Sveučilište u Zagrebu Prirodoslovno-matematički fakultet

Ante Ravlić

Nuklearna supravodljivost

Zagreb, 2018.

Ovaj rad izrađen je na Laboratoriju za nuklearnu fiziku Instituta Ruđer Bošković pod vodstvom dr. sc. Suzane Szilner i prof. dr. sc. Matka Milina s Fizičkog odsjeka Prirodoslovno-matematičkog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu, te je predan na natječaj za dodjelu Rektorove nagrade u akademskoj godini 2017./2018.

Sadržaj

1 Uvod						
2	Rea 2.1 2.2	kcije pr Tehnik Teorija 2.2.1 2.2.2 2.2.3	rijenosa nukleona u sudarima teških iona ke detekcije produkata teško-ionskih reakcija prijenosa a reakcija prijenosa Prijenos jednog nukleona Prijenos mnogo nukleona GRAZING kod	4 5 6 9		
3	Eks] 3.1	PRISN 3.1.1 3.1.2 3.1.3 3.1.4	ntalni postav MA maseni spektrometar Detektor mikrokanalnih pločica (MCP) Optički elementi Mnogožičana proporcionalna komora (MWPPAC) Ionizacijska komora	11 12 14 15 15		
4	Real 4.1 4.2 4.3	kcija ⁹² Obrad 4.1.1 4.1.2 4.1.3 4.1.4 4.1.5 Analiz 4.2.1 4.2.2 Analiz 4.3.1 4.3.2	$\begin{aligned} \mathbf{Mo} + {}^{54}\mathbf{Fe} \\ a \text{ mjerenja}$	 18 19 19 19 21 22 24 25 25 26 32 32 32 		
5	Rez	ultati		37		
6	Zak	ljučak		41		
7	Zah	vale		42		
8	Saže	etak		43		
9	9 Summary					
Literatura						

1 Uvod

Nuklearna fizika svoj postanak bilježi još od Becquerelovog otkrića radioaktivnosti 1896. godine. Eksperimentalna i teorijska proučavanja u nuklearnoj fizici su imala vodeću ulogu u razvoju fizike 20. stoljeća. Zahvaljujući tim istraživanjima danas imamo razumno dobar uvid u svojstva jezgara te strukturu koja je odgovorna za ta svojstva. Eksperimentalna istraživanja u nuklearnoj fizici su primjenjena na raznovrsnu problematiku, od interakcije među konstituentima nukleona (kvarkova) sve do procesa koji su se odvijali za vrijeme ranog razvoja svemira. Nuklearna fizika se preklapa s mnogim drugim područjima istraživanja u modernoj fizici. Tu posebno treba spomenuti odnos s fizikom elementarnih čestica, gdje su npr. u proučavanjima teškoionskih sudara potrebne obje discipline kako bi se stekao potpuni uvid. Sile odgovorne za interakciju među nukleonima spadaju u kategoriju "jakih interakcija". U prirodi ovih sila je da na strukturu pojedinačnog nukleona, te na silu između bilo kojeg para, utječu svi ostali nukleoni u atomskoj jezgri. Složenost ovih fenomena se eksperimentalno otkriva u sudarima s energijama većim od masa mirovanja čestica. Iako imamo razumijevanje u brojna glavna svojstva nuklearnih interakcija, njihov osnovni karakter, te veza s ostalim poznatim interakcijama predstavlja izazov današnjim istraživanjima. Primarni cilj nuklearne fizike je razumijevanje sile među nukleonima, strukture nukleona, te kako nukleoni interagiraju međusobno te sa ostalim subatomskim česticama [1]. Nuklearne interakcije predstavljaju niskoenergetski ekstrem kvantne kromodinamike (QCD) gdje je interakcija jaka i najkompliciranija. U nuklearnim reakcijama proučavamo ponašanje nukleona u odnosu na ostale subatomske čestice. Zanimljiv primjer nuklearnih reakcija su upravo teškoionske reakcije. Pri niskim energijama reakcija stvara čitav niz egzotičnih nuklearnih stanja, koja daljnje produbljuju naše znanje nuklearne fizike. Na drugom ekstremu ultrarelativističkih energija omogućuju nam uvid u fundamentalne jake interakcije. Pri nižem ekstremu energija važnima se pokazuju reakcije u kojima dolazi do prijenosa nukleona.

Reakcije prijenosa nukleona su kroz povijest bile vrlo važne u proučavanju strukture nuklearnih jezgara. Posebno su se u stvaranju modela ljusaka koristili rezultati reakcija prijenosa jednog nukleona. Reakcije prijenosa dva nukleona bile su jedan od glavnih pokretača proučavanja korelacija među nukleonima [2, 3]. Relativno nedavno se pokazalo da su reakcije prijenosa mnogo nukleona u teškoionskim sudarima pogodne za stvaranje neutronski bogatih jezgara [4]. Upravo to je potaknulo interes za ovakve reakcije i izgradnju novih modernih uređaja za detekciju teških fragmenata, kao što su npr. magnetski spektrometri nove generacije koji koriste metodu rekonstrukcije putanja. No kako bismo razumjeli koje jezgre ove reakcije proizvode i koja stanja najsnažnije pobuđuju, vrlo je važno razumjeti sam mehanizam tih reakcija. Na energijama bliskim kulonskoj barijeri reakcije prijenosa mnogo nukleona dominiraju ukupnim udarnim presjekom, s kutnim raspodjelama koje imaju vrhunac na kutu okrznuća¹. U dosada proučavanim reakcijama prijenosa mnogo nukleona na energijama iznad kulonske barijere (oko 20% iznad barijere) opaženo je da kanali prijenosa neutrona imaju veći udarni presjek od kanala prijenosa protona [2]. Udarni presjeci kanala u kojima se prenose neutroni opadaju za približno konstantan faktor za svaki sljedeći preneseni neutron. Ovakvo ponašanje može se povezati s mehanizmom u kojem se neutroni prenose nezavisno [3, 5]. Udarni presjeci prijenosa protona ponašali su se drugačije, te je opaženo da udarni presjek (2p) kanala približno jednak onom (1p) kanala [2, 3]. Dakle, doprinos prijenosa koreliranih parova protona igra značajnu ulogu, uz prijenos pojedinačnih nukleona, u ukupnom udarnom presjeku ovih kanala. Ova opažena razlika u ponašanju prijenosa protona i neutrona, može se objasniti upravo preko puno većeg udarnog presjeka za kanale prijenosa neutrona od kanala prijenosa protona, pa doprinos prijenosa koreliranih parova protona značajnije doprinosi ukupnom udarnom presjeku za protone [6, 7, 8].

Nedavno je napravljeno i nekoliko mjerenja na energijama ispod kulonske barijere. Iako su ova mjerenja mnogo zahtjevnija s eksperimentalne strane, niz je pogodnosti koje donose mjerenja u ovom području energija. Konačna raspodjela energija fragmenata nalazi se u energetski užem dozvoljenom području, a energija pobuđenja tih fragmenata blizu je osnovnom stanju (oko O vrijednosti reakcije), te je time smanjen utjecaj mogućih sekundarnih procesa i jednostavniji je opis dinamike sudara. Kako se energija smanjuje, tako se smanjuje i broj otvorenih reakcijskih kanala i njihovog međudjelovanja i vezanja, pa je teorijski opis ovih procesa jednostavniji. U sustavima ⁴⁰Ca +⁹⁶Zr i ⁶⁰Ni +¹²⁶Sn mjerena je funkcija pobuđenja za kanale prijenosa neutrona. Usporedba eksperimentalnih udarnih presjeka sa složenim računima omogućila je izvrijednjavanje efekta prijenosa koreliranog para neutrona. Iako se pokazalo da je u ukupnom udarnom presjeku prijenosa dva neutrona dominantan utjecaj sekvencijalnog prijenosa, velika korelacijska duljina Cooperovog para [9] nukleona bitno doprinosi procesu prijenosa. Jedno od još nerazjašnjenih pitanja je utjecaj koreliranog para protona i neutrona u sudarima teških iona. Posebno nas zanima kanal pobiranja (pn) protona i neutrona koji je manje pod utjecajem sekundarnih procesa. Eksperimentalni podaci za ove kanale iznimno su rijetki.

¹grazing angle (eng.)

Teorija supravodljivosti, a time i tvorba Cooperovog para, u fizici čvrstog stanja, se zasniva na privlačnoj interakciji među parovima elektrona u okolini Fermijeve površine. Iako je izravno elektrostatsko međudjelovanje odbojno, moguće je da ionsko gibanje zasjeni kulonsku interakciju te vodi do privlačenja elektrona. To privlačenje može dovesti do stvaranja vezanog stanja elektrona, odnosno Cooperovog para. Takva vezana stanja, odnosno korelacije, se mogu primjeniti i na parove nukleona.

U ovom radu proučavamo reakciju 92 Mo + 54 Fe. Radi se o "protonski bogatom" sustavu koji je pogodan za proučavanje (+1*pn*) kanala prijenosa. Teorija predviđa da je u kanalima prijenosa nukleona konačna raspodjela masa i naboja simetrična oko jezgre 54 Fe. Na taj način direktnim uspoređivanjem udarnih presjeka kanala pobiranja jednog protona (+1*p*), jednog neutrona (+1*n*) i kanala (+*pn*) možemo naučiti o utjecaju prijenosa proton-neutron para. Funkcija pobuđenja ove reakcije mjerena je na energiji $E({}^{92}$ Mo)_{snopa} = 400 -285 MeV, tj. od kulonske barijere do 30% ispod. Ulazni snop 92 Mo nailazi na izotopski čistu metu 54 Fe u tzv. inverznoj kinematici. Laki (bliski Fe²) fragmenti reakcije se detektiraju pomoću magnetskog spektrometra PRISMA. PRISMA nam omogućuje prepoznavanje različitih nabojnih stanja i mase iona, mjerenje apsolutnog i diferencijalog udarnog pre-sjeka, te raspodjelu ukupnog gubitka kinetičke energije za različite kanale.

U radu su predstavljeni rezultati za (+1n), (+1p), (+1pn) i (+2n) kanale prijenosa, gdje su mjerene funkcije pobuđenja prikazane preko vjerojatnosti prijenosa za ove kanale, te je kroz direktnu usporedbu kanala u kojima se prenosi samo jedan nukleon i kanala u kojima se prenose dva nukleona izvrijednjen faktor pojačanja³ potreban da bi se opisali kanali prijenosa dva neutrona, te protona i neutrona.

²Fe-like (eng.)

³enhancement factor (eng.)

2 Reakcije prijenosa nukleona u sudarima teških iona

Na energijama oko kulonske barijere u sudarima teških iona događaju se brojni procesi. Prilikom sudara teških iona može doći do prijenosa nekoliko kvanata energije i angularnog momenta te mase i naboja. Upravo u ovom području energija se može opisati mehanizam prijelaza iz kvazi-elastičnog područja, sve do duboko-neelastičnog i fuzije. Fuzija opisuje spajanje jezgri u jednu složeniju jezgru. Prilikom fuzije nastaje nova jezgra visoke energije pobuđenja i angularnog momenta [10], koja se relaksira sekundarnim procesima, evaporacijom nukleona i elektromagnetskog zračenja i/ili fisijom. Najveća vjerojatnost za fuziju je pri centralnim sudarima (malom parametru sudara b) jezgara, a najveći udarni presjek fuzije je pri prednjim kutevima. Reakcije prijenosa odlikuju se većim parametrom sudara, gdje dolazi do prijenosa jednog, dva ili više nuklona, a udarni presjek je najveći na kutu okrznuća. Najperiferniji sudar koji se događa pri velikom ulaznom parametru je elastični sudar, u kojem jezgre čuvaju identitet. Između fuzije i kvazielastičnih reakcija smještene su rekacije u kojima se prenosi jako puno nukleona I događaju se veliki gubitci energije, tzv. duboko neelastični sudari. Na slici (1) shematski je prikazana raspodjela udarnih presjeka u ovisnosti o parametru sudara za energije iznad kulonske barijere (lijevo) i ispod kulonske barijere (desno), gdje je opazeno snažno preklapanje svih ovih procesa.



Slika 1: Ovisnost udarnog presjeka o redu u razvoju po parcijalnim valovima za energije iznad (a) i ispod (b) kulonske barijere. Manjim parametrima sudara *b* odgovara niži red parcijalnog vala *l*.

Reakcije sa teškim ionima omogućuju proučavanje prijenosa pojedinačnih nukleona, te prijenosa jednog ili više parova nukleona. Upravo su prijenosi nukleona u parovima pogodni za proučavanje nukleon-nukleon korelacija. Kako bi se postigla bolja razlučivost u detekciji teških iona konstruirani su maseni spektrometri velikog prostornog kuta koji su bazirani na rekonstrukciji putanje. Velika efikasnost ovih detektora omogućuje detekciju i slabih kanala koji su povezani sa jezgrama daleko od doline stabilnosti [3] ili za mjerenja ispod kulonske barijere gdje je udarni presjek mali. Vezanje spektrometara s γ -detektorima omogućuje bolju razlučivost u energiji, te time i detekciju raspodjele udarnog presjeka kanala prijenosa po pobuđenim stanjima konačnih jezgara.

U opisima dinamike sudara često se koristimo polu-klasičnim modelima, gdje relativno gibanje opisujemo klasično, a sami prijenos nukleona kvantno-mehanički. Ti modeli predviđaju raspodjelu udarnih presjeka po različitim kanalima reakcije. Posebno je uspješan u tome model GRAZING, čiji se rezultati dobro slažu s eksperimentalnima [3, 5, 10, 11].

2.1 Tehnike detekcije produkata teško-ionskih reakcija prijenosa

Postoje mnoge tehnike za detekciju jezgara nastalih u reakcijama prijenosa. Ovdje ćemo se skoncentrirati na upotrebu magnetskih spektrometara koji omogućuju potpunu identifikaciju nuklearnog naboja, mase i energije konačnih produkata reakcije, te određivanje diferencijalnog i ukupnog udarnog presjeka. U reakciji opisanoj u ovom radu koristi se tzv. inverzna kinematika kako bismo za istu energiju (u %) iznad kulonske barijere imali veću energiju iona željeza što nam daje bolju razlučivost u omjeru energije i masenog broja (E/A). Primjer raspodjele mase i naboja prikazana je na slici (2). Radi se o reakciji ⁴⁰Ca +²⁰⁸Pb [3], te se jasno vidi identifikacija produkata prijenosa. Produkti reakcije prijenosa su identificirani pomoću spektrometra baziranog na vremenu preleta⁴. Takvi spektrometri masu određuju koristeći vrijeme preleta između ulaznog detektora i detektora u fokalnoj ravnini, te mjerenu energiju iona.

Na slici (2) se jasno vidi veća koncentracija jezgara sa lijeve strane crte koja koja pokazuje nabojnu ravnotežu (tj. položaj N/Z omjera) složene jezgre. To ukazuje na postojanje direktnog mehanizma koji opisuje reakcije prijenosa. U ovom radu koristili smo PRISMA spektrometar. PRISMA se sastoji od jednostavnijih magnetskih elemenata (dipol + kvadrupol) te koristi princip rekonstrukcije putanje događaj po događaj. Pri tome osim informacije o vremenu preleta koristi i preciznu informaciju o položaju čestice na ulasku u spektrometar i u fokalnu ravninu. Korištenje metode rekonstrukcije putanje omogućilo je i bitno povećanje prostornog kuta, skoro za red veličine u odnosu na prijašnje spektrometre bazirane na vremenu preleta. Prostorni kut PRISME je oko 100 msr.

⁴time-of-flight spectrometer (eng.)



Slika 2: Raspodjela mase i naboja za produkte u reakciji prijenosa ⁴⁰Ca +²⁰⁸Pb pri $E_{lab} = 235$ MeV i kutu okrznuća $\theta = 84^{\circ}$. Iscrtkane linije odgovaraju ogoljevanju protona (ΔZ) te sabiranju neutrona (ΔN). Puna linija odgovara omjeru N/Z složenih jezgri [3].

2.2 Teorija reakcija prijenosa

2.2.1 Prijenos jednog nukleona

Za opis teško-ionskih reakcija koristimo polu-klasične modele što nam je omogućeno zbog relativno malene valne duljine čestica ulaznog snopa. U formalizmu vezanih kanala, ukupnu valnu funkciju $|\Psi\rangle$ možemo prikazati pomoću ansatza [3]

$$|\Psi\rangle = \sum_{\beta} \frac{u_{\beta}(r_{\beta})}{r_{\beta}} |\psi_{\beta}\rangle, \qquad (1)$$

gdje $|\psi_{\beta}\rangle$ opisuje intrinzične stupnjeve slobode kanala, a $u_{\beta}(r_{\beta})$ radijalni dio valne funkcije. Uvrštavanjem u vremenski-neovisnu Schrödingerovu jednadžbu

$$[H_0 + V] |\Psi\rangle = E |\Psi\rangle, \tag{2}$$

dobivamo diferencijalnu jednadžbu za radijalni dio valne funkcije $u_{\beta}(r_{\beta})$. Hamiltonijan $H_0 = H_b + H_B + T_{bB}$, sadrži intrinzična stanja iona H_b i H_B , te dio koji odgovara relativnom gibanju T_{bB} . Radijalni dio valne funkcije mora iščevazati u ishodištu $u_{\beta}(r_{\beta} = 0)$ kako bi izbjegli singularitete u valnoj funkciji, te ukupna valna funkcija mora zadovoljavati formu ulaznog i izlaznog vala u asimptotskom ponašanju. U račun nismo uzimali u obzir vezanje angularnog momenta, a pokazuje se da možemo zanemariti i neortogonalnost $|\Psi\rangle$ [3]. Iako pomoću rješenja jednadže (2) možemo izračunati amplitude pojedinih kanala u praksi se koristi pristup dobiven vremeski ovisnim računom smetnje. U polu-klasičnoj aproksimaciji ukupnu valnu funkciju možemo prikazati kao

$$\Psi(t) = \sum_{\beta} c_{\beta}(t) \psi_{\beta} e^{-i(E_{\beta}t + \delta_{\beta}(t))/\hbar},$$
(3)

gdje je $c_{\beta}(t)$ vremenski ovisan koeficijent u razvoju stanja, ψ_{β} svojstvena funkcija stacionarnog stanja za kanal β , a δ_{β} smo uključili da opišemo relativno gibanje dva iona. Vrijedi

$$\delta_{\beta}(t) = \int^{t} L_{\beta}(t) dt, \qquad (4)$$

gdje je $L_{\beta}(t)$ Lagrangian koji opisuje relativno gibanje. Uvrštavanjem relacije (3) u vremenski ovisnu Schrödingerovu jednadžbu

$$\frac{\partial \Psi(t)}{\partial t} = [H_0 + V]\Psi(t), \tag{5}$$

dobivamo vezani sustav diferencijalnih jednadžbi za $c_{\beta}(t)$

$$\frac{d}{dt}c_{\beta}(t) = \frac{i}{\hbar} \sum_{\gamma} \left\langle \omega_{\beta} \right| (V_{\gamma} - U_{\gamma}) \left| \psi_{\gamma} \right\rangle c_{\gamma}(t) e^{-i[(E_{\gamma} - E_{\beta})t - (\delta_{\gamma}(t) - \delta_{\beta}(t))]/\hbar}, \tag{6}$$

uz rubni uvjet $c_{\beta}(t = -\infty) = \delta_{\alpha\beta}$ što odgovara činjenici da se kanal β poklapa sa ulaznim kanalom α . Vektori $|\omega_{\gamma}\rangle$ čine dualnu bazu koja rješava problem neortogonalnosti baze. Klasični pristup je u tome što vremensku ovisnost matričnih elemenata dobivamo rješevanjem Newtonovih jednadžbi gibanja za ione u nuklearnom potencijalu U_{γ} i kulonskom potencijalu V_{γ} . U principu kvadrat apsolutne vrijednosti koeficijenata $c_{\beta}(t)$ daje vjerojatnost prijelaza iz jednog kanala u drugi. Daljnje aproksimacije se sastoje od toga da kod reakcija prijenosa matrični elementi u izrazu (6) su nelokalne funkcije koordinata centra mase dvaju kanala⁵ odnosno

$$\left\langle \omega_{\beta} \middle| (V_{\gamma} - U_{\gamma}) \middle| \psi_{\gamma} \right\rangle = f_{\beta\gamma}(\vec{\kappa}, \vec{r}), \tag{7}$$

gdje su r_{β} i r_{γ} udaljenosti centra mase u kanalima β i γ . Iz form-faktora možemo izdvojiti ovisnost o prijenosu impulsa \vec{k} kao fazni faktor

$$f_{\beta\gamma}(\vec{\kappa},\vec{r}) \approx e^{i\sigma_{\beta\gamma}t} f_{\beta\gamma}(0,\vec{r}), \tag{8}$$

gdje je

$$\sigma_{\beta\gamma} \approx \frac{1}{\hbar} \frac{m_d}{m_b + m_B} \dot{r}(t) (R_B m_c - R_b m_C), \tag{9}$$

⁵recoil effect (eng.)

 m_d je masa prenešene čestice, a $\dot{r}(t)$ radijalna brzina čestice. Pri velikim udaljenostima za form-faktor možemo pisati

$$f_{\beta\gamma}(0,r) \approx \frac{1}{\kappa_{a_1'}r} e^{-\kappa_{a_1'}r}.$$
 (10)

Koeficijent $\kappa_{a'_1}$ sadrži energiju vezanja jednočestičnog stanja koje sudjeluje u prijelazu. Za neelastična pobuđenja možemo koristiti makroskopsku aproksimaciju koja nam omogućuje da radijalni dio form faktora zapišemo kao [3]

$$f_{\lambda}^{inel}(r) = \beta_{\lambda} \frac{\partial U(r)}{\partial r},\tag{11}$$

 β_{λ} je parametar deformacije, a U(r) usrednjeni potencijal u ulaznom i izlaznom kanalu. Za određivanje vjerojatnosti prijelaza iz kanala α u kanal β ne moramo eksplicitno rješavati sustav (6) već možemo iskoristiti prvu Bornovu aproksimaciju. Za ulazni parcijalni val l, vjerojatnosti možemo dobiti integriranjem (6) uz uvrštavanje izraza za form-faktore prijelaza u polu-klasičnoj aproksimaciji (10) te računanja $|c_{\beta}(t)|^2$. Upotrebom paraboličke aproksimacije za putanju oko točaka obrata vjerojatnost prijelaza možemo napisati u obliku [3]

$$P_{\beta\alpha} = \sqrt{\frac{1}{16\pi\hbar^2 |\ddot{r}_0| \kappa_{a_1'}}} |f_{\beta\alpha}(0, r_0)|^2 g(Q_{\beta\alpha}), \tag{12}$$

gdje je \ddot{r}_0 radijalna akceleracija pri najmanjoj udaljenosti za kulonsku putanju⁶ r_0 za parcijalni val pri kutu okrznuća. Adijabatska *cut-off* funkcija g(Q) je definirana kao

$$g(Q) = \exp\left(-\frac{(Q - Q_{opt})^2}{\hbar^2 \ddot{r_0} \kappa_{a'_1}}\right),\tag{13}$$

a optimalna Q vrijednost je dana s

$$Q_{opt} = \left(\frac{Z_d}{Z_A} - \frac{Z_d}{Z_b}\right) E_B + \left(\frac{m_d}{m_b} - \frac{m_d}{m_a}\right) (E - E_B) + \frac{m_d \ddot{r_0}}{m_a + m_A} (R_A m_b - R_a M_B), \quad (14)$$

gdje je E_B energija kulonske barijere, a m_d i Z_d masa odnosno naboj prenešene čestice. Iz definicije funkcije g(Q) u jednadžbi (13) vidimo da je ona maksimalna za optimalnu Q-vrijednost, te definira vjerojatnost prijelaza iz jednog kanala u drugi. Na slici (3) za reakciju ⁵⁸Ni +²⁰⁸Pb prikazana je funkcija g(Q) u ovisnosti o Q-vrijednosti. Crvenom linijom je prikazan mogući interval svih prijelaza. Jasno se vidi da su iz razmatranja optimalnih Q-vrijednosti jedino moguće reakcije ogoljevanja protona⁷ (-1p) i (-2p) te reakcije sabiranja neutrona⁸ (+1n) i (+2n).

⁶distance of closest approach, (eng.)

⁷proton stripping (eng.)

⁸neutron pick-up (eng.)



Slika 3: Prikaz ovisnosti adijabatske *cut-off* funkcije o Q-vrijednosti za reakciju ⁵⁸Ni +²⁰⁸Pb. Crvenom linijom su prikazani svi mogući prijalazi u reakciji. Jasno se vidi da su jedino moguće reakcije u kojima dolazi do ogoljevanja protona i sabiranja neutrona [3].

2.2.2 Prijenos mnogo nukleona

Kako bi prikazali eksperimentalne podatke prijenosa mnogo nukleona uvodimo vjerojatnost prijenosa P_{tr}^{9} kao omjer udarnog presjeka prijenosa i onoga koji odgovara Rutherfordovom raspršenju [5]

$$P_{tr} = \frac{d\sigma_{tr}}{d\sigma_{Ruth}},\tag{15}$$

te prikažemo u ovisnosti o najmanjoj udaljenosti D za putanju kod kulonskog raspršenja. Definiramo ju kao

$$D = \frac{Z_a Z_A e^2}{2E_{CM}} \left(1 + \frac{1}{\sin(\theta_{CM}/2)} \right),\tag{16}$$

gdje su E_{CM} i θ_{CM} energija odnosno kut u sustavu centra mase. Prikaz pomoću P_{tr} je zanimljiv budući da na istom grafu možemo prikazati i rezultate funkcija

⁹transfer probability (eng.)



Slika 4: Prikazana je ovisnost vjerojatnosti prijenosa P_{tr} kao funkcija najmanje udaljenosti D kod reakcije 96 Zr + 40 Ca za kanale u kojima se prenose neutroni. Prikazani su +1*n* kanal (puni krugovi), +2*n* kanal (prazni krugovi), +3*n* kanal (puni trokutovi) te +4*n* kanal (prazni trokutovi) [5].

pobuđenja i kutnih raspodjela. Vjerojatnosti prijenosa (P_{tr}) su dobro opisane eksponencijalnom funkcijom. Točnije relacija glasi [3]

$$P_{tr}(\theta) \approx e^{-2\kappa D},\tag{17}$$

gdje je parametar κ definiran kao

$$\kappa = \sqrt{\frac{2\mu B}{\hbar^2}},\tag{18}$$

gdje je *B* energija vezanja prenešenog nukleona za jezgru, a μ reducirana masa. Na slici (4) prikazana je ovisnost vjerojatnosti prijenosa (P_{tr}) o najmanjoj udaljenosti (*D*) za reakciju ⁹⁶Zr +⁴⁰Ca (za detalje pogledati [5]). U slučaju nezavisnog prijenosa neutrona očekuje se da je vjerojatnost prijenosa dva neutrona jednaka produktu vjerojatnosti prijenosa jednog neutrona, tj. $P_{2n} = P_{1n} \times P_{1n} = P_{1n}^2$. Da bi se dobro opisali eksperimentalni rezultati za kanale prijenosa više od jednog neutrona morali su se uvesi i faktori pojačanja. Dobar opis za (+2*n*) i (+3*n*) kanale možemo dobiti kao $P_{2n} = 3(P_{1n})^2$ i $P_{3n} = 3(P_{1n})^3$, dakle uz faktor pojačanja 3. Uvođenje faktora pojačanja govori nam o važnosti korelacija, tj. da je mjereni udarni presjek za kanale prijenosa više od jednog neutrona veći nego što se očekuje za nezavisni prijenos neutrona.

2.2.3 GRAZING kod

Kod GRAZING [12] se bazira na polu-klasičnom modelu koji je razvio A. Winther [13, 14] a opisuje neelastično raspršenje i reakcije prijenosa nukleona u sudarima teških iona pri kutu okrznuća. Model tretira dvije jezgre kao ansambl nezavisnih nukleona koji vibriraju oko njihovih ravnotežnih sferičnih oblika, a stupnjevi slobode im se sastoje od površinskih vibracija i jednočestičnih stupnjeva slobode [3]. Dva iona interagiraju preko kulonskog i nuklearnog potencijala (za kojeg se koristi parametrizacija slična Wood-Saxon¹⁰ parametrizaciji) i mogu izmjenjivati nukleone. Neelastične i reakcije prijenosa se tretiraju nezavisno, dok se višestruke reakcije prijenosa tretiraju sekvencijalno. GRAZING računa raspodjelu ukupnog udarnog presjeka reakcije na različite izlazne kanale, od elastičnog i neelastičnog kanala, preko kanala prijenosa (masena raspodjela različita od masene raspodjele ulaznog kanala), do fuzije. GRAZING model je uspješno uspoređen sa nizom eksperimentalnih podataka [3, 10, 11, 15] od kojih je primjer reakcija 58 Ni + 124 Sn [3], kao i reakcija 60 Ni + 116 Sn [16]. Na slici (5) je prikazana usporedba eksperimentalnih rezultata sa GRAZING modelom. Vidimo dobro slaganje sa eksperimentalnim rezultatima.

3 Eksperimentalni postav

Rad magnetskog spektrometra se bazira na usmjeravanju nabijenih čestica koristeći magnetska polja. Omogućuju nam identifikaciju produkata reakcije u masi (A) i naboju (Z), te su jedan od najvažnijih alata u modernoj nuklearnoj fizici. Postoji više tipova masenih spektrometara. Q3D spektrometri koji se uglavnom koriste za pročavanje lakših iona, te TOF¹¹ i *tracking* spektrometri koji se koriste za proučavanje teškoionskih reakcija. Ovaj posljednji tip odlikuje veliki prostorni kut (\approx 100 msr) te složeni detektori velike površine koji omogućuju određivanje položaja čestice na ulasku u spektrometar i u fokalnoj ravnini, te time i praćenje

$$V(r) = -\frac{V_0}{1 + e^{\frac{r-R}{a}}},$$
(19)

gdje je $R = r_0 A^{1/3}$, a A je maseni broj.

¹¹time of flight (eng.)

¹⁰Wood-Saxon potencijal nastoji opisati srednju silu koja djeluje na nukleone u sklopu modela ljusaka. Možemo ga prikazati pomoću



Slika 5: Slika prikazuje usporedbu mjerenih kutnih raspodjela u sustavu centra masa za ⁵⁸Ni i ¹²⁴Sn s modelom GRAZING. Redom s lijeva na desno prikazani su elastični + neelastični kanal, pobiranja jednog neutrona, ogoljavanja jednog protona, te kanali prijenosa mnogo neutrona za energije napisane iznad odgovarajućih linija [3].

putanje iona kroz spektrometar. Tri trenutno aktivna magnetska spektrometra velikog prostornog kuta za proučavanje reakcija prijenosa nukleona su: PRISMA, VAMOS i MAGNEX [17].

3.1 PRISMA maseni spektrometar

PRISMA je magnetski spektrometar koji se nalazi u kompleksu LNL¹², a konstruiran je za prepoznavanje jezgara nastalih u teškoionskim reakcijama pri energijama E_{lab} =5-20 MeV/A koje su prethodno ubrzane u LNL akceleratorskom kompleksu.

Poput ostalih magnetskih spektrometara osnovni princip PRISMA-e je zakretanje nabijenih čestica Lorentzovom silom koju osjeća nabijena čestica dok se giba u elektromagnestkom polju. Slika eksperimentalnog postava je prikazana na slici (6), dok se shematski prikaz nalazi na slici (7).

Crtkana linija na slici (7) predstavlja optičku os. Koordinate spektrometra možemo označiti u Kartezijevom koordinatnom sustavu kao (x, y, z) ili pomoću kuteva (θ, ϕ) , kao što je prikazano na slici (8).

Na slici (7) vidimo da se PRISMA detektor sastoji od dva optička elementa. To su dipolni i kvadrupolni magneti. Dipolni magnet služi skretanju snopa prema fokalnoj ravnini, a kvadrupolni magnet služi za fokusiranje snopa u ravninu re-

¹²Laboratori Nazionali di Legnaro (tal.)



Slika 6: PRISMA spektrometar [19].



Slika 7: Pogled "odozgo" na PRISMA spektrometar. Prikazani su pojedini detektori te veličine koje mjere [18].

akcije. Na slici su još prikazani i detektori: MCP¹³, MWPPAC¹⁴, te ionizacijska komora (IC¹⁵). Pomoću MWPPAC i MCP detektora mjerimo položaj iona u trenutku detekcije, te vrijeme preleta (TOF), koje se određuje kao razlika registriranih vremena na ova dva detektora, $TOF = t_{MCP} - t_{MWPPAC}$. Ionizacijska komora služi za određivanje gubitka energije ΔE kao i ukupne kinetičke energije iona *E*. Iz izmjerenih podataka moguće je u potpunosti rekonstruirati putanju iona. Iz tih podataka možemo odrediti:

- atomski broj iona Z
- maseni broj A
- nabojno stanje q

¹³Micro Channel Plate (eng.)

¹⁴Multiwire Parralel-Plate Avalanche Counters (eng.)

¹⁵Ionisation Chamber (eng.)



Slika 8: Koordinate u sustavu PRISMA detektora. Točka (x_0, y_0, z_0) se može parametrizirati pomoću Kartezijevih koordinata ili polarnih (θ, ϕ) . Plavom linijom je prikazan ulazni snop čestica [18].

• vektor brzine \vec{v} .

Spektrometar PRISMA se odlikuje sljedećim karakteristikama [2, 17]:

- veliki prostorni kut od 100 msr, koji odgovara prihvatljivosti od $\Delta \theta = 12^{\circ}$ u horizontalnoj i $\Delta \phi = 22^{\circ}$ u vertikalnoj ravnini
- rad s teškim ionima u rasponu 30<A<200 koje mjeri s rezolucijom 1/300 dobivenih iz mjerenja vremena preleta (TOF)
- rezolucija u naboju (Z) od 1/60
- razlučivost u energiji 1/1000 nakon rekonstrukcije TOF-a
- mogućnost bilježenja događaja frekvencijom 100 kHz.

3.1.1 Detektor mikrokanalnih pločica (MCP)

MCP [20] je ulazni detektor na koji snop ioniziranih čestica prvo nailazi. Daje nam informacije o vremenu, te položaju X (duž disperzijske ravnine) i Y. Na slici (9) je prikazan MCP detektor s pripadajućom shemom.

Produkti reakcije dolaze na ugljikovu foliju (20 $\mu g/cm^2$) nabijenu na visoki negativni napon gdje izbijaju sekundarne elektrone, koji se kombinacijom napona



Slika 9: MCP detektor s odgovarajućom shemom [18]. Detaljnije u tekstu.

ubrzavaju prema MCP detektoru. Nastala količina naboja prikuplja se položajno osjetljivim anodama što nam uz dobro podešenu "liniju kašnjenja" [20] daje x_{MCP} i y_{MCP} položaj iona. Preciznost u položaju je ≈ 1 mm.

3.1.2 Optički elementi

Optički sustav spektrometra se sastoji od kvadrupolnog singleta koji zakreće ione na vertikalnoj osi u disperzijsku ravninu i dipolnog magneta koji savija putanje u ovisnsti o omjeru impulsa i naboja iona (p/q).

Kvadrupolni singlet se nalazi 50 cm od mete, fokusira vertikalni (Y) smjer i defokusira horizontalni (X) smjer.

Dipolni magnet se nalazi 60 cm od izlaza iz kvadrupola. Ima jednoliko polje te kut skretanja od 60° za centralnu putanju. Efekti rubnih polja na krajevima magneta su dovoljno maleni u odnosu na unutarnje jednoliko polje magneta. Nakon magneta ioni idu u MWPPAC.

3.1.3 Mnogožičana proporcionalna komora (MWPPAC)



(a) Slika MWPPAC detektora.



(b) Shematski prikaz MWPPAC detektora.

Slika 10: MWPPAC detektor [2].

MWPPAC [21] je mnogožičana proporcionalna komora koja se sastoji od gusto poredanih detektorskih žica. Prikaz detektora je dan na slici (10a) dok je shematski prikaz detektora dan na slici (10b). Mreža MWPPAC detektora je podjeljena u 10 sekcija na horizontalnoj ravnini s efektivnom površinom fokalne ravnine od $100 \times 13 \text{ cm}^2$. Detektor se sastoji od tri elektrode: visokonaponske katode (za određivanje vremena preleta), te dvije uzemljene anode koje nam daju X i Y položaj, te su međusobno simetrično postavljene. Na horizontalnoj osi svaka sekcija ima 100 žica koje su raspoređene na 100 mm sa razmakom od 1 mm uz razlučivost $\approx 1 \text{ mm}$. Vertikalna os se sastoji od jedne sekcije duž cijele duljine sa razmakom od 1 mm. Žice za vertikalnu ravninu su međusobno sparene, tako da je vertikalna rezolucija položaja 2 mm, no ona nam nije presudna za rekonstrukciju putanje čestice. Vrijeme preleta (TOF) određujemo kao razliku signala na MWPPAC i MCP detektoru (koji je zakašnjen).

3.1.4 Ionizacijska komora

Ionizacijska komora (IC) se koristi za mjerenje ukupne kinetičke energije iona (kada je čestica zaustavljena) kao i gubitak energije za vrijeme gibanja iona kroz plin. Po definiciji to bi bio detektor koji radi u proporcionalnom modu, mod (II) na slici (11). Tada su svi stvoreni parovi ion-elekton prikupljeni i daljnje povećanje napona ne pokazuje nikakav doprinos broju prikupljenih elektrona.



Slika 11: Prikupljeni broj iona u odnosu na primjenjeni napon na katodi za plinovite ionizacijske detektore. Rimskim brojevima su označeni pojedini modovi rada [22].

Podijeljena je na 10 jednakih sekcija na horizontalnoj osi kao i 4 sekcije u dubini

detektora. Ionizacijska komora je ispunjena plinom, najčešće CH₄ ili CF₄. Unutar komore nastaju parovi ion-elektron koji se zatim prikupljaju razlikom napona između katode i anode, a broj takvih parova je proporcionalan energiji čestice. Podjela na sekcije po dubini detektora omogućuje nam pronalaženje ovisnosi između gubitka energije u pojedinom segmentu ΔE naspram ukupnom gubitku energije E. Postoje i takozvane rubne sekcije¹⁶ od kojih se signal ne ubraja u ukupni rezultat, budući da za ione koji dospiju do njih nemamo ukupnu kinetičku energiju, tj. čestica nije zaustavljena u ionizacijskoj komori.

¹⁶side veto sections (eng.)

4 Reakcija ⁹²Mo +⁵⁴Fe

U ovom radu proučavamo reakciju ⁹²Mo +⁵⁴Fe. Mjerena je funkcija pobuđenja u rasponu energija $E_{snop}({}^{92}Mo) = 400 - 285$ MeV. Snop ⁹²Mo je ubrzan akceleratorom ALPI na metu ⁵⁴Fe površinske gustoće 100 $\mu g/cm^2$. Raspršene izotope željeza detektiramo u spektrometru PRISMA pri kutu $\theta_{lab} = 22^\circ$, što odgovara $\theta_{c.m.} \approx 136^\circ$. Spektrometar omogućuje potpunu identifikaciju mase (*A*), nuklearnog naboja (*Z*), te raspodjelu energija produkata reakcije. Nuklearni naboj (*Z*) možemo dobiti koristeći gubitak energije ΔE i ukupnu energiju *E* u ionizacijskoj komori. Masu (*A*) određujemo preko rekonstrukcije putanje raspršenih iona kroz magnetske optičke elemente te vremena preleta (TOF) i ukupne energije. Karakteristike reakcije se nalaze u tablici (1).

Reakcija	92 Mo + 54 Fe
Projektil	⁹² Mo pri <i>E</i> _{<i>lab</i>} =400 - 285 MeV
PRISMA kutevi	$\theta_{lab} = 22^{\circ}$
Struja snopa	2.5 pnA
Površinska gustoća mete	$100 \ \mu g/cm^2$
Meta	⁵⁴ Fe

Tablica 1: Osnovne karakterstike reakcije.

Kulonska barijera reakcije je 356.5 MeV. U poglavlju (4.2) se nalazi analiza podataka za energiju 370 MeV koja je iznad kulonove barijere, dok je u poglavlju (4.3) iznesena analiza podataka za energiju 354 MeV koja se nalazi tik ispod barijere.

Na slici (12) su prikazani teorijski izračunati spektri udarnih presjeka različitih nuklida, prije (12a) i poslije (12b) evaporacije neutrona. Jasno se vidi nuklearno područje koje možemo obuhvatiti reakcijom 92 Mo + 54 Fe, te posebno zanimljivi udarni presjeci za (±*pn*) kanale. Radi se o protonski-bogatom sustavu koji je pogodan za proučavanje korelacija između protonsko-neutronskog para.



Slika 12: Nuklearno područje populirano reakcijom 92 Mo + 54 Fe. Prikazani su udarni presjeci za različite vrijednosti broja protona Z i broja neutrona N. Rezultati su dobiveni GRAZING kodom.

4.1 Obrada mjerenja

4.1.1 Monitori

Monitori su silicijski detektori koji nam pomažu u praćenju stabilnosti energije ulaznog snopa. Elektronički lanac spojen na monitore daje ukupno 3 signala, od kojih nam se prva dva odnose na energiju, a treći je vremenski signal. Pomoću energijskih signala monitora, u principu, možemo izmjeriti elastično raspršenje ako su monitori postavljeni na kut na kojem dominira elastično raspršenje. Na slici (13) su prikazani energijski signali za dva postavljena detektora.

4.1.2 Kalibracija položaja MCP detektora

Kalibracija položaja MCP detektora znači pridruživanje stvarnog položaja odnosno (x, y) koordinata različitim kanalima detektora (u principu nemaju fizikalnu veličinu). Primjer MCP spektra prije kalibracije i nakon kalibracije dan je na slikama (14a) odnosno (14b). Sa slika lako uočavamo da je kalibrirani spektar zarotiran. U obzir su uzeti samo događaji koji su međusobno u koincidenciji na MCP i MWPPAC detektorima. To je važno jer u sudaru nastaje i niz neželjenih produkata kao što su npr. raspršeni elektroni, međutim ako u obzir uzimamo samo koincidentne događaje oni nam neće predstavljati problem. Također spektar se



Slika 13: Energijski spektar sa monitora prikazan u logaritamskoj skali. Strelicom je označen vrh koji odgovara elastično raspršenim ionima željeza. Na *x*-osi je naveden broj kanala koji je proporcionalan energiji.

mora kalibrirati na način da u daljnji račun uđu samo željeni događaji¹⁷. Na MCP spektru možemo uočiti i određene defekte, to su *tzv.* ponavljanja koja se događaju zbog velikog broja događaja (Imamo istu sliku spektra samo umanjenu). Križ koji vidimo na spektru odgovara masci koja se nalazi 1 cm od karbonske folije koja se koristi za kalibraciju x_{MCP} i y_{MCP} položaja. Također se za kalibraciju položaja koriste dvije sjene magnetskih proba koje su na slici (14b) lako uočljive kao dva vrha u donjem lijevom kutu.



Slika 14: Prikaz spektra MCP detektora u koincidenciji.

¹⁷upravo zbog toga imamo izrezan dio spektra sa slike (14a).

4.1.3 MWPPAC kalibracija položaja

O MWPPAC detektoru već je bilo riječi u prethodnom poglavlju. Sastoji se od 10 segmenata od kojih svaki daje 6 signala:

- dva za horizontalni položaj (lijevo, desno)
- dva za vertikalni položaj (gore, dolje)
- signal katode
- vremenski signal za konstrukciju TOF-a.

Horizontalni položaj zatim računamo kao

$$x_{PPAC} = desno - lijevo.$$
(20)

Za kalibraciju položaja x_{PPAC} se koristimo signalom sa sredine svakog od 10 segmenata detektora. Izlazni kanali središnjih žica su zajedno spojeni u jedan kanal pa imamo dvostruki signal kojeg lako možemo prepoznati u spektru kao na slici (15), te iz toga dobro pomjerimo spektar u svakom od segmenata. Bitno je napomenuti da MWPPAC detektor ima jako dobru rezoluciju položaja u kojoj zasebno možemo prepoznati svaku žicu. U slučaju da signal nije dovoljno jak, za rekonstrukciju signala se mogu koristiti i signali katode. Jednom kada dobro posložimo svaki od segmenata oni se zbroje točno u metar fokalne duljine kako je prikazano na slici (15b). Položaj odgovara stvarnom položaju unutar fokalne ravnine.



(a) Spektar položaja jednog segmenta.



(b) Kalibrirani spektar u kojem su dodani svi segmenti.

Slika 15: Maksimumi koje uočavamo su upravo vrhovi koje smo koristili kod kalibracije, tj. transformacije kanala u mm.

Vertikalni položaj nam služi kako bi provjerili planarnost putanje.

4.1.4 Kalibracija vremena preleta

Vrijeme preleta računamo kao razliku vremena koja su zabilježena na MCP i MWPPAC detektorima (pri čemu je glavni okidač bio katoda sa MWPPAC) u što još treba uračunati da je signal namjerno zakašnjen (zakašnjeni signal je sa MCP-a, odnosno STOP signal) pa imamo:

$$TOF = t_{MCP} - t_{MWPPAC} - \Delta t, \qquad (21)$$

gdje nam je Δt zakašnjenje signala. Prilikom kalibracije promatramo graf gdje



Slika 16: Graf prikazuje ovisnost vremena preleta (TOF) o položaju na fokalnoj ravnini x_{PPAC} . Označeni su dijelovi spektra koji odgovaraju molibdenu i željezu. Zbog velikog broja događaja vidimo ponavljanja signala.

se na y-osi nalazi vrijeme preleta (TOF), a na x-osi položaj na fokalnoj ravnini x_{PPAC} , kao na slici (16a). Kalibracija podrazumijeva namještanje kako bi se signali različitih segmenata detektora međusobno poklopili, te pretvaranje vremenske skale u nanosekunde (*ns*). Na slici kalibriranog spektra (16b) uočavamo dva jaka signala od kojih jedan odgovara ionima sličnim molibdenu, a drugi ionima sličnim željezu. Pomak signala različitih atomskih vrsta se objašnjava ovisnošću putanje o magnetskoj rigidnosti¹⁸, odnosno:

$$x_{PPAC} \approx B\rho. \tag{22}$$

Dakle, ioni veće rigidnosti (impulsa) će biti više zakrenuti u odnosu na ione manje rigidnosti. Na slici (17) se nalazi projekcija vremena preleta. Oštar nagib do

¹⁸magnetic rigidity (eng.)

maksimuma upravo odgovara elastičnim raspršenjima budući da je njihovo vrijeme preleta najkraće (tijekom elastičnog sudara sačuvana je kinetička energija iona). Rep projiciranog spektra odgovara neelastičnim raspršenjima i rekacijama prijenosa.



Slika 17: Projekcija vremenskog spektra. Jasno se uočava veliki nagib koji odgovara elastičnom raspršenju nakon kojeg slijedi blaži pad koji odgovara neelastičnom.

4.1.5 Kalibracija ionizacijske komore

Ionizacijska komora kao što je već spomenuto je podjeljena na ukupno 40 segmenata kao što je prikazano na slici (18). Na slici su također jasno istaknuti sivo obojeni stupci koji se oduzimaju od ukupnog signala budući da čestici toliko zakrivljene putanje ne možemo dobro odrediti energiju. Duž fokalne ravnine ionizacijska komora je podjeljena na 4 sekcije u dubinu (a,b,c,d sa slike 18) te možemo dobiti podatke o gubitku energije iona u svakoj od njih. Tlak plina u komori namještamo kako bi dobili što bolju razlučivost u nabojnom broju Z, no i kako bi u potpunosti zaustavili ione. Ukupni gubitak energije izračunamo integriranjem *Braggove krivulje* po svakoj pojedinoj sekciji komore.



Slika 18: Prikaz segmentacije ionizacijske komore uz daljnje objašnjenje u tekstu [2].

4.2 Analiza podataka za $E_{lab} = 370$ MeV

4.2.1 Identifikacija nuklearnog naboja Z

Za određivanje nuklearnog naboja koristi se informacija o gubitku energije u pojedinim segmentima ionizacijske komore. To nam omogućuje tzv. *Bethe-Bloch jednadžba* koja glasi [22]

$$-\frac{dE}{dx} = 2\pi N_a r_e^2 m_e c^2 \rho \frac{Z}{A} \frac{z^2}{\beta^2} \left[\ln\left(\frac{2m_e \gamma^2 v^2 W_{max}}{I^2}\right) - 2\beta^2 \right], \tag{23}$$

gdje je r_e klasični polumjer elektrona (2.817 × 10⁻¹³ cm), m_e masa elektrona, N_a Avogadrov broj, *I* srednji potencijal pobude¹⁹, *Z* atomski broj apsorbirajućeg materijala, *A* atomska težina apsorbirajućeg materijala, ρ gustoća apsorbirajućeg materijala, *z* naboj upadne čestice u jedinicama elementarnog naboja *e*, W_{max}^{20} je maksimalni transfer energije u jednom sudaru, a γ i β relativistički faktori. U nerelativističkom limesu uz uvijek isto apsorbirajuće sredstvo (plin) gornja jednadžba se svodi na

$$\frac{dE}{dx} \approx \frac{MZ_{eff}^2}{E},\tag{25}$$

gdje je M atomska masa, E energija, a Z_{eff} efektivni nuklearni naboj. Umjesto da prikazujemo ovisnost gubitka energije ΔE o energiji E, zgodnije je prikazati ovisnost ukupne energije E o dosegu²¹. Za teške jezgre doseg jednostavno dobijemo integracijom inverza gubitka energije²²

$$S(T_0) = \int_{0}^{T_0} \left(\frac{dE}{dx}\right)^{-1} dE.$$
 (26)

Primjer grafa na kojem se jasno vide nuklearni naboji koji sudjeluju u ovoj reakciji je dan na slici (19). Trag koji odgovara molibdenu ima kraći doseg budući da su ioni molibdena zaustavljeni u prvom dijelu ionizacijske komore. Ispod njega se nalazi trag koji pripada ionima željeza i ionima sličnima željezu (Fe-like) tj. kanalima prijenosa protona. Za kanale prijenosa neutrona u daljnjoj obradi je

$$W_{max} = \frac{2m_e c^2 \eta^2}{1 + 2s\sqrt{1 + \eta^2} + s^2},$$
(24)

gdje je $s = m_e/M$, a $\eta = \beta \gamma$.

²¹range (eng.)

¹⁹mean excitation potential (eng.)

 $^{^{20}}$ Maksimalni transfer energije je onaj nastao u centralnom sudaru. Za upadnu česticu mase *M* imamo:

²²Općenito u ovaj izraz treba uključiti i kulonski doprinos



Slika 19: Matrica koja prikazuje ukupnu energiju iona u odnosu na doseg (26). Uočavamo jake linije raspršenja koje odgovaraju molibdenu, te linije koje odgovaraju ionima sličnima željezu.

potrebno uključiti samo događaje koji pripadaju željezu. Zanimljivo je uočiti kako tragovi koji odgovaraju česticama većeg nuklearnog naboja imaju veći nagib te ih upravo prema tome možemo identificirati.

4.2.2 Identifikacija atomskih nabojnih stanja q

Individualna atomska stanja možemo prikazati pomoću matrice koja prikazuje ovisnost energije *E* o umnošku $\rho\beta$, gdje je ρ polumjer putanje, a β relativistički faktor $\beta = v/c$. PRISMA spektrometar nam upravo omogućava da razlikujemo različita nabojna stanja. Nabijena čestica koja se giba u magnetskom polju indukcije *B* osjeća Lorentzovu silu za koju mora vrijediti²³

$$\frac{Av^2}{\rho} = qvB. \tag{27}$$

Izraz za kinetičku energiju glasi

$$E = \frac{1}{2}Av^2,$$
(28)

²³Relativistički izvod se može naću u [23]



Slika 20: Matrice ovisnosti energije E o umnošku $\rho\beta$. Vide se odvojena nabojna stanja u dijelu spektra koji odgovara molibdenu (gornji dio na slici (20a)) i željezu. Na slici (b) je prikazan samo doprinos različitih nabojnih stanja iona željeza. Crvenim brojevima su istaknuta nabojna stanja.

pa imamo

$$q = \frac{2E}{Bv\rho}.$$
(29)

Ukoliko promotrimo sliku (20) koja nam prikazuje ovisnost energije o $\rho\beta$, uočavamo različita nabojna stanja. Potrebni podaci za ovaj račun se dobivaju rekonstrukcijom događaja koju rade programi posebno konstruirani za obradu podataka PRISMA-e. Koristeći određene semi-empirijske modele²⁴ možemo odrediti raspodjelu nabojnih stanja kao što je prikazano u tablici (2). Usporedba teorijskih (po Sayer-ovoj formuli[2, 24]) i eksperimentalnih rezultata dana je na slici (21). Sa slike se vidi dobro slaganje teorije i eksperimenta. Iako teorija predviđa više nabojnih stanja koja bi se trebala pojaviti, zbog malenog broja događaja nisu uključeni u usporedbu (<0.4 %). Ukoliko u izrazu (27) brzinu izrazimo kao L/TOF te koristeći relativistički izraz $TOF\sqrt{1-\beta^2}$ imamo

$$\frac{A}{q} = B\rho \frac{TOF\sqrt{1-\beta^2}}{L}.$$
(30)

Crtanjem A/q u ovisnosti o x_{PPAC} imamo distinkciju pojedinih nabojnih stanja iz kojih zatim možemo rekonstruirati masene brojeve. Na slici (22a) je prikazan upravo takav dvodimenzionalni spektar koji prikazuje različita nabojna stanja

²⁴Postoji više semi-empirijskih formula za računanje udarnih presjeka pojedinih nabojnih stanja, npr. Shima, Sayer [2, 24]



Slika 21: Usporedba relativnih omjera eksperimentalno i teorijski određenih nabojnih stanja.

Tablica 2: Raspodjela vjerojatnosti za pojedina nabojna stanja ⁵⁴Fe.

Q	20	21	22	23	24
%	0.48	8.82	33.32	34.56	11.94

u ovisnost o položaju na fokalnoj ravnini. Njegova projekcija se nalazi na slici (22b), gdje se jasno uočavaju vrhovi koji odgovaraju različitim nabojnim stanjima. Kao i na slici (20b) i ovdje su prikazani događaji koji odgovaraju samo ionima željeza. Taj uvjet nam je upravo bitan kod računanja udarnih presjeka neutronskih kanala prijenosa. Osim toga jednom kada imamo A/q spektar i točno određena nabojna stanja q možemo rekonstruirati matricu koja prikazuje ovisnost masenog broja A o položaju na fokalnoj ravnini x_{PPAC} što se nalazi na slici (23).

Q-vrijednosti reakcije su izračunate pomoću programskog paketa *EGASPware*, koji sadrži rutinu *qvalue_prisma* koja računa Q-vrijednosti kod binarnih reakcija [25]. Dvodimenzionalni spektar prikazan na slici (24) sadrži prikaz ovisnosti masenog broja A i Q-vrijednosti. Središnji maksimum na slici odgovara kombinaciji elastičnog i neelastičnog raspršenja. Kako bismo dobili ukupni udarni presjek koristili smo projekciju na os mase (A) i usporedili s ukupnim udarnim presjekom dobivenim kodom GRAZING što je prikazano na slici (25), koristeći (+1n) kanal za normalizaciju. U slučaju elastičnog i neelastičnog kanala, izmjereni udarni presjek je veći od onog dobivenog kodom GRAZING. Ta razlika dolazi od elas-



Slika 22: Identifikacija pojedinih nabojnih stanja za ione željeza.



Slika 23: Matrica ovisnosti masenog broja *A* o položaju na fokalnoj duljini x_{PPAC} . Sa slike možemo uočiti gdje se točno u fokalnoj ravnini događaju procesi koji odgovaraju različitim izotopima željeza, a jasno vidimo izotope od ⁵³Fe do ⁵⁶Fe.

tičnog raspršenja, koje je u kodu GRAZING integrirano po svim kutevima, dok se eksperimentalni podaci odnose samo na prihvatne kuteve PRISMA spektrometra. Puno bi pravilnije bilo uspoređivati kutnu raspodjelu elastičnog i neelastičnog kanala podjeljenu s Rutherfordovim raspršenjem s rezultatima koda. Za dobivanje eksperimentalnog udarnog presjeka trebalo bi izmjeriti kutne raspodjele za veći raspon kuteva za ovaj kanal. Pošto se kutne raspodjele kanala prijenosa ponašaju drugačije, te imaju maksimum na kutu okrznuća na koji je PRISMA bila postavljena, integrirani eksperimentalni udarni presjeci odgovaraju većini ukupnog udarnog presjeka za kanale prijenosa. Vidimo jako dobro slaganje za kanal (-1n). U slučaju kanala (+2n) vidimo da su dobiveni udarni presjeci veći od predviđanja koda GRAZING koji računa samo nezavisni prijenos nukleona. Već ova usporedba nam govori da za dobar opis kanala prijenosa dva nukleona, samo nezavisni prijenos nukelona nije dovoljan.



Slika 24: Ovisnost masenog broja *A* o Q-vrijednosti reakcije za energiju snopa E_{lab} = 370 MeV. Različita masena stanja odgovaraju izotopima željeza gdje središnji maksimum prikazuje elestično i neelastično raspršenje ⁵⁴Fe.



Slika 25: Usporedba eksperimentalnih rezultata (točke) i rezultata dobivenih GRAZING-om za udarne presjeke kanala prijenosa neutrona pri E_{lab} = 370 MeV.

4.3 Analiza podataka za $E_{lab} = 354$ MeV

4.3.1 Identifikacija nuklearnog naboja Z

Kao i u slučaju za energiju snopa $E_{lab} = 370$ MeV, kako bi odredili nuklearni naboj prikažemo ovisnost ukupne energije E o dosegu kao na slici (26). Ponovno jasno možemo vidjeti dva doprinosa spektru, od kojih jači odgovara raspršenim ionima molibdena. U ovom slučaju se energija odvija ispod kulonske barijere te nam se u čistini spektra reflektira činjenica da je otvoreno manje reakcijskih kanala. To je posebno vidljivo za Fe, gdje skoro da uopće ne opažamo kanale prijenosa protona.



Slika 26: Matrica prikazuje ovisnost ukupne energije iona E o dosegu pri energiji snopa od $E_{lab} = 354$ MeV.

4.3.2 Identifikacija atomskih nabojnih stanja q

Graf ovisnosti A/q o položaju na fokalnoj ravnini x_{PPAC} je prikazan na slici (27a). Jasno vidimo različita nabojna stanja. Također prikazan je projicirani spektar nabojnih stanja na slici (27b) iz kojeg možemo vidjeti vrhove koji odgovaraju najzastupljenijim nabojnim stanjima. Teorijski izračunata distribucija nabojnih stanja prema Sayer-ovoj formuli [24] dana je u tablici (3), a grafički prikaz na slici (28). Vidimo dobro slaganje sa teorijskim proračunima za najzastupljenija nabojna stanja.

Ovisnost energije E o magnetskoj rigidnosti $\rho\beta$ je dana na slici (29). Kao i u slučaju za energiju 370 MeV i ovdje su također prikazana samo nabojna stanja koja pripadaju ionima željeza. Matrica koja prikazuje ovisnost masenih stanja A



(a) Ovisnost A/q o položaju na fokalnoj rav nini x_{PPAC} .

(b) Projicirani spektar A/q.

Slika 27: Identifikacija pojedinih nabojnih stanja pri energiji snopa $E_{lab} = 354$ MeV.

o položaju na fokalnoj ravnini je prikazana na slici (30). Usporedbom slika (20b) i (29) jasno se ocrtavaju eksperimentalni problemi koji se javljaju za mjerenja na energijama ispod kulonske barijere. Na nižoj energiji je bitno smanjena razlučivost nabojnih stanja *q*. U ovom području energija elastično raspršenje dominira. Upravo zato se najbolja razlučivost u masi dobija kada kombiniramo masu s raspodjelom energija, nakon rekonstrukcije putanja, kao što je prikazano na slici (31).

Tablica 3: Raspodjela vjerojatnosti za pojedina nabojna stanja ⁵⁴Fe pri $E_{lab} = 354$ MeV.

Q	21	22	23	24
%	10.94	34.41	29.16	7.77

Dvodimenzionalni spektar prikazan na slici (31) sadrži prikaz ovisnosti masenog broja A i Q-vrijednosti. Spektar je sličan onom koji se pojavljuje kod energije od 370 MeV, te središnji maksimum odgovara kombinaciji elastičnog i neelastičnog raspršenja. Usporedba teorijski izračunatih udarnih presjeka i onih eksperimentalno određenih je dana na slici (32). Na ovoj energiji ispod kulonske barijere uz dominantno elastično raspršenje imamo odstupanje za elastični i neelastični kanal. I na ovoj energiji imamo jako dobro slaganje s kanalom (-1n), te možemo zaključiti da za dobar opis kanala prijenosa dva nukleona, samo nezavisni prijenos nukelona uključen u kod GRAZING nije dovoljan.



Slika 28: Usporedba eksperimentalno i teorijski određenog udarnog presjeka pri $E_{lab} = 354$ MeV.



Slika 29: Matrica ovisnosti energije E o umnošku $\rho\beta$. Naznačena su različita nabojna stanja željeza.



Slika 30: Ovisnost masenog broja A o položaju na fokolnoj ravnini x_{PPAC} . Spektar ne izgleda čisto kao na slici (23) budući da se nalazimo ispod kulonske barijere.



Slika 31: Ovisnost masenog broja A o Q-vrijednosti reakcije za energiju snopa $E_{lab} = 354$ MeV.



Slika 32: Usporedba eksperimentalnih rezultata (točke) i rezultata dobivenih GRAZING-om za udarne presjeke kanala prijenosa neutrona pri E_{lab} = 354 MeV.

5 Rezultati

E[MeV]	$D[\mathrm{fm}]$	$P_{tr}(+1n)$	$P_{tr}(+1p)$	$P_{tr}(+1pn)$	$P_{tr}(+2n)$
370	11.95	0.08987*	0.01751*	0.00715*	0.02548*
365.2	12.13	0.06988	0.01372	0.00487	0.01716*
362.8	12.27	0.05786	0.00685	0.00177	0.01635
358	12.41	0.03807	0.00513	0.00091	0.01083
351.3	12.74	0.01408			0.00219
354	12.76	0.01186	0.00068	0.00007	0.00187
346.5	12.88	0.00879			0.00088
340	13.20	0.00457			0.00035

Tablica 4: Ovisnost P_{tr} o D[fm] za (+1n),(+1p), (+1pn) i (+2n) kanale prijenosa.Rezultati označeni sa (*) su izbačeni iz računa prilagodbe.

Rezultati mjerenja za sve energije prikazani preko vjerojatnosti prijenosa kao funkcije udaljenosti D nalaze se u tablici (4). Ovisnost P_{tr} o najmanjoj udaljenosti D računamo pomoću formule (16), a podatke uvrštavamo iz tablice (1). Rezultati vezani uz prijenos dva neutrona su prikazani na slici (33) dok su rezultati za prijenos neutrona i protona dani na slici (34). Fizikalno vjerojatnost prijenosa ovisi o najmanjoj udaljenosti kao [3]

$$P_{tr} \propto e^{-2\alpha D},\tag{31}$$

gdje je

$$\alpha = \sqrt{\frac{2\mu B}{\hbar^2}},\tag{32}$$

pri čemu je *B* energija vezanja nukleona za danu jezgru, koju možemo iščitati iz tablica, a μ reducirana masa prenešene čestice. Iz oblika proporcionalnosti (31) rezultate mjerenja prilagođavamo na funkciju oblika

$$f(x) = e^a e^{-bx}. (33)$$

Rezultati prilagodbe za prijenos dva neutrona (+2n) kao i prijenos para protonneutron zajedno sa odgovarajućim neodređenostima su prikazani u tablici (5).

Tablica 5: Prikaz rezultata prilagodbe rezultata mjerenja (4) na funkciju $f(x) = e^a e^{-bx}$ gdje su *a* i *b* parametri prilagodbe, a M_a i M_b odgovarajuće nepouzdanosti tih parametara.

	a	$b[fm^{-1}]$	Ma	$M_b[fm^{-1}]$
+1n	35.83	3.15	1.53	0.12
+2n	58.73	5.10	2.77	0.22
+1p	45.61	4.11	6.93	0.57
+1pn	75.80	6.69	5.74	0.47

Rezultati su dobiveni koristeći ODR²⁵ algoritam koji se nalazi unutar paketa *scipy* u programskom jeziku *Python* [26]. Ukoliko u ukupnom udarnom presjeku dominantan udio čini nezavisan mehanizam prijenosa nukleona faktori pojačanja ne bi trebali postojati, te bi vjerojatnost prijenosa jednostavno mogli opisati umnoškom vjerojatnosti prijenosa pojedinih nukleona. Činjenica da postoje faktori pojačanja nam upravo govori da nezavisni prijenos nukleona nije jedini mehanizam prijenosa.

²⁵Orthogonal distance regression (eng.)



Slika 33: Ovisnost P_{tr} o D za kanale (+1n),(+2n). Crvenim strelicama su označene energije pri kojima je izvršena prethodna obrada podataka. Točke označene simbolom (\blacktriangle) su izbačene iz linearne prilagodbe zbog toga što pri višim energijama (manjim D) dolazi do pojave apsorpcije, te više ne vrijede iste aproksimacije kao za niže energije tj. veće udaljenosti. Isprekidane linije prikazuju proces u kojem se neutroni prenose nezavisno pa je vjerojatnost dana s $P(+1n)^2$. Vidimo kako je potrebno dodati faktor pojačanja ≈ 10 kako bi dobro reproducirali rezultat za vjerojatnost prijenosa dva neutrona.



Slika 34: Ovisnost P_{tr} o D za kanale (+1n), (+1p), (+1pn). Crvenim strelicama su označene energije pri kojima je izvršena prethodna obrada podataka. Točke označene simbolom (\blacktriangle) su izbačene iz linearne prilagodbe kao i u prethodnom slučaju. Isprekidane linije prikazuju proces u kojem se proton i neutron prenose nezavisno pa je vjerojatnost dana s P(+1n)P(+1p). Vidimo kako je potrebno dodati tzv. faktor pojačanja \approx 4 kako bi dobro reproducirali rezultat za vjerojatnost prijenosa protona i neutrona.

6 Zaključak

U ovom radu, na osnovu analize reakcije 92 Mo + 54 Fe, a posebno kanala prijenosa jednog i dva nukelona, smo proučavali korelacije između nukleona. Reakcija ⁹²Mo +⁵⁴Fe mjerena je na akceleratorskom centru LNL, uz upotrebu magnetskog spektrometra PRISMA. Magnetski spektrometar PRISMA je spektrometar nove generacije, velikog prostornog kuta u kojem se produkti reakcije identificiraju kroz rekonstrukciju putanja u spektrometru. U radu je prikazana analiza na dvije mjerene energije, iznad kulonske barijere ($E_{lab} = 370 \text{ MeV}$), i neposredno ispod nje (E_{lab} = 354 MeV). Za analizu je bilo potrebno kalibrirati sve detektore PRISMA spektrometra, napraviti kalibraciju položaja MCP i MWPPAC detektora, rekonstruirati vremena preleta te provesti rekonstrukciju putanje, i na kraju pridružiti svakom detektiranom fragmentu reakcije masu (A), nabojno stanje (q), nuklearni naboj (Z), kinetičku energiju, te vektor brzine (\vec{v}). Dobiveni udarni presjeci za različite kanale prijenosa prikazani su preko vjerojatnost prijenosa kao funkcije najmanje udaljenosti za kulonsku putanju. Ovakav prikaz eksperimentalnih podataka posebno je zanimljiv jer se istovremeno mogu u grafičkom prikazu kombinirati rezultati mjerenih funkcija pobuđenja i mjerenih kutnih raspodjela. Vjerojatnost prijenosa je povezana s matričnim elementima koji definiraju proces prijenosa nukleona, i za energije ispod kulonske barijere, odnosno velike udaljenosti između jezgara, vjerojatnost prijenosa eksponencijalno ovisi o udaljenosti, a nagib se može povezati s energijom vezanja. U jednostavnoj aproksimaciji sukcesivnog prijenosa dva nukelona očekujemo da je vjerojatnost prijenosa dva nukleona jednaka produktu vjerojatnosti prijenosa jednog nukleona.

Rezultati ovog istraživanja, prikazani na slikama (33) i (34), pokazuju da su potrebni tzv. faktori pojačanja da bi se dobro opisala vjerojatnost prijenosa dva nukelona. Detaljnije, prijenos dva neutrona je dobro opisan pomoću relacije 10× $P(+1n)^2$, dok je prijenos protona i neutrona opisan pomoću $4 \times P(+1n) \times P(+1p)$. Postojanje ovih faktora pojačanja ukazuje na činjenicu da je pri opisu reakcija prijenosa dva nukelona potrebno u obzir uzeti i korelacije među nukleonima, te nam model kod kojeg se nukleoni prenose nezavisno nije dovoljan kako bi se objasnili opaženi udarni presjeci. Treba imati na umu da faktori pojačanja ne dolaze samo od korelacije. Ipak smo ovdje razmatrali jedan jednostavan fenomenološki model koji ne uzima u obzir detaljnu strukturu jezgara koje sudjeluju u reakciji. No samo postojanje faktora pojačanja ukazuje na potrebu da se korelacije uključe u mikroskopske modele. Prijenos bozona (para nukleona) ima veći udarni presjek od umnoška nezavisnog prijenosa fermiona (jednog nukleona). Ovakve pojave su slične opisu Cooper-ovog [9] para u teoriji čvrstog stanja pri čemu su elektroni vezani u korelirane parove pri niskoj temperaturi, a ti parovi se koriste za opis modela supravodljivosti.

7 Zahvale

Ovim putem se zahvaljujem mentorici dr. sc. Suzani Szilner na pomoći u realizaciji ovog rada, svim komentarima i sugestijama, podijeljenom znanju i strpljenju, te ugodnom iskustvu na Institutu Ruđer Bošković. Zahvaljujem se i mentoru prof. dr. sc. Matku Milinu na njegovom doprinosu i zapažanjima. Zahvalio bih se i svim kolegama iz Laboratorija za nuklearnu fiziku Instituta Ruđer Bošković na spremnosti da odgovore na sva moja pitanja.

8 Sažetak

Proučavanje prijenosa nukleona u sudarima teških jezgara kako bi se utvrdilo da li dolazi do prijenosa koreliranih nukleona i da li se opaža povećanje udarnog presjeka za prijenos parova nukleona. Sparivanje nukleona povezano je sa svojstvima nuklearne sile koja nisu obuhvaćena opisima jezgara kao skupa nukleona u zajedničkom centralnom polju. Za eksperimentalno određivanje udarnih presjeka se koriste magnetski spektrometri velikog prostornog kuta. Iz dobivenih podataka je moguće odrediti udarne presjeke za različite kanale prijenosa. U ovom radu smo iznijeli metodu analize podataka reakcije ⁹²Mo +⁵⁴Fe. Uočeno je da za prijenos dva nukleona, u kanalima (+2*n*) i (+*pn*), vjerojatnosti prijelaza nisu dane jednostavnim sekvencijalnim modelom prijenosa nukleona, već u obzir moramo uzeti i korelacije među nukleonima. Povećan prijenos parova (bozona) nukleona u odnosu na prijenos nezavisnih nukleona (fermiona) može se razumjeti pomoću modela supravodljivosti.

Ključne riječi: reakcije prijenosa mnogo nukleona, nuklearna supravodljivost, PRISMA magnetski spektrometar

9 Summary

Study of nucleon transfer in heavy-ion nuclear reactions to resolve if the transfer of correlated nucleons occurs or if the cross section for nucleon transfer in pairs is increased. Pairing of nucleons is related with properties of nuclear force that are not included by description of the nucleus as collection of nucleons in a common central field. For experimental measurement of cross sections magnetic spectrometers with large solid angle are used. After analyzing the data it is possible to determine cross sections for different transfer channels. In this work we demonstrated how to analyze data for 92 Mo + 54 Fe reaction. It was noticed that for transfer of 2 nucleons, in (+2*n*) and (+*pn*) channels, transfer probabilities are not given by simple sequential model of nucleon transfer, but we also need to include nucleon correlations. Increased transfer of pairs (bosons) of nucleons in regard to transfer of independent nucleons (fermions) can be understood with superconductivity model.

Keywords: multinucleon transfer reactions, nuclear superconductivity, PRISMA magnetic spectrometer

Literatura

- S.S.M. Wong, Introductory Nuclear Physics, Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2004., str 5
- [2] T. Mijatovic, Proučavanje teškoionskih reakcija magnetskim spektrometrom velikog prostornog kuta, doktorski rad, Prirodoslovo Mat. Fak. (2015)
- [3] L. Corradi, G. Pollarolo, S. Szilner, Multinucleon transfer processes in heavyion reactions, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 36 (2009) 113101
- [4] C. H. Dasso, G. Pollarolo, and A. Winther, Phys. Rev. Lett. 73 (1994) 1907.
- [5] Single and pair neutron transfers at sub-barrier energies: L.Corradi, S.Szilner et. al., Physical Review C 84
- [6] J. Dobaczewski, I. Hamamoto, W. Nazarewicz, and J. A. Sheikh, Phys. Rev. Lett. 72 (1994) 981
- [7] I. Tanihata et al., Phys. Rev. Lett. 100 (2008) 192502.
- [8] G. Potel, F. Barranco, E. Vigezzi, and R. A. Broglia, Phys. Rev. Lett. 105 (2010) 172502.
- [9] Leon N. Cooper, Bound Electron Pairs in a Degenerate Fermi Gas, Physical Review 104 (1956) 4
- [10] S. Szilner et. al., Multinucleon transfer reactions in closed-shell nuclei, Phys. Rev. C 76 (2007) 024604
- [11] L. Corradi, S. Szilner et. al., Multinucleon transfer reactions: Present status and perspectives, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research B 317 (2013) 743.
- [12] Program GRAZING [http:/www.to.infn.it/~nanni/grazing]
- [13] Aage Winther, Grazing reactions in collisions between heavy nuclei, Nuclear Physics A 572 (1994) 191.
- [14] Aage Winther, Dissipation, polarization and fluctuation in grazing heavyion collisions and the boundary to the chaotic regime, Nuclear Physics A 594 (1995) 203.
- [15] T. Mijatovic et al., Study of the cross section determination with the PRI-SMA spectrometer: The ⁴⁰Ar +²⁰⁸Pb case, Eur. Phys. J. A 52 (2016) 113.

- [16] D. Montanari et al., Neutron Pair Transfer in ⁶⁰Ni +¹¹⁶Sn far below the Coulomb Barrier, Phys. Rev. Lett. 113 (2014) 052501.
- [17] S.Szilner et. al., Transfer reaction studies with spectrometers, Acta Physica Polonica B 44 (2013) str 418-420.
- [18] P. Colovic, Eksperimentalno određivanje multipolariteta elektromagnetskih prijelaza izazvanih reakcijama prijenosa nukleona, magistarski rad, PMF (2015)
- [19] URL: http://clara.lnl.infn.it
- [20] G. Montagnoli et al., The large-area micro-channel plate entrance detector of the heavy-ion magnetic spectrometer PRISMA, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A 547 (2005) 455.
- [21] S. Beghini et al., The focal plane detector of the magnetic spectrometer PRI-SMA, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A 551 (2005) 364.
- [22] W.R. Leo, Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments, Springer-Verlag, 1987.
- [23] L. D. Landau, E. M. Lifshitz, The Classical Theory of Fields, Course of Theoretical Physics, Volume 2, Pergamon Press, str 56-57
- [24] Semi-empirical formulas for heavy-ion stripping data: R.O. Sayer, Revue de Physique Appliquee, 1977, 12 (10), pp.1543-1546.
- [25] Manual for the analysis of CLARA-PRISMA data
- [26] Dokumentacija programskog modula SciPy, URL: https://docs.scipy. org/doc/scipy/reference/index.html