i = 0.71. \quad (3.3)$$

Na Slici 3.2 prikazan je odziv referentne i dobivene brzine vrtnje uz korištenje opisanog regulatora. Dodatno je implementiran mehanizam za sprječavanje



Slika 3.2: Odziv referentne i upravljane vertikalne brzine letjelice

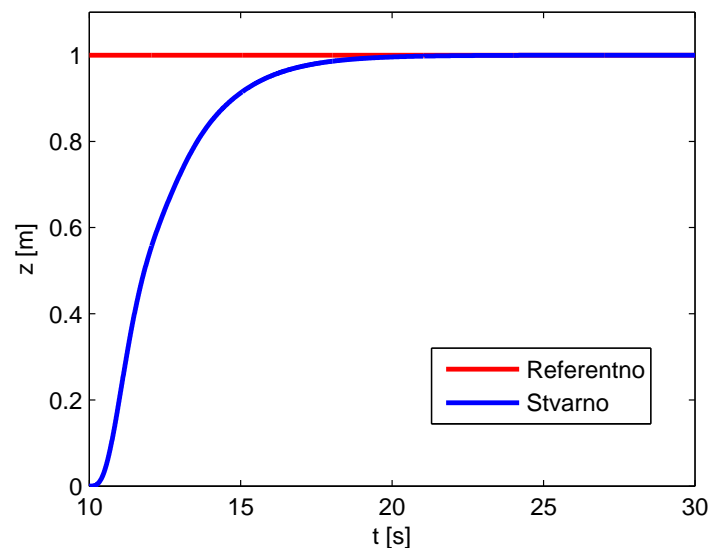
efekta namatanja integratora (engl. *anti-wind up*) do kojeg može doći zbog postojanja ograničenja na iznos napona motora. Odziv ima nadvišenje što je prihvatljivo

za unutarnju regulacijsku petlju (npr. primjenom tehničkog optimuma dobije se nadvišenje oko 4.3%).

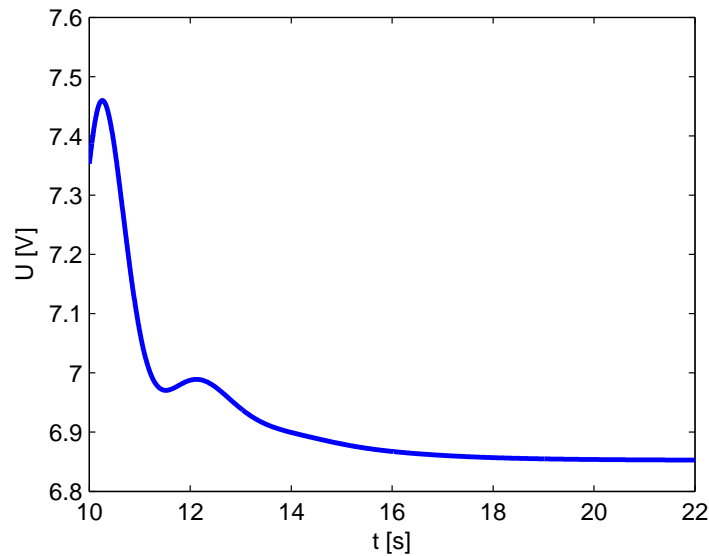
Pojačanje P regulatora vanjske petlje određuje se istim postupkom. Dobivena je vrijednost:

$$K_p = 0.42. \quad (3.4)$$

Na Slici 3.3 prikazan je odziv visine letjelice uz opisanu kaskadnu strukturu regulacije, a na Slici 3.4 odziv upravljačke veličine (naponi motora). Odziv nema nadvišenje. Odziv se može ubrzati povećanjem iznosa pojačanja, ali se tada povećava nadvišenje. Naime, prijenosna funkcija zatvorenog kruga pozicije ima oblik PT_2S člana ($\frac{1}{\omega_n^2 s^2 + \frac{2\zeta}{\omega_n} s + 1}$), za koji se samo s jednim slobodnim parametrom ne mogu nezavisno podesiti frekvencija prirodnih oscilacija i koeficijent prigušenja.



Slika 3.3: Odziv referentne i upravljane vertikalne pozicije letjelice



Slika 3.4: Odziv upravljačke veličine pri upravljanju vertikalnom pozicijom

3.2. Upravljanje horizontalnim gibanjem

Pod horizontalnim gibanjem podrazumijeva se gibanje u ravnini razapetoj x i y osima globalnog koordinatnog sustava, pri čemu je x os usmjerena prema magnetskom ili geografskom sjeveru. Horizontalno gibanje postiže se pulsiranjem motora, kao što je opisano u prethodnom poglavlju. Upravljački signal kod ovakvog gibanja odgovara signalu promjene napona jednog motora (iznos pulsa). Kako bi se utjecaj upravljanja u horizontalnoj ravnini na upravljanje po vertikalnoj osi sveo na minimum, potrebno je zadržati iznos momenta letjelice, a time i zbroja sila potiska $F_1 + F_2$ konstantnim. Za stacionarno stanje, prema jednadžbama (2.1) i (2.2), vrijedi:

$$F = k_f \cdot k_{\omega p}^2 \cdot U^2 \rightarrow F \propto U^2. \quad (3.5)$$

Regulator brzine određuje vrijednost napona kojeg je potrebno dodati prvom motoru u intervalu pulsiranja kada god se zahtijeva gibanje u horizontalnoj ravnini, tj. kada postoji upravljačka pogreška. S druge strane, promjena napona drugog motora ima nelinearnu ovisnost dobivenu uz poštivanje proporcionalnosti iz (3.5). Konačno, iznosi napona motora U_1 i U_2 računaju se u nelinearnom elementu **N**

prema:

$$U_1 = \begin{cases} U_z & ; \phi \notin [\alpha, \beta] \\ U_z + \Delta U_{1,xy} & ; \phi \in [\alpha, \beta] \end{cases} \quad (3.6)$$

$$U_2 = \begin{cases} U_z & ; \psi \notin [\alpha + 180^\circ, \beta + 180^\circ] \\ U_z + f(\Delta U_{1,xy}) & ; \psi \in [\alpha + 180^\circ, \beta + 180^\circ] \end{cases}$$

gdje su:

- α - početak pulsiranja prvog motora,
- β - kraj pulsiranja prvog motora,
- ψ - kutni položaj drugog motora,
- $\Delta U_{1,xy}$ - doprinos napona pulsiranja prvom motoru ($\Delta U_{1,xy} \geq 0$),
- $f(\Delta U_{1,xy})$ - doprinos napona pulsiranja drugom motoru ($f(\Delta U_{1,xy}) \leq 0$).

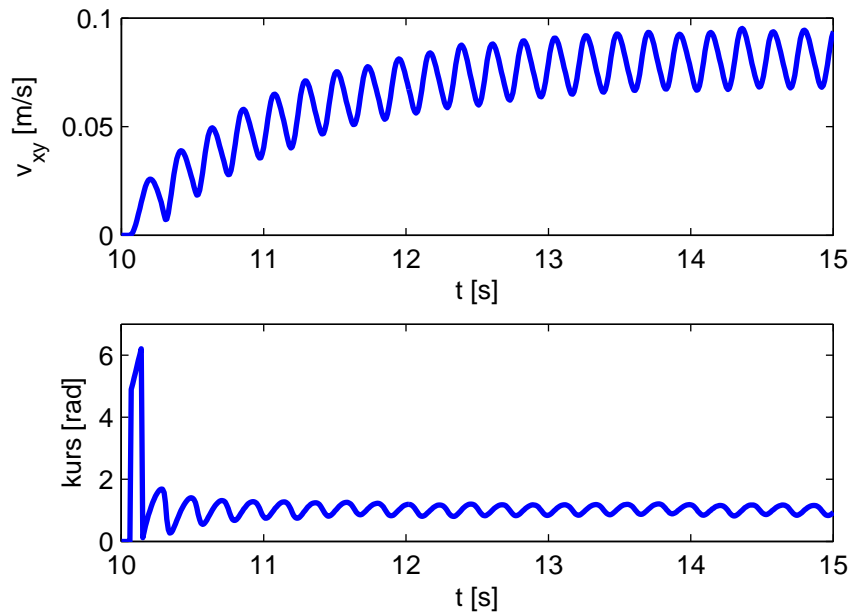
Kut od 180° , dodan drugom motoru, odgovara njegovom položaju s obzirom na referentni položaj letjelice, tj. motora 1.

Prvo se provodi identifikacija horizontalnog gibanja uz konstantnu visinu letjelice. Zadaje se iznos pulsa $0.5[V]$. Na Slici 3.5 prikazani su odzivi horizontalne brzine i njezinog smjera izraženog preko kuta u odnosu na x os (nadalje se taj kut naziva kut kursa ili samo kurs letjelice). Na Slici 3.6 prikazana je ukupna udaljenost koju pritom letjelica prelazi u horizontalnoj ravnini, dobivena prema jednostavnoj formuli kako slijedi:

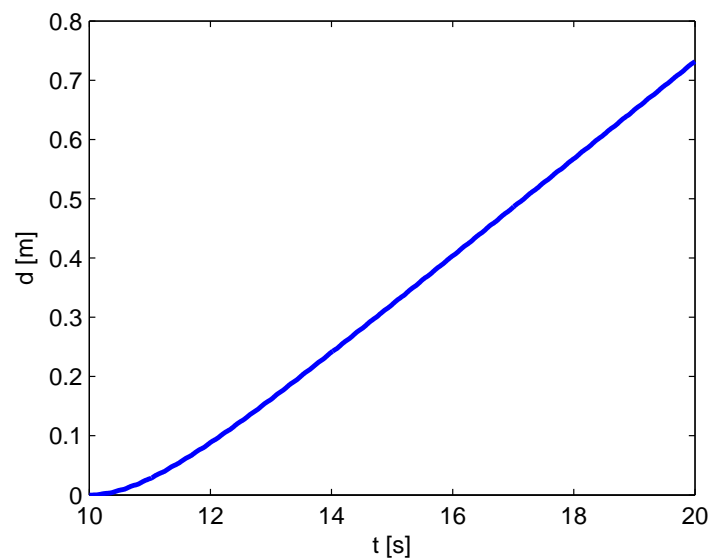
$$d(t) = \sqrt{x^2(t) + y^2(t)}. \quad (3.7)$$

Iz Slike 3.5 vidljivo je da se prijenosna funkcija brzine može nadomjestiti PT_1 dinamičkim članom (pritom se zanemaruje nedominantna vremenska konstanta motora). Uočava se da i promjena kursa letjelice ima prijelaznu pojavu u trajanju od oko $0.5[s]$. Tu je prijelaznu pojavu teško opisati linearnim prijenosnim funkcijama budući da se u osnovi radi o nelinearnim relacijama (funkcija \tan^{-1} nad brzinama u x i y smjeru). Uočena će prijelazna pojava za posljedicu imati nemogućnost trenutnog postizanja željenog usmjerenja letjelice (npr. prilikom željenog gibanja letjelice duž x osi, tijekom prijelazne pojave doći će do malog pomaka i po y osi).

Iz Slike 3.6 je jasno kako se identificirana dinamika može opisati kaskadom PT_1 dinamičkog člana i integratora, kao što je to bio slučaj i kod vertikalnog gibanja.



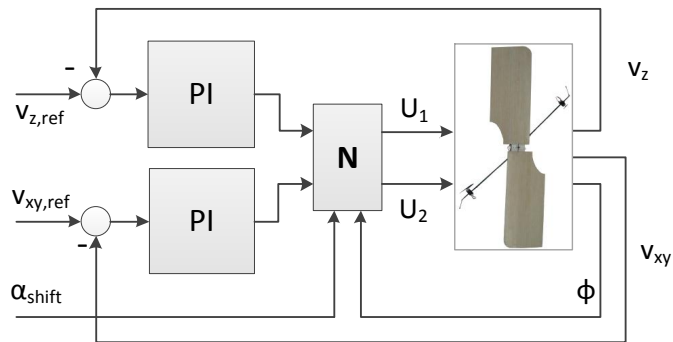
Slika 3.5: Odziv horizontalne brzine i kursa pri maloj skokovitoj promjeni pulsa napona



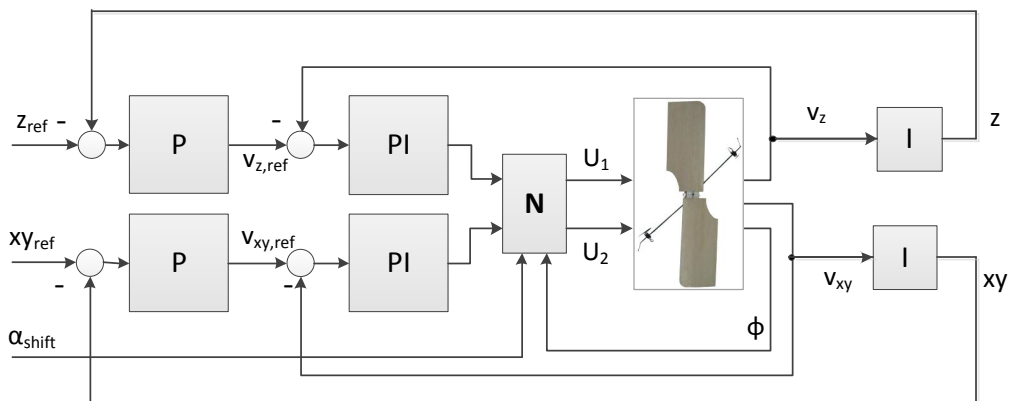
Slika 3.6: Odziv prijedene udaljenosti u horizontalnoj ravnini pri maloj skokovitoj promjeni pulsa napona

S obzirom da su identificirane prijenosne brzine i pozicije kvalitativno jednake onima kod vertikalnog gibanja, i ovdje se primjenjuje kaskadna struktura upravlja-

nja. Ponovno se za unutarnju regulacijsku petlju brzine odabire *PI* regulator, a za vanjsku petlju pozicije, iz istih razloga kao i ranije, *P* regulator. Struktura upravljanja trodimenzionalnom brzinom prikazana je Slikom 3.7, a cjelokupna kaskadna struktura upravljanja pozicije na Slici 3.8.



Slika 3.7: Struktura upravljanja pojedinim komponentama brzine letjelice



Slika 3.8: Cjelokupna kaskadna struktura upravljanja pozicijom letjelice

Budući da je prirodno zadavanje referentne pozicije u obliku x i y koordinata (a i mjerenja su u tom obliku), potrebno je u okviru upravljačkog algoritma napraviti transformaciju koordinata čime se u regulator unosi nelinearnost. Referentna

vrijednost brzine i referentni kurs (δ) dobivaju se kako slijedi:

$$v_{xyref} = K_p \cdot e_{xy} = K_p \cdot \sqrt{e_x^2 + e_y^2}, \quad (3.8)$$

$$\delta_{ref} = \text{atan2} \left(\frac{e_y}{e_x} \right), \quad (3.9)$$

gdje su:

- $e_x = x_{ref} - x_{est}$ - pogreška slijeđenja x koordinate,
- $e_y = y_{ref} - y_{est}$ - pogreška slijeđenja y koordinate.

Povratnu vezu unutarne upravljačke petlje čini signal horizontane brzine koja se računa prema izrazu:

$$v_{xy} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}. \quad (3.10)$$

Za određivanje parametara PI regulatora u ovom slučaju nije pogodno koristiti optimizaciju po nekom od standardnih kriterija (npr. IAE , $ITAE$, ISE , $ITSE$) zbog oscilacija koje se neizbježno javljaju u odzivu zbog načina na koji se ostvaruje ovo gibanje. Frekvencija oscilacija odgovara frekvenciji pulsiranja pa bi se mogao projektirati filter za prigušenje točno tih frekvencija. Međutim, filtrom se neminovno unosi kašnjenje u sustav, a kako se oscilacije ionako filtriraju prolaskom kroz sustav, jer i regulator i sama letjelica imaju niskopropusnu frekvencijsku karakteristiku, filter se ne dodaje. Umjesto optimizacije, provodi se identifikacija prijenosne funkcije, kojom su dobiveni sljedeći parametri:

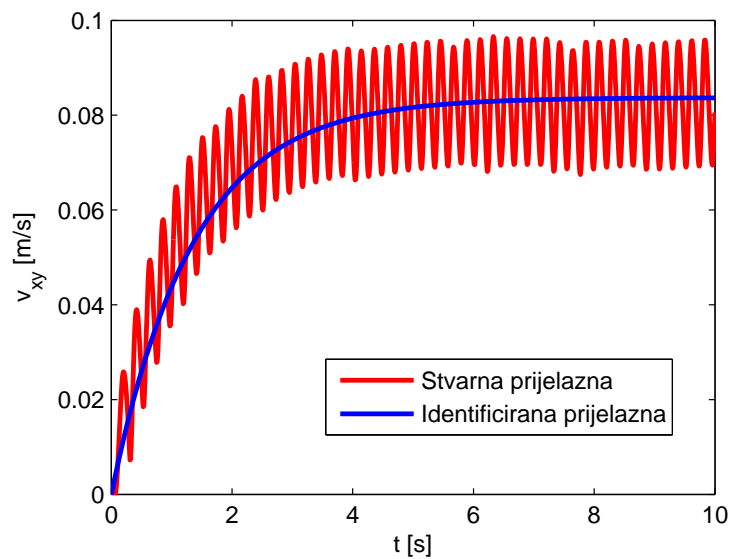
$$G_{v\Delta u}(s) = \frac{V_{xy}(s)}{\Delta U(s)} = \frac{K}{Ts + 1} = \frac{0.16}{1.35s + 1}. \quad (3.11)$$

Na Slici 3.9 prikazan je usporedni odziv stvarne i identificirane prijelazne funkcije. Pritom je kod identifikacije u potpunosti zanemarena visokofrekventna dinamika pulsiranja jer nema nikakvu ulogu u upravljačkom algoritmu.

Vremenska konstanta regulatora odabire se tako da krati identificiranu konstantu sustava, a pojačanje tako da se regulacijom dobije dva puta brži odziv:

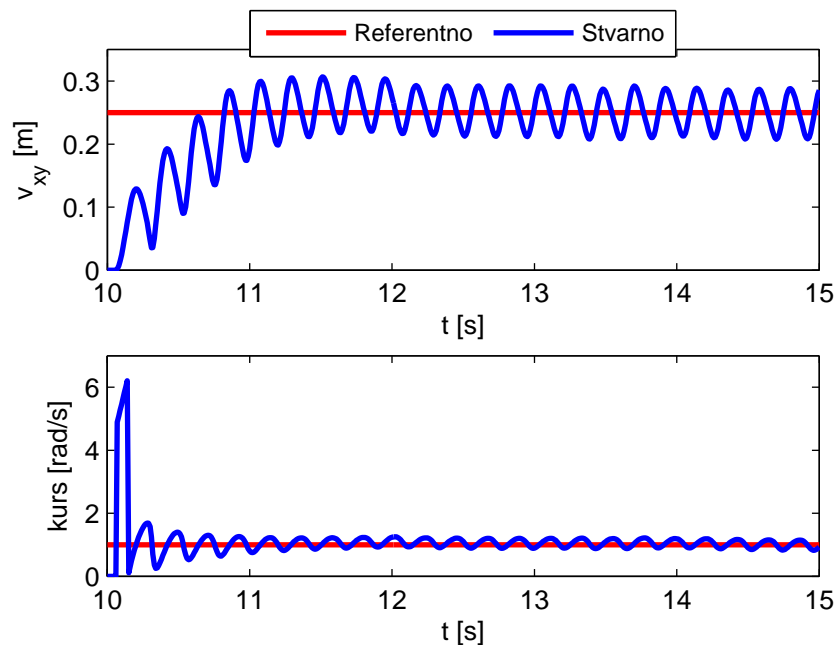
$$T_i = T = 1.35 [s], \quad (3.12)$$

$$K_r = \frac{2}{K} = 10.53 \left[\frac{V}{m} \right]. \quad (3.13)$$



Slika 3.9: Usporedni odziv stvarne i identificirane prijenosne funkcije brzine

Na Slici 3.10 prikazan je odziv horizontalne brzine upravljane na opisani način. Vidi se da je željeno vladanje ovako projektiranim regulatorom ostvareno.

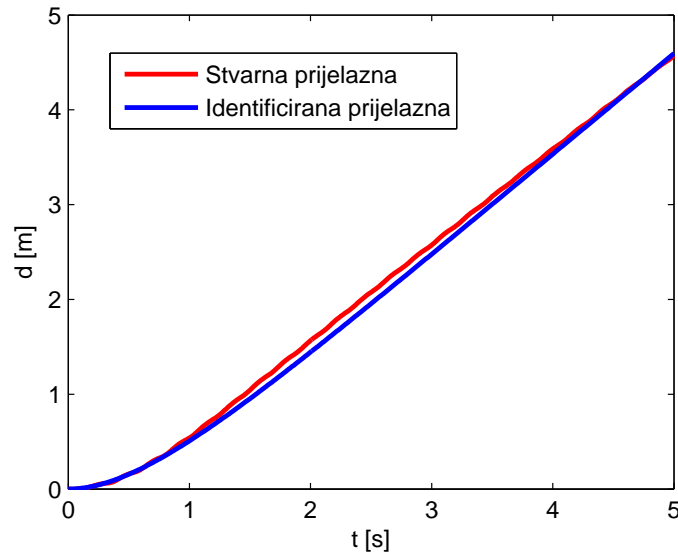


Slika 3.10: Odziv upravljane horizontalne brzine i kursa

Na Slici 3.11 prikazan je odziv stvarne i identificirane prijelazne funkcije prijeđene horizontalne udaljenosti uz skokovitu promjenu referentne brzine. Identifici-

rana prijenosna funkcija je:

$$G_{dv}(s) = \frac{1}{(T_1s + 1)T_2s} = \frac{1}{(0.68s + 1)0.95s}. \quad (3.14)$$



Slika 3.11: Odziv stvarne i identificirane prijelazne funkcije pozicije

Pojačanje P regulatora odabire se tako da zatvoreni krug ima željeni koeficijent prigušenja ζ . Uz pojačanje K_p prijenosna funkcija zatvorenog kruga je dana izrazom:

$$G_{cl}(s) = \frac{1}{\frac{s^2}{\left(\frac{K_p}{T_1T_2}\right)} + \frac{T_2}{K_p}s + 1}. \quad (3.15)$$

Iz prethodnog se izraza lako odrede prirodna frekvencija ω_n i koeficijent prigušenja ζ (prijenosna funkcija PT_2S člana je oblika $G = \frac{1}{\frac{s^2}{\omega_n^2} + \frac{2\zeta}{\omega_n}s + 1}$):

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K_p}{T_1T_2}}, \quad (3.16)$$

$$\zeta = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{T_2}{T_1} \frac{1}{K_p}}. \quad (3.17)$$

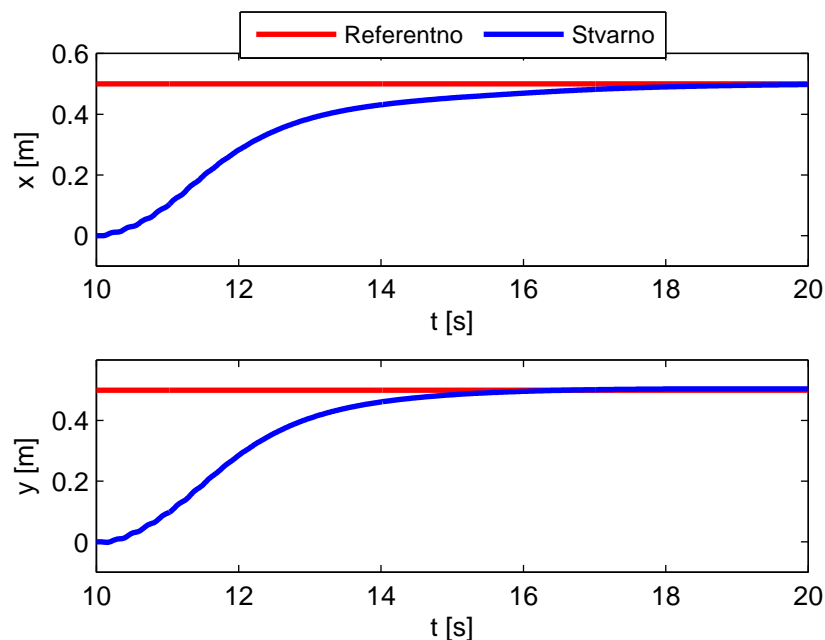
Iz prethodnih relacija vidi se kako korištenjem samo P regulatora nije moguće podesiti željeni iznos nazivne frekvencije i koeficijenta prigušenja. Stoga se odabire tek podešavanje koeficijenta prigušenja. Jedna je opcija odabrati iznos koeficijenta $\zeta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ što odgovara tehničkom optimumu, ali se odabire $\zeta = 0.85$ čime se nastoji postići da se i za veće skokove iz radne točke ne dobije značajnije povećanje

nadvišenja. Na taj je način dobiveno sljedeće pojačanje:

$$K_p = \frac{T_2}{T_1} \frac{1}{4\zeta^2} = 0.48. \quad (3.18)$$

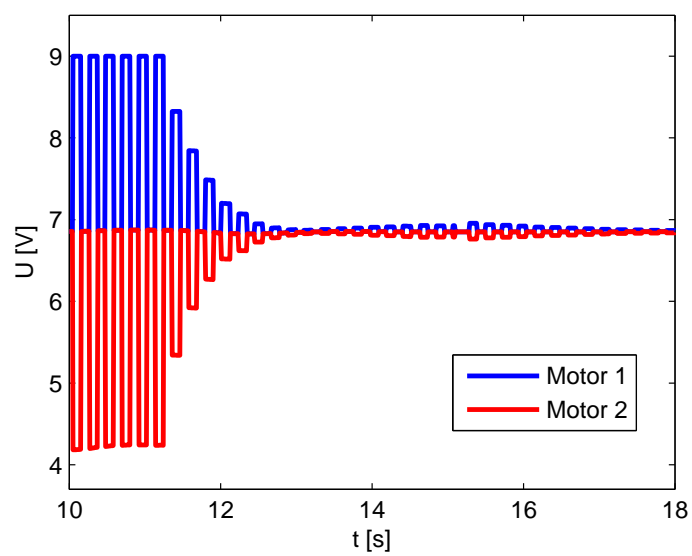
Za odabrano pojačanje dobiva se frekvencija prirodnih oscilacija $\omega_n = 0.8715[\frac{rad}{s}]$ za koju se može očekivati trajanje prijelazne pojave od oko $\frac{3}{\omega_n} \approx 3.5[s]$.

Na Slici 3.12 prikazan je odziv x i y koordinata letjelice upravljane na opisani način, a na Slici 3.13 referentne vrijednost prvog i drugog motora. Na temelju odziva zaključuje se da je postignuto željeno vladanje. Na Slici 3.13 vidi se opisano pulsiranje motora: napon prvog motora u točno se određenim intervalima povećava, dok se napon drugog motora istovremeno smanjuje.



Slika 3.12: Odziv referentne i stvarne pozicije u horizontalnoj ravnini

Implementirana kaskadna struktura regulacije podrazumijeva poznavanje i brzine i pozicije letjelice. Za kvalitetno je upravljanje nužno imati i kvalitetne mjerne signale. Budući da u razmatranom sustava neki signali nisu izravno mjerljivi (npr. translacijska brzina) potrebno je projektirati estimator stanja koji će uzeti u obzir sva dostupna mjerenja i proračunati optimalne estimate. U tu se svrhu odabire Kalmanov filter koji se detaljno opisuje u sljedećem poglavlju.



Slika 3.13: Odziv referentnih napona prvog i drugog motora kod upravljanja horizontalnim gibanjem

4. Kalmanov filter za lokalizaciju letjelice

U prethodnim poglavljima opisani su dinamički model samorotirajuće letjelice i kaskadna struktura regulacije. Sljedeći je korak estimacija stanja sustava. Estimacija stanja koristi se u dva slučaja (ne nužno isključiva):

- kada neka potrebna stanja sustava nisu mjerljiva ili je korištenje senzora preskupo za danu primjenu;
- kada su sva mjerenja na raspolaganju, ali se želi postići njihova sinergija.

U razmatranom sustavu upravljanja zadovoljena su oba prethodna uvjeta. Naime, za kvalitetno upravljanje letjelicom potrebno je imati kvalitetnu informaciju o poziciji i brzini letjelice. Dok je pozicija izravno mjerljiva (GPS, sonar, vizualna povratna veza), izravno mjerenje brzine, korištenjem dostupne opreme, nije moguće. Do brzine se može doći obradom i transformacijom signala iz nekih senzora (npr. akcelerometra), ali je u tom slučaju potrebno koristiti metode za optimizaciju tih postupaka. Upravo je u tom području veliku primjenu doživio stohastički estimator stanja poznat pod imenom Kalmanov filter. Taj estimator uzima mjerenja s više različitih senzora, optimalno kombinira dobivene podatke i producira estimate stanja. Osim što se tako kvalitetni estimati ne mogu dobiti izravno iz mjernih podataka, Kalmanovim filtrom dobivaju se estimati svih osmotrivih stanja, od kojih neka ne moraju biti mjerljiva (npr. brzina).

Zbog navedenih se razloga u model dodaju blokovi dinamičkih modela senzora te Matlab[®] funkcija koja realizira Kalmanov filter nad dostupnim mjerenjima.

U nastavku poglavlja opisuju se osnovna svojstva potrebnih senzora, prednosti dinamičkog modeliranja senzora umjesto objekta upravljanja te različiti oblici i svojstva Kalmanovog filtra.

4.1. Lokalizacija letjelice korištenjem inercijskih navigacijskih sustava

Lokalizacija letjelice podrazumijeva određivanje njezine pozicije i orijentacije u radnom prostoru. Problem lokalizacije elementarni je problem kod upravljanja mobilnim robotima i letjelicama. Dvije su vrste lokalizacije:

- apsolutna ili globalna,
- relativna.

Apsolutna se lokalizacija bazira na određivanju pozicije pomoću sustava i tehnika poput GPS-a, aktivnih i pasivnih oznaka u prostoru, mapiranja i sl. Kod relativne se lokalizacije do pozicije dolazi integriranjem izlaza iz akcelerometara ili enkodera uz poznavanje početne pozicije. U razvijanom će se sustavu za lokalizaciju koristiti inercijski navigacijski sustav koji se sastoji od troosnih MEMS (engl. *Microelectromechanical systems*) akcelerometra, žiroskopa i magnetometra, integriranih na jednoj pločici. Korišteni sustav je opisan u narednom poglavlju.

Uz dostupan inercijski navigacijski sustav (engl. *inertial navigation system*, u nastavku INS), ovdje se rješava problem relativne lokalizacije. Karakteristika je takvih sustava da su senzori smješteni na samom objektu koji se nastoji lokalizirati, što povlači da su sva mjerenja izražena u pokretnom koordinatnom sustavu letjelice. Zato ih je potrebno prvo transformirati u globalni koordinatni sustav, za što je nužno poznavati orijentaciju letjelice. Potom se dvostrukim integriranjem izlaza mogu dobiti informacije o brzini i poziciji, uz poznavanje njihovih početnih vrijednosti. Orijehtacija sustava može se dobiti integriranjem izlaza iz žiroskopa smještenih na istoj pločici. Kako bi se povećala točnost takvog sustava moguće je koristiti INS u kombinaciji s neki vanjskim mjerenjem ili u kombinaciji s dodatnim sensorom na istoj pločici čija mjerenja ne ovise o pogreškama INS-a (npr. magne-

tometar). Uz pretpostavku komplementarnih svojstava senzora moguće je koristiti neki od filtara kako bi se postigla sinergija. Pod komplementarnim svojstvima pretpostavlja se da neki senzori bolje rade na "visokim", a drugi na "niskim frekvencijama". Radi se o tome da je kod nekih senzora izraženija osjetljivost na bias ili drift, a kod drugih na visokofrekventni mjerni šum. Npr., svojstvo je akcelerometra i žiroskopa prisutnost biasa i šuma u mjernim signalima. Integriranjem njihovih izlaza pogreška vrlo brzo raste (driftanje). S druge strane integrator ima svojstvo niskopropusnog filtra te se integriranjem guši visokofrekventni šum. Prisutna je pogreška dakle niskofrekventna, ali vrlo brzo raste te je nužno na raspolaganju imati još neka mjerenja kako bi se ograničila i kompenzirala. Za kompenzaciju pogreške orijentacije redovito se koriste magnetometar (mjeri vektor u smjeru magnetskog sjevera) i akcelerometar (mjeri vektor u smjeru gravitacije plus vlastite akceleracije sustava). Pozicijska pogreška kompenzira se podacima dobivenim obradom vizualnog signala, GPS podacima i/ili altimetrom (sonar ili senzor tlaka za mjerenje visine).

Uz raspoloživost mjernih signala s opisanih senzora, postoje dva pristupa kod projektiranja estimatora stanja za potrebe lokalizacije:

- dinamičko modeliranje letjelice,
- dinamičko modeliranje senzora.

Redovito se kod lokalizacije koristi dinamičko modeliranje senzora. Prednosti su takvog pristupa višestruke [19]:

- mogućnost primjene razvijenog sustava na različitim objektima, neovisno o njihovim svojstvima. U slučaju razvoja estimatora na temelju dinamičkog modela objekta, bilo kakva promjena na objektu (promjena mase, dodavanje dijelova i sl.) rezultirala bi potrebom za ponovnim projektiranjem estimatora ili upotrebom složenijih adaptivnih struktura.
- Dinamičko modeliranje robota, vozila ili letjelica najčešće zahtijeva korištenje znatno većeg broja varijabli stanja nego što je to slučaj s modeliranjem dinamike senzora, što je nepovoljno s obzirom na računsku složenost estimatora, pogotovu u slučaju realizacije na mikrokontrolerima. Također, takvi

su sustavi u pravilu nelinearni, dok se akcelerometri modeliraju kao kaskada integratora (linearni model).

- Pokazalo se na primjeru da dinamičko modeliranje svemirske letjelice [13] u svrhu određivanja orijentacije ne daje zadovoljavajuće rezultate, a istovremeno unosi veću složenost u postupku estimacije od dinamičkog modeliranja senzora.

Zbog navedenih razloga koristi se dinamičko modeliranje senzora, iako je dinamički model samorotirajuće letjelice poznat.

4.2. Matematička osnova Kalmanovog filtra

Za integraciju mjerenja s više senzora redovito se koristi Kalmanov filtar. Štoviše, razvojem računala to je bilo jedno od prvih područja gdje je Kalmanov filtar doživio praktičnu primjenu [16].

Rekurzivne formule Kalmanovog filtra objavio je Rudolf Emil Kalman¹ 1960. godine. Formule predstavljaju stohastički estimator, a budući da se njima filtriraju zašumljeni mjerni signali, nazivaju se Kalmanovim filtrom. Filtar pretpostavlja stanja kao stohastičke varijable predstavljene Gaussovom zvonolikom funkcijom. Algoritmom se u svakom koraku osvježavaju očekivanje i kovarijanca stanja. Uz pretpostavku poznavanja točnog modela procesa te karakteristika procesnog i mjernog šuma, filtrom se na optimalan način računa pojačanje kojim je potrebno pomnožiti mjerni rezidual i korigirati stanje dobiveno isključivo na temelju modela. Optimalnost je izražena u smislu minimizacije traga matrice kovarijanca stanja P , koja predstavlja nesigurnost izračunatih vrijednosti. Učinak filtra jasno se može vidjeti na modelu sustava prvog reda. Konačni estimat i varijanca dobivaju se prema

¹R.E. Kalman rođen je 1930. godine u Mađarskoj. Radio je na sveučilištima po Europi (ETH Zürich) i SAD-u (Research Institute for Advanced Studies, Baltimore, Maryland; Stanford University, University of Florida). Danas je profesor emeritus na tri različita sveučilišta [25].

sljedećim formulama:

$$x^+ = \frac{\nu^2 \cdot x^- + \mu^2 \cdot x^m}{\mu^2 + \nu^2} \quad (4.1)$$

$$\sigma^2 = \frac{\mu^2 \cdot \nu^2}{\mu^2 + \nu^2} \quad (4.2)$$

gdje su:

- x^- - apriori estimat (očekivana ili srednja vrijednost) dobiven na temelju modela procesa,
- μ^2 - kovarijanca (nesigurnost) apriori estimata,
- x^m - očekivana vrijednost stanja dobivena na temelju modela procesa,
- ν^2 - kovarijanca mjerenja,
- x^+ - aposteriori estimat,
- σ^2 - kovarijanca aposteriori estimata.

Na temelju (4.1), težina se modelu sustava daje proporcionalno varijanci mjernog šuma, a mjerenju proporcionalno varijanci procesnog šuma. Iz (4.2) vidi se da je nova varijanca (tj. nesigurnost) manja i od varijance procesnog i od varijance mjernog šuma.

U [17] je dan kompletan izvod svih formula za višedimenzijски sustav, a ovdje će se navesti samo konačni izrazi.

4.2.1. Izrazi za diskretni Kalmanov filter

Neka je sustav dan u zapisu po varijablama stanja:

$$x_k = \Phi_{k-1}x_{k-1} + \Gamma_{k-1}u_{k-1} + w_{k-1}, \quad (4.3)$$

$$y_k = H_kx_k + v_k, \quad (4.4)$$

gdje su:

- w_k - Gaussov bijeli šum nultog očekivanja i varijance $Q_k = w_k w_k^T$,

- v_k - Gaussov bijeli šum nultog očekivanja i varijance $R_k = v_k v_k^T$.

Prvo je potrebno inicijalizirati estimator uz očekivanu vrijednost stanja i matricu kovarijance koja govori kolika je (ne)sigurnost točnosti očekivane vrijednosti. Početna je vrijednost, dakle, slučajna varijabla:

$$\hat{x}_0^+ = E[x_0], \quad (4.5)$$

$$P_0^+ = E \left[(x_0 - \hat{x}_0^+) (x_0 - \hat{x}_0^+)^T \right]. \quad (4.6)$$

U narednim oznakama minus u gornjem indexu označava podatak u k -tom koraku estimiran na temelju modela procesa, a plus estimat nakon uključivanja mjerenja u procjenu stanja.

Izraz za propagaciju matrice kovarijance na temelju modela sustava i poznavanja procesnog šuma dan je sa:

$$P_k^- = \Phi_{k-1} P_{k-1}^+ \Phi_{k-1}^T + Q_{k-1}. \quad (4.7)$$

Sada je moguće izraziti matricu Kalmanovog pojačanja u k -tom koraku:

$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1}. \quad (4.8)$$

U prethodnom se izrazu uočava da je potrebno invertirati matricu dimenzija $r \times r$, gdje je r broj mjerenja. U slučaju da postoji više mjerenja, moguće je realizirati tzv. sekvencijalnu izvedbu filtra koja se sastoji od onoliko sekvenci koliko ima mjerenja, pri čemu se u svakoj sekvenci invertira samo realan broj. Uvjet za to je dijagonalan oblik matrice mjernog šuma, što najčešće i jest pretpostavka.

Unaprijedna estimacija stanja odvija se prema izrazu 4.3:

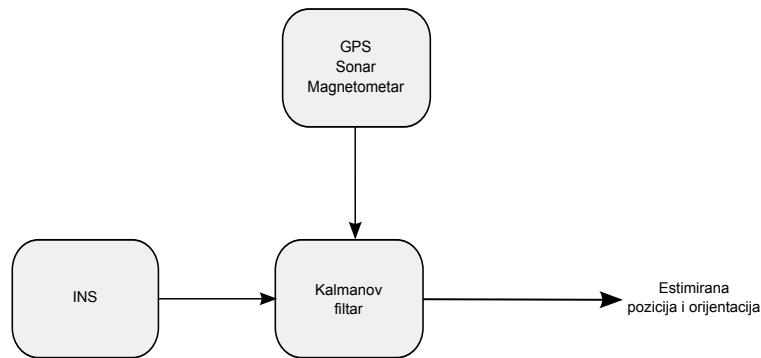
$$\hat{x}_k^- = \Phi_{k-1} \hat{x}_{k-1}^+ + \Gamma_{k-1} u_{k-1}. \quad (4.9)$$

Korekcija stanja, odnosno naknadna estimacija računa se kao:

$$\hat{x}_k^+ = \hat{x}_k^- + K_k (y_k - H_k \hat{x}_k^-). \quad (4.10)$$

Izraz za kovarijancu osvježava se prema:

$$P_k^+ = (I_{n \times n} - K_k H_k) P_k^- (I_{n \times n} - K_k H_k)^T + K_k R_k K_k^T = (I_{n \times n} - K_k H_k) P_k^- \quad (4.11)$$



Slika 4.1: Načelna shema direktnog oblika Kalmanovog filtra

Iz navedenih izraza mogu se izvesti i izrazi za kontinuirani Kalmanov filter tražeći limese izraza kad $T \rightarrow 0$. Također, moguće su kombinacije diskretnog sustava i kontinuiranih mjerenja i slično, čime se dolazi do hibridnih oblika. Veći značaj ima prošireni Kalmanov filter koji se može primijeniti na nelinearne sustave. Osnova je prikazani linearni filter, ali se matrice sustava u svakom koraku određuju linearizacijom sustava oko radne točke koju predstavlja estimat stanja iz prethodnog koraka. Za takav filter vrijede svi navedeni izrazi, uz dodatnu linearizaciju u svakom koraku.

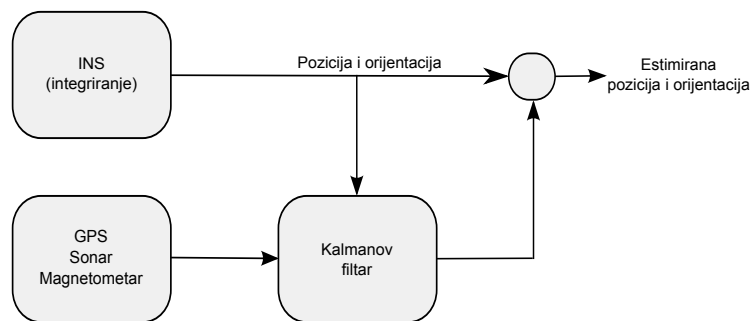
4.2.2. Izvedbeni oblici Kalmanovog filtra

Postoje dvije izvedbe Kalmanovog filtra u navigacijskim sustavima. Prva se verzija naziva izravna ili *total-state* verzija, a druga neizravna ili *error-state* verzija [16].

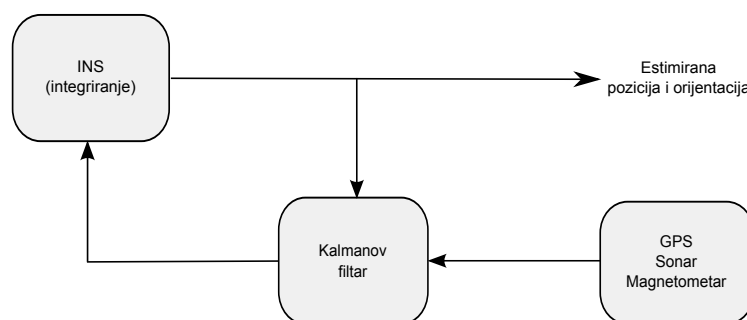
Načelna shema prve verzije prikazana je na Slici 4.1, a sheme dviju varijanta druge verzije na Slikama 4.2 i 4.3.

U izravnoj su verziji varijable stanja estimatora ujedno i varijable stanja INS sustava pozicija i brzina (isto vrijedi i za rotacijski dio). U neizravnoj su verziji varijable stanja estimatora pogreške pozicije i brzine.

U izravnoj verziji ulaz filtra predstavljaju mjerni podaci s akcelerometra, odnosno žiroskopa. U neizravnoj verziji to nije slučaj. Upravo je to glavna prednost neizravne verzije [16]. Kalmanov filter mora reagirati na potencijalno brzu dinamiku objekta izraženu preko akceleracije, a uz to i potiskivati mjerni šum, što predstavlja oprečni zahtjev. U digitalnoj se pak izvedbi, po Shannonovom teoremu, vrijeme uzorkovanja mora postaviti barem dvostruko manje (u praksi pet do deset puta



Slika 4.2: Shema neizravne verzija Kalmanovog filtra bez povratne veze



Slika 4.3: Shema neizravne verzija Kalmanovog filtra s povratnom vezom

manje) od najbrže dinamike procesa, što znači da Kalmanov filter treba raditi na potencijalno visokim frekvencijama. Najčešće je Kalmanov filter nižeg prioriteta izvođenja na digitalnom računalu u odnosu na stabilizacijske i upravljačke algoritme, te je, uz visoki red sustava, zahtjevno postići potrebnu frekvenciju rada. Nadalje, dinamika sustava izražena kroz mjerne podatke akceleracije redovito je nelinearna. Tu dolazi do izražaja potencijalni problem filtra koji pretpostavlja linearnu ili lineariziranu dinamiku. Filter u ovom slučaju mora dobro reagirati i slijediti dinamiku pogreške, za koju se u [16] navodi da je linearna i općenito sporija od dinamike sustava. Zato neizravna inačica filtra može raditi na puno manjim frekvencijama od izravne verzije, čime se može dati veći prioritet kritičnijim procesima.

Drugi nedostatak izravne verzije proizlazi iz sheme na Slici 4.1. Naime, Kalmanov filter nalazi se u direktnoj grani INS-a te se, u slučaju kvara digitalnog računala na kojem se vrti filter, u potpunosti gube navigacijske informacije, što može biti opasno za pouzdanost i sigurnost čitavog sustava. Zbog tih nedostataka izravna verzija filtra koristi se kod postupaka kalibracije senzora, postupka poravnavanja

osi, određivanja biasa te kod sustava sa sporijom dinamikom.

Na Slikama 4.2 i 4.3 vidi se da filter nije u glavnoj petlji INS-a. To znači da u slučaju kvara sustav i dalje može dobivati navigacijske podatke iz INS-a, čime je ova izvedba pouzdanija od direktne. Također, moguće je uz određene mehanizme prepoznati pogreške u radu filtra te u tim trenucima zanemariti estimirane podatke, a imati na raspolaganju inercijske podatke ograničene točnosti.

Postoje dvije neizravne izvedbe filtra. U izvedbi bez povratne veze vrijednosti na izlazu iz INS-a korigiraju se estimatima pogrešaka. Nasuprot tome, u izvedbi s povratnom vezom, estimatima pogrešaka korigiraju se varijable stanja INS-a. Time se u svakom novom koraku započinje s integracijom s ispravljenim početnim vrijednostima. Na taj način onemogućeno je neograničeno driftanje pogreške INS-a, što nije slučaj u verziji bez povratne veze. Konačno, kao što je poznato iz teorije automatskog upravljanja, povratna veza ima povoljna svojstva na robustnost sustava - njome se smanjuje osjetljivost na promjene parametara sustava do kojih može doći i zbog nelinearnosti.

Zbog navedenih razloga koristi se neizravna verzija filtra s povratnom vezom.

4.3. Kalmanov filter za određivanje orijentacije

U prvom poglavlju opisan je dinamički model letjelice s jednim rotacijskim stupnjem slobode - rotacijom oko z-osi, tj. zakretanjem (engl. *yaw*). Rotacije oko preostale dvije osi, valjanje i poniranje (engl. *roll* i *pitch*), opravdano su zanemarane jer nemaju značajniji utjecaj na dinamiku stvarnog sustava. Zato se u i ovom dijelu projektira estimator za određivanje kuta zakretanja. Kvalitetna estimaciju kuta zakretanja ima dvojaku ulogu u razvijanom sustava:

- potrebna je za transformaciju ostalih mjerenja INS sustava u globalni koordinatni sustav,
- potrebna je kod određivanja intervala pulsiranja za ostvarivanje lateralnog gibanja.

Potrebni senzori za takav estimator su žiroskop i magnetski kompas. Jednosni žiroskop modeliran je u Simulinku[®] dodavanjem systemske pogreške (engl.

bias - u nastavku se koristi engleski izraz) i visokofrekventnog mjernog šuma na točnu vrijednost brzine vrtnje. Magnetski kompas modeliran je dodavanjem samo visokofrekventnog mjernog šuma.

Budući da je kod senzora kao što su žiroskop ili akcelerometar izražena osjetljivost na sistemsku pogrešku zbog brzo rastuće pogreške brzine i pozicije uslijed integriranja, u estimator se kao stanje dodaje *bias*. Cilj je estimiranim *biasom* korigirati mjerenja žiroskopa prije integracije.

Uz tako modeliran senzor, za mjerenu se brzinu može pisati:

$$\omega_m = \omega_t + b_t + n_w = \dot{\theta}_t + b_t + n_w, \quad (4.12)$$

gdje su:

- ω_m - mjerena brzina vrtnje,
- ω_t - stvarna brzina vrtnje,
- θ_t - stvarni kut zakretanja,
- b_t - stvarni *bias*,
- n_w - mjerni šum žiroskopa modeliran kao Gaussov bijeli šum nultog očekivanja i određene varijance.

Bias se modelira kao konstantna vrijednost:

$$\dot{b}_t = 0. \quad (4.13)$$

Zapisano u prostoru stanja, stvarni model sustava sljedećeg je oblika:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \theta_t \\ b_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_t \\ b_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} (\omega_m + n_w). \quad (4.14)$$

U posljednjem je izrazu zanemaren negativni predznak mjernog šuma koji se dobije iz izraza (4.12) jer ne utječe na stohastička svojstva (očekivana vrijednost i varijanca se ne mijenjaju). Mjerni šum modeliran kao bijeli šum ne može se predvidjeti u narednom koraku, bez obzira koliko proteklih mjerenja imali na raspolaganju, pa je inercijski model senzora:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \theta_i \\ b_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_i \\ b_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \omega_m. \quad (4.15)$$

Inercijski model predstavlja običnu integraciju, uz pretpostavku poznavanja *biasa*. Kako bi se došlo do željenog neizravnog modela Kalmanovog filtra (model po pogreškama), potrebno je oduzeti jednadžbu (4.15) od jednadžbe (4.14). Time se dobije:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Delta \hat{\theta} \\ \Delta \hat{b}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \hat{\theta} \\ \Delta \hat{b}_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_\omega \\ n_b \end{bmatrix}, \quad (4.16)$$

gdje je n_b modelski (procesni) šum *biasa* dodan kako bi se označila nesigurnost tog dijela modela. Modelirana nesigurnost ima značajnu ulogu kod estimacije Kalmanovim filtrom (omogućuje pomak iz neispravnog stacionarnog stanja).

Mjerni je podatak u ovakvom modelu razlika između mjerenog kuta zakretanja i onog dobivenog integriranjem izlaza žiroskopa:

$$\Delta z = \theta_m - \theta_i = \theta_t + n_\theta - \theta_i = \Delta \theta + n_\theta, \quad (4.17)$$

gdje je n_θ mjerni šum modeliran kao Gaussov bijeli šum.

Zapisano u prostoru stanja:

$$\Delta z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \hat{\theta} \\ \Delta \hat{b} \end{bmatrix} + n_\theta \quad (4.18)$$

Estimirane se vrijednosti prema jednadžbama iz prethodnog poglavlja dobivaju predikcijom (izraz (4.16)) i korekcijom Kalmanovim pojačanjem:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Delta \hat{\theta} \\ \Delta \hat{b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \hat{\theta} \\ \Delta \hat{b} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \end{bmatrix} (\Delta z - \Delta \hat{\theta}), \quad (4.19)$$

gdje su K_1 i K_2 Kalmanova pojačanja. Da bi se došlo do kompaktnog oblika neizravne *feedback* verzije filtra, u prethodnu se jednadžbu uvrštava $\Delta \hat{\theta} = \hat{\theta} - \theta_i$ i $\Delta \hat{b} = \hat{b} - b_i$. Korištenjem izraza (4.14) i (4.15) dobije se:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{\theta} \\ \hat{b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\theta} \\ \hat{b} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \omega_m + \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \end{bmatrix} (\theta_m - \hat{\theta}). \quad (4.20)$$

Budući da se planira realizacija na digitalnom računalu, potrebno je opisati sustav u diskretnoj domeni. Pritom se pretpostavlja konstantno vrijeme uzorkovanja T . Prijelazna matrica sustava, koja u kontinuiranoj domeni odgovara matrici sustava

A iz jednadžbe (4.16), dobiva se prema sljedećoj formuli:

$$\Phi = e^{\mathbf{A}T} = \begin{bmatrix} 1 & -T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.21)$$

Ulazna matrica sustava Γ dobiva se prema [24]:

$$\Gamma = \int_0^T e^{\mathbf{A}\zeta} d\zeta \mathbf{B} = \begin{bmatrix} T \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (4.22)$$

Do navedene matrice dolazi se razvojem eksponencijalne funkcije u Taylorov red. Pokazuje se da je već druga potencija matrice \mathbf{A} nula zbog svojstva nilpotentnosti (općenito su potencije matrice veće od reda matrice jednake nul matrici [1]). Izlazna matrica ostaje ista kao i u kontinuiranoj domeni (izraz (4.18)):

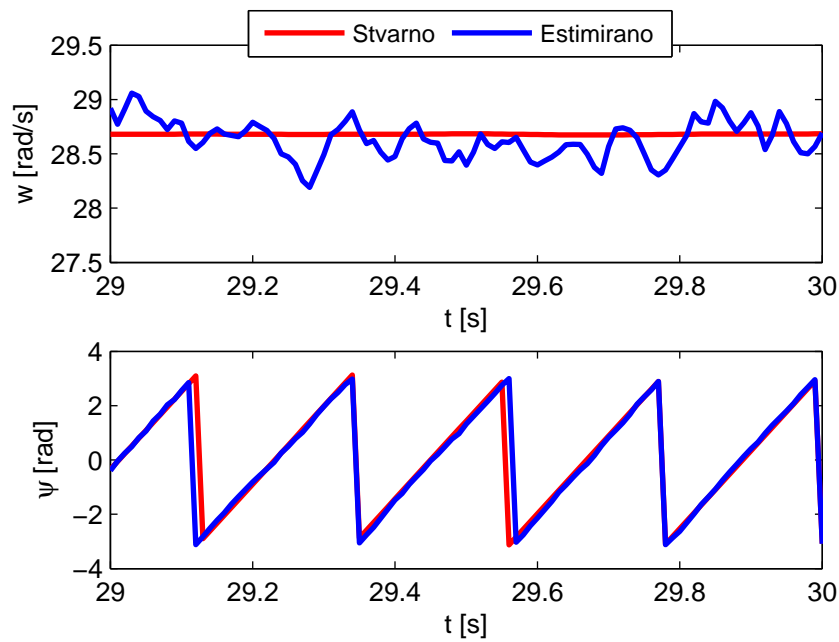
$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.23)$$

Uz poznavanje prethodnih matrica te varijanci procesnog i mjernog šuma, Kalmanov filtar implementira se direktno prema jednadžbama iz prethodnog poglavlja ((4.3) - (4.11)). Algoritam je realiziran u Matlab[®] M-funkciji koja se lako koristi u Simulinku[®] i čiji je kod jednostavno prevesti u neki drugi programski jezik.

U Simulink[®] modelu letjelice s uključenom estimacijom i upravljanjem provedene su simulacije i testiranja algoritma. Na Slici 4.4 prikazani su odzivi stvarne i estimirane brzine vrtnje dobivene oduzimanjem estimiranog *biasa* od "mjerene brzine". Na istoj su slici prikazani odzivi stvarnog i estimiranog kuta zakretanja, svedenih na raspon $[-\pi, \pi]$. Vidi se da su primijenjenim algoritmom dobiveni vrlo kvalitetni odzivi kuta, dok je brzina vrtnje nešto zašumljenija. To je posljedica manjeg stupnja osmotrivosti brzine naspram kuta, jer mjerni podatak kuta ulazi u filtar kao stvarno mjerenje, dok mjerenje žiroskopa, prema (4.20), ima karakteristiku ulaznog podatka.

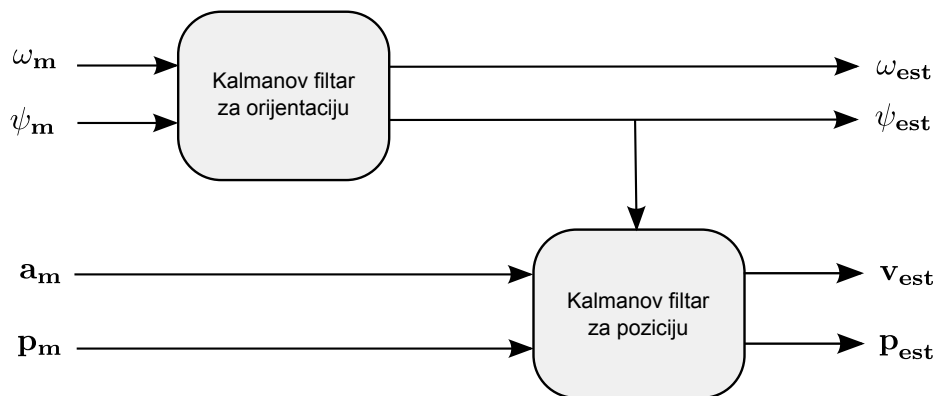
4.4. Kalmanov filtar za određivanje pozicije

Za određivanje pozicije letjelice pomoću INS podataka nužno je poznavati orijentaciju letjelice, odnosno realizirati algoritam iz prethodnog poglavlja. Izlaz iz orijentacijskog filtra ulaz je u pozicijski Kalmanov filtar tako da cjelokupni estimator



Slika 4.4: Odziv stvarne i estimirane brzine i kuta vrtnje

ima kaskadnu strukturu prikazanu na Slici 4.5. Može se pokazati da je pozicijski estimator stabilan ako je stabilan orijentacijski dio [20].



Slika 4.5: Shema kaskadne strukture lokalizacijskog estimatora

Akcelerometar je u Simulinku[®] modeliran slično kao i žiroskop: na točne vrijednosti akceleracija dodani su *bias* i bijeli mjerni šum u sve tri osi. Dodatno, mjerenja akcelerometra modelirana su tako da daju vrijednosti izražene u pokretnom koordinatnom sustavu letjelice. Korekcijski dio, koji može predstavljati neke od senzora poput GPS-a, altimetra (sonar ili senzor tlaka) ili kamere (uz obradu i izlučivanje informacije), modeliran je dodatkom Gaussovog bijelog šuma.

Vektor stanja estimatora u ovom je slučaju dimenzije devet:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x & y & z & v_x & v_y & v_z & b_x & b_y & b_z \end{bmatrix}^T, \quad (4.24)$$

gdje prvih šest varijabli stanja označava poziciju i brzinu letjelice u globalnom Euklidskom koordinatnom sustavu. Posljednje tri varijable predstavljaju *bias* akcelerometra, izražen u pokretnom koordinatnom sustavu.

Rotacijska matrica koja prebacuje koordinate iz lokalnog (rotirajućeg) sustava letjelice u globalni (mirni) koordinatni sustav sljedećeg je oblika:

$$\mathbf{R}(\psi) = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) & 0 \\ \sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (4.25)$$

gdje je ψ kut zakretanja letjelice koji se dobiva iz orijentacijskog Kalmanovog filtra [11].

Neizravna verzija filtra s povratnom vezom izvodi se slično kao i kod orijentacijskog filtra. Zbog velike dimenzije sustava, filter se izvodi odmah u diskretnom obliku, a umjesto cijelog vektora stanja navodi se samo pokrata \mathbf{x} .

Točan model sustava u prostoru stanja sljedećeg je oblika:

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{\Phi} \cdot \mathbf{x}_t(k-1) + \mathbf{\Gamma} \cdot \mathbf{a}_m(k-1) + \mathbf{n}(k-1), \quad (4.26)$$

gdje su:

- \mathbf{a}_m - mjerena akceleracija,
- \mathbf{n} - procesni šum koji uključuje i mjerni šum akcelerometra.

Matrica sustava $\mathbf{\Phi}$ i ulazna matrica $\mathbf{\Gamma}$ sljedećeg su oblika:

$$\mathbf{\Phi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & T & 0 & 0 & -\frac{T^2}{2} \cdot \cos(\psi) & \frac{T^2}{2} \cdot \sin(\psi) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & T & 0 & -\frac{T^2}{2} \cdot \sin(\psi) & -\frac{T^2}{2} \cdot \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & T & 0 & 0 & -\frac{T^2}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -T \cdot \cos(\psi) & T \cdot \sin(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -T \cdot \sin(\psi) & -T \cdot \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (4.27)$$

$$\mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} \frac{T^2}{2} \cdot \cos(\psi) & -\frac{T^2}{2} \cdot \sin(\psi) & 0 \\ \frac{T^2}{2} \cdot \sin(\psi) & \frac{T^2}{2} \cdot \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{T^2}{2} \\ T \cdot \cos(\psi) & -T \cdot \sin(\psi) & 0 \\ T \cdot \sin(\psi) & T \cdot \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & T \end{bmatrix}. \quad (4.28)$$

Integracijski (inercijski) model ne sadrži nepredvidljivi šum:

$$\mathbf{x}_i(k) = \mathbf{\Phi} \cdot \mathbf{x}_i(k-1) + \mathbf{\Gamma} \cdot \mathbf{a}_m(k-1). \quad (4.29)$$

Oduzimanjem jednadžbe (4.29) od jednadžbe (4.26) dobiva se model po pogreškama varijabli stanja:

$$\Delta \hat{\mathbf{x}}(k) = \mathbf{\Phi} \cdot \Delta \hat{\mathbf{x}}(k-1) + \mathbf{n}(k-1), \quad (4.30)$$

gdje vektor šuma $\mathbf{n} = [\mathbf{n}_p \quad \mathbf{n}_v \quad \mathbf{n}_b]^\top$ sadrži procesne šumove pozicije, brzine i *biasa*.

Mjerni je podatak u ovakvoj inačici razlika između mjerene pozicije $\mathbf{p}_m = (x_m \quad y_m \quad z_m)^\top$ i estimirane pozicije:

$$\Delta \mathbf{z}(k) = \mathbf{p}_m(k) - \mathbf{H} \cdot \mathbf{x}_i(k), \quad (4.31)$$

gdje je izlazna matrica:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

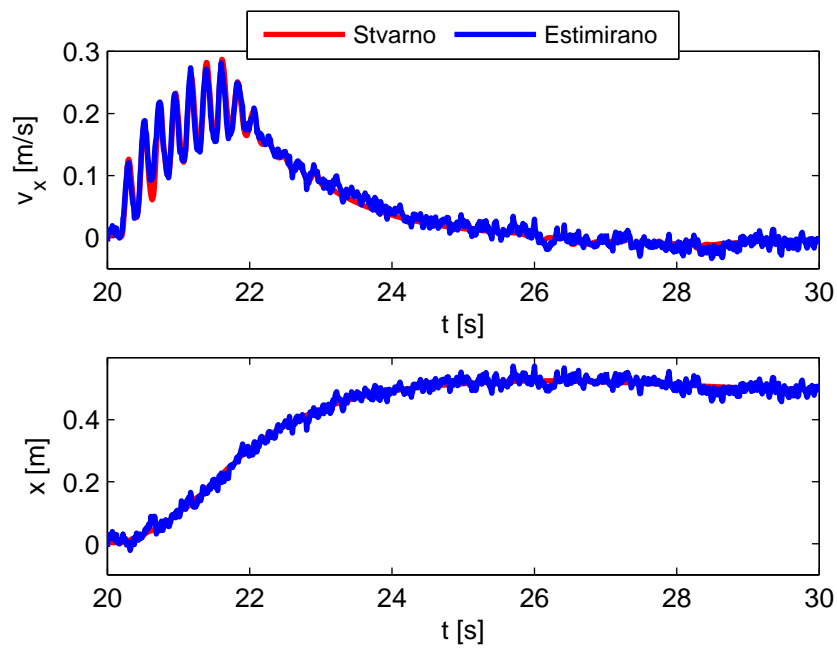
Uvrštavanjem izraza $\Delta \hat{\mathbf{x}} = \hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}_i$ u prethodnu jednadžbu i kombiniranjem s izrazima (4.26) i (4.29), dobije se kompaktna neizravna izvedba filtra s povratnom vezom:

$$\hat{\mathbf{x}}(k) = \mathbf{\Phi} \cdot \hat{\mathbf{x}}(k-1) + \mathbf{\Gamma} \cdot \mathbf{a}_m(k-1) + \mathbf{K}(\mathbf{p}_m(k) - \mathbf{H}\mathbf{x}(k-1)). \quad (4.33)$$

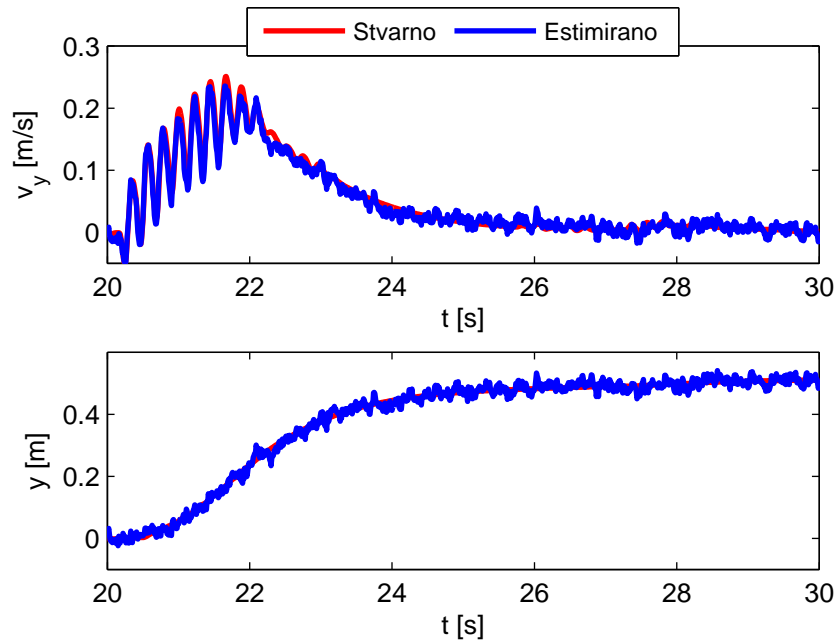
U prethodnoj je jednadžbi dodan korekcijski dio s matricom Kalmanovog pojačanja \mathbf{K} i vektorom mjernog reziduala $\mathbf{p}_m - \mathbf{H}\mathbf{x}(k - 1)$.

Algoritam opisan prethodnom matičnom algebrim implementiran je Matlab® M-funkcijom i korišten u Simulink® modelu na kojem su provedena testiranja.

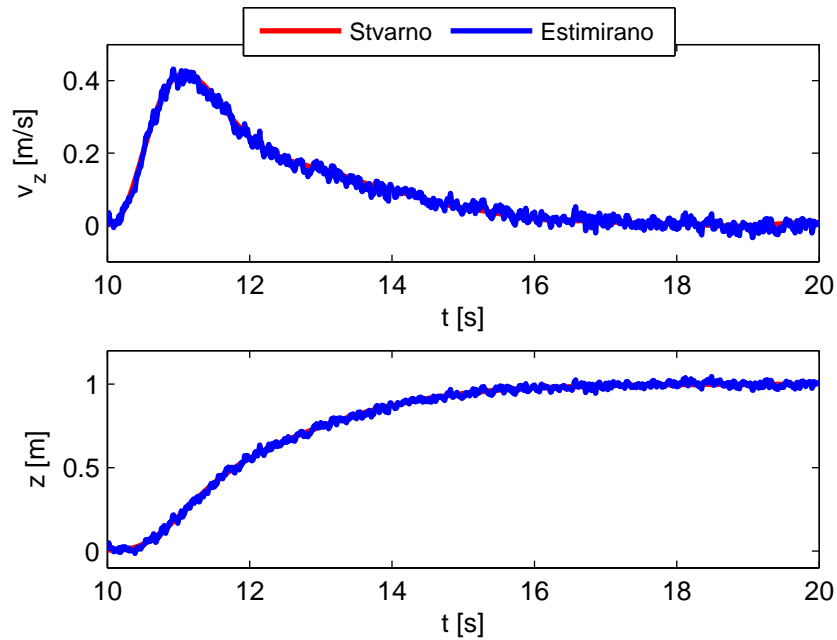
Na narednim slikama prikazani su odzivi stvarnih i estimiranih pozicija i brzina dobiveni simuliranjem. Na Slikama (4.6), (4.7) i (4.8) prikazani su redom x, y i z komponente pozicije i brzine.



Slika 4.6: Odziv estimirane i stvarne x koordinate pozicije i brzine



Slika 4.7: Odziv estimirane i stvarne y koordinate pozicije i brzine



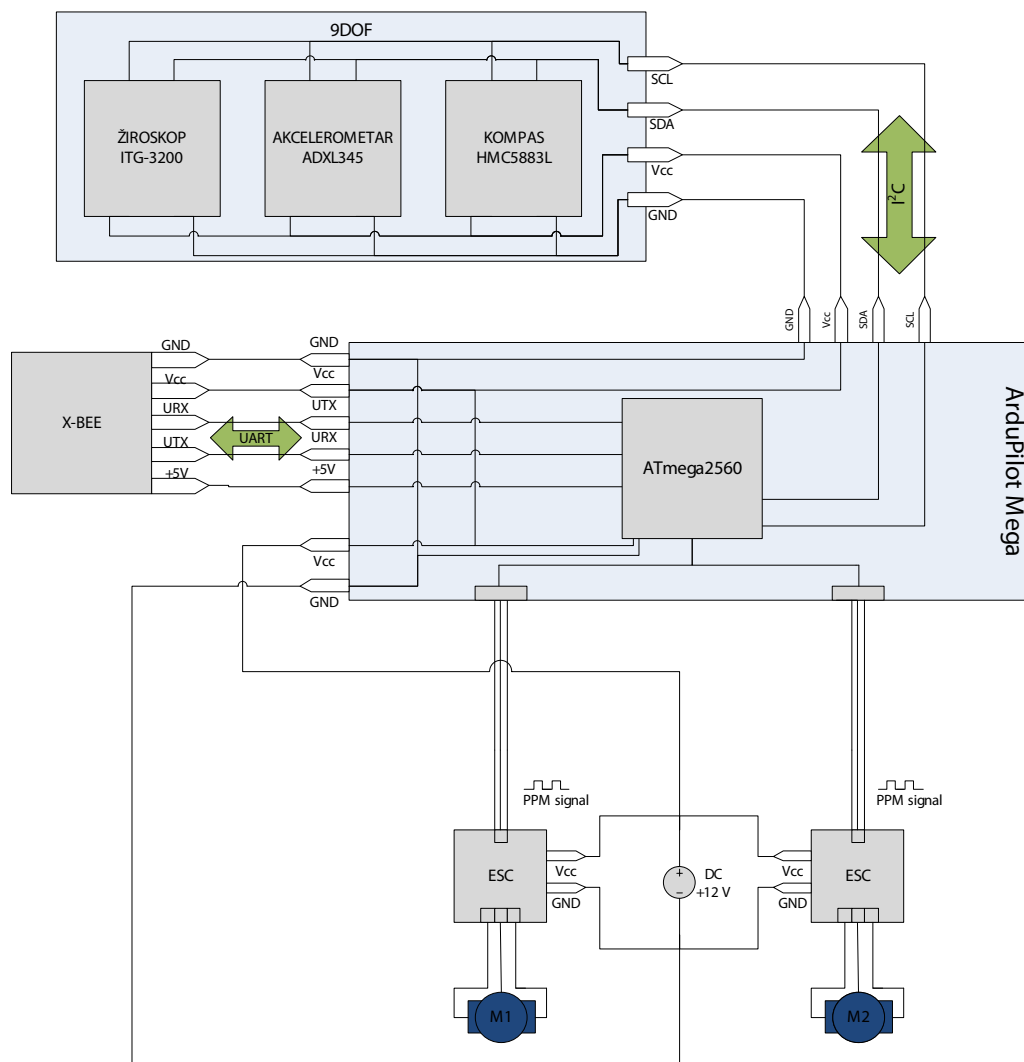
Slika 4.8: Odziv estimirane i stvarne z koordinate pozicije i brzine

5. Konstrukcija letjelice

Konstrukciju samorotirajuće letjelice (Slika 2.1) čini središnje tijelo na koje su spojena krila i sustav propulzije koji se sastoji od dva motora s propelerima postavljenim na suprotnim stranama letjelice. Unutar tijela letjelice nalazi se elektroničko sklopovlje potrebno za realizaciju sustava upravljanja - upravljački modul ArduPilot Mega s integriranim mikrokontrolerom ATmega2560, senzori za mjerenje položaja i brzine letjelice - kompas, akcelerometar i žiroskop, elektronički regulatori brzine motora, komunikacijski modul X-Bee te izvor napajanja (baterija od 12 V). Blokovska shema elektroničkog dijela letjelice prikazana je na Slici 5.1.

5.1. ArduPilot Mega

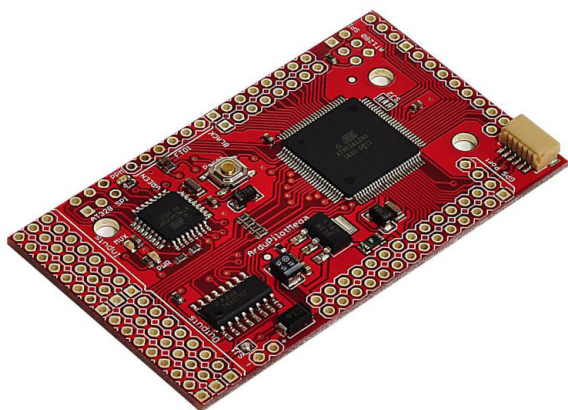
Osnovni su dijelovi ArduPilot Mega (APM) upravljačke pločice mikroprocesor ATmega2560 [2], enkoder za PPM signal, komunikacijska sučelja (jedan I^2C priključak i četiri serijska priključka), signalne svjetleće diode, dodatni multipleksori te ulazno-izlazni pinovi koji omogućavaju spajanje dodatnih senzora kao što su GPS ili sonar. ATmega2560 je 8-bitni mikrokontroler s frekvencijom takta $16[MHz]$, izveden u RISC arhitekturi s 256 kB Flash memorije. Njime je omogućeno generiranje 4 različita PWM signala, obrada vanjskih i unutarnjih prekida, I^2C i višekanalna UART komunikacija te više različitih modova rada čime se smanjuje potrošnja energije. Programiranje mikrokontrolera vrši se preko USB serijskog priključka, s time da je *FTDI* priključni sklop integriran na pločici. APM upravljačka pločica prikazana je na Slici 5.2.



Slika 5.1: Blokovska shema elektroničkog dijela letjelice

5.2. Aktuatori i regulatori brzine

Aktuatori samorotirajuće letjelice dva su beskolektorska istosmjerna motora (model AC2830-358) opterećena propelerima. Motori se nalaze na suprotnim krajevima letjelice te je svaki spojen na zasebni regulator brzine (eng. *Electronic Speed Controller* - u nastavku ESC). Pojedini regulator daje napon u rasponu od 7.4 do 15[V] i struju do 30[A]. ESC-ovi su upravljani pomoću PPM signala s upravljačke pločice. Vrlo je bitan uvjet za ispravno funkcioniranje ESC-ova kalibracija. Pravilnom se kalibracijom postiže jednak odziv pojedinih motora na jednake signale APM-a,



Slika 5.2: ArduPilot Mega

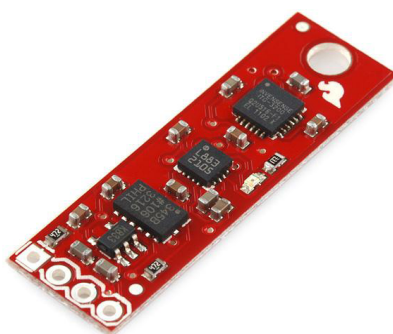
što je nužno za ispravno funkcioniranje letjelice. Prema specifikacijama motora, u Tablici 5.1 prikazani su iznosi potiska koji pojedini motor stvara kad je opterećen propelerima duljine $10[cm]$.

Tablica 5.1: Potisak motora

	25%	50%	75%	100%
struja	1 A	3.4 A	9 A	12.2 A
snaga	11 W	38 W	100 W	135 W
potisak	170 g	433 g	855 g	1095 g

5.3. Senzori

U sklopu realizacije sustava upravljanja za određivanje brzine i položaja letjelice, odabrana je senzorska pločica *Sparkfun 9DOF* s 9 stupnjeva slobode prikazana na Slici 5.3. Na njoj su integrirani: elektronički kompas HMC5883L [7], akcelerometar ADXL345 [5] i žiroskop ITG-3200 [9]. Senzorska pločica povezana je s APM modulom preko I^2C sabirnice kao *slave* uređaj. Podržana je brzina komunikacije do $400[kHz]$.



Slika 5.3: Senzorska pločica 9DOF

5.3.1. Kompas

Elektronički kompas HMC5883L tvrtke Honeywell koristi tehnologiju anizotropnih magnetskih otpora, čime se uz 12-bitni AD pretvornik postiže točnost mjerenja otklona od pravca sjevera od 1° do 2° . Senzorom je moguće vršiti mjerenje magnetnog polja u tri osi (X, Y i Z) te se za svaku os dobiva podatak duljine dva bajta. S upravljačkim modulom povezan je preko I^2C sučelja kojim se prenose naredbe za mjerenje i čitaju podatci iz registra. Kompas na sabirnici ima ulogu izvršitelja (eng. *slave*) te nije u mogućnosti kontrolirati SCL liniju sabirnice, tj. započeti komunikaciju. Minimalno vrijeme potrebno za provođenje mjerenja i komunikaciju preko I^2C sabirnice iznosi $6.26[ms]$, što znači da je maksimalna frekvencija kojom se mogu očitati novi podatci $160[Hz]$.

Modul HMC5883L može se nalaziti u 3 radna stanja:

- **Continuous-Measurement Mode:** Kompas provodi konstantno mjerenje senzora i proračun kuta otklona odabranom frekvencijom. Podatci se spremaju u izlazne registre koji se mogu čitati neovisno o frekvenciji mjerenja, što znači da se registri mogu osvježavati novim podacima bez da su stari pročitani.
- **Single-Measurement Mode:** Tvornički postavljen način rada. Nakon što kompas primi zahtjev za mjerenje od strane upravljača (eng. *master*), on izvrši samo jedno mjerenje, postavi podatke u izlazne registre te prelazi u stanje čekanja sljedeće naredbe.
- **Idle Mode:** U ovom načinu rada modul je dohvatljiv preko I^2C sabirnice, ali

su svi veći potrošači energije izvan funkcije.

Prije rada sa senzorom potrebno je provesti njegovu inicijalizaciju, tj. odabrati način rada kompasu i frekvenciju mjerenja (eng. *output rate*).

5.3.2. Akcelerometar

Modul ADXL345 troosni je elektronički akcelerometar sa 13-bitnim AD pretvornikom. Područje rada senzora je do $\pm 16g$ uz mogućnost mjerenja statičke akceleracije sile teže (primjena kod mjerenja promjene nagiba) kao i dinamičke promjene akceleracija koja je posljedica gibanja. Zbog vrlo visoke rezolucije AD pretvornika, ADXL345 omogućuje mjerenje promjene nagiba manje od 1.0° . Digitalni izlazni podatci u formatu su 16-bitnog komplementarnog para koji je moguće očitati putem I^2C komunikacijskog protokola. U modulu su omogućene neke posebne funkcije kao što su detekcija slobodnog pada, određivanje stanja gibanja ili mirovanja akcelerometra, prekoračenje definirane vrijednosti akceleracije te mogućnost generiranja prekidnog signala za mikrokontroler. Korisniku je dopušten odabir rezolucije i frekvencije mjerenja do maksimalnog iznosa $3200[Hz]$. Čitanjem podataka sa senzora dobiva se šest bajtova od kojih po dva sadrže informaciju o pojedinoj osi prostora.

5.3.3. Žiroskop

Žiroskop ITG-3200 temelji se na MEMS tehnologiji. Senzorom je omogućeno mjerenje kutne brzine u X, Y i Z osi u punom rasponu od $-2000[/sec]$ do $2000[/sec]$, tj. $\pm 333[rpm]$. S tri integrirana 16-bitna AD pretvornika realizirano je istodobno očitavanje žiroskopa bez potrebe za korištenjem vanjskih multipleksora. Komunikacija se s mikrokontrolerom odvija preko I^2C sabirnice. Inicijalizacija i čitanje podataka obavlja se na isti način kao i kod kompasu i akcelerometra uz poznavanje adrese uređaja i pripadnih registara.

5.4. X-Bee modul

Komunikacija između letjelice i računala odvija se pomoću dva X-Bee modula tvrtke Digi International prikazanog na Slici 5.4. Jedan je modul spojen preko USB priključka na računalo (USB priključak je emuliran kao serijski priključak), dok se drugi nalazi na komunikacijskoj pločici te je preko UART komunikacijskog protokola povezan s upravljačkim modulom APM. Povezivanje X-Bee modula s APM-om izvedeno je korištenjem tiskane pločice s naponskim pretvornikom koji spušta razinu napona sa $5[V]$ na $3.3[V]$, čime je osigurano ispravno napajanje za X-Bee. Konfiguracija komunikacijskih modula obavlja se pomoću aplikacije X-CTU koju je tvrtka Digi International razvila upravo za ovu primjenu. U komunikaciji se koristi radio frekvencija od $2.4[GHz]$, a brzina prijenosa podataka (engl. *baud rate*) postavljena je na $57600[bps]$. Format podataka je 8N1 - 8 bitova podataka, bez provjere pariteta, te jedan stop bit. Prema specifikacijama modula, maksimalna udaljenost, na kojoj se može ostvariti komunikacija, iznosi $90[m]$ u otvorenom i $30[m]$ u zatvorenom prostoru.



Slika 5.4: X-Bee modul

5.5. Upravljačka aplikacija

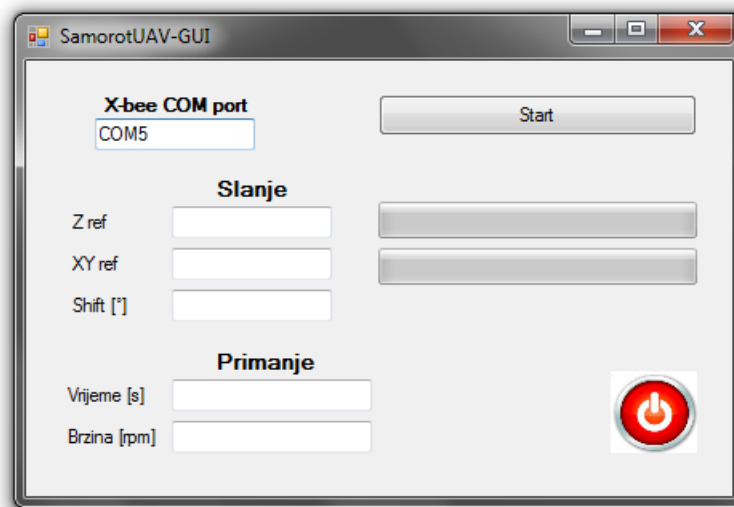
Za testiranje konstruirane letjelice potrebno je razviti odgovarajuće aplikacije na razini mikrokontrolera i na razini PC-a koji se koristi za komunikaciju s letjelicom i ručno upravljanje.

Prvo se razvija samo ručni mod rada u kojem se letjelicom upravlja preko igraće palice ili tipkovnice. U tu je svrhu razvijena jednostavna C# aplikacija koja omogućava zadavanje referentnih veličina vertikalnog i horizontalnog potiska te kuta

gibanja (kursa) letjelice, uz primanje i prikazivanje interesantnih procesnih veličina.

5.5.1. Upravljačka aplikacija za PC

Kao što je spomenuto u uvodnom dijelu ovog odjeljka, u svrhu upravljanja letjelicom razvijena je C# aplikacija za PC s grafičkim sučeljem (engl. *Graphical User Interface* - u nastavku GUI). Grafičko sučelje prikazano je Slikom 5.5. U njemu je omogućen izbor COM porta na koji je priključen X-Bee komunikacijski uređaj. Osim toga, igraćom palicom ili tipkovnicom zadaju se tri već spomenute referentne veličine koje se također ispisuju na GUI, dok se statusne trake za upravljačke veličine horizontalnog i vertikalnog potiska neprekidno osvježavaju. Budući da je u komunikaciji korištena serijska veza, kako bi se broj izgubljenih poruka sveo na minimum, podaci primljeni na serijski port obrađuju se bajt po bajt, kao i u aplikaciji na strani ATmega mikrokontrolera, te se nakon toga ispisuju na ekran. U ovom slučaju to su brzina vrtnje i vrijeme.



Slika 5.5: Korisničko grafičko sučelje za upravljanje letjelicom s PC-a

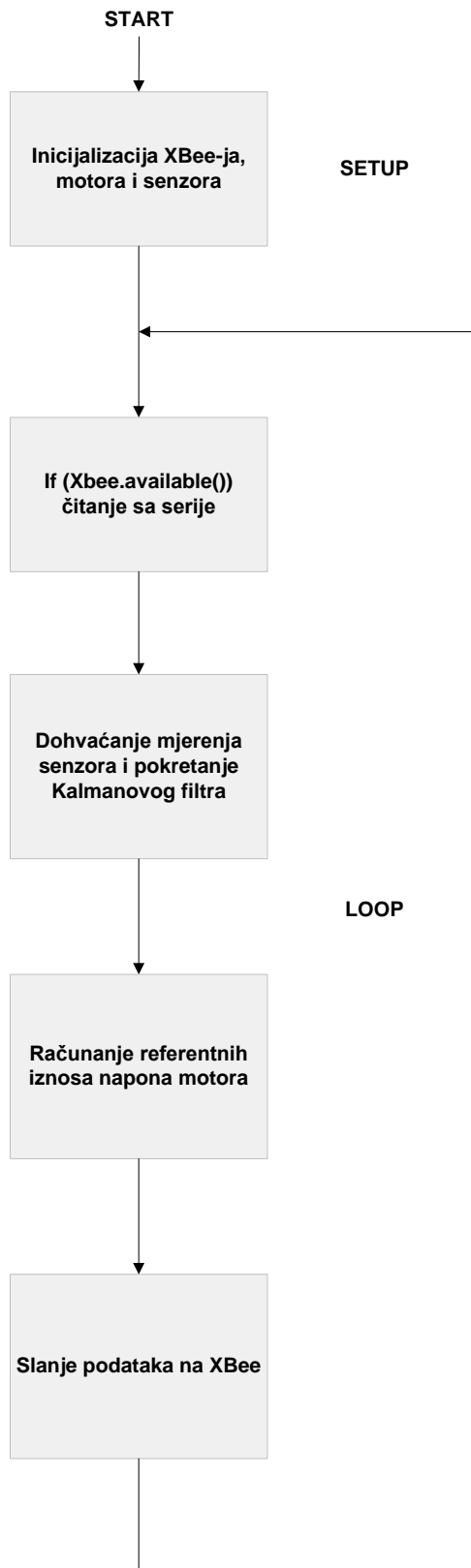
5.5.2. Upravljačka aplikacija za ATmega mikrokontroler

Upravljačka aplikacija razvijena je kombinacijom Arduino® razvojnog okruženja i funkcija pisanih u programskom jeziku C/C++. Aplikacija se na mikrokontroleru

vrti u beskonačnoj petlji prema dijagramu prikazanom na Slici 5.6.

U *Setup* funkciji inicijaliziraju se USART kontroler (engl. *Universal Synchronous Asynchronous Receiver Transmitter*) za komunikaciju s X-Bee-em, I^2C port za komunikaciju sa sensorima te konfiguriraju motori. Pritom se postavlja brzina slanja podataka, brzina i rezolucija analogno-digitalne pretvorbe senzora i sl.

Glavna petlja vrti se na tipično $10[ms]$. U njoj se provjerava postoji li još podataka za čitanje sa serije spojene na X-Bee te se poziva funkcija za obradu koja provjerava valjanost primljenih podataka (blok podataka mora počinjati sa EEEE i završavati sa FFFF, izraženo u heksadekadskom kodu). Čitanje se provodi bajt po bajt uz pamćenje stanja (automat). Ovdje se navodi kompletan kod funkcije.



Slika 5.6: Dijagram izvođenja razvijene aplikacije

Programski kod 5.1: Obrada podataka s X-Beeja

```
void processXBeeInput () {
    uint8_t byte;
    // reading - automat s 5 stanja
    while (XBee.available())
    {
        byte = XBee.read();
        // provjeri stanje i primljeni bajt
        if (reading == 0 && byte == 0xEE) {
            reading = 1;
            previousByte = byte;
        }
        else if (reading == 1 && byte == 0xEE)
        {
            if (previousByte == 0xEE)
                reading = 2;
            else
            {
                reading = 0;
                break;
            }
        }
        else if (reading == 2)
        {
            buffer[readBytes] = byte;
            readBytes++;
            if (readBytes == 6)
                reading = 3;
        }
        else if (reading == 3)
        {
            if (byte == 0xFF)
                reading == 4;
            else {
                reading = 0;
                readBytes = 0;
                break;
            }
        }
    }
}
```

```

    }
}
else //reading = 4
{
    // provjeri kraj poruke
    if (previousByte == 0xFF && byte == 0xFF)
    {
        // izračunaj referentnu vrijednost vertikalnog potiska
        // prvi bajt LSB
        throttleVer = buffer[0] + buffer[1] * 256;
        // provjeri ispravnost primljene vrijednost
        if (throttleVer < 1000 || throttleVer > 1900)
            throttleVer = throttleVerOld;
        else
            throttleVerOld = throttleVer;
        // izračunaj referentnu vrijednost horizontalnog potiska
        throttleHor = buffer[2] + buffer[3] * 256;
        if (throttleHor < 0 || throttleHor > 200)
            throttleHor = throttleHorOld;
        else
            throttleHorOld = throttleHor;
        // izračunaj referentnu vrijednost kursa
        angle = (buffer[4] + buffer[5] * 256) / 100.0;
        if (angle > PI)
            angle = angle - PI2;
    }
    reading = 0;
    readBytes = 0;
    previousByte = byte;
    break;
}
previousByte = byte;
}
}

```

Nakon toga, počinje se s čitanjem mjernih podataka s akcelerometra, žiroskopa i magnetometra. Potom se poziva odgovarajući Kalmanov filtar nad dohvaćenim

podacima. Za ručni mod rada realiziran je orijentacijski Kalmanov filter koji kombinira mjerenja žiroskopa i kompasa za dobivanje optimalne orijentacije. Kalmanov filter izveden je kao zasebna klasa:

Programski kod 5.2: Header datoteka Kalmanovog filtra

```
#define PI 3.1415927
#define PI2 6.2831855

class KalmanOrientation {
public:
    // konstruktor
    KalmanOrientation();
    // metoda za osvježavanje modela
    void modelUpdate(float t, float w);
    // metoda za osvježavanje mjerenja
    void measureUpdate(float yaw);
    // metoda za dohvaćanje estimata
    void getEstimates(float *est);
    // metoda za dohvaćanje kovarijance
    void getCovariance(float *cov);
    // metoda za postavljanje procesnog šuma kao 2x2 matrice
    void setProcessNoise(float *noiseModel);
    // metoda za postavljanje mjernog šuma (pozitivni realan broj)
    void setMeasurementNoise(float noiseMeasure);
    // modulo funkcija, vraća x % 2*PI
    float Modulo2PI(float x);

private:
    // estimati: kut, bias, brzina rotacije
    float _x_est[3];
    // vrijeme prethodnog pozivanja
    float _t_old;
    // rotacijska brzina
    float _w_old;
    // matrica kovarijance
    float _P[2][2];
```

```

// matrica procesnog šuma
float _Q[2][2];
// mjerni šum (pozitivni realan broj)
float _R;
};

```

Metode za osvježavanje stanja i osvježavanje mjerenja izvedene su kako slijedi:

Programski kod 5.3: Kalmanov filtar: osvježavanje modela i mjerenja

```

void KalmanOrientation :: modelUpdate(float t, float w) {
    float T = t - _t_old;
    // model
    _x_est[0] = _x_est[0] + T * (w - _x_est[1]);
    // svedi na raspon [-pi, pi]
    _x_est[0] = Modulo2PI(_x_est[0] + PI) - PI;
    _t_old = t;
    _w_old = w;
    // osvježavanje matrice kovarijance
    _P[0][0] = _P[0][0] - T*( _P[0][1] + _P[1][0] ) +
                T * T * _P[1][1] + _Q[0][0];
    _P[0][1] = _P[0][1] - T * _P[1][1] + _Q[0][1];
    _P[1][0] = _P[1][0] - T * _P[1][1] + _Q[1][0];
    _P[1][1] = _P[1][1] + _Q[1][1];
}

// očekuje kut iz intervala [-pi, pi]
void KalmanOrientation :: measureUpdate(float yaw) {
    // Kalmanova pojačanja
    float K1 = _P[0][0] / (_P[0][0] + _R);
    float K2 = _P[1][0] / (_P[0][0] + _R);
    // korekcija
    float diff = Modulo2PI(yaw - _x_est[0] + PI) - PI;
    _x_est[0] += K1 * diff;
    _x_est[1] += K2 * diff;
    // svođenje na raspon [0, 2*pi]

```

```

_x_est[0] = Modulo2PI(_x_est[0] + PI) - PI;
// osvježavanje matrice kovarijance
_P[1][1] -= K2 * _P[0][1];
_P[1][0] -= K2 * _P[0][0];
_P[0][1] *= (1 - K1);
_P[0][0] *= (1 - K1);
// osvježavanje estimata brzine vrtnje
_x_est[2] = _w_old - _x_est[1];
}

// Modulo funkcija, vraća x modulo (2*PI) u rasponu [0, 2*PI]
float KalmanOrientation :: Modulo2PI(float x) {
    float quotient = (x / PI2);
    if (quotient >= 0)
        return (x - ((int)quotient) * PI2);
    else
        return (x - (((int)quotient) - 1) * PI2);
}

```

Nakon proračuna Kalmanovog filtra, poziva se funkcija za pulsiranje motora. Funkcija određuje naponsku razinu (visoka ili niska) pojedinog motora za dani trenutak:

Programski kod 5.4: Funkcija pulsiranja

```

void pulsiranje(float kurs_ref, uint8_t dU1)
{
    float w1 = GYRO_SCALED_RAD(est[2]); //rotacijska brzina u rad/s
    float yaw = est[0]; // kut u rad
    int U1 = PWMValue[0];
    int U2 = PWMValue[1];

    // dU1 - iznos povećanja napona prvog motora
    if (dU1 > (0.41 * U1))
        dU1 = (0.41 * U1);
    else if (dU1 < 0)
        dU1 = 0;
}

```

```

if (abs(dU1) < 0.001)
{
    pocPulsiranja = 0;
    puls = 0;
    PWMValue[0] = U1;
    PWMValue[1] = U2;
}
else
{
    if (pocPulsiranja == 0)
    {
        // shift kompenzira dinamiku motora
        // određen identifikacijom motora
        float shift = P2 * w * w + P1 * w + P0 + 0.025;
        alpha = kurs_ref - shift + PI;
        beta = kurs_ref - shift;
        // kut početka pulsiranja
        alpha = Modulo2PI(alpha + PI) - PI; // set to [-pi, pi]
        // kut završetka pulsiranja
        beta = Modulo2PI(beta + PI) - PI;
        pocPulsiranja = 1;
    }
    else
    {
        float tol = w*0.01;
        // provjeri treba li početi s pulsiranjem
        if ((puls == 0) &&
            (abs(Modulo2PI(yaw - alpha + PI) - PI) < tol))
        {
            // postavi zastavicu za početak pulsiranja
            puls = 1;
            dU10 = dU1;
        }

        // provjeri treba li završiti s pulsiranjem
        if ((puls == 1) &&

```



```

        (abs(Modulo2PI(yaw - beta + PI) - PI) < tol))
    {
        // reset zastavica
        puls = 0;
        pocPulsiranja = 0;
    }
}
if (puls == 0)
{
    PWMValue[0] = U1;
    PWMValue[1] = U2;
}
else
{
    // povećaj motor1 PWM iznos
    // smanji motor2 PWM iznos
    if (dU10 > 0.41 * U1)
        dU1 = 0.41 * U1;
    else
        dU1 = dU10;
    uint16_t U_xy_max = 1900;
    if (dU1 + U1 > U_xy_max)
        dU1 = U_xy_max - U1;
    int dU2 = (int)sqrt( U2 * U2 -
                        dU1 * (dU1 + 2 * U1)) - U2;
    PWMValue[0] = constrain(U1 + dU1, 1100, 1900);
    PWMValue[1] = constrain(U2 + dU2, 1100, 1900);
}
}
}

```

Na kraju se svakog ciklusa petlje na X-Bee šalju podaci o vremenu i brzini vrtnje letjelice. Podaci su grupirani u blokove te pritom oznake za početak i kraj bloka odgovaraju ranije opisanim oznakama kod primanja podataka.

5.6. Testiranje osnovnih upravljačkih funkcija

Do dana zaključenja prijave napravljena su preliminarna testiranja konstruirane samomotirajuće letjelice.

Naglasak je stavljen na spajanje svih implementiranih dijelova sustava u funkcionalnu cjelinu. Posebna pažnja usmjerena je ka ostvarivanju sigurne i neprekinute komunikacije sa zvrkom, što je nužan uvjet za sigurnost letjelice i radne okoline. Također su izvršena ispitivanja ispravnosti algoritma upravljanja vertikalnom i horizontalnom brzinom u otvorenoj petlji. Prilikom testiranja algoritma upravljanja horizontalnom brzinom, pulsiranja, iz sigurnosnih razloga korišteni su neopterećeni motori. U konačnici, utvrđena je ispravnost korištene hardverske i softverske opreme, kao i funkcionalnost svih implementiranih algoritama. Video snimka testiranja osnovnih upravljačkih funkcija dostupna je na sljedećem linku: <http://vimeo.com/41160378>.

U daljnjem razvoju letjelice implementirat će se zatvoreni sustav upravljanja predložen u drugom poglavlju. Pritom se za povratnu vezu pozicije namjerava koristiti vizualna povratna veza i sonar za testiranja u zatvorenom prostoru, te GPS za testiranja na otvorenom.

6. Zaključak

U ovom radu prikazan je koncept UAV-a temeljen na konstrukciji s dva simetrično postavljena krila. Nelinearni matematički model sustava prikazuje aproksimaciju prvog reda iz koje je očigledna inherentna stabilnost letjelice. Iako su u modelu izostavljeni kompleksni aerodinamički utjecaji, izvedeni model sustava dobro opisuje fizikalne pojave koje se javljaju prilikom gibanja letjelice. Gibanje letjelice omogućeno je djelovanjem dvaju simetrično postavljenih aktuatora, beskolektorskih istosmjernih motora, koji svojom vrtnjom stvaraju moment za vrtnju cijele letjelice, zbog čega se stvara potisak na krilima. Horizontalno se gibanje postiže pulsiranjem motora zbog čega se javlja potreba za uvođenjem nelinearnog elementa koji će omogućiti raspregnutost vertikalnog i horizontalnog gibanja. Za projektiranje složenijih sustava upravljanja, potrebno je detektirati utjecaj vremenske konstante motora na ponašanje letjelice. Simulacijama se pokazalo kako je period pulsacije iznosa 360° najefikasniji neovisno o vremenskoj konstanti motora.

U razvijenom sustavu nužno je koristiti estimator koji optimalno kombinira mjerenja s različitih senzora. Naime, za ostvarivanje horizontalnog gibanja potrebno je što točnije poznavanje orijentacije letjelice, što se može postići upotrebom žiroskopa i magnetskog kompasa. Nadalje, predložena kaskadna upravljačka struktura podrazumijeva poznavanje brzine, koja nije izravno mjerljiva korištenjem dostupne opreme, ali je osmotriva što omogućava estimaciju. Budući da su svi korišteni senzori smješteni u rotirajućem koordinatnom sustavu letjelice, u mjerenjima su prisutne značajne smetnje kao posljedica vibracija i sl. Zbog toga je projektiran Kalmanov filtar, čiji je teorijski prikaz dan u ovom radu, zajedno s implementacijom u Simulinku[®] i ATmega mikrokontroleru korištenom na konstruiranoj letjelici.

Budući rad je orijentiran ka osiguravanju potpune autonomnosti koncepta i omo-

gućavanju izvršavanja različitih zadataka, kako jedne letjelice, tako i cijelih formacija.

7. Literatura

- [1] A. A. Aljinović, N. Elezović, i D. Žubrinić. *Linearna algebra*. Element, 2011.
- [2] Atmel. *ATmega640/1280/1281/2560/2561*, 2011.
- [3] A. R. S. Bramwell, George Done, i David Balmford. *Bramwell's Helicopter Dynamics*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2nd ed. izdanju, 2001. ISBN 1-563-47500-6.
- [4] Kelson D. Chabak. Conceptual study of rotary-wing microrobots. U *Ph.D. Thesis, AFIT/GE/ENG/08-03, Air Force Institute of technology*, 2008.
- [5] Analog Devices. *Digital Accelerometer ADXL345*, 2009.
- [6] R.S. Fearing, S. Avadhanula, D. Campolo, M. Sitti, J. Yan, i R. Wood. A micro-mechanical flying insect thorax. U *Neurotechnology for Biomimetic Robots, The MIT Press, Cambridge, Massachusetts*, stranice 469–480, 2002.
- [7] Honeywell. *3-Axis Digital Compass IC HMC5883L*, 2011.
- [8] Hui Hu, Lucas Clemons, i Hirofumi Igarashi. An experimental study of the unsteady vortex structures in the wake of a root-fixed flapping wing. U *Experimental Fluids*, stranice 347–359, 2011.
- [9] InvenSense Inc. *ITG-3200 Product Specification Revision 1.4*, 2010.
- [10] James C. Kellogg i et al. Design and development of the samara stop-rotor hybrid micro air vehicle. U *Proceedings of 20th Bristol International Conference on Unmanned Air Vehicle Systems*, stranice 129–135, 2005.
- [11] Z. Kovačić, S. Bogdan, i V. Krejči. *Osnove robotike*. Graphis, 2002.

- [12] P. J. Kunz. *Aerodynamics and design for ultra-low Reynolds number flight*. Doctoral thesis, 2003.
- [13] E.J. Lefferts i F.L. Markley. Dynamic modeling for attitude determination. U *AIAA Guidance and Control, 1976. Proceedings. 1976 AIAA Conference*. AIAA, 1976.
- [14] D. Lentink, W. B. Dickson, J. L. van Leeuwen, i M. H. Dickinson. Leading-edge vortices elevate lift of autorotating plant seeds. U *Science, Vol. 324 no. 5933*, stranice 1438–1440, 2009.
- [15] Zhen Liu i Jean-Marc Moschetta. Rotary vs. flapping-wing nano air vehicles: Comparing hovering power. U *Proceedings of The European Micro Aerial Vehicle Conference*, stranice 21–27, 2009.
- [16] P.S. Maybeck. *Stochastic models, estimation and control*, svezak 1. Academic Pr, 1979.
- [17] N. Perić i I. Petrović. *Predavanja: Teorija estimacije*. Predavanja, 2010.
- [18] Ravi Ramamurti i et al. Computational fluid dynamics study of unconventional air vehicle configurations. U *Proceedings of 19th Bristol International Conference on Unmanned Air Vehicle Systems*, stranice 1–18, 2004.
- [19] S.I. Roumeliotis, G.S. Sukhatme, i G.A. Bekey. Circumventing dynamic modeling: Evaluation of the error-state kalman filter applied to mobile robot localization. U *Robotics and Automation, 1999. Proceedings. 1999 IEEE International Conference*, svezak 2, stranice 1656–1663. IEEE, 1999.
- [20] Jihan Ryu. *State and Parameter Estimation for Vehicle Dynamics Control Using GPS*. Doctoral thesis, 2004.
- [21] H. Tanaka, K. Hoshino, K. Matsumoto, i I. Shimoyama. Flight dynamics of a butterfly-type ornithopter. U *IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems, IROS 2005, Alberta, Canada*, stranice 310–315, 2-6 August, 2005.

- [22] Evan R. Ulrich, J. Sean Humbert, i Darryll J. Pines. Pitch and heave control of robotic samara micro air vehicles. U *Journal of Aircraft*, Vol. 47, No. 4, stranice 1290–1299, 2010.
- [23] Kapil Varshney, Song Chang, i Jane Wang. The kinematics of falling maple seeds and the initial transition to a helical motion. U *Nonlinearity*, 25, stranice C1–C8, 2012.
- [24] Z. Vukić, L. Kuljača, B. Novaković, S. Tešnjak, i B. Tovornik. *Automatsko upravljanje - analiza linearnih sustava*. Kigen, 2005.
- [25] Wikipedia. Rudolf E. Kálmán, Travanj 2012. URL http://en.wikipedia.org/wiki/Rudolf_E._Kálmán.

8. Sažetak

U radu je opisan dinamički model samorotirajuće letjelice, s detaljnom analizom horizontalnog gibanja koje se ostvaruje pravovremenim pulsiranjem sila motora. Predložena je kaskadna struktura upravljanja pozicijom uz nelinearni element čija je uloga određivanje intervala pulsiranja i rasporezanje horizontalnog i vertikalnog gibanja. Ispravnost predložene strukture potvrđena je simulacijski u programskom alatu Simulink®. Za takvu je strukturu opisana potreba za lokalizacijskim Kalmanovim filtrom, koji je detaljno opisan te potom testiran u istom simulacijskom paketu. U konačnici je dan opis konstruirane letjelice te prateće hardverske i softverske podrške.

Ključne riječi: UAV, samorotirajuća letjelica, Kalmanov filter, ATmega, C#

9. Summary

In this work, the dynamic model with detailed horizontal movement analysis of unmanned aerial vehicle, called Spicopter, is given. Cascade control structure with nonlinear element is proposed and successfully tested in Simulink®. The nonlinear element is used for pulsation periods determination and vertical and horizontal movement decoupling. The need for localization estimator is described and Kalman filter is chosen. A detailed filter description is given, alongside with test results from Simulink®. Finally, the constructed drone is described, together with hardware and software support.

Key words: UAV, Spicopter, Kalman filter, ATmega, C#