

Sveučilište u Zagrebu
Fakultet strojarstva i brodogradnje

Kekelj Matija
Kocijan Gordan
Mandić Viktor

Upravljanje autonomnom bespilotnom letjelicom s četiri rotora

Zagreb, 2012.

Ovaj rad izrađen je na Katedri za strojarsku automatiku, Zavoda za robotiku i automatizaciju proizvodnih sustava, pod vodstvom doc. dr. sc. Josipa Kasaća i predan je na natječaj za dodjelu Rektorove nagrade u akademskoj godini 2011./2012.

Popis slika

1.1	<i>De Bothezat-ov</i> quadrotor [1]	1
1.2	<i>FSBcopter</i>	2
1.3	Momenti oko vertikalne osi [1]	3
1.4	Letjelica s četiri rotora	4
2.1	Prikaz smjerova vrtnje rotora	6
2.2	Prikaz sila i momenata	7
4.1	Odziv sustava na zadanu referencu pozicije	23
4.2	Odziv pozicije i kuteva kod <i>feedforward</i> kompenzacije	24
4.3	Odziv pozicije i kuteva kod kompenzacije odstupanja po z-osi	24
4.4	Odziv sila i momenata kod <i>feedforward</i> kompenzacije	25
4.5	Odziv sila i momenata kod kompenzacije odstupanja po z-osi	25
4.6	Odziv napona na motorima kod <i>feedforward</i> kompenzacije	26
4.7	Odziv napona na motorima kod kompenzacije odstupanja po z-osi	26
5.1	Odziv pozicije i kuteva kod <i>Pole Placement</i> regulatora s P_1 izborom polova .	29
5.2	Odziv pozicije i kuteva kod <i>Pole Placement</i> regulatora s P_3 izborom polova .	29
5.3	Odziv sila i momenata kod <i>Pole Placement</i> regulatora s P_1 izborom polova .	29
5.4	Odziv sila i momenata kod <i>Pole Placement</i> regulatora s P_3 izborom polova .	29
5.5	Odziv napona na motorima kod <i>Pole Placement</i> regulatora s P_1 izborom polova	30
5.6	Odziv napona na motorima kod <i>Pole Placement</i> regulatora s P_3 izborom polova	30
5.7	Odziv pozicije i kuteva kod <i>Pole Placement</i> regulatora s P_2 izborom polova .	31
5.8	Odziv sila i momenata kod <i>Pole Placement</i> regulatora s P_2 izborom polova .	31
5.9	Odziv napona na motorima kod <i>Pole Placement</i> regulatora s P_2 izborom polova	32

6.1	Usporedba linearnog i nelinearnog modela za stabilizaciju oko x-osi za početne uvjete 5° i 35° (LQR)	34
6.2	Usporedba linearnog i nelinearnog modela za stabilizaciju oko x-osi za početne uvjete 5° i 35°, za odabir polova P2	34
6.3	Usporedba linearnog i nelinearnog modela za stabilizaciju oko y-osi za početne uvjete 5° i 35° (LQR)	34
6.4	Usporedba linearnog i nelinearnog modela za stabilizaciju oko y-osi za početne uvjete 5° i 35°, za odabir polova P2	34
6.5	Usporedba linearnog i nelinearnog modela za stabilizaciju oko z-osi za početne uvjete 5° i 35° (LQR)	35
6.6	Usporedba linearnog i nelinearnog modela za stabilizaciju oko z-osi za početne uvjete 5° i 35°, za odabir polova P2	35
7.1	Odzivi sustava sa SMC regulatorom na referencu pozicije	40
7.2	Stabilizacija sustava sa SMC regulatorom iz početnih kuteva	40
8.1	<i>Simulink</i> model letjelice, bez kompenzacije konstantnog poremećaja	41
8.2	Aproksimacija modela motora	42
8.3	<i>Feedforward</i> kompenzacija konstantnog poremećaja	43
8.4	Kompenzacija odstupanja po z-osi	44
8.5	SMC regulacija letjelice	45
8.6	VRML <i>model letjelice</i>	46
9.1	Shema elektroničkog sustava	47
9.2	Senzorski modul [2]	48
9.3	Komponente senzorskog modula [3]	49
9.4	Električna shema upravljačke pločice	51
9.5	Komponente s gornje strane pločice	52
9.6	Komponente s donje strane pločice	52
9.7	Predložak za izradu - gornja strana	52
9.8	Predložak za izradu - donja strana	52
9.9	ESC modul [4]	53
9.10	Motor bez četkica (eng. brushless motor) [5]	53
9.11	XBee modul [6]	54
10.1	Osvjetljavanje tiskane pločice	56

10.2 Razvijanje pločice	56
10.3 Jetkanje pločice	57
10.4 Bušenje pločice	58
10.5 Prikaz pravilnog i nepravilnog načina lemljenja [12]	59
10.6 Elektroničko sklopovlje na <i>FSBCopteru</i>	59

Popis tablica

4.1	Glavne fizikalne karakteristike letjelice	21
-----	---	----

Popis oznaka i kratica

Oznaka	Opis	Jedinica
u	Brzina uzduž x-osi lokalnog koordinatnog sustava,	m/s
v	Brzina uzduž y-osi lokalnog koordinatnog sustava,	m/s
w	Brzina uzduž z-osi lokalnog koordinatnog sustava,	m/s
x_e	Brzina uzduž x-osi globalnog koordinatnog sustava,	m/s
y_e	Brzina uzduž y-osi globalnog koordinatnog sustava,	m/s
z_e	Brzina uzduž z-osi globalnog koordinatnog sustava,	m/s
ϕ	Kut zakreta oko x-osi lokalnog koordinatnog sustava,	rad
θ	Kut zakreta oko y-osi lokalnog koordinatnog sustava,	rad
ψ	Kut zakreta oko z-osi lokalnog koordinatnog sustava,	rad
p	Kutna brzina oko x-osi lokalnog koordinatnog sustava,	rad/s
q	Kutna brzina oko y-osi lokalnog koordinatnog sustava,	rad/s
r	Kutna brzina oko z-osi lokalnog koordinatnog sustava,	rad/s
L	Udaljenost z-osi i motora,	m
F	Sila,	N
m	Masa letjelice,	kg
g	Gravitacijska konstanta,	m/s ²
M	Moment,	Nm
J_{xx}	Moment inercije oko osi x,	kg/m ²
J_{yy}	Moment inercije oko osi y,	kg/m ²
J_{zz}	Moment inercije oko osi z,	kg/m ²

Kratika Opis

<i>LQR</i>	Linear Quadratic Regulator
<i>SMC</i>	Sliding Mode Controller
<i>VRML</i>	Virtual Reality Modeling Language
<i>ESC</i>	Electronic Speed Controller
<i>MIMO</i>	Multiple Input Multiple Output
<i>PID</i>	Proportional Derivative Integrative
<i>PWM</i>	Pulse-Width Modulation
<i>DCM</i>	Direction Cosine Matrix
<i>PCB</i>	Printed Circuit Board

Sadržaj

Popis slika	I
Popis tablica	IV
Popis oznaka i kratica	V
Sadržaj	VII
1 Uvod	1
1.1 Kratka povijest	1
1.2 Prednosti platforme	2
1.3 Princip letenja	3
1.4 Pregled rada	4
2 Dinamički model letjelice	6
2.1 Izvod matematičkog modela	6
2.2 Linearizacija modela	13
3 Svojstva lineariziranog modela letjelice	17
3.1 Upravlјivost sustava	18
3.2 Mjerljivost sustava	18
3.3 Stabilnost sustava	19
4 Projektiranje LQR regulatora	20
4.1 LQR regulator	20
4.2 Rezultati LQR regulacije	23

5	Sinteza regulatora primjenom metode podešavanja polova	27
5.1	Odabir polova	27
5.2	Rezultati regulacije primjenom metode podešavanja polova	28
6	Verifikacija linearizacije	33
7	Sinteza robusnog nelinearnog regulatora	36
7.1	Izvod hibridnog matematičkog modela	36
7.2	Rezultati SMC regulacije	39
8	Simulacijski model	41
8.1	Simulacijski modeli s kompenzacijom konstantnog poremećaja	43
8.2	Simulacijski model robusnog nelinearnog regulatora	45
8.3	VRML	46
9	Projektiranje elektroničkih sklopova	47
9.1	Senzorski modul	48
9.2	Upravljački modul	50
9.3	ESC modul	53
9.4	Motori	53
9.5	XBee modul	54
10	Izrada tiskane pločice	55
10.1	Fotopostupak	55
10.2	Jetkanje pločice	57
10.3	Bušenje pločice	58
10.4	Lemljenje	58
10.5	Testiranje sklopa	59
11	Zaključak	60
	Zahvala	62
	Literatura	63
	Sažetak	65
	Summary	66

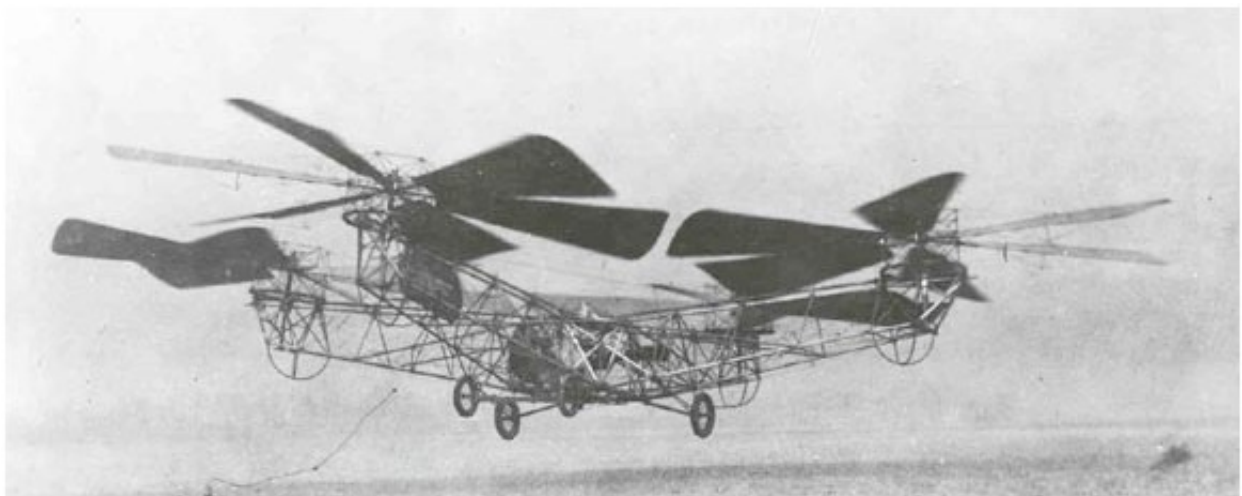
Životopis	67
Matija Kekelj	67
Gordan Kocijan	67
Viktor Mandić	68

Poglavlje 1

Uvod

1.1 Kratka povijest

U ranoj povijesti zrakoplovstva, quadrotor je predstavljao jedno od rješenja problema vertikalnog letenja. Brojne izvedbe s ljudskom posadom pojavile su se tijekom dvadesetih i tridesetih godina prošlog stoljeća. To su bile jedne od prvih letjelica koje su uspješno obavile zadatak vertikalnog uzlijetanja i slijetanja. Međutim, prvi su prototipovi bili jako loših karakteristika, a kod kasnijih modela je problem stvaralo veliko opterećenje pilota koji se morao boriti sa lošom stabilnošću letjelice te ograničenom mogućnošću upravljanja samom letjelicom. Na slici (1.1) prikazan je poznati De Bothezat-ov quadrotor iz 1923. godine [1].



Slika 1.1: *De Bothezat-ov* quadrotor [1]

Posljednjih su godina quadrotori postali popularni u svrhu bespilotnih letjelica. Radi

malih dimenzija i agilne manevarske sposobnosti mogu letjeti u zatvorenim kao i otvorenim prostorima. Jedan takav model prikazan je na slici (1.1). Radi se o aktualnom projektu članova *Udruge mehatroničara*, studentske udruge koja djeluje na *Fakultetu strojarstva i brodogradnje*, a na kojem rade i autori ovog rada. Letjelica simbolično nosi ime *FSBcopter*.



Slika 1.2: *FSBcopter*

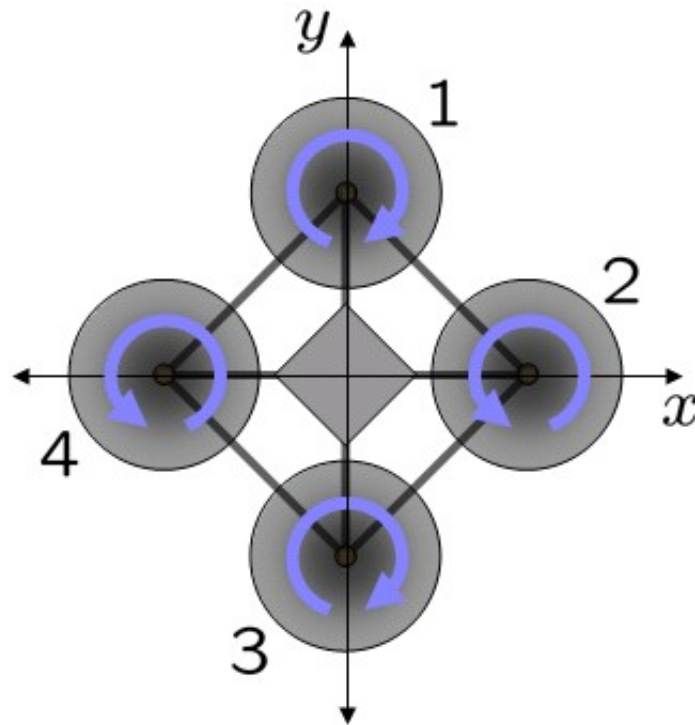
1.2 Prednosti platforme

Pošto se radi o letjelici s vertikalnim uzlijetanjem i slijetanjem, usporedbu je smisleno raditi samo sa letjelicama kojima je to karakteristično. Koncept quadrotora ima nekoliko prednosti u odnosu na klasičan koncept - helikopter. Prvo, quadrotori ne trebaju mehanizme za promjenu nagiba lopatica rotora tj. promjenu napadnog kuta oštrice rotora. Drugo, upotrebom četiri rotora omogućeno je da svaki pojedini rotor bude manjeg promjera od ekvivalentnog rotora helikoptera, a čime se postiže da rotori posjeduju manje kinetičke energije za vrijeme leta. Time se smanjuje eventualna šteta nastala udaranjem rotora o objekte iz okoline. Ta karakteristika čini manje modele sigurnijima za blisku interakciju [1].

1.3 Princip letenja

Svaki rotor proizvodi potisnu silu i moment u centru rotacije, te silu otpora u suprotnom smjeru od kretanja letjelice (slika (1.3)). Ako se svi rotori vrte istom kutnom brzinom tako da se rotori 1 i 3 vrte u smjeru kazaljke na satu, a rotori 2 i 4 kontra kazaljke na satu, ukupan moment kao i kutna akceleracija oko vertikalne osi jednaki su nuli. To implicira da rotor za stabilizaciju oko vertikalne osi, kao kod klasičnog helikoptera, nije potreban. Zakret oko vertikalne osi postiže se razlikom aerodinamičkih momenata između rotora koji se vrte u smjeru kazaljke na satu i onih koji se vrte u kontra smjeru.

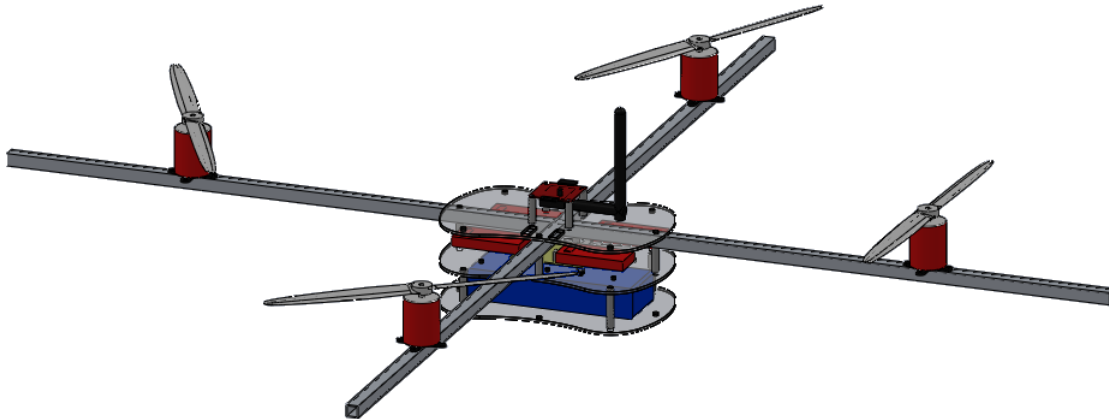
Kutnu akceleraciju oko horizontalnih osi moguće je postići bez utjecaja na vertikalnu os. Svaki par rotora koji se vrte u istom smjeru kontrolira jednu od osi. Povećanjem potiska jednog od rotora u paru i smanjivanjem drugog postiže se zakret oko pripadne horizontalne osi. Na taj način fiksno pričvršćene lopatice mogu napraviti manevar letjelicom u svim smjerovima. Translacijska akceleracija postiže se održavanjem nagiba po jednoj ili obje horizontalne osi [1].



Slika 1.3: Momenti oko vertikalne osi [1]

1.4 Pregled rada

Kako i sam naslov rada kaže, tema rada je primjena suvremenih regulacijskih tehnika za upravljanje autonomnom bespilotnom letjelicom s četiri rotora (slika (1.4)), te projektiranje i izrada potrebnih elektroničkih sklopova.



Slika 1.4: Letjelica s četiri rotora

U drugom poglavlju ovog rada izveden je nelinearni matematički model letjelice i zapisan u obliku prostora stanja. Napravljena je i linearizacija oko radne točke i linearizirani model također zapisan u obliku prostora stanja.

Treće poglavlje govori o optimalnom upravljanju. U ovom su poglavlju provjerena tri ključna svojstva sustava potrebna za daljnju analizu i sintezu regulatora. Provjereni su upravljivost, mjerljivost i stabilnost sustava.

U četvrtom poglavlju postavljeni su uvjeti optimalnosti iz kojih proizlazi sinteza LQR regulatora. Za dane fizikalne karakteristike letjelice isprojektiran je LQR regulator koji radi regulaciju po kutu, kutnoj brzini, položaju i linearnoj brzini uz pretpostavku da su točno poznata sva stanja sustava. Prikazani su rezultati regulacije za slučaj bez kompenzacije konstantnog poremećaja, te sa tzv. *feedforward* kompenzacijom i kompenzacijom odstupanja po z -osi. Za *feedforward* kompenzaciju proračunati su parametri kompenzatora. Nadalje, prikazani su i prokomentirani usporedni rezultati oba načina kompenzacije.

U petom je poglavlju objašnjen problem sinteze *Pole Placement* regulatora i ponuđena su tri rješenja proizvoljnim odabirom različitih vektora polova. Vektori su izabrani na način da postignu različite oblike vođenja sustava i prikažu ovisnost kvalitete regulacije o izboru polova regulatora. Uspoređeni su njihovi odzivi i odabrano optimalno rješenje.

U šestom poglavlju obavljen je postupak verifikacije linearnih sustava. Grafički su

prikazani usporedni rezultati vođenja letjelice pomoću odabranih LQR i *Pole Placement* regulatora na linearnom (izvedenog iz nelinearnog sustava s ciljem sinteze regulatora) i nelinearnom (realnom) sustavu.

U sedmom poglavlju obrađen je nelinearni regulator tzv. *Sliding Mode Controller* (SMC). Napravljen je izvod hibridnog matematičkog modela u svrhu daljnje sinteze SMC regulatora. Dani su upravljački zakoni regulatora koji su primjenjeni u simulacijskom okruženju. Također su prikazani i prokomentirani rezultati regulacije.

Osmo poglavlje sadrži simulacijske modele svih prethodno navedenih regulacijskih rješenja napravljenih u *Matlabovom* simulacijskom paketu *Simulink*. Objašnjeni su sastavni blokovi modela i prikazan pripadni *toolbox* za vizualizaciju gibanja letjelice (*Virtual Reality Modeling Language* (VRML)).

U devetom je poglavlju dana pripadna shema elektroničkog sustava, odabrani su senzorski, ESC i XBee moduli te motori. Projektiran je upravljački modul, prikazana njegova električna shema i ponuđeni predlošci za izradu tiskane pločice.

Deseto poglavlje govori o izradi tiskane pločice. Objašnjen je postupak izrade tiskane pločice fotopostupkom, te postupci jetkanja, bušenja i lemljenja.

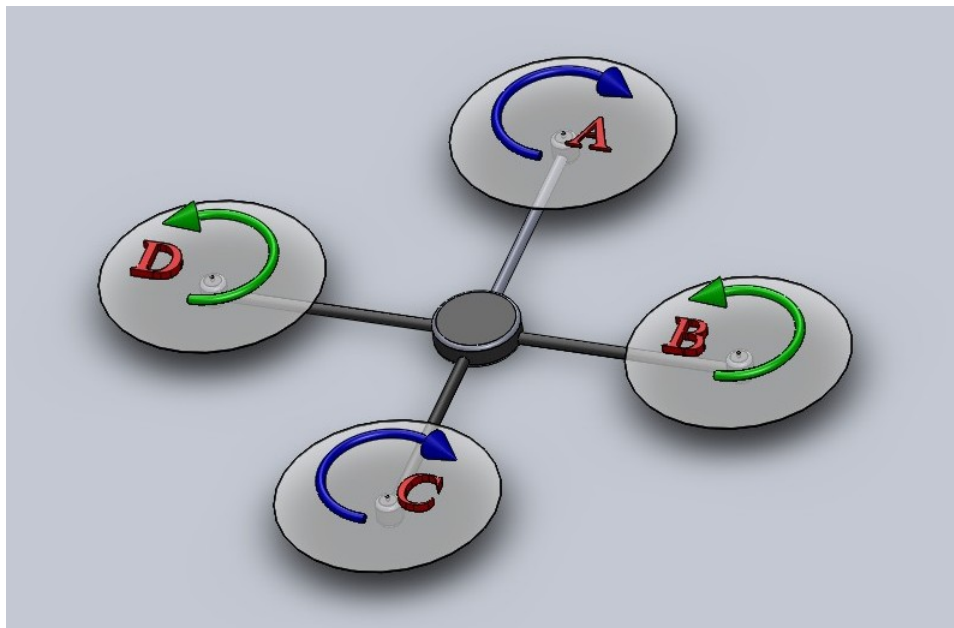
Poglavlje 2

Dinamički model letjelice

U ovom je poglavlju izveden matematički model letjelice s četiri rotora i provedena je linearizacija sustava u svrhu projektiranja regulatora.

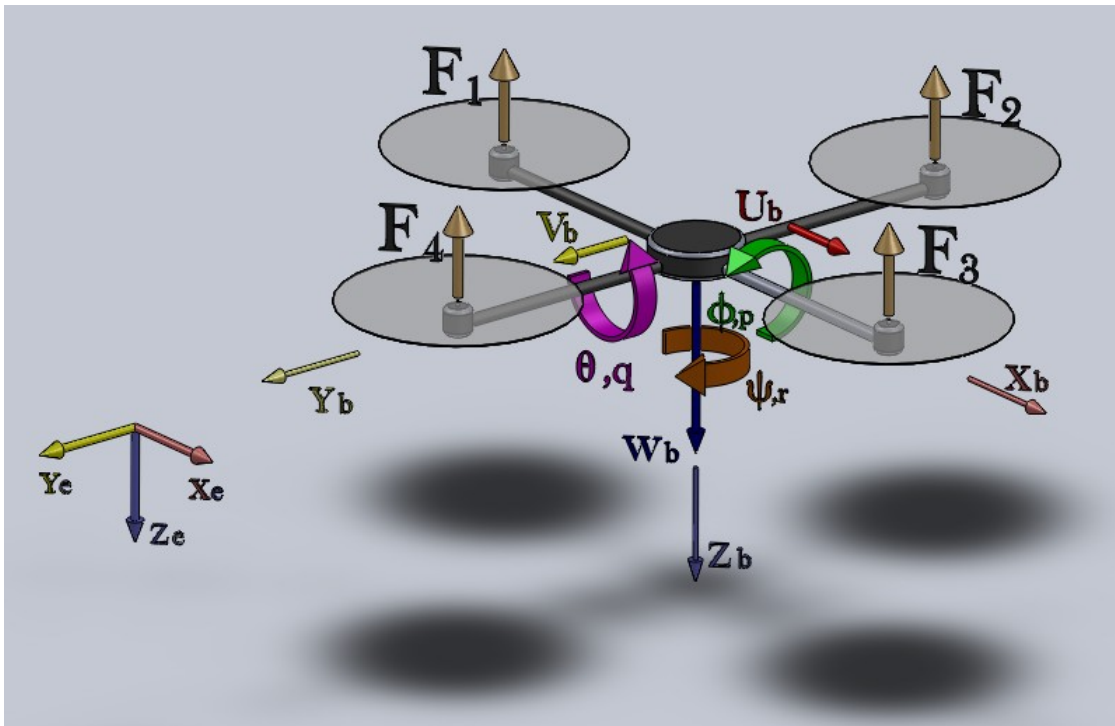
2.1 Izvod matematičkog modela

Kod izvođenja matematičkog modela rotokopter je promatran kao kruto tijelo. Dva se rotora vrte u smjeru kazaljke na satu, a druga dva obrnuto, što je prikazano slikom (2.1).



Slika 2.1: Prikaz smjerova vrtnje rotora

Slikom (2.2) prikazani su pomaci, kutovi i brzine korišteni u izvođenju matematičkog modela letjelice.



Slika 2.2: Prikaz sila i momenata

Matrice transformacija za osi x, y i z:

$$\mathbf{T}_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

$$\mathbf{T}_y = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

$$\mathbf{T}_z = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Ukupna matrica transformacija:

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}_z \mathbf{T}_y \mathbf{T}_x = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & \cos \psi \sin \theta \sin \phi - \cos \phi \sin \psi & \cos \phi \cos \psi \sin \theta + \sin \phi \sin \psi \\ \cos \theta \sin \psi & \cos \phi \cos \psi + \sin \theta \sin \phi \sin \psi & -\cos \psi \sin \phi + \cos \phi \sin \theta \sin \psi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Brzina u zemljinom koordinatnom sustavu s obzirom na brzine u, v i w :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_e \\ \dot{y}_e \\ \dot{z}_e \end{bmatrix} = \mathbf{T} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Raspisivanjem izraza (2.5) dobivaju se sljedeći izrazi:

$$\dot{x}_e = \cos \theta \cos \psi u + (\cos \psi \sin \theta \sin \phi - \cos \phi \sin \psi)v + (\cos \phi \cos \psi \sin \theta + \sin \phi \sin \psi)w \quad (2.6)$$

$$\dot{y}_e = \cos \theta \sin \psi u + (\cos \phi \cos \psi + \sin \theta \sin \phi \sin \psi)v + (-\cos \psi \sin \phi + \cos \phi \sin \theta \sin \psi)w \quad (2.7)$$

$$\dot{z}_e = -\sin \theta u + \cos \theta \sin \phi v + \cos \theta \cos \phi w \quad (2.8)$$

Kutne brzine dobivaju se pomoću Eulerove transformacijske matrice E .

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \mathbf{E}^{-1} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

iz izraza iznad slijedi:

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \mathbf{E} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \frac{\sin \phi}{\cos \theta} & \frac{\cos \phi}{\cos \theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Raspisivanjem izraza (2.10) dobivaju se sljedeći izrazi:

$$\dot{\phi} = p + \sin \phi \tan \theta q + \cos \phi \tan \theta r \quad (2.11)$$

$$\dot{\theta} = \cos \phi q - \sin \phi r \quad (2.12)$$

$$\dot{\psi} = \frac{\sin \phi}{\cos \theta} q + \frac{\cos \phi}{\cos \theta} r \quad (2.13)$$

Newtonov drugi zakon gibanja glasi:

$$F = ma \quad (2.14)$$

$$(\mathbf{F} + \mathbf{G}) \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{m}} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

gdje su:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} \quad \mathbf{G} = \mathbf{T}^T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \theta mg \\ \cos \theta \sin \phi mg \\ \cos \theta \cos \phi mg \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

a eksprodukt predstavlja Coriolisov efekt ($\omega \times v$).

Sređivanjem izraza (2.15) dolazi se do iduće formulacije:

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = \frac{1}{m} \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} + \frac{1}{m} \begin{bmatrix} -\sin \theta mg \\ \cos \theta \sin \phi mg \\ \cos \theta \cos \phi mg \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} qw - rv \\ ru - pw \\ pv - qu \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Raspisivanjem izraza (2.17) dolazimo do sljedećih izvoda:

$$\dot{u} = \frac{1}{m}(F_x - \sin \theta mg) - qw + rv \quad (2.18)$$

$$\dot{v} = \frac{1}{m}(F_y + \cos \theta \sin \phi mg) - ru + pw \quad (2.19)$$

$$\dot{w} = \frac{1}{m}(F_z + \cos \theta \cos \phi mg) - pv + qu \quad (2.20)$$

Momentna jednadžba:

$$\mathbf{M} = \mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{J}\boldsymbol{\omega} \quad (2.21)$$

čijim se daljnjim raspisivanjem dobiva:

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & J_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & J_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} J_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & J_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & J_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{J_{xx}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_{yy}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{J_{zz}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{1}{J_{xx}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_{yy}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{J_{zz}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (J_{zz} - J_{yy})qr \\ (J_{xx} - J_{zz})pr \\ (J_{yy} - J_{xx})pq \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{J_{xx}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_{yy}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{J_{zz}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_x - (J_{zz} - J_{yy})qr \\ M_y - (J_{xx} - J_{zz})pr \\ M_z - (J_{yy} - J_{xx})pq \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Raspisivanjem izraza (2.24) dobivaju se izrazi:

$$\dot{p} = \frac{1}{J_{xx}}[M_x - (J_{zz} - J_{yy})qr] \quad (2.25)$$

$$\dot{q} = \frac{1}{J_{yy}}[M_y - (J_{xx} - J_{zz})pr] \quad (2.26)$$

$$\dot{r} = \frac{1}{J_{zz}}[M_z - (J_{yy} - J_{xx})pq] \quad (2.27)$$

Potisne sile propelera i momenti koji se javljaju u osima letjelice:

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \end{bmatrix} = \mathbf{k} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

Momenti oko pojedinih osi:

$$M_x = L(F_2 - F_4) \quad (2.29)$$

$$M_y = L(F_3 - F_1) \quad (2.30)$$

Momenti koji djeluju na letjelicu oko vertikalne osi manifestiraju se kao momentne reakcije na vrtnju propelera, a koje su suprotnog smjera. Tako npr. propeler A koji proizvodi potisnu silu F_2 ima pozitivan smjer rotacije gledajući os z , ali u letjelici stvara reakciju suprotnog smjera pa ga u jednadžbu unosimo s negativnim predznakom.

$$M_z = cL(-F_2 - F_4 + F_1 + F_3) \quad (2.31)$$

Raspis diferencijalnih jednadžbi u obliku prostora stanja:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{F}\mathbf{w} \quad (2.32)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u} \quad (2.33)$$

\mathbf{x} - vektor stanja

$\dot{\mathbf{x}}$ - vektor derivacija varijabli stanja

\mathbf{u} - vektor ulaza

\mathbf{y} - vektor izlaza

\mathbf{A} - matrica koeficijenata sustava

\mathbf{B} - matrica ulaza sustava

\mathbf{C} - matrica izlaza sustava

\mathbf{D} - matrica direktnog preslikavanja ulaza na izlaz

\mathbf{F} - matrica konstantnog poremećaja

\mathbf{w} - poremećaj

Nelinearizirani model prikazan prostorom stanja.

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \\ \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \\ \dot{x}_e \\ \dot{y}_e \\ \dot{z}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-J_{zz}+J_{yy}}{J_{xx}}r & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-J_{xx}+J_{zz}}{J_{yy}}r & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-J_{yy}+J_{xx}}{J_{zz}}q & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r & -q & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -r & 0 & p & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q & -p & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sin \phi}{\cos \theta} & \frac{\cos \phi}{\cos \theta} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \theta \cos \psi & \cos \psi \sin \theta \sin \phi - \cos \phi \sin \psi & \cos \phi \cos \psi \sin \theta + \sin \phi \sin \psi & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \theta \sin \psi & \cos \phi \cos \psi + \sin \theta \sin \phi \sin \psi & -\cos \psi \sin \theta + \cos \phi \sin \theta \sin \psi & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin \theta & \cos \theta \sin \theta & \cos \theta \cos \phi & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \\ u \\ v \\ w \\ \phi \\ \theta \\ \psi \\ x_e \\ y_e \\ z_e \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & \frac{Lk}{J_{xx}} & 0 & -\frac{Lk}{J_{xx}} \\ -\frac{Lk}{J_{yy}} & 0 & \frac{Lk}{J_{yy}} & 0 \\ \frac{cLk}{J_{zz}} & -\frac{cLk}{J_{zz}} & \frac{cLk}{J_{zz}} & -\frac{cLk}{J_{zz}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{k}{m} & -\frac{k}{m} & -\frac{k}{m} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\sin \theta \\ \cos \theta \sin \phi \\ \cos \theta \cos \phi \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g \end{bmatrix}$$

(2.34)

Matrica izlaza

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} y \end{bmatrix} = & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \\ u \\ v \\ w \\ \phi \\ \theta \\ \psi \\ x_e \\ y_e \\ z_e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} \quad (2.35)
 \end{aligned}$$

2.2 Linearizacija modela

Linearizacijom se dobije linearni model sustava koji za vrijednosti kuta oko radne točke odgovara nelinearnom modelu, a njegovom primjenom se višestruko pojednostavlja postupak sinteze regulatora. Za radnu točku odabirana je vrijednost kuta nagiba $\phi = 0^\circ$ i $\theta = 0^\circ$ horizontalnoj orijentaciji letjelice.

U tom slučaju vrijede jednadžbe:

$$\sin \phi = \phi \quad \cos \phi = 1 \quad (2.36)$$

$$\sin \theta = \theta \quad \cos \theta = 1 \quad (2.37)$$

čijim uvrštavanjem u izraze (2.6), (2.7), (2.8), (2.11), (2.12), (2.13), (2.18), (2.19) i (2.20) slijedi:

$$\dot{x}_e = \cos \psi u + (\theta \phi \cos \psi - \sin \psi)v + (\theta \cos \psi + \phi \sin \psi)w \quad (2.38)$$

$$\dot{y}_e = \sin \psi u + (\cos \psi + \theta \phi \sin \psi)v + (-\phi \cos \psi + \theta \sin \psi)w \quad (2.39)$$

$$\dot{z}_e = -\theta u + \phi v + w \quad (2.40)$$

$$\dot{\phi} = p + \phi\theta q + \theta r \quad (2.41)$$

$$\dot{\theta} = q - \phi r \quad (2.42)$$

$$\dot{\psi} = \phi q + r \quad (2.43)$$

$$\dot{u} = \frac{1}{m}(F_x - \theta mg) - qw + rv \quad (2.44)$$

$$\dot{v} = \frac{1}{m}(F_y + \phi mg) - ru + pw \quad (2.45)$$

$$\dot{w} = \frac{1}{m}(F_z + mg) - pv + qu \quad (2.46)$$

Izrazi (2.25), (2.26) i (2.27) ostaju isti kao i kod nelineariziranog modela.

Nakon uvrštavanja veličina odgovarajućih lebdenju letjelice u mjestu dobiva se linearizirani model letjelice. Za lebdenje u istoj točki sve pozicije, brzine, kutevi i kutne brzine su jednake nuli osim kutnog zakreta oko z-osi.

$$p, q, r, u, v, w, \phi, \theta, x, y, z = 0 \quad (2.47)$$

$$\psi = \psi_0 \quad (2.48)$$

Linearizirani model prikazan prostorom stanja.

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \\ \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \\ \dot{x}_e \\ \dot{y}_e \\ \dot{z}_e \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -g & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & g & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \psi_0 & -\sin \psi_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin \psi_0 & \cos \psi_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \\ u \\ v \\ w \\ \phi \\ \theta \\ \psi \\ x_e \\ y_e \\ z_e \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} 0 & \frac{Lk}{J_{xx}} & 0 & -\frac{Lk}{J_{xx}} \\ -\frac{Lk}{J_{yy}} & 0 & \frac{Lk}{J_{yy}} & 0 \\ \frac{cLk}{J_{zz}} & -\frac{cLk}{J_{zz}} & \frac{cLk}{J_{zz}} & -\frac{cLk}{J_{zz}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{k}{m} & -\frac{k}{m} & -\frac{k}{m} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{2.49}$$

Matrica izlaza:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} y \end{bmatrix} = & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \\ u \\ v \\ w \\ \phi \\ \theta \\ \psi \\ x_e \\ y_e \\ z_e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} \quad (2.50)
 \end{aligned}$$

Poglavlje 3

Svojstva lineariziranog modela letjelice

U optimalnom upravljanju cilj je projektirati regulator koji daje najbolje moguće performanse u odnosu na neki zadani kriterij. Primjer toga je regulator koji koristi najmanju moguću količinu energije regulacijskog signala da bi doveo izlaz u nulu. U tom slučaju mjera uspješnosti (kriterij optimalnosti) je korištena energija regulacijskog signala.

Optimalnost u odnosu na neki kriterij nije jedina tražena osobina regulatora, mogla bi se također tražiti i stabilnost u zatvorenoj petlji, određeni prebačaj i vrijeme smirivanja, robusnost na zanemarenu dinamiku itd.

LQR regulatori optimalni su po kriteriju energije. Oni su posebno zanimljivi jer postupak minimiziranja energije automatski daje regulatore koji su stabilni i donekle robusni. Zapravo, regulatori dobiveni ovim postupkom su tako dobri da se koriste čak i kad optimiranje energije nije traženo. Osim toga, ovaj postupak je primjenjiv na sustave sa više ulaza i izlaza (MIMO sustave) na koje je teško primijeniti klasične modele regulatora.

No, prije nego se krene sa projektiranjem optimalnog regulatora za letjelicu, potrebno je odrediti neka svojstva sustava, kao što su *upravljivost*, *mjerljivost* i *stabilnost* sustava. Ne zadovoljavaju svi sustavi ova navedena svojstva, a ona su nužna kako bi imalo smisla projektirati regulator. Da bi se uspješno primijenile metode optimalnog upravljanja, sustav koji se regulira mora biti upravljiv i mjerljiv.

3.1 Upravlјivost sustava (engl. *controllability*)

Sustav je upravljiv (engl. *controlable*) ako postoji upravljački vektor $\mathbf{u}(t)$ koji može prevesti sustav iz nekog početnog stanja $x_0(t)$ u ishodište prostora stanja unutar konačnog vremena t . Upravlјivost sustava se provjerava preko Kalman-ovog uvjeta upravljivosti koji kaže da je sustav upravljiv ako matrica:

$$Co = \begin{bmatrix} B & AB & A^2B & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

sadržava toliko linearno neovisnih vektora stupaca koliko ima varijabli stanja. U *Matlab-u* se upravljivost sustava provjerava koristeći funkcije *ctrb(A, B)* i *rank(ans)*.

U slučaju letjelice naredba

```
Co=ctrb(A,B)
```

daje matricu dimenzija 12×48 , a njen rang dobiven naredbom *rank(Co)* iznosi 12, što odgovara redu sustava, pa je prema tome sustav upravljiv.

3.2 Mjerljivost sustava (engl. *observability*)

Sustav je mjerljiv (engl. *observable*) ako se uz poznato vanjsko djelovanje i poznate matrice \mathbf{A} i \mathbf{C} može jednoznačno odrediti početno stanje $x_0(t)$ iz izlaznog vektora $y(t)$ promatranog u konačnom vremenskom intervalu t . Mjerljivost se provjerava preko Kalman-ovog uvjeta mjerljivosti koji kaže da je sustav mjerljiv ako matrica:

$$O = \begin{bmatrix} C \\ AC \\ A^2C \\ \dots \\ A^{n-1}C \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

sadržava toliko linearno neovisnih vektora stupaca koliko ima varijabli stanja. U *Matlab-u* se mjerljivost sustava provjerava koristeći funkcije *obsv(A, C)* i *rank(ans)*.

U slučaju letjelice, naredba

```
O=obsv (A,C)
```

daje matricu dimenzija 144×12 , a njen rang dobiven naredbom *rank(O)* je 12, što odgovara redu sustava, pa je prema tome sustav mjerljiv.

3.3 Stabilnost sustava

Sustav je asimptotski stabilan kad sve svojstvene vrijednosti (eigenvalues) matrice A imaju negativne realne dijelove. Stabilnost se u *Matlab-u* provjerava koristeći funkciju $eig(A)$. U slučaju letjelice naredba

```
eig(A)
```

daje:

$$\left[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \right]^T \quad (3.3)$$

Iz rezultata se zaključuje da je sustav na granici stabilnosti, točnije labilan, što znači da bi i najmanji poremećaj uzrokovao nestabilnost sustava. Prema tome potrebno je projektirati regulator koji će ga činiti stabilnim.

Poglavlje 4

Projektiranje LQR regulatora

4.1 LQR regulator

Nakon što je izvršena provjera upravljivosti i mjerljivosti sustava, te utvrđena nestabilnost sustava, nastavlja se s projektiranjem regulatora. Za razliku od PID regulatora, LQR regulator može regulirati MIMO (Multiple input multiple output) sustave – sustave sa više ulaza i izlaza. LQR regulator spada u područje optimalne regulacije, a pretpostavlja da su u svakom trenutku poznate sve vrijednosti stanja sustava, opisanog prostorom stanja:

$$\dot{\mathbf{x}}(\mathbf{t}) = \mathbf{A}\mathbf{x}(\mathbf{t}) + \mathbf{B}\mathbf{u}(\mathbf{t}) \quad (4.1)$$

$$\mathbf{y}(\mathbf{t}) = \mathbf{C}\mathbf{x}(\mathbf{t}) + \mathbf{D}\mathbf{u}(\mathbf{t}) \quad (4.2)$$

Zadatak optimalne regulacije se sastoji u pronalaženju vektora ulaznih varijabli $\mathbf{u}(\mathbf{t})$, koji će zadovoljiti uvjete optimalnosti, odnosno po definiciji optimalnosti, minimizirati slijedeću funkciju cilja [14]:

$$J = \int_0^{\infty} [\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}] dt \quad (4.3)$$

Gdje je $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ pozitivna semidefinitna matrica koja oblikuje prijelazni proces varijabli stanja, a $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{m \times m}$ pozitivna definitna matrica koja utječe na iznos energije pri regulaciji.

Sinteza regulatora može se provesti na više načina (npr. primjenom nužnih uvjeta optimalnosti) te postupkom izvedenim u [14] slijedi konačan izraz za optimalni regulator:

$$\mathbf{u}(\mathbf{t}) = -\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{x} \quad (4.4)$$

Gdje je $\mathbf{P} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ uvedena matrica koja mora zadovoljavati uvjete Riccatijeve matrične diferencijalne jednadžbe:

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} - \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} + \mathbf{Q} = \mathbf{0} \quad (4.5)$$

Jednostavnije se zakon upravljanja LQR regulatora može zapisati uvođenjem matrice pojačanja \mathbf{K}

$$\mathbf{K} = -\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} \quad (4.6)$$

u izraz (4.4) :

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K} \mathbf{x} \quad (4.7)$$

Kako bi se projektiranje LQR regulatora moglo uspješno realizirati, potrebne su konačne vrijednosti matrica \mathbf{A} i \mathbf{B} iz lineariziranog sustava u jednadžbi (2.49), pa su stoga uvedene glavne fizikalne karakteristike letjelice za koju je projektiran regulator, prikazane tablicom (4.1).

Tablica 4.1: Glavne fizikalne karakteristike letjelice

Ukupna masa letjelice m [kg]	0.320
Krak letjelice L [m]	0.21
Koeficijent potiska k	0.225
Koeficijent utjecaja momenta propelera oko z-osi c	0.1
Moment inercije oko osi x, J_{xx} [kg/m ²]	0.0142
Moment inercije oko osi y, J_{yy} [kg/m ²]	0.0142
Moment inercije oko osi z, J_{zz} [kg/m ²]	0.0071

Nakon što su određene vrijednosti svih članova matrica \mathbf{A} i \mathbf{B} za linearizirani model oko točke lebdenja letjelice, potrebno je definirati i matrice regulatora \mathbf{Q} i \mathbf{R} . Matrice \mathbf{Q} i \mathbf{R} treba pažljivo odabrati, imajući na umu da prevelike ili premale vrijednosti matrica mogu imati veoma različite utjecaje na cijelu regulaciju. Kako bi se približno odabrale optimalne vrijednosti matrica može se koristiti Byronovim pravilom koje traži poznavanje maksimalnih mogućih vrijednosti varijabli sustava, kao i ulaznih vrijednosti u sustav. Tako dobivene matrice naknadno se mogu fino podešavati s obzirom na oblik prijelaznog procesa kao i na ukupan iznos energije koji se uvodi u sustav. Na temelju takvih zaključaka izabrane su

matrice \mathbf{Q} i \mathbf{R} [15, 7].

Matrica \mathbf{Q} glasi:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

Sustav ima četiri ulaza, pa je prema tome dimenzija matrice \mathbf{R} 4×4 . Sve su vrijednosti na dijagonali uzete iste jer su sva četiri motora ista.

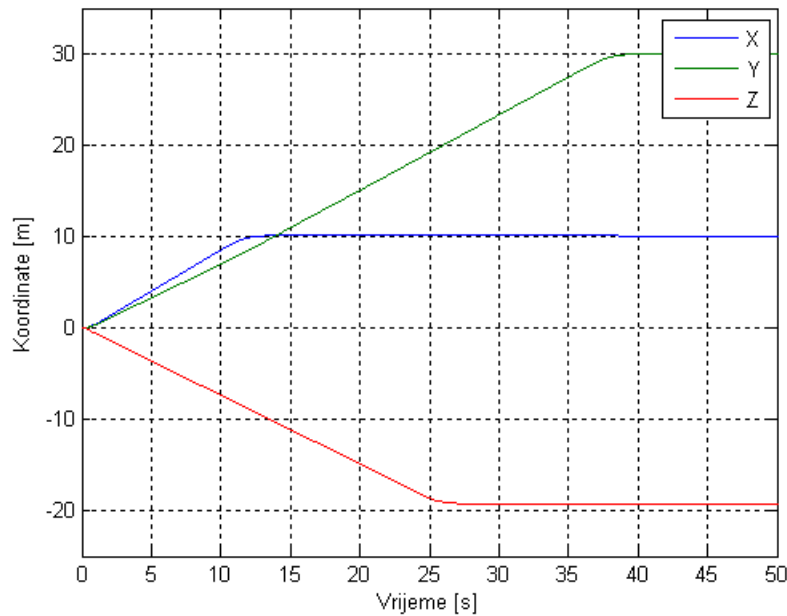
$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.01 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.01 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.01 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Slijedeći korak kod sinteze LQR regulatora je određivanje matrice pojačanja \mathbf{K} . Ono se određuje koristeći *Matlab-ovu* naredbu $K = lqr(A, B, Q, R)$ koja za ovaj sustav i navedene matrice \mathbf{Q} i \mathbf{R} daje slijedeću matricu dimenzija 4×12 :

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 0 & -7.594 & 5.3625 & 4.0782 & 0 & -5.3437 & 0 & -25.5154 & 5 & 2.2249 & 0.2232 & -5 \\ 7.594 & 0 & -5.3625 & 0 & 4.0782 & -5.3437 & 25.5154 & 0 & -5 & -0.2232 & 2.2249 & -5 \\ 0 & 7.594 & 5.3625 & -4.0782 & 0 & -5.3437 & 0 & 25.5154 & 5 & -2.2249 & -0.2232 & -5 \\ -7.594 & 0 & -5.3625 & 0 & -4.0782 & -5.3437 & -25.5154 & 0 & -5 & 0.2232 & -2.2249 & -5 \end{bmatrix}$$

4.2 Rezultati LQR regulacije

Odziv opisanog sustava na referencu pozicije prikazan je slikom (4.1). Letjelica polazi iz ishodišta koordinatnog sustava (0,0,0) i leti na zadane koordinate, a koje u ovom slučaju iznose 10 metara po x-osi, 30 metara po y-osi i penjanje na 20 metara. Odziv po z-osi je negativan zbog pozitivne orijentacije osi prema zemlji. Na apscisi se nalazi vremenska skala u sekundama.



Slika 4.1: Odziv sustava na zadanu referencu pozicije

Kretanje letjelice prema zadanoj poziciji je linearno zbog bloka *Saturation1* (*Simulink*, (8.1)) koji predstavlja ograničenje na zadanu referencu, kako ne bi uslijed zadavanja velikih vrijednosti pozicije iz početnog stanja došlo do velikih kuteva van područja obuhvaćenog linearnim regulatorom.. Vidimo da je brzina letjelice u smjeru x i y-osi približno 3.5km/h, dok je brzina uspinjanja veća i približno iznosi 6km/h. Nagibi pravaca bi mogli biti položajiji i strmiji, ovisno o matricama Q i R kako je to opisano u sintezi regulatora. Međutim, jasno je da će bez obzira na izbor matrice K i dalje postojati konstantno odstupanje od reference po z-osi.

Stoga, kako bi se uklonilo odstupanje praćenja reference po z-osi, dodaje se kompenzacija konstantnog poremećaja gravitacije. Kompenzacija se može provesti na dva načina koja su prikazana slikama (8.3) i (8.4) u poglavlju *Simulink*. Klasičan *feedforward* regulator ima

slijedeću jednadžbu $\mathbf{u} = \mathbf{K}\mathbf{x} + \mathbf{v}$, gdje je $\mathbf{K}\mathbf{x}$ linearni kvadratični regulator, a \mathbf{v} kompenzacije gravitacije. Slijedećim jednadžbama može se egzaktno odrediti vrijednosti kompenzacijskog vektora \mathbf{v} :

$$-\frac{k}{m}(u_1 + u_2 + u_3 + u_4) = -g \quad (4.10)$$

$$v = u_1 = u_2 = u_3 = u_4 \quad (4.11)$$

$$-\frac{k}{m}(4v) = -g \quad (4.12)$$

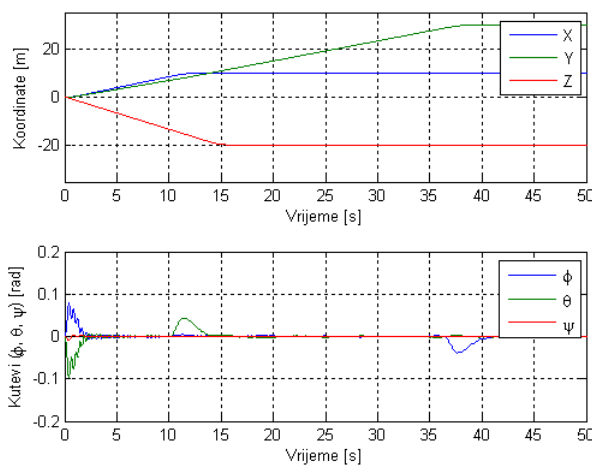
$$4v = \frac{gm}{k} \quad (4.13)$$

$$v = \frac{gm}{4k} \quad (4.14)$$

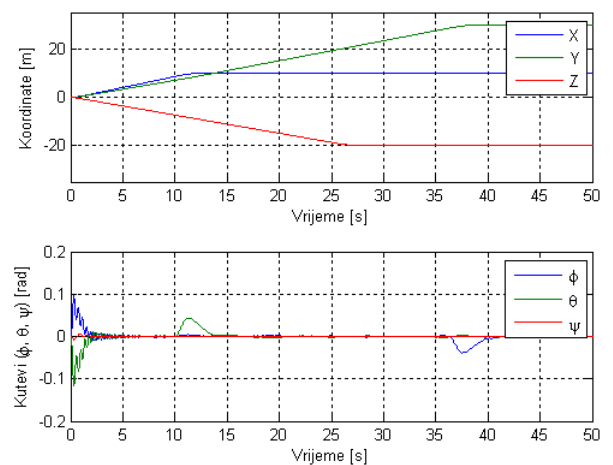
Ova vrijednost je ista za sva četiri motora, budući da sva četiri istovremeno rade i savladavaju gravitaciju. Formira se konačan vektor kompenzacije:

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} v \\ v \\ v \\ v \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

Na slikama (4.2) i (4.3) prikazani su odzivi pozicija i kuteva na zadanu referencu pozicije [10, 30, -20] za oba slučaja kompenzacije.



Slika 4.2: Odziv pozicije i kuteva kod *feedforward* kompenzacije

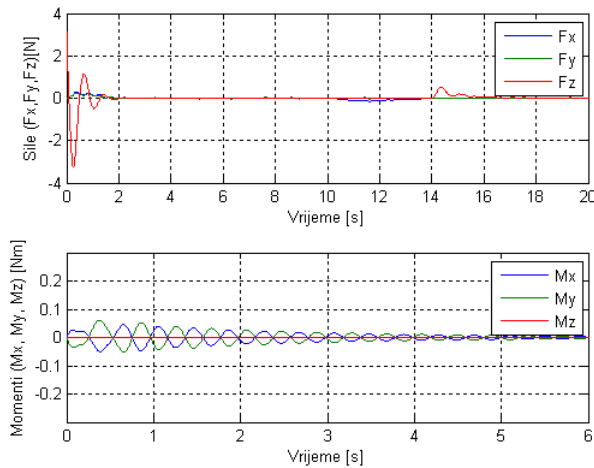


Slika 4.3: Odziv pozicije i kuteva kod kompenzacije odstupanja po z-osi

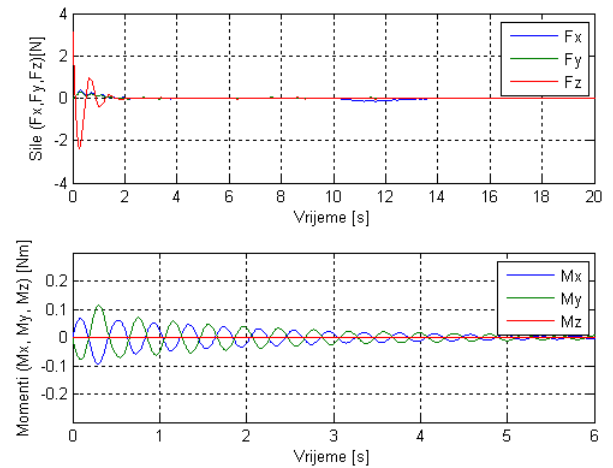
Sa slike (4.2) se vidi da letjelica uspješno dostiže zadanu referencu po osi z , što znači da je kompenzacija uspješno izvedena. Bitno je uočiti nekoliko karakteristika. Odmah pri polasku letjelice prema referenci, dolazi do naglih zakreta letjelice oko ϕ i θ osi koji uzrokuju pojavu sila F_x i F_y i približava letjelicu zadanim x i y koordinatama. Kako se približava zadanim vrijednostima, smanjuju se nagibi (istitranje kuteva prema nuli). Dva velika "zuba" pri vremenu od 10 sekundi i 35 sekundi predstavljaju trenutke dostizanja reference po x i y kada se odgovarajući kutevi (ϕ za pomak po y i θ za pomak po x) naglo izravnavaju sa laganim prebačajem.

Za razliku od *feedforward* kompenzacije, sa slike (4.3) je vidljivo da letjelica sporije dostiže zadanu referencu pozicije i dolazi do većih kuteva zakreta. To se događa zato što se kod ove vrste kompenzacije poremećaja u upravljački sustav ne dovodi dodatna energija kao kod *feedforward* kompenzacije, već se pri zadavanju reference pozicije po z -osi dodaje *pogreška* uzrokovana stalnim djelovanjem gravitacije. Na taj je način zadana referenca pozicije veća od željene.

Na slikama (4.4) i (4.5) prikazani su odzivi sila i momenata na zadanu referencu pozicije [10, 30, -20] za oba slučaja kompenzacije.



Slika 4.4: Odziv sila i momenata kod *feedforward* kompenzacije



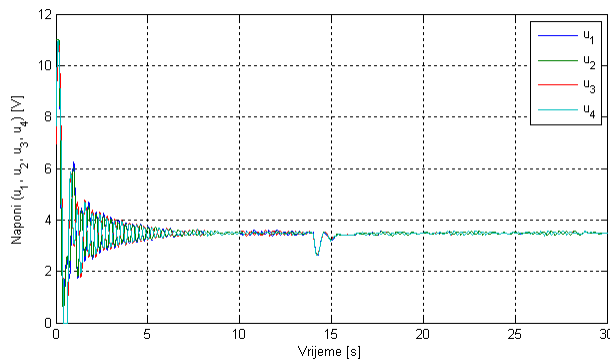
Slika 4.5: Odziv sila i momenata kod kompenzacije odstupanja po z -osi

Sa slike (4.4) vidljivo je da u početnom trenutku dolazi do naglog porasta sile u smjeru z -osi radi nagle promjene reference pozicije, slijedi istitranje te smirivanje do trenutka postizanja zadane visine koja se u dijagramu manifestira kao šiljak. Momenti koji se

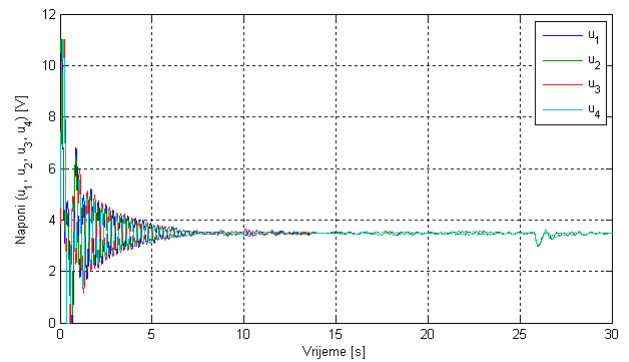
pojavljaju na letjelici slijede analogiju s kutevima nagiba, te se primjećuje trend laganih prigušenih oscilacija uzrokovanih naglim gibanjem letjelice u prvih 10 sekundi.

Za razliku od *feedforward* kompenzacije, sa slike (4.5) je vidljivo da se pojavljuju manje inicijalne sile što je posljedica manje upravljačke energije, ali su zakreti oko osi veći radi veće zadane reference pozicije.

Na slikama (4.6) i (4.7) prikazani su odzivi napona na motorima na zadanu referencu pozicije [10, 30, -20] za oba slučaja kompenzacije.



Slika 4.6: Odziv napona na motorima kod *feedforward* kompenzacije



Slika 4.7: Odziv napona na motorima kod kompenzacije odstupanja po z-osi

Na slici (4.6) najbitnije je uočiti propad napona u 14. sekundi kada letjelica dostigne referencu po z-osi, te održavanje stalnog napona nakon toga. Taj napon iznosi oko 3.5 volta i odgovara potrebnom naponu na sva četiri motora da letjelica lebdi u istoj točki. Odzivi napona na motorima sa slike (4.7) slični su prethodno opisanima, sa razlikom u kašnjenju propada (u 27. sekundi) zbog kasnijeg dostizanja zadane pozicije.

Poglavlje 5

Sinteza regulatora primjenom metode podešavanja polova

U ovom je poglavlju izvedena sinteza regulatora primjenom metode podešavanja polova tzv. *Pole Placement* regulator. Regulator je implementiran s *feedforward* kompenzacijom konstantnog poremećaja. Princip regulatora podešavanjem polova, kako samo ime govori, leži u određivanju matrice pojačanja \mathbf{K} koja će postojeće polove sustava dovesti u one željene, unaprijed određene. Podrazumijeva se da će svi odabrani polovi imati članove s negativnim realnim dijelovima kako bi bila zadovoljena stabilnost sustava [13].

Za razliku od sustava s LQR regulatorom u kojem su polovi zatvorenog kruga nepoznati, a određeni posredno putem odabranih matrica \mathbf{Q} i \mathbf{R} , kod ovakve metode mogu se dobiti lošiji ili bolji rezultati nevezano uz pojam optimalnosti (omjera utroška energije i kvalitete vođenja). Prednost ove metode leži u direktnom projektiranju oblika prijelaznog procesa sustava vrlo jednostavnim alatom, pogotovo u slučajevima kada ne treba voditi računa o optimalnosti vođenja, već su važni brzi odzivi sustava na referentnu vrijednost.

5.1 Odabir polova

Kod odabira polova slijedi nekoliko pravila. Vektor polova mora sadržavati toliko polova koliki je i red sustava, što u našem slučaju iznosi 12 polova. Pri izboru polova treba paziti da istih polova ne bude više nego što ima ulaza u sustav tj. da ih ne bude više nego što je rang matrice B , u našem slučaju četiri. Često dolazi do izbora *dominantnog* kompleksno-konjugiranog para, te postavljanjem ostalih polova dalje od njega (najčešće s omjerom realnih dijelova jednakim 3 ili više). Konjugirano-kompleksni parovi polova izabrani su tako da leže

na pravcima (pod kutevima 45°) koji odgovaraju prigušenju sustava $\zeta = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Takav položaj polova najčešće rezultira brzim odzivom i malim nadvišenjem, što je povoljno u našem slučaju [11, 17].

Matrica pojačanja *K Pole Placement* regulatora određuje se koristeći *Matlab-ovu* naredbu $K = place(A, B, P)$. Dimenzija ove matrice je jednaka 4×12 . To se pojačanje ubacuje na isto mjesto *gain* bloka regulatora u *Simulinku* kao i kod LQR regulatora. Odabrani su različiti vektori s polovima P_1 , P_2 i P_3 koji u primjeni regulacije različito oblikuju prijelazni proces sustava:

$$P_1 = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1+j & -1-j & -1.1 & -1.1 & -1.1+1.1j & -1.1-1.1j & -1 & -1.1 & -1.2 & -1.2 \end{bmatrix}$$

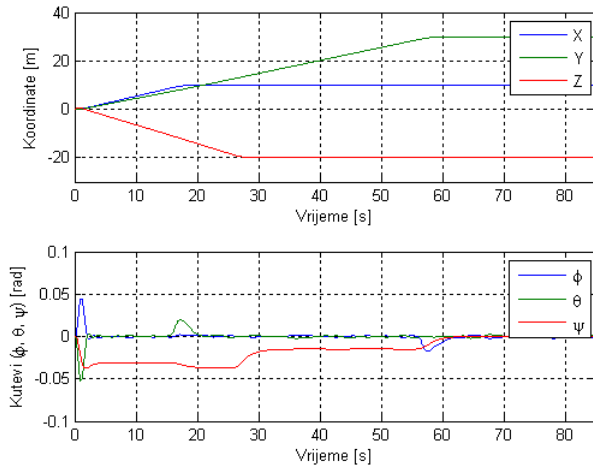
$$P_2 = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1+j & -1-j & -1.01 & -1.01 & -1.01+1.01j & -1.01-1.01j & -1 & -1.01 & -1.02 & -1.02 \end{bmatrix}$$

$$P_3 = \begin{bmatrix} -2.8+2.86j & -2.8-2.86j & -10 & -2.8+2.86j & -2.8-2.86j & -1+j \\ -1-j & -1.01+1.01j & -1.01-1.01j & -1.01+1.01j & -1.01-1.01j & -1 \end{bmatrix}$$

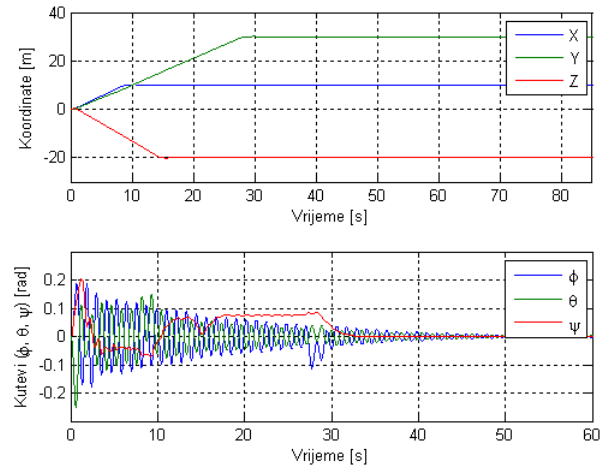
5.2 Rezultati regulacije primjenom metode podešavanja polova

Kako bi se grafički prezentirala ovisnost izbora polova na sustav letjelice, slikama od (5.1) do (5.6) prikazani su granični slučajevi vođenja. Izborom P_1 vektora sustav troši manje energije, ali je puno sporiji po poziciji, sa manjim kutevima zakreta i mirnijim radom. Izborom P_3 vektora sustav je brz (brži od LQR!), sa naglim i većim promjenama u kutevima, ali i istitravanjem i velikim skokovima napona na motorima što je jako loše kod implementacije na realan sustav. Također, nije preporučljivo zalaziti u područja velikih kuteva, budući da se radi o linearnom regulatoru za nelinearni sustav.

Na slikama (5.1) i (5.2) prikazani su odzivi pozicije i kuteva na zadanu referencu pozicije [10, 30, -20] za odabir vektora polova P_1 i P_3 .

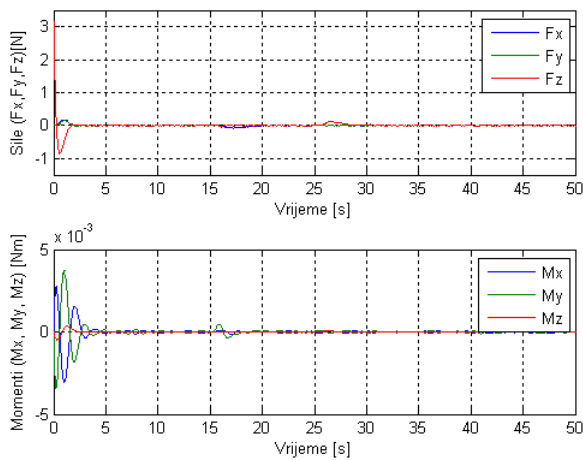


Slika 5.1: Odziv pozicije i kuteva kod *Pole Placement* regulatora s P_1 izborom polova

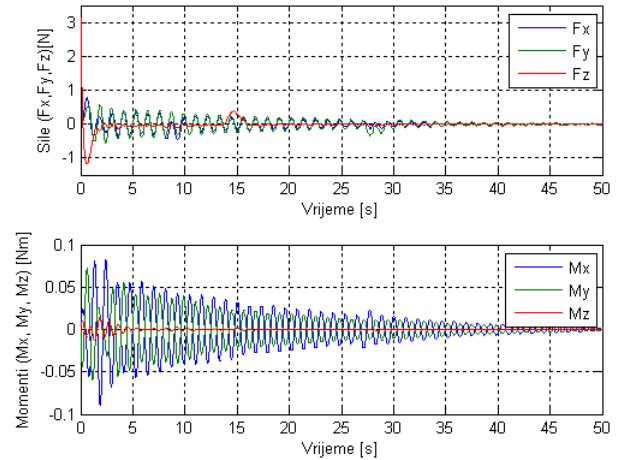


Slika 5.2: Odziv pozicije i kuteva kod *Pole Placement* regulatora s P_3 izborom polova

Na slikama (5.3) i (5.4) prikazani su odzivi sila i momenata na zadanu referencu pozicije [10, 30, -20] za odabir vektora polova P_1 i P_3 .

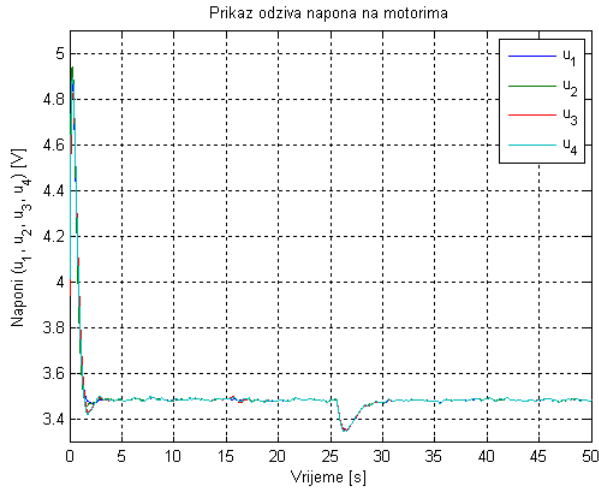


Slika 5.3: Odziv sila i momenata kod *Pole Placement* regulatora s P_1 izborom polova

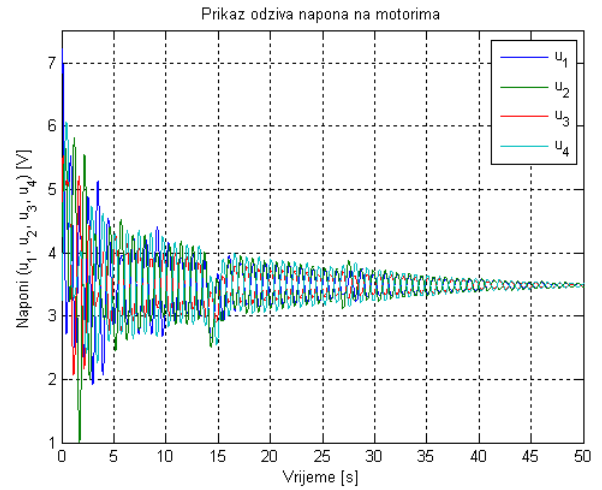


Slika 5.4: Odziv sila i momenata kod *Pole Placement* regulatora s P_3 izborom polova

Na slikama (5.5) i (5.6) prikazani su odzivi napona na motorima na zadanu referencu pozicije [10, 30, -20] za odabir vektora polova P_1 i P_3 .

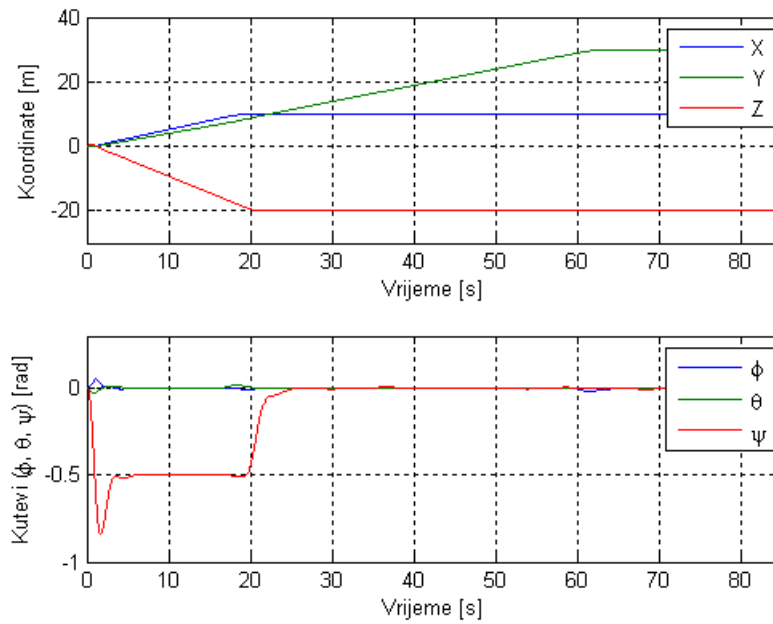


Slika 5.5: Odziv napona na motorima kod *Pole Placement* regulatora s P_1 izborom polova

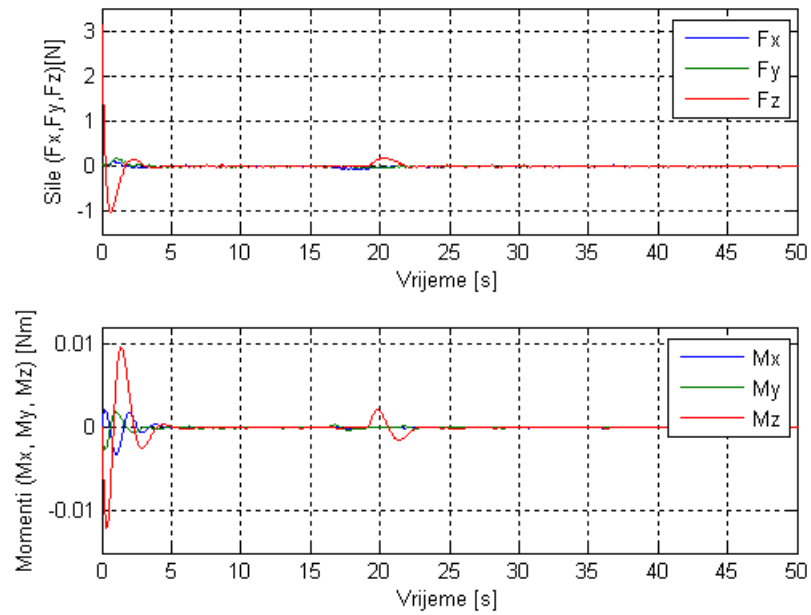


Slika 5.6: Odziv napona na motorima kod *Pole Placement* regulatora s P_3 izborom polova

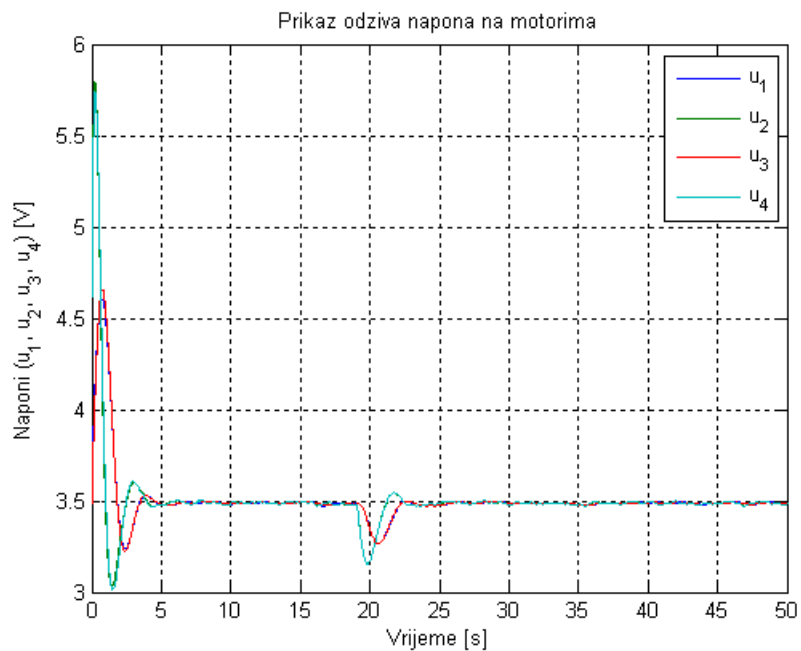
Između dva granična slučaja nalazi se P_2 vektor polova i on je odabran za implementaciju na letjelicu. Kao ravnoteža između dva predstavljena, nudi relativno brz odziv i manje oscilacije u naponima i kutevima zakreta. Na slici (5.7) prikazani su odzivi pozicije i kuteva, na slici (5.8) odzivi momenata i sila, a na slici (5.9) odzivi napona na motorima na zadanu referencu pozicije $[10, 30, -20]$ za odabir vektora polova P_2 .



Slika 5.7: Odziv pozicije i kuteva kod *Pole Placement* regulatora s P_2 izborom polova



Slika 5.8: Odziv sila i momenata kod *Pole Placement* regulatora s P_2 izborom polova

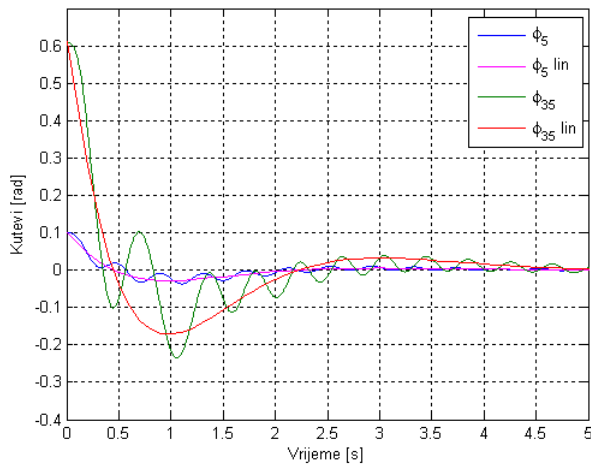


Slika 5.9: Odziv napona na motorima kod *Pole Placement* regulatora s P_2 izborom polova

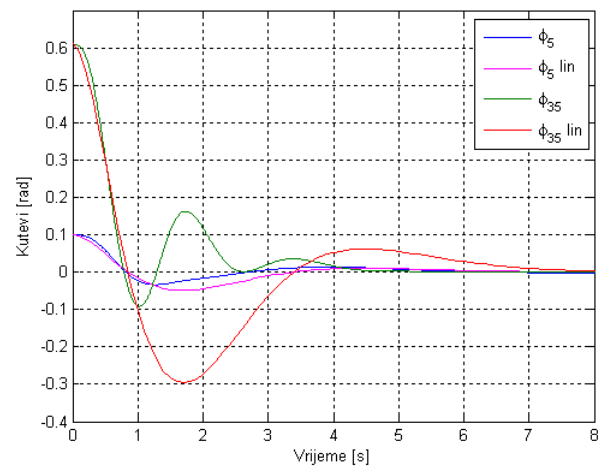
Poglavlje 6

Verifikacija linearizacije

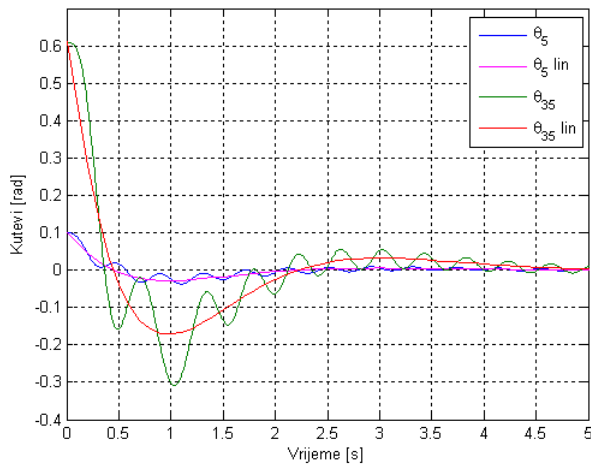
U ovom će se dijelu grafički prikazati usporedni rezultati vođenja letjelice pomoću odabranih LQR i *Pole Placement* regulatora na dva sustava: linearnom (izvedenog iz nelinearnog sustava s ciljem sinteze regulatora) i nelinearnom (realnom). Tu usporedbu je nužno prikazati, kako bi mogli ocjeniti kvalitetu linearizacije sustava, a koja će nam reći do koje mjere naš linearni regulator uspješno kontrolira realni nelinearni sustav letjelice i koje su posljedice takvog vođenja. Za potrebe takve usporedbe, slikama (6.1), (6.3), (6.5), (6.2), (6.4) i (6.6) prikazani su grafovi stabilizacije letjelice po kutevima ϕ , θ , ψ , iz početnog stanja od 5° (režim malih signala) i 35° (režim velikih signala - veliki otklon od točke linearizacije) za oba regulatora.



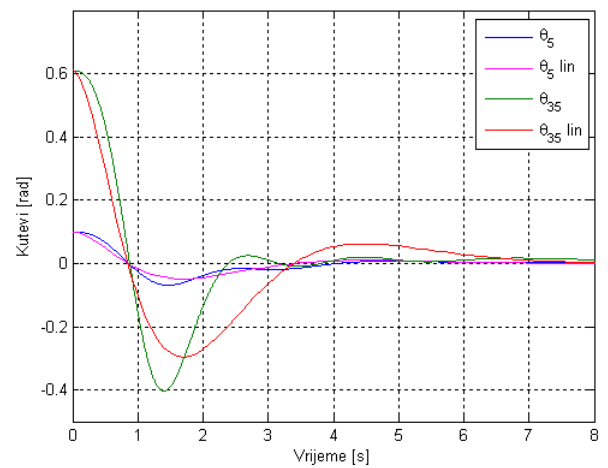
Slika 6.1: Usporedba linearnog i nelinearnog modela za stabilizaciju oko x-osi za početne uvjete 5° i 35° (LQR)



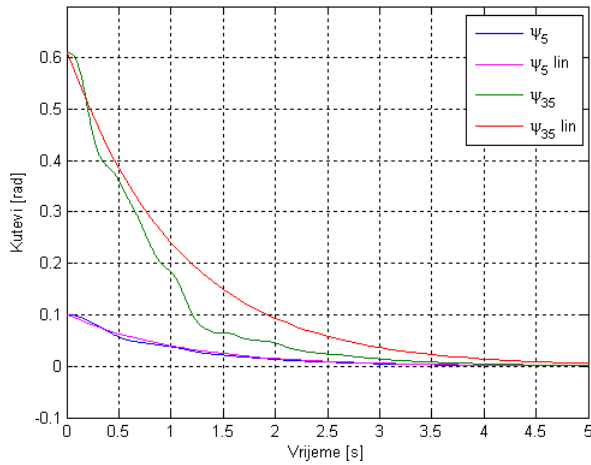
Slika 6.2: Usporedba linearnog i nelinearnog modela za stabilizaciju oko x-osi za početne uvjete 5° i 35° , za odabir polova P2



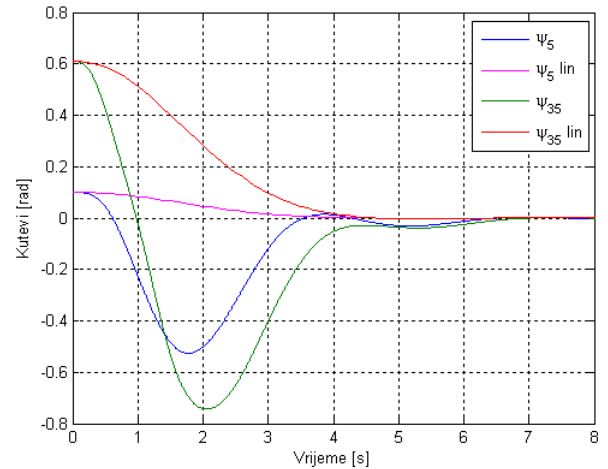
Slika 6.3: Usporedba linearnog i nelinearnog modela za stabilizaciju oko y-osi za početne uvjete 5° i 35° (LQR)



Slika 6.4: Usporedba linearnog i nelinearnog modela za stabilizaciju oko y-osi za početne uvjete 5° i 35° , za odabir polova P2



Slika 6.5: Usporedba linearnog i nelinearnog modela za stabilizaciju oko z-osi za početne uvjete 5° i 35° (LQR)



Slika 6.6: Usporedba linearnog i nelinearnog modela za stabilizaciju oko z-osi za početne uvjete 5° i 35° , za odabir polova P2

Može se primjetiti kako regulator optimalno stabilizira letjelicu u slučajevima simulacije sa linearnim sustavom, dok kod primjene nelinearnog sustava dolazi do oscilacija oko idealne krivulje. Kod manjih kuteva je to neprimjetno jer je nelinearni sustav sličniji linearnom zbog točke linearizacije oko nule, no kod velikih signala dolazi do znatnih oscilacija. Zaključujemo kako treba izbjegavati prevelike nagibe letjelice koje linearni regulator u realnom sustavu ne bi mogao lako stabilizirati, te da postoji mogućnost da sustav prestane biti upravljiv i dođe do rušenja.

Poglavlje 7

Sinteza robusnog nelinearnog regulatora

Sliding Mode Controller (SMC) predstavlja važan pristup robusnom upravljanju. Za sustave na koje se primjenjuje, SMC pruža cjeloviti pristup problemima održavanja stabilnosti i učinkovitosti vođenja s obzirom na greške u modeliranju. Da bi stabilizirali nelinearni model letjelice SMC regulatorom koristi se Lyapunovljeva metoda stabilnosti koja se temelji na odabiru funkcije koja je uvijek pozitivno definitna, a njezina derivacija negativno (semi)definitna tj. može poprimiti i vrijednost nula. Za razliku od linearnih regulatora (*LQR* i *Pole-placement*) koji dobro stabiliziraju sustav oko odabrane radne točke, SMC pripada skupini nelinearnih regulatora koji nemaju takvih ograničenja već dobro rade u cjelokupnom području kretanja letjelice.

7.1 Izvod hibridnog matematičkog modela

Kod projektiranja SMC-a treba dinamiku sustava izraziti u 'hibridnom' obliku zvanom *H-frame*. Ovaj oblik se sastoji od jednadžbi linearnog gibanja u koordinatnom sustavu zemlje $[\dot{u} \quad \dot{v} \quad \dot{w}]$ i jednadžbi kutnog gibanja u koordinatnom sustavu tijela $[\dot{p} \quad \dot{q} \quad \dot{r}]$. Pošto je u drugom poglavlju izveden matematički model letjelice promatrajući općenito 6DOF tijelo i to koristeći Newton-Euler-ski formalizam, u ovom se poglavlju 'hibridni' model neće izvoditi ispočetka već će se naglasak dati na promjene potrebne za prevađanje jednog u drugi model.

Jednadžbe (2.25), (2.26) i (2.27) ostaju identične, dok se jednadžbe linearnog gibanja u koordinatnom sustavu letjelice svode na koordinatni sustav zemlje i to na način da

Coriolisovih sila više nema, a F i G izgledaju kao u jednadžbama (7.1) i (7.2).

$$\mathbf{F} = \mathbf{T} \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (-\cos \phi \cos \psi \sin \theta + \sin \phi \sin \psi) F_z \\ (\cos \phi \sin \psi \sin \theta + \sin \phi \cos \psi) F_z \\ (\cos \theta \cos \phi) F_z \end{bmatrix} \quad (7.1)$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix} \quad (7.2)$$

Hibridni matematički model letjelice s četiri rotora opisan je sljedećim jednadžbama:

$$\dot{u} = \frac{1}{m} (-\cos \phi \cos \psi \sin \theta + \sin \phi \sin \psi) F_z \quad (7.3)$$

$$\dot{v} = \frac{1}{m} (\cos \phi \sin \psi \sin \theta + \sin \phi \cos \psi) F_z \quad (7.4)$$

$$\dot{w} = \frac{1}{m} (\cos \theta \cos \phi) F_z + g \quad (7.5)$$

$$\dot{p} = \frac{J_{yy} - J_{zz}}{J_{xx}} qr + \frac{Lk}{J_{xx}} (u_2 - u_4) \quad (7.6)$$

$$\dot{q} = \frac{J_{zz} - J_{xx}}{J_{yy}} pr + \frac{Lk}{J_{yy}} (-u_1 + u_3) \quad (7.7)$$

$$\dot{r} = \frac{J_{xx} - J_{yy}}{J_{zz}} pq + \frac{cLk}{J_{zz}} (u_1 - u_2 + u_3 - u_4) \quad (7.8)$$

gdje je

$$F_z = -F_1 - F_2 - F_3 - F_4 = k(-u_1 - u_2 - u_3 - u_4) \quad (7.9)$$

Iz jednadžbi (7.3), (7.4) i (7.5) izvedene su neholonomne veze preko kojih se mogu izraziti kutovi θ i ϕ . Ti su izrazi dani jednadžbama (7.10) i (7.11).

$$\tan \theta = \frac{-\dot{u} \cos \psi + \dot{v} \sin \psi}{\dot{w} - g} \quad (7.10)$$

$$\sin \phi = \frac{\dot{u} \sin \psi - \dot{v} \cos \psi}{\sqrt{\dot{u}^2 + \dot{v}^2 + (\dot{w} - g)^2}} \quad (7.11)$$

Iz jednadžbi *hibridnog* matematičkog modela (jednadžbi (7.3), (7.4), (7.5), (7.17), (7.7) i

(7.8)) izraženi su sljedeći upravljački zakoni:

$$U_x = \frac{m}{U_1}(k_4 \text{sign}(S_x) + \ddot{x}_d + \alpha_4 \dot{x}_d - \alpha_4 \dot{x}) \quad (7.12)$$

$$U_y = \frac{m}{U_1}(k_5 \text{sign}(S_y) + \ddot{y}_d + \alpha_5 \dot{y}_d - \alpha_5 \dot{y}) \quad (7.13)$$

$$U_1 = \frac{m}{\cos \phi \cos \theta}(k_6 \text{sign}(S_z) + \ddot{z}_d - g + \alpha_6 \dot{z}_d - \alpha_6 \dot{z}) \quad (7.14)$$

$$U_2 = \frac{J_{xx}}{L} \left(-\frac{J_{yy} - J_{zz}}{J_{xx}} qr + k_1 \text{sign}(S_\phi) + \ddot{\phi}_d + \alpha_1 \dot{\phi}_d - \alpha_1 \dot{\phi} \right) \quad (7.15)$$

$$U_3 = \frac{J_{yy}}{L} \left(-\frac{J_{zz} - J_{xx}}{J_{yy}} pr + k_2 \text{sign}(S_\theta) + \ddot{\theta}_d + \alpha_2 \dot{\theta}_d - \alpha_2 \dot{\theta} \right) \quad (7.16)$$

$$U_4 = \frac{J_{zz}}{cL} \left(-\frac{J_{xx} - J_{yy}}{J_{zz}} pq + k_3 \text{sign}(S_\psi) + \ddot{\psi}_d + \alpha_3 \dot{\psi}_d - \alpha_2 \dot{\psi} \right) \quad (7.17)$$

U_1 , U_2 , U_3 i U_4 su nezavisni upravljački zakoni koji predstavljaju direktne upravljačke veze između varijabli stanja i izlaza regulatora, dok su U_x i U_y zavisni upravljački zakoni, podupravljeni zakonom U_1 . Upravljački zakon U_1 djeluje kao sila u z-osi, a U_2 , U_3 i U_4 kao momenti oko osi letjelice [10].

Sliding surface ('klizne površine') su definirane kao [9]:

$$S_\phi = e_2 + \alpha_1 e_1 \quad (7.18)$$

$$S_\theta = e_4 + \alpha_2 e_3 \quad (7.19)$$

$$S_\psi = e_6 + \alpha_3 e_5 \quad (7.20)$$

$$S_x = e_8 + \alpha_4 e_7 \quad (7.21)$$

$$S_y = e_{10} + \alpha_5 e_9 \quad (7.22)$$

$$S_z = e_{12} + \alpha_6 e_{11} \quad (7.23)$$

gdje su:

$$\alpha_n > 0 \quad (7.24)$$

$$e_i = x_{id} - x_i \quad (7.25)$$

$$e_{i+1} = \dot{e}_i \quad (7.26)$$

$$i \in [1, 11] \quad n \in [1, 6] \quad (7.27)$$

Ako S_* predstavlja bilo koju od 'kliznih površina' iz jednadžbi (7.18) do (7.23), pretpostavljena je Lyapunovljeva funkcija [9]:

$$V(S_*) = \frac{1}{2}S_*^2 \quad (7.28)$$

Ako je

$$\dot{V}(S_*) < 0 \quad (7.29)$$

onda je i

$$S_*\dot{S}_* < 0 \quad (7.30)$$

što znači da je nužan uvjet ispunjen te da je Lyapunovljeva stabilnost zajamčena.

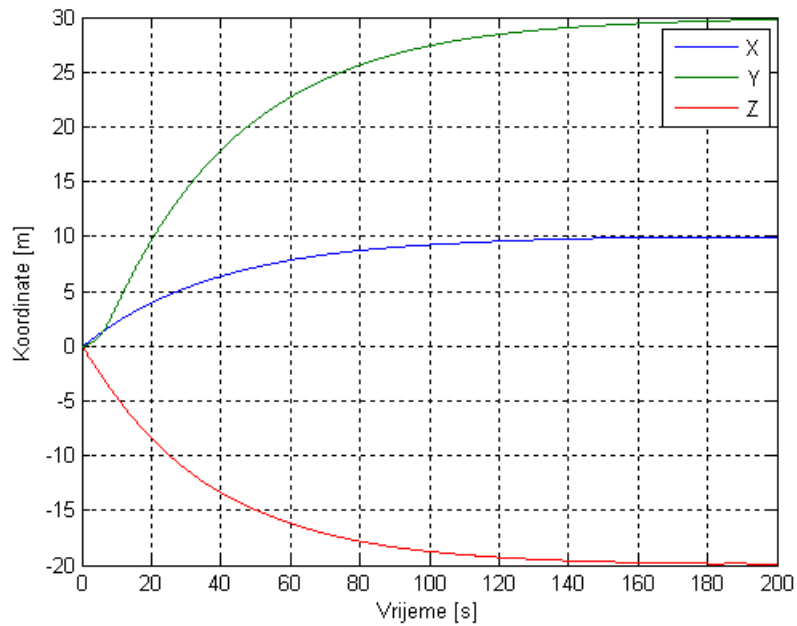
Zakon koji je odabran za atraktivnu površinu je vremenska derivacija jednadžbi (7.18) do (7.23) koje zadovoljavaju uvjet iz jednadžbe (7.29).

$$\dot{S}_* = -k\text{sign}(S_*) \quad (7.31)$$

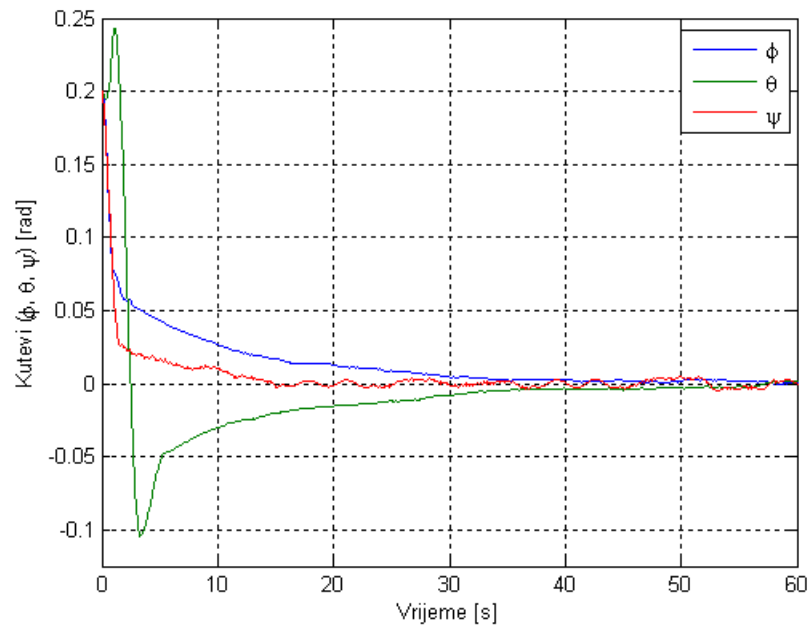
7.2 Rezultati SMC regulacije

Slikom (7.1) prikazani su odzivi sustava sa SMC-om na referencu pozicije [10, 30, -20]. U ovom slučaju radi samo *position control*, dok je *rotation control* isključen. Letjelica polazi iz položaja u kojem su svi kutevi jednaki nuli: $\phi = \theta = \psi = 0$. Za razliku od linearnih regulatora, odzivi sustava sa SMC regulatorom na referencu pozicije su nelinearni i asimptotski teže konačnim vrijednostima (uzrok tomu je Lyapunovljev uvjet stabilnosti u sintezi regulatora).

Na slici (7.2) prikazana je stabilizacija sustava sa SMC-om iz početne orijentacije $\phi_0 = \theta_0 = \psi_0 = 0.2\text{rad}$ u zadanu referencu $\phi = \theta = \psi = 0$. U ovom slučaju radi samo *rotation control*, dok je *position control* isključen. Za trajanja simulacije letjelica je pozicionirana u ishodištu koordinatnog sustava: $x = y = z = 0$.



Slika 7.1: Odzivi sustava sa SMC regulatorom na referencu pozicije

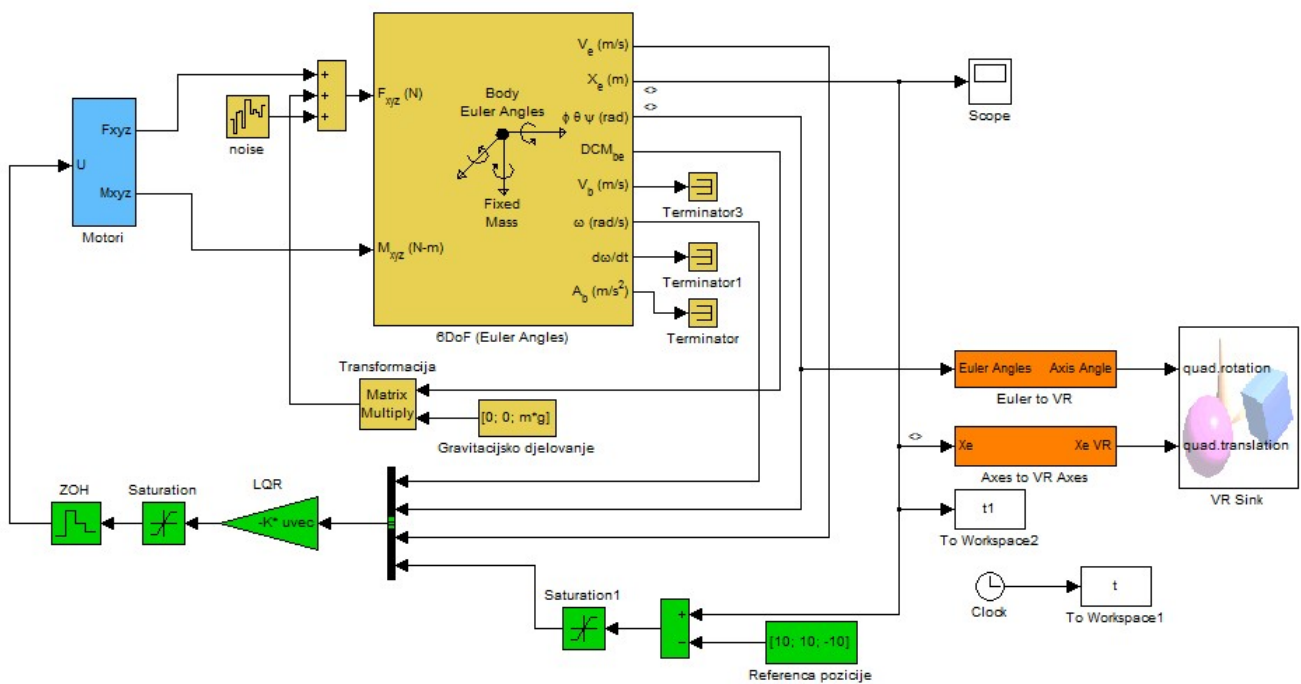


Slika 7.2: Stabilizacija sustava sa SMC regulatorom iz početnih kuteva

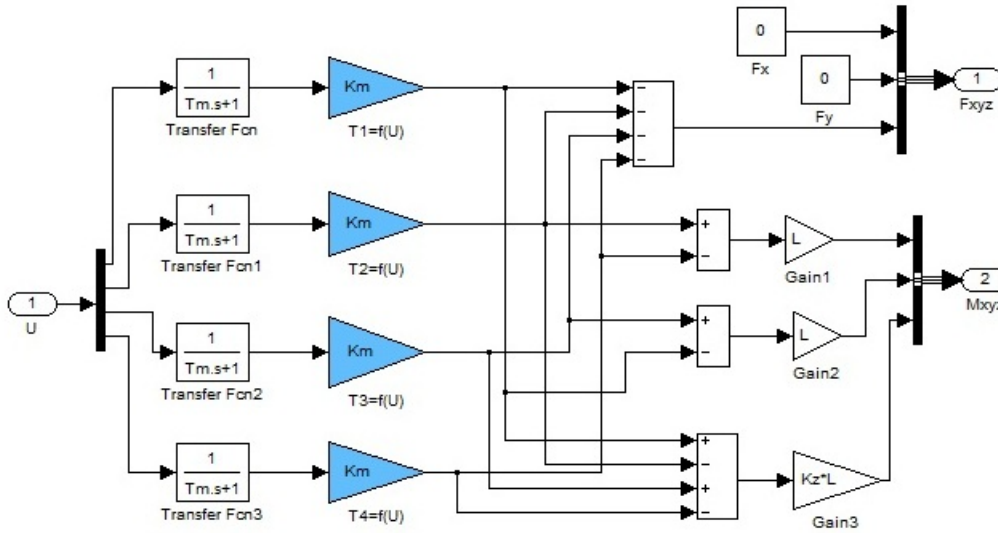
Poglavlje 8

Simulacijski model

Na slikama (8.1) i (8) prikazan je model sustava izrađen u *Matlab-ovom* paketu *Simulink*. Radi preglednosti u izrađenom modelu, blokovi koji opisuju dinamiku pojedinih struktura, obojani su različitim bojama. Prema tome, blokovi koji su vezani uz dinamiku motora obojani su plavom, blokovi vezani za dinamiku letjelice žutom, blokovi koji se odnose na obradu u mikrokontroleru zelenom, a blokovi koji se odnose na vizualizaciju pomoću *VRML* modela narančastom bojom.



Slika 8.1: *Simulink* model letjelice, bez kompenzacije konstantnog poremećaja



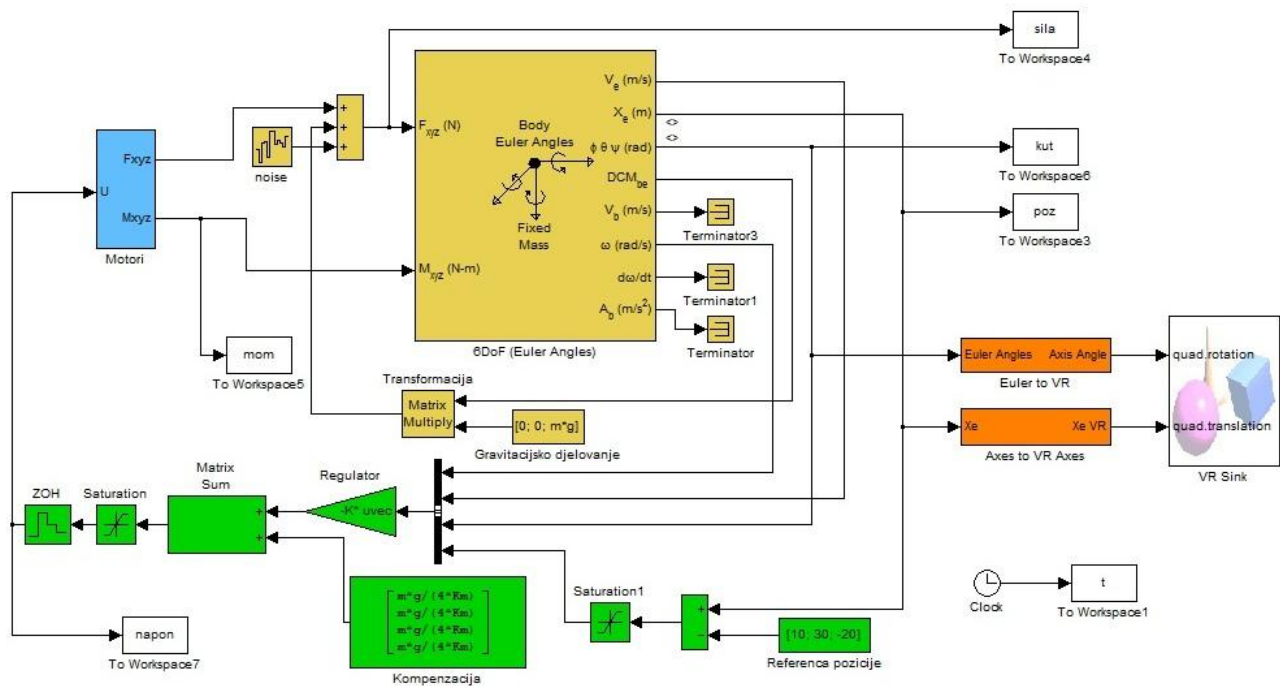
Slika 8.2: Aproksimacija modela motora

Varijable stanja (12) koje se prate preko različitih senzora letjelice, dovode se na ulaz regulatora (gain blok). Redoslijed pritom odgovara redoslijedu članova vektora x korištenog u sintezi regulatora. Zatim se te vrijednosti matrično množe sa matricom K , pa se na izlazu regulatora dobiva vrijednost upravljačke varijable u koja je zapravo vektor stupac dimenzija 4×1 i predstavlja napone na odgovarajuće motore. Treba primjetiti da je to osnovni oblik regulatora bez kompenzacije stalnog poremećaja (a koji za letjelicu postoji u obliku gravitacijske sile g). Taj vektor dalje ulazi na tzv. *submodel* blok (slika 8), koji povezuje napone motora sa potisnim silama na propelerima i zakretnim momentima istih. Rezultirajuće sile i momenti u obliku vektora ulaze u blok koji opisuje dinamiku tijela sa šest stupnjeva slobode gibanja. Za vjerodostojniju simulaciju ulazni signal F_{xyz} sumira se sa bijelim šumom koji predstavlja strujanje zraka (npr. vjetar) i gravitacijskom silom g koja stalno djeluje u smjeru z osi letjelice.

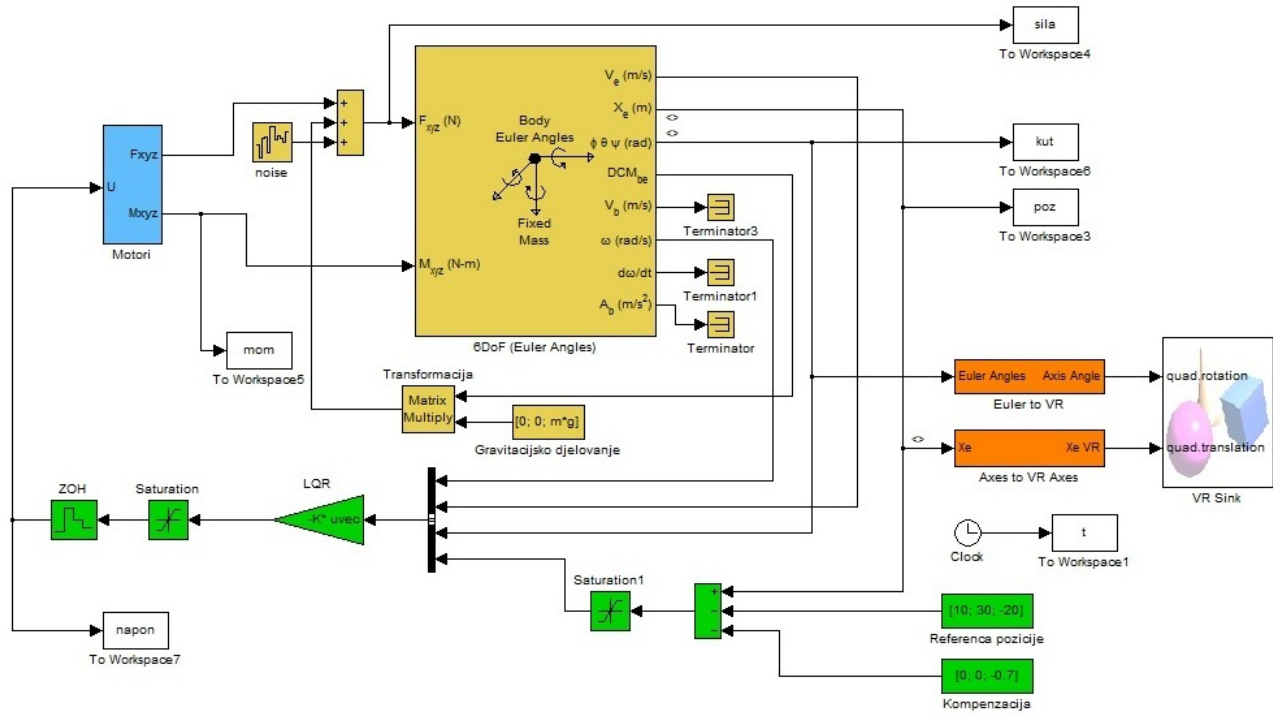
8.1 Simulacijski modeli s kompenzacijom konstantnog poremećaja

Na slici (8.3) prikazana je *feedforward* kompenzacija konstantnog poremećaja gravitacije kod koje su parametri kompenzacije dobiveni proračunom iz jednadžbi (4.10) do (4.14). Vidljivo je da ovakav oblik kompenzacije unosi dodatnu energiju iz upravljačkog dijela sustava na motore.

Način koji je prikazan slikom (8.4) karakterizira direktna kompenzacija odstupanja po z-osi u samom zadavanju reference pozicije. Iako se možda čini jednostavnijim i elegantnijim rješenjem, do točne vrijednosti kompenzacije dolazi se eksperimentalno za mnogo različitih referenci kako bi se potvrdila točnost i jedinstvenost rješenja.



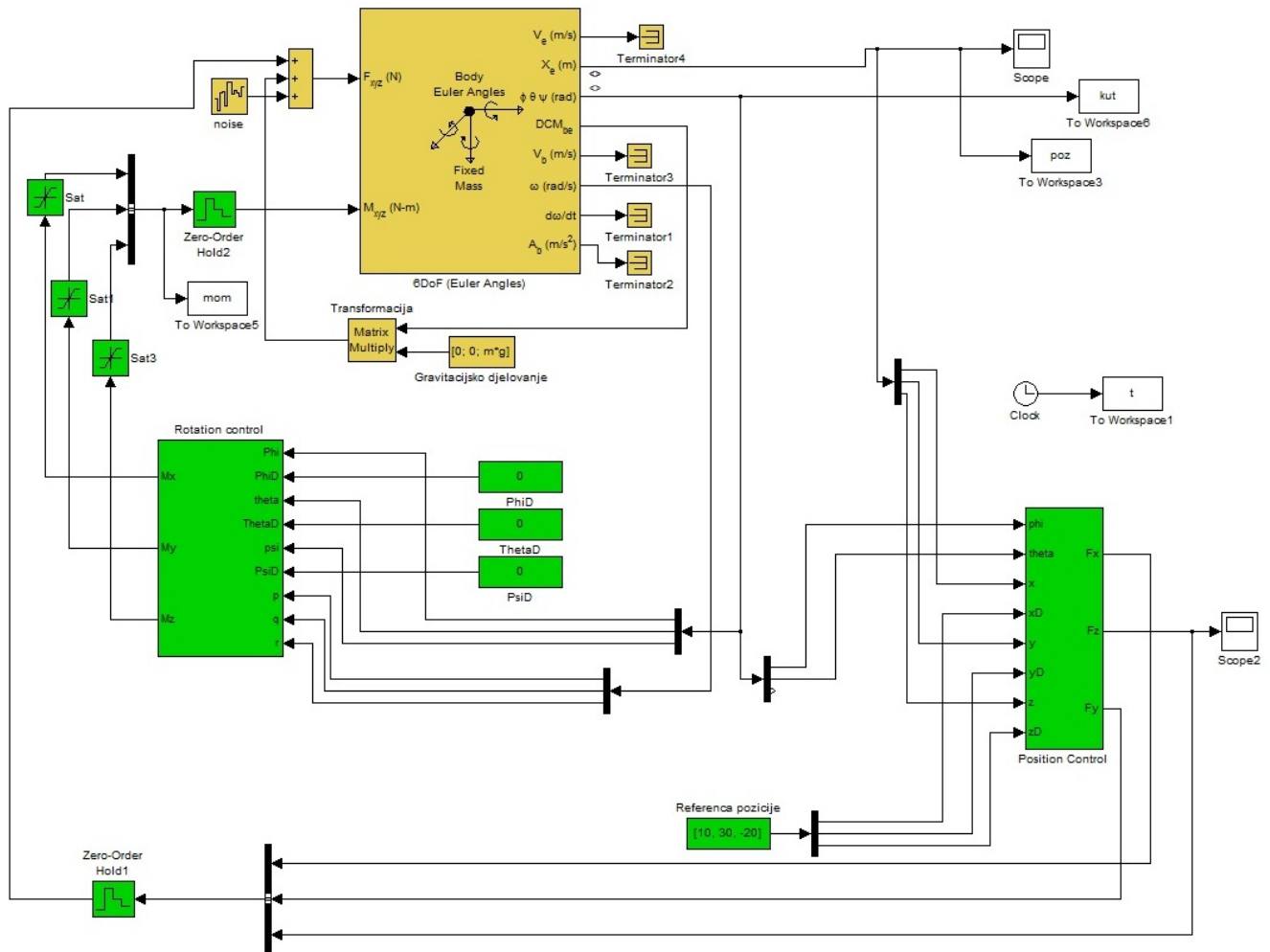
Slika 8.3: *Feedforward* kompenzacija konstantnog poremećaja



Slika 8.4: Kompenzacija odstupanja po z-osi

8.2 Simulacijski model robusnog nelinearnog regulatora

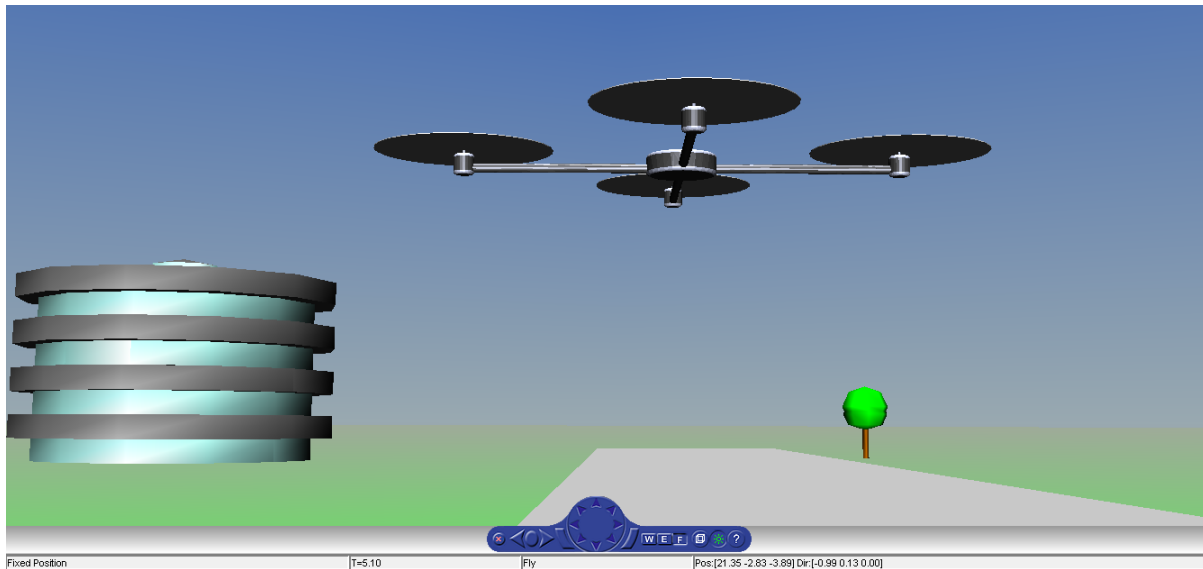
Na slici (8.5) prikazan je model SMC regulacije letjelice. Zelenom je bojom prikazan upravljački dio sustava koji se sastoji od dva pojedinačna SMC regulatora zadužena za regulaciju rotacije i pozicije. Spomenuti blokovi predstavljaju upravljačke zakone izvedene jednadžbama (7.12) do (7.17) koje su dobivene iz hibridnog matematičkog modela.



Slika 8.5: SMC regulacija letjelice

8.3 VRML

Kako bi se bolje vizualiziralo gibanje letjelice izrađen je 3D model sustava u *Matlab-ovom* toolbox-u *VRML (Virtual Reality Modeling Language)*. Za izradu modela korišten je alat *V-Realm Builder* u kojem su definirani pojednostavljena geometrija letjelice i okolina u kojoj leti.



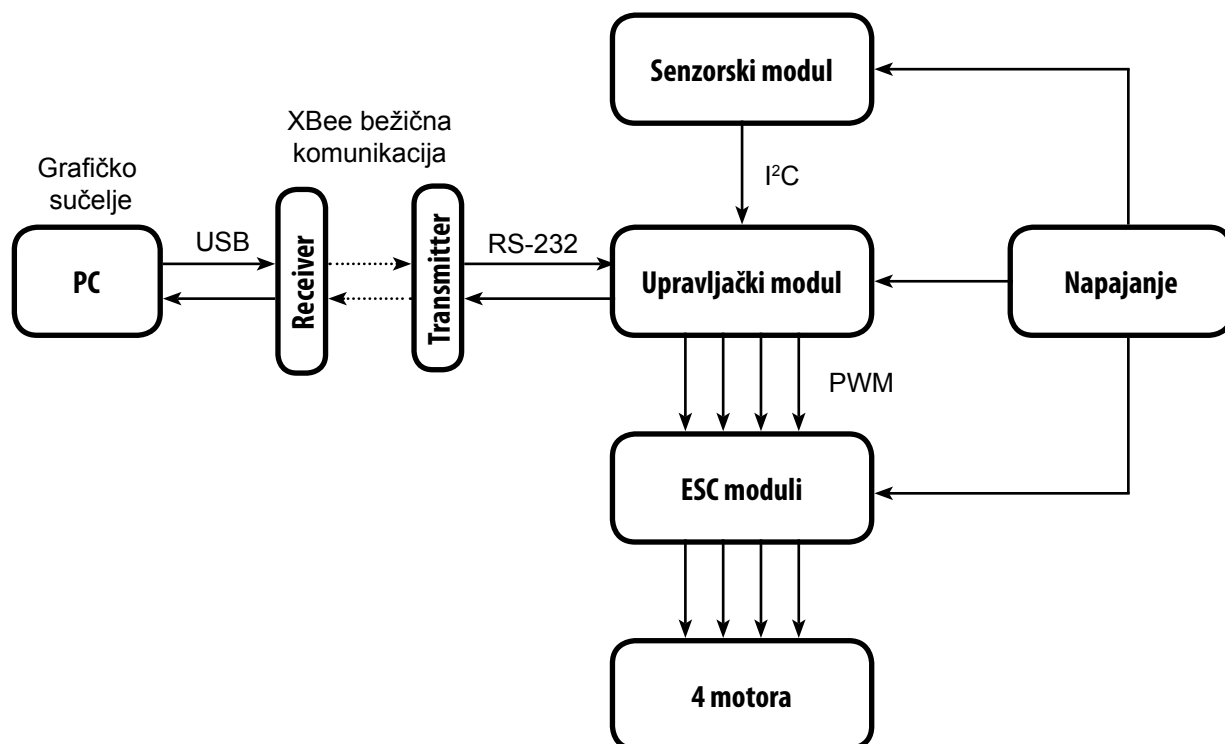
Slika 8.6: VRML model letjelice

Orijentacija i pozicija *VRML* modela letjelice povezani su sa *Simulink* modelom koristeći blokove *Simulink 3D Animator Toolbox-a*. Time se tijekom izvođenja simulacije u 3D okružju može vidjeti točno kretanje i nagib letjelice.

Poglavlje 9

Projektiranje elektroničkih sklopova

Letjelica je sama po sebi nestabilna te bez upravljačke elektronike ona će se nekontrolirano rotirati oko svojih osi. Kako bi se omogućila regulacija letjelice potrebni su senzori, mikrokontroler, motori i moduli za pogon motora. Sustav se najjednostavnije prikazuje sljedećom shemom:

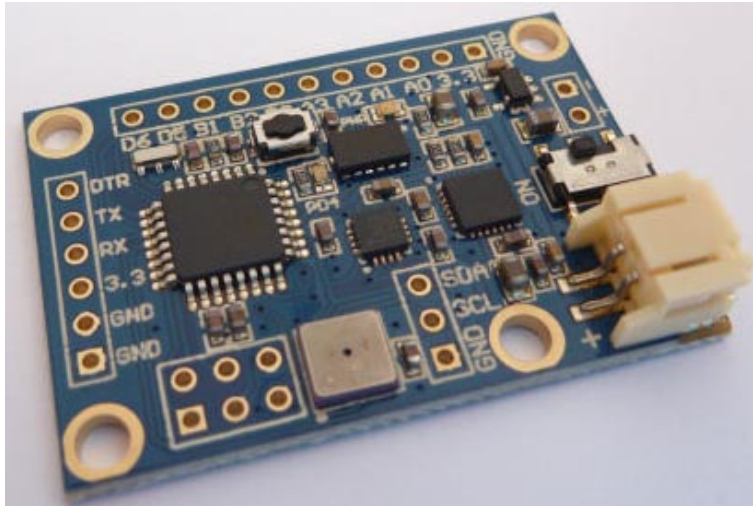


Slika 9.1: Shema elektroničkog sustava

Senzorski modul prikuplja podatke o položaju i orijentaciji letjelice te ih šalje na upravljački modul, a ovaj generira odgovarajući PWM (eng. Pulse-width modulation) signal prema kojem regulator brzine vrtnje motora (ESC modul) opskrbljuje motore strujom. XBee bežični modul šalje podatke računalu u svrhu grafičkog prikaza parametara orijentacije i položaja.

9.1 Senzorski modul

Za određivanje trenutnog nagiba, orijentacije i položaja letjelice kupljena je senzorska pločica (slika 9.2 [2]) kanadske tvrtke *Ckdevices* zvana *Mongoose*. Ona sadrži tro-osni žiroskop (ITG-3200), akcelerometar (ADXL345), magnetometar (HMC5883L) i barometar (BMP085).



Slika 9.2: Senzorski modul [2]

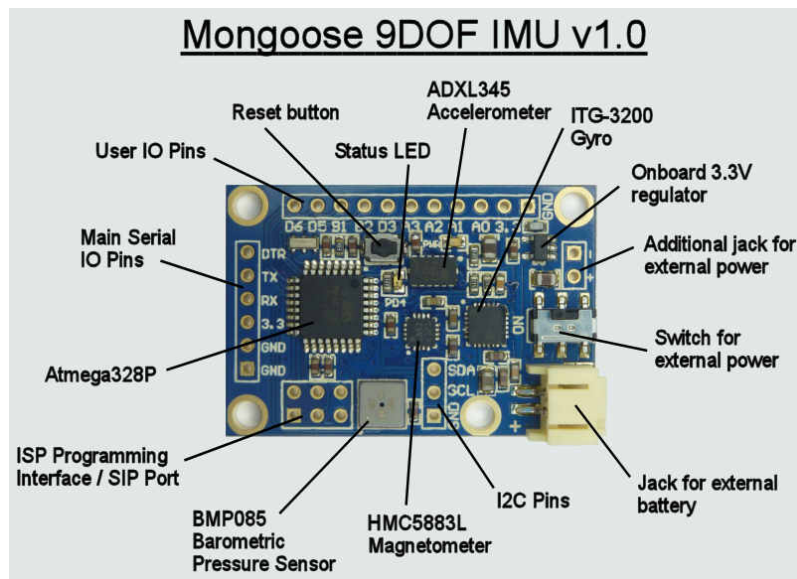
Žiroskop služi za dobivanje vrijednosti kutne brzine oko pojedine osi letjelice. On je kratkoročno iznimno točan i precizan, no kad bi se koristio sam, bez korekcije drugih senzora, nakon nekog vremena bi uslijed "drifta" i grešaka integracije dao potpuno krivu informaciju o orijentaciji letjelice.

Akcelerometrom se mjere vrijednosti akceleracije u pojedinoj osi letjelice. Mjerenjem akceleracije, osim dinamičke akceleracije dobiva se i vrijednost ubrzanja zemljinog gravitacijskog polja te se iz očitavanja pojedinih osi akcelerometra može izračunati nagib

letjelice u odnosu na ravnu podlogu (zakret oko x i y osi). Očitavanje sa akcelerometra je zašumljeno i ne može se koristiti bez filtriranja.

Uloga magnetometra je izračunavanje kuta između čipa i vektora magnetskog pola. Time se može izračunati smjer u kojem je letjelica okrenuta (orijentacija u z-osi). On ima znatno manju frekvenciju uzorkovanja u odnosu na akcelerometar i žiroskop (10Hz) pa se prema tome informacija o međupoložajima mora interpolirati koristeći druge senzore.

Barometrom se, mjereći atmosferski tlak, određuje visina na kojoj se nalazi letjelica. Premda tlak nije konstantan u svim uvjetima, kod svakog polijetanja letjelice potrebno je inicijalizirati vrijednost očitavanja sa barometra, kako bi se definirala nulta vrijednost visine. Osim niske frekvencije uzorkovanja (1Hz), barometar ima i nedostatak relativno niske rezolucije (maksimalna razlučivost 25 cm). Na slici 9.3 [3] prikazan je raspored navedenih komponenti na elektroničkoj pločici.



Slika 9.3: Komponente senzorskog modula [3]

Svaki senzor ima određenu grešku pa se ne može koristiti sam za sebe. Stoga je potrebno napraviti fuziju senzora (spojiti zašumljena ili dugotrajno netočna očitavanja sa pojedinog senzora u jednu čistu informaciju) [8] za što se koristi DCM (direction cosine matrix) algoritam koji se odvija na mikrokontroleru Atmega328P postavljenom na modulu. Dobivene vrijednosti zakreta letjelice šalju se preko I²C veze na upravljački modul.

9.2 Upravljački modul

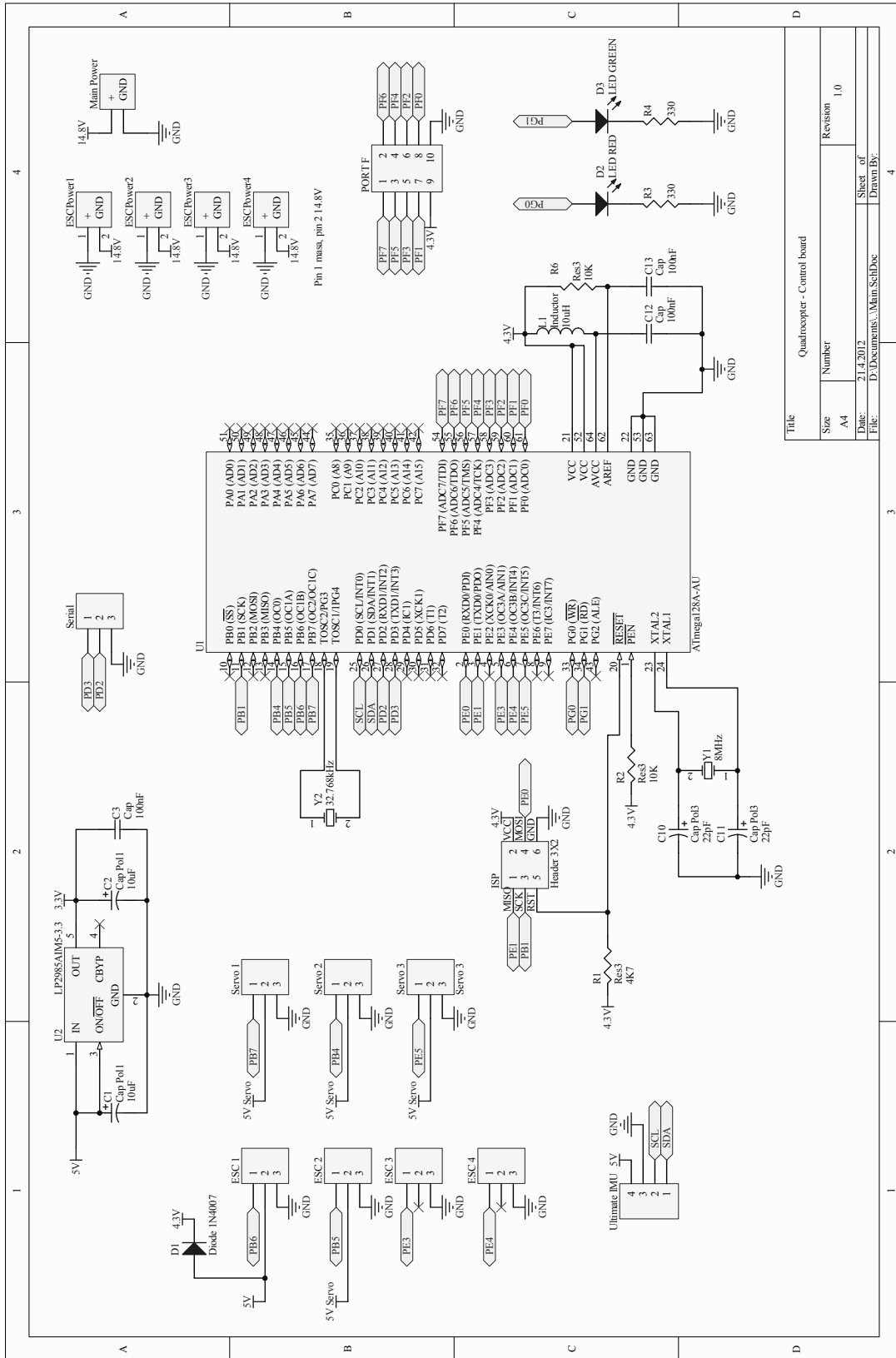
Podaci o orijentaciji letjelice dobiveni sa senzorskog modula obrađuju se na upravljačkoj pločici koristeći mikrokontroler ATmega128A. On pomoću regulacijskog algoritma generira odgovarajuće PWM signale koje šalje na ESC module koji dalje upravljaju motorima.

Pločica se spaja direktno na bateriju 14.4V. Uz obradu podataka i upravljanje ESC modulima, pločica služi i za njihovo povezivanje s baterijom. Tim dijelom kruga teku struje i do deset ampera pa imaju znatno šire vodove od vodova upravljačkog dijela.

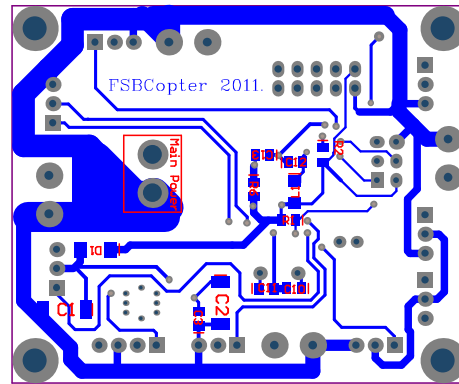
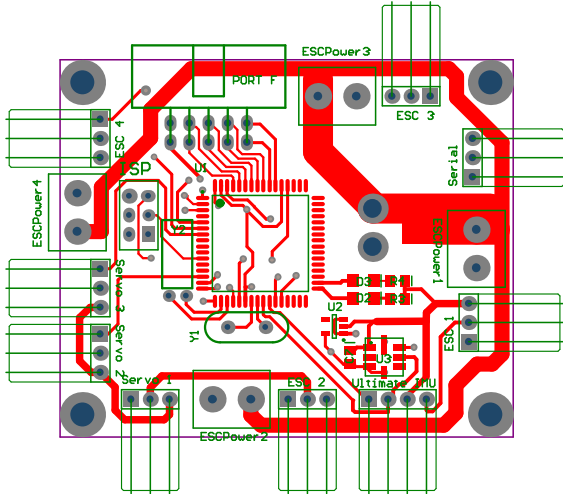
Upravljački dio pločice radi na naponu 5V. Kako sami ESC moduli imaju u sebi stabilizirani napon od 5V nije potrebno dodavati nikakav dodatni stabilizator za napajanje upravljačkog dijela.

Ovaj modul, tj. tiskana pločica projektirana je u programu *Altium Designer*. Projektiranje tiskane pločice započinje izradom električne sheme (slika 9.4) na kojoj se definiraju svi elementi strujnog kruga i njihova povezanost. Osim toga potrebno je i definirati podnožje (engl. footprint) svake komponente tako da fizički odgovara stvarnoj komponenti.

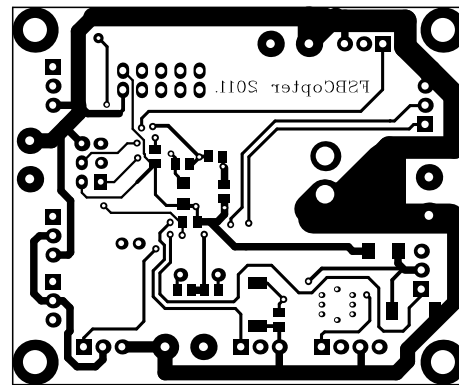
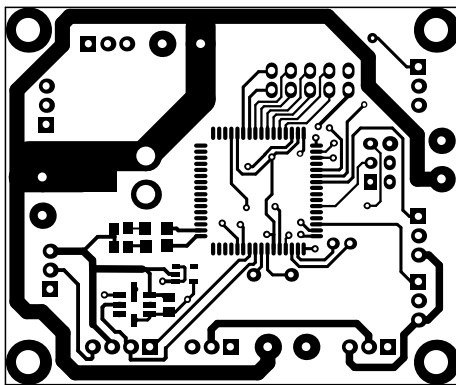
Nakon definiranja električne sheme generira se PCB datoteka u kojoj se nalaze sve komponente prikazane svojim podnožjem. Veze između pojedinih komponenti prikazane su linijama. Te veze potrebno je spojiti vodovima. Kada se odredi raspored svih komponenata na pločici i definiraju vodovi koji spajaju potrebne veze, dobiva se gotov izgled pločice (slika 9.5, 9.6, 9.7, 9.8). Potom slijedi izrada tiskane pločice.



Slika 9.4: Električna shema upravljačke pločice



Slika 9.5: Komponente s gornje strani pločice Slika 9.6: Komponente s donje strani pločice



Slika 9.7: Predložak za izradu - gornja strana Slika 9.8: Predložak za izradu - donja strana

9.3 ESC modul

ESC modul (eng. *electronic speed control*) je elektronički sklop koji regulira brzinu vrtnje elektromotora. Sklop na osnovu ulaznog PWM signala upravlja motorom kako bi motor postigao određenu brzinu vrtnje. Regulacija sva četiri motora omogućena je sa 4 takva modula (slika 9.9 [4]).



Slika 9.9: ESC modul [4]

9.4 Motori

Kao pogonski članovi elisa odabrani su motori bez četkica (eng. brushless motor). Za razliku od klasičnih istosmjernih motora ovi imaju veći stupanj iskorištenja te nemaju četkice koje se troše. Odlikuju se velikom brzinom vrtnje, velikom snagom u odnosu na malu masu i dimenzije te su zbog toga pogodni za pogon letjelice. Odabrani motori prikazani su slikom 9.10 [5].



Slika 9.10: Motor bez četkica (eng. brushless motor) [5]

9.5 XBee modul

Za komunikaciju između letjelice i računala odabrana je Xbee PRO komunikacija [16]. Ovim modulom omogućena je bežična komunikacija na velike udaljenosti čak do 10 km. Koristit će se za upravljanje letjelicom, prijenos telemetrije na računalo i okretanje kamere. Potrebna su 2 modula; jedan spojen s računalom na zemlji koji će komunicirati s drugim na letjelici (slika 9.11) [6].



Slika 9.11: XBee modul [6]

Poglavlje 10

Izrada tiskane pločice

Potrebno je odabrati tiskanu pločicu odgovarajućih dimenzija. Tiskana pločica najčešće se izrađuje fotopostupkom, tj. prenošenjem ranije projektiranih vodova na pločicu. Nakon nanošenja vodova na pločicu uklanja se višak bakra i buše se rupe za montažu elemenata. Na kraju je potrebno pločicu temeljno očistiti i pokositriti kako bi se spriječila oksidacija.

10.1 Fotopostupak

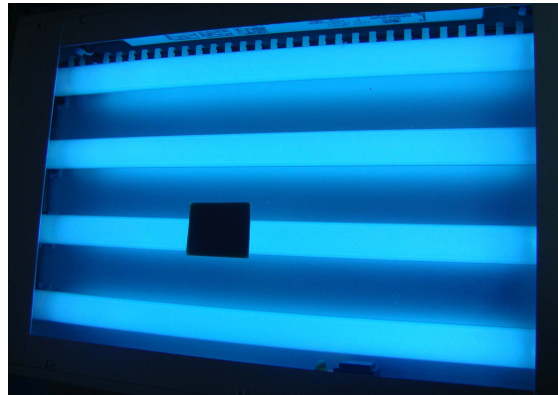
Za izradu tiskane pločice fotopostupkom potreban je ovaj materijal:

- tiskana pločica
- termofolija ili paus papir na kojoj je ispisan nacrt tiskane pločice
- natrijev hidroksid (NaOH)
- osvjetljivač pločica
- posude u kojima ćemo razvijati pločicu
- fotolak (ako se ne koristi pločica sa nanešenim lakom)

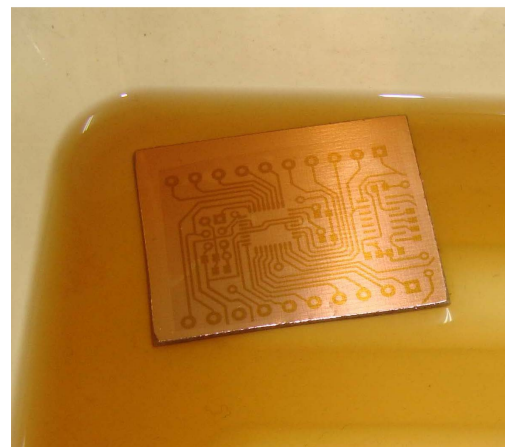
Prvo je potrebno ukloniti sve nečistoće sa tiskane pločice. Za čišćenje mogu poslužiti kuhinjska sredstva za čišćenje masnoće ili nitro razrjeđivač. Nakon čišćenja na tiskanu pločicu treba nanijeti sloj fotolaka sa udaljenosti 20 - 30 cm pod kutom 25° - 30° od podloge [12]. Sprej treba nanijeti ravnomjerno i u što tanjem sloju jer što je lak deblji treba ga duže sušiti, osvjetljivati i razvijati. Tada je potrebno pločicu osušiti. Pločica se može sušiti pri sobnoj temperaturi 24 h ili na temperaturi od 50 °C u električnoj pećnici 30 minuta, no prije toga pločicu treba staviti u kutiju kako se pri sušenju ne bi osvijetlila ili nakupila prašina po površini laka [12]. Predložak tiskane pločice zalijepi se na pločicu (strana oslojena fotolakom) i to tako da toner bude uz fotolak. Sada je pločica spremna za osvjetljavanje (slika 10.1).

Pločica se osvjetljava uređajem za osvjetljavanje pločica, a može poslužiti i živina žarulja ili čak obična štedna žarulja. Vrijeme trajanja osvjetljavanja za UV-žarulju je približno 2 minute, dok se vrijeme obične štedne žarulje znatno produljuje, čak 7 - 8 minuta. Za vrijeme osvjetljavanja treba pripremiti razvijlač za fotolak. On se priprema tako da se u 1 l obične vode stavi 7-10 g natrijevog hidroksida (NaOH). Količina i temperatura same smjese je vrlo važna. Ukoliko je razvijlač hladan razvijanje će teći sporije i obrnuto.

Nakon što je osvjetljavanje gotovo, pločicu treba staviti u razvijlač (slika 10.2). Razvijlač će skinuti fotolak koji je osvjetljen, dok će neosvijetljeni lak ostati na pločici. Taj proces traje oko jedne minute, ovisno o temperaturi razvijlača i o količini natrijevog hidroksida (NaOH). Nakon skidanja nepotrebnog laka sa osvjetljenog dijela tiskane pločice, pločicu je potrebno oprati u vodi i osušiti. Tiskana pločica spremna je za jetkanje.



Slika 10.1: Osvjetljavanje tiskane pločice



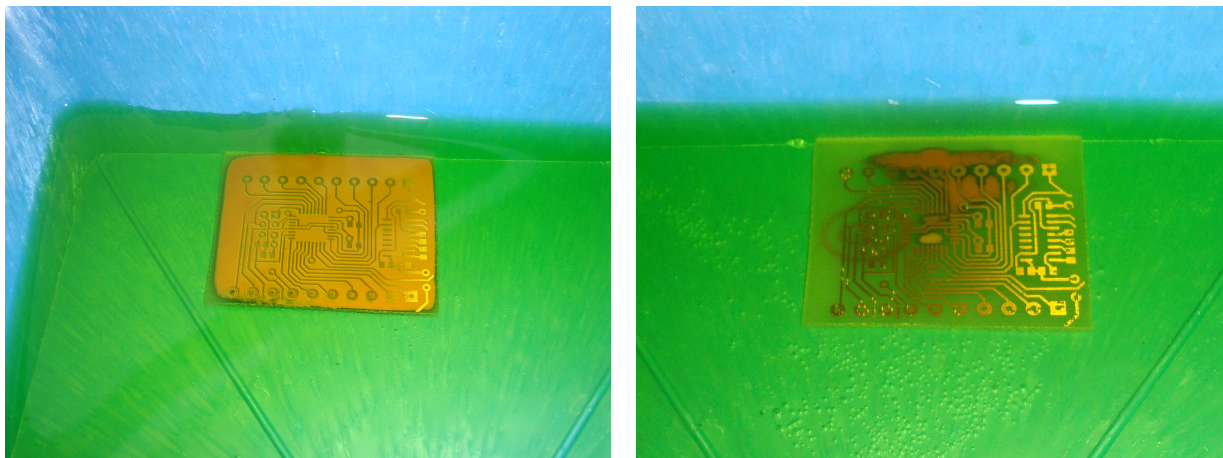
Slika 10.2: Razvijanje pločice

10.2 Jetkanje pločice

Zaštitom željenih spojeva fotopostupkom zaštićen je željeni dio bakra, a ostatak je potrebno odstraniti. To se postiže jetkanjem (nagrizanjem) u određenoj otopini (slika 10.3). Takvih otopina ima više vrsta. Jedna od njih je otopina željeznog (III) klorida (FeCl_3), tamnosmeđe boje. Ova otopina je vrlo agresivna pa je pri radu potreban osobit oprez. Jetkanje traje desetak minuta. Taj se postupak rijetko koristi, prvenstveno zbog dugog vremena jetkanja.

Puno brži i bolji način jetkanja je pomoću solne kiseline (HCl) i vodikovog peroksida (H_2O_2). Poželjno je da tekućine budu što veće koncentracije, ali najčešće one iznose 18 - 22 % za solnu kiselinu (HCl) i 9 - 30 % za vodikov peroksid (H_2O_2). Tekućine se nikako ne smiju unaprijed miješati, jer tekućine s vremenom reagiraju i gube na kvaliteti. Za postupak jetkanja potrebno je u plastičnoj posudi napraviti smjesu solne kiseline (HCl) i vodikovog peroksida (H_2O_2). Ako se koristi 19% HCl i 30% (H_2O_2) smjesu napraviti u omjeru 10:1. Nagrizanje pločice započinjemo laganim gibanjem posude. Skidanje bakra počinje od rubova tiskane pločice ka sredini. Jetkanje bi trebalo u potpunosti završiti za nekoliko minuta, u suprotnom će kiselina vrlo vjerojatno početi nagrizati i zaštićeni dio bakra.

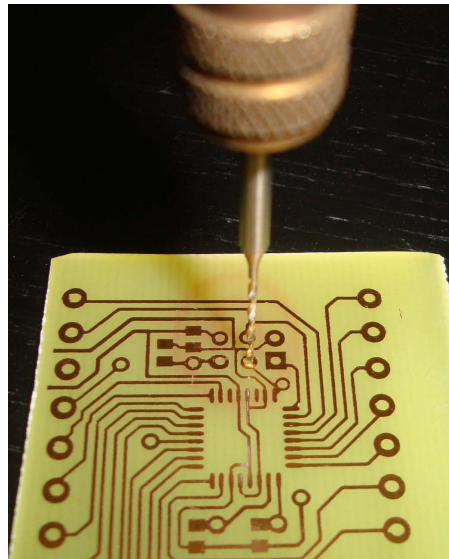
Nakon jetkanja potrebno je odgovarajućim otapalom, npr. aceton ili nitro razrjeđivač, skinuti sloj fotolaka s vodova na pločici. Ponekad, na nekim mjestima tiskane pločice ostanu neželjeni spojevi između vodova koje je potrebno ukloniti oštrim predmetom. Naposljetku tiskanu pločicu treba pokositriti kako bi se spriječila oksidacija pločice. Kositrenje se provodi tako što se lemilica lagano prisloni uz bakar, doda se lemne žice i u tankom sloju razmaže po površini.



Slika 10.3: Jetkanje pločice

10.3 Bušenje pločice

Tiskane pločice trebaju se bušiti (slika 10.4) pažljivo i odgovarajućom brzinom vrtnje svrdla. Brzina vrtnje ovisi o materijalu upotrijebljenog svrdla i njegovog reznog kuta, pa i materijala od kojeg je izrađena tiskana pločica. Postoje posebna svrdla za bušenje vitroplast pločica jer obična svrdla nakon stotinjak rupa više nisu za uporabu [12]. Preporuča se korištenje što veće brzine vrtnje, jer će provrti biti kvalitetniji, a bušenje će kraće trajati. Uobičajeni promjeri svrdla su 0.8 mm, 0.9 mm, 1.0 mm, a prema potrebi i 1.1 mm i 1.2 mm, što ovisi o promjeru priključaka sastavnih elemenata.

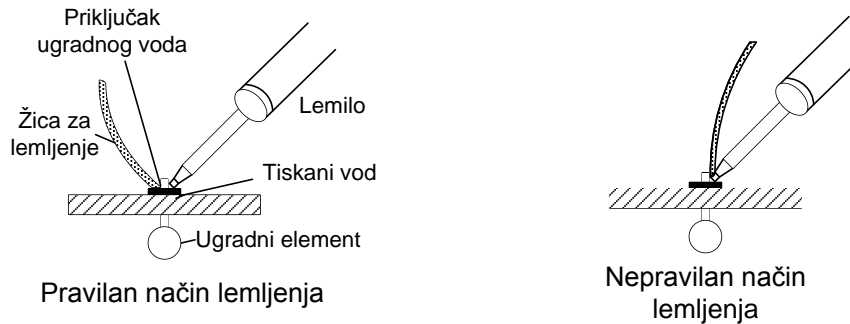


Slika 10.4: Bušenje pločice

10.4 Lemljenje

Lemljenje je najvažnija radnja pri sastavljanju elektroničkih sklopova, stoga je najprije potrebno naučiti kako se ispravno provodi. Najveća pogreška je kada se na vrh lemila pritisne žica za lemljenje, tako se dobije kapljica rastopljenog kositra koja se donosi na mjesto gdje treba ostvariti spoj. Pravilan način je da se vrhom lemila zagrijava priključna žica elektroničkog elementa. Ona prvo otopi sredstvo za lemljenje koje zalije čitavo mjesto spoja, na koje se onda u nastavku razlije rastopljeni kositar. Vrh lemila se ne smije odmaknuti odmah već treba pričekati da kositar poprimi jednoličnu srebrnu boju. Dobar lemni spoj je, nakon što se ohladi, gladak, a boja mu je mat-srebrna [12].

Uz pojam lemljenja često se javlja i pojam hladnih spojeva. To su spojevi koji su na prvi pogled u redu, ali su zapravo trajno ili povremeno bez kontakta. Hladni spojevi mogu nastati odmah, ali i nakon nekog vremena. Hladni spojevi se izbjegavaju dovoljno dugim držanjem lemila na mjestu koje se lemi, no ne valja pretjerati, jer može doći do oštećenja osjetljivih poluvodičkih sastavnih elemenata ili bakrene folije.

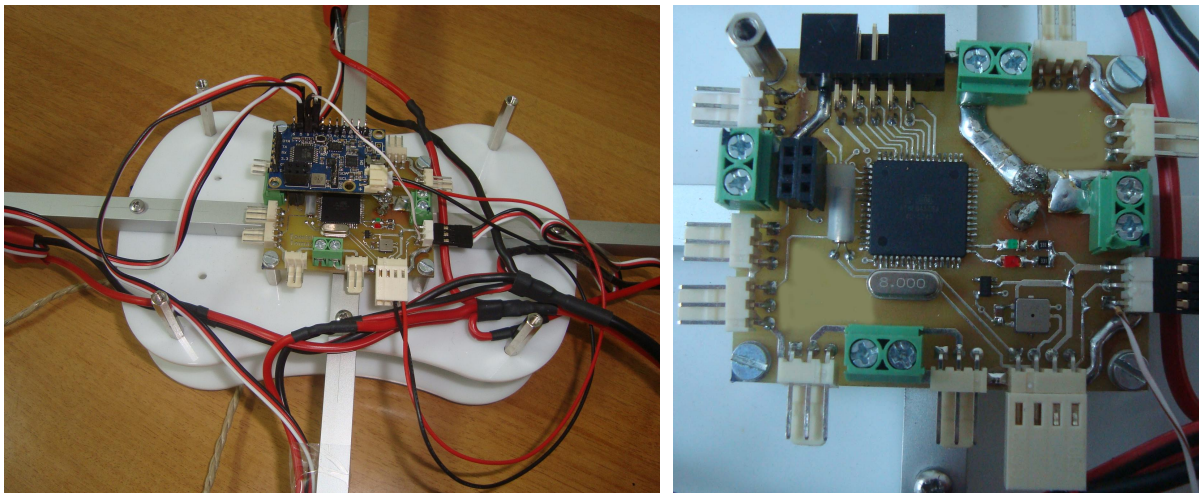


Slika 10.5: Prikaz pravilnog i nepravilnog načina lemljenja [12]

Prema projektiranoj pločici (slika 9.5 i slika 9.6) leme se elementi na tiskanu pločicu.

10.5 Testiranje sklopa

Na kraju prije ugradnje sklop treba testirati. Potrebno je ostvariti uvjete koji se mogu očekivati na realnom sustavu te provjeriti kako sklop radi. Ukoliko je sve u redu slijedi ugradnja i testiranje na stvarnom modelu (slika 10.6).



Slika 10.6: Elektroničko sklopovlje na *FSBCopteru*

Poglavlje 11

Zaključak

Uspješno su implementirani linearni kvadrični regulator (LQR), regulator zasnovan na metodi podešavanja polova (engl. *Pole Placement* regulator) i nelinearni robusni regulator (engl. *Sliding Mode Controller* (SMC)). Kod svakog su uočene određene prednosti i nedostaci, bilo u implementaciji ili kvaliteti regulacije.

Prednost linearnog kvadričnog regulatora u odnosu na ostale razmatrane je u optimalnom upravljanju. Omjer utroška energije i kvalitete regulacije moguće je kontrolirati kroz odabir Q i R matrica. Ovaj tip regulatora spada u linearne regulatore, a što je ujedno i najveći nedostatak. Naime, regulator jest robusan, ali samo oko radne točke za koju je napravljena linearizacija modela i sinteza regulatora. Ukoliko sustav dobro iziđe iz tog područja, linearni kvadrični regulator više nije od koristi.

Regulator zasnovan na metodi podešavanja polova također spada u skupinu linearnih regulatora, a njegova prednost u odnosu na ostale razmatrane leži u mogućnosti izravnog odabira polova i time izravnom utjecaju na kvalitetu regulacije. Kako je prikazano i objašnjeno u radu, odabirom polova moguće je 'forsirati' što brži odziv sustava na zadanu referencu. Nedostatak predstavlja nepredvidivost utroška energije s obzirom na postignutu kvalitetu regulacije.

Najveća prednost nelinearnog robusnog regulatora je mogućnost regulacije duž cijelog područja kretanja letjelice. Iskustvo stečeno u izradi ovog rada pokazalo je da glavni nedostatak ovog regulatora leži u nasumičnom određivanju parametara pojačanja. Iako regulator radi i s većim i s manjim parametrima od odabranih u ovom radu, a o kojima ovisi brzina i kvaliteta dostizanja zadane reference, veliki nam je problem predstavljalo određivanje njihovih početnih (orijentacijskih) vrijednosti.

Uspješno je isprojektiran i izrađen upravljački modul. Bez profesionalne pomoći i većih

problema, a uz znanje stečeno na Fakultetu, izrađene su i testirane elektroničke pločice 'kućne radinosti'.

Zahvala

Ovom prilikom bi se zahvalili svom mentoru doc. dr. sc. Josipu Kasaću na odličnoj suradnji i bezrezervnoj pomoći.

Isto tako bi se zahvalili Fakultetu na pruženoj financijskoj pomoći te tvrtki Rasco iz Kalinovca na novčanoj donaciji i tvrtki Corda Projekt iz Velike Gorice na donaciji opreme.

Literatura

- [1] <http://en.wikipedia.org/wiki/Quadrotor>, 25.05.2012.
- [2] <http://store.ckdevices.com/products/Mongoose-9DoF-IMU-with-Barometric-Pressure-Sensor-.html>, 25.05.2012.
- [3] <http://blog.ckdevices.com/?p=95>, 25.05.2012.
- [4] http://www.hobbyking.com/hobbycity/store/uh_viewItem.asp?idProduct=4312, 25.05.2012.
- [5] http://www.hobbyking.com/hobbyking/store/__5689__Turnigy_2213_22turn_924kv_17A_Outrunner.html, 25.05.2012.
- [6] <http://www.mikrokoetter.de/ucwiki/en/xbee>, 25.05.2012.
- [7] T. Buchholz and D. Gretarsson. *Construction of a Four Rotor Helicopter Control System*. Technical University of Denmark, 2009.
- [8] M. Crneković. *"Predavanja iz kolegija Mikroprocesorsko upravljanje"*. Zagreb, 2010.
- [9] M. T. H. Bouadi. *"Nonlinear Observer Design and Sliding Mode Control of Four Rotors Helicopter"*. World Academy of Science, Engineering and Technology, 2007.
- [10] M. T. H. Bouadi, M. Bouchoucha. *"Sliding Mode Control based on Backstepping Approach for an UAV Type-Quadrotor"*. World Academy of Science, Engineering and Technology, 2007.
- [11] N. N. J. Kautsky and P. van Dooren. *Robust pole assignment in linear state feedback*. International Journal of Control, 1985.
- [12] I. Jurišić. *"Dizajn i konstrukcija elektroničkih strujnih krugova u nastavi"*. Zagreb, 2011.

- [13] J. Kasać. *"Opća teorija sustava: Materijali za predavanja i vježbe"*. Zagreb, 2007.
- [14] J. Kasać. *"Vođenje tehničkih sustava: Materijali za predavanja i vježbe"*. Zagreb, 2007.
- [15] A. Kivrak. *Design of control systems for a quadrotor flight vehicle equipped with internal sensors*. Atilim University, 2006.
- [16] Mikroelektronika. *"MikroC PRO for PIC"*. 2009.
- [17] R. S. Sadjad. *The Eigenvalue Multiplicity Problem in the Pole-Placement Method of State-Variable Feedback Control Design*.

Sažetak

Bespilotne letjelice su aktualno područje istraživanja, a razvoj mogućih platformi posljednjih je godina uzeo maha. Jedan od sve češće korištenih modela je i tzv. *quadrotor* - letjelica s četiri rotora. Radi specifične konstrukcije malih dimenzija koja omogućava stabilan vertikalni let, ova je platforma idealna za primjenu kako u otvorenim tako i zatvorenim prostorima. Za ostvarivanje bespilotnog leta potrebno je isprojektirati odgovarajući regulator čiji zadatak nije samo održavanje sustava stabilnim u zraku, već i slijeđenje zadanih referenci.

U svrhu primjene letjelice za profesionalne video i foto djelatnosti potreban je stabilan i miran let za što su dovoljni linearni kvadrični regulator (LQR) i regulator zasnovan na metodi podešavanja polova (engl. *Pole Placement* regulator). Značajka ovih regulatora je ograničenje kvalitetnog djelovanja na područje projektirane radne točke, u našem slučaju lebdenja.

Međutim, za potrebe dinamičnijeg leta kod kojeg letjelica mora pokazati agilne manevarske sposobnosti, potrebno je implementirati robusniji regulator koji će moći djelovati i u ekstremnim nagibima. Zbog navedenog razloga projektiran je nelinearni robusni regulator (engl. *Sliding Mode Controller* (SMC)) čija je implementacija na ovakve sustave tek u začetku, a njegove mogućnosti nisu do kraja istražene.

Da bi bilo moguće realizirati sve gore navedene tehnike regulacije, potrebno je napraviti i na letjelicu instalirati elektroničko sklopovlje. U tu su svrhu odabrane potrebne elektroničke komponente i sklopovi te isprojektiran i izrađen upravljački modul.

Ključne riječi: quadrotor, linearni kvadrični regulator (LQR), *Pole placement* regulator, *Sliding Mode Controller* (SMC), projektiranje elektroničkog sklopovlja

Summary

Unmanned aerial vehicles are currently attractive field of research and through last few years, development of various possible platforms took place. One of most common such platform is *quadrotor* - aerial vehicle with four rotors. Because of specific design of small dimensions which ensures stabile vertical flight, this platform is ideal for applications in both, open and closed spaces. To achieve an unmanned flight, it is necessary to develop an appropriate controller whose task is not only to maintain system stability in air, but also to follow given position references.

For the purposes of professional video and photo business a stable and calm flight is required. For this purposes linear quadratic (LQR) and *Pole Placement* controller are sufficient. Main property of those controllers is a limit on operating quality outside of designed working point (in our case of hovering).

However, for the need of more dynamic flight where aircraft must demonstrate agile maneuverability, it is necessary to implement a robust controller that will be able to operate in extreme slopes. For this reason a *Sliding Mode Controller* (SMC) is designed, a robust nonlinear controller whose implementation on such systems is in their beginnings and its capabilities are not fully explored.

To implement all of the above control techniques, it is necessary to make and install an electronic circuitry in the aircraft. For this purpose are selected all necessary electronic components and circuites. Also, control module is designed and produced.

Keywords: quadrotor, linear quadratic controller (LQR), *Pole placement* controller, *Sliding Mode Controller* (SMC), design of electronic circuitry

Životopis

Matija Kekelj

Matija Kekelj je rođen 22.04.1988. u Rijeci. Odrasta i upisuje osnovnu školu u Krku na otoku Krku, uz koju paralelno pohađa i završava osnovnu glazbenu školu Mirković u trajanju od šest godina, usmjerenja glasovir.

U Krku 2003. godine upisuje opću gimnaziju u srednjoj školi Hrvatski kralj Zvonimir. Za vrijeme školovanja, prolazi sa vrlo dobrim i odličnim uspjehom i sudjeluje u županijskom natjecanju iz matematike (3. mjesto). Za vrijeme školovanja, aktivno trenira i igra košarku za KK Krk te kao kapetan momčadi osvaja 3. mjesto u županiji sa kadetima.

Godine 2007. upisuje sveučilišni preddiplomski studij strojarstva na Fakultetu strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu, a na drugoj godini se odlučuje na smjer Mehatronika i robotika. Zajedno sa kolegama sa smjera osniva Udrugu mehatroničara. Član je tima mehatroničara na studentskom projektu Autonomna bespilotna letjelica s četiri rotora – FSBcopter. Za vrijeme studija trenirao veslanje i bio član druge posade veslačkog osmerca Fakulteta strojarstva i brodogradnje. U redovnom roku završava studij s pohvalom (CUM LAUDE), prosjekom ocjena 4,071 i sa ostvarenih 212 ECTS bodova. Godine 2011. upisuje sveučilišni diplomski studij Strojarsstva na Fakultetu strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu, smjer Mehatronika i robotika. Kao student sudjelovao u programu internacionalnih stručnih praksi udruge IAESTE. Odradio 70 dana stručne prakse u laboratoriju za pametne materijale i regulaciju na Sveučilištu u Ilhi Solteiri (UNESP) u državi Sao Paulo, Brazil.

Gordan Kocijan

Gordan Kocijan je rođen 10.01.1989. u Varaždinu gdje uz formalno obrazovanje stečeno u IV Osnovnoj školi završava i četiri razreda Osnovne glazbene škole, smjer glasovir.

Godine 2003. upisuje smjer Tehničar za mehatroniku na Elektrostrojarskoj školi u

Varaždinu. Sva četiri razreda polaže s odličnim uspjehom i uzornim vladanjem. Godine 2007. sudjeluje na Međunarodnoj olimpijadi mehatroničara koja se pod pokroviteljstvom međunarodne tvrtke FESTO održava u Rumunjskoj.

Iste godine upisuje sveučilišni preddiplomski studij Strojарstva, smjer Mehatronika i robotika na Fakultetu strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu. Kao demonstrator na Katedri za strojarsku automatiku sudjeluje u izvođenju nastave na kolegijima Objektivno programiranje i Računalna matematika. Jedan je od osnivača Udruge mehatroničara. Član je tima mehatroničara na studentskom projektu Autonomna bespilotna letjelica s četiri rotora – *FSBcopter*. U najkraćem roku završava studij s prosjekom ocjena 4,238 i ostvarenih 212 ECTS bodova. Dobitnik je nagrade Fakulteta strojarstva i brodogradnje Velika pohvala (MAGNA CUM LAUDE). Godine 2011. upisuje sveučilišni diplomski studij Strojарstva na Fakultetu strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu, smjer Mehatronika i robotika. Od 2009. godine demonstrator je na Katedri za strojarsku automatiku. Dobitnik *Godišnje nagrade za izvrsnost Rotary Cluba Varaždin za 2010. godinu* u kategoriji "Završnog rada" na prvostupanjskoj i diplomskoj razini.

Godine 2010. nakon obuke u pilotskoj školi MGV d.o.o. u Zagrebu stječe Private pilot licence *PPL(A)* – privatnu dozvolu za letenje avionom. Član je Rotaract Cluba Varaždin i waterpolo kluba Garestin iz Varažina.

Viktor Mandić

Viktor Mandić je rođen 30.10.1989. u Zagrebu. Osnovnu školu završava u školi "Josipa Broza" u Kumrovcu.

Godine 2004. upisuje prirodoslovno - matematičku gimnaziju "A.G. Matoša" u Zaboku. Sva četiri razreda polaže s vrlo dobrim uspjehom i uzornim vladanjem.

Godine 2008. upisuje sveučilišni preddiplomski studij Strojарstva, smjer Mehatronika i robotika na Fakultetu strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu. Kao demonstrator na Katedri za strojarsku automatiku sudjeluje u izvođenju nastave na kolegijima "Elektrotehnika" i "Računalna matematika". Jedan je od osnivača 'Udruge mehatroničara i robotičara'. Član je tima mehatroničara na studentskom projektu "Autonomna bespilotna letjelica s četiri rotora – *FSBcopter*" i "Daljinski upravljana ronilica - *Nautilusum*". U najkraćem roku završava studij s prosjekom ocjena 3,952 i ostvarenih 210 ECTS bodova.

Godine 2012. upisuje sveučilišni diplomski studij Strojарstva na Fakultetu strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu, smjer Mehatronika i robotika.