

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

Numeričko modeliranje pukotina u zavarenom spoju

Krešimir Jukić

Zagreb, srpanj 2020.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

Numeričko modeliranje pukotina u zavarenom spoju

Mentori:

Prof. dr. sc. Zdenko Tonković
Dr. sc. Mato Perić, Bestprojekt d.o.o., Zagreb

Student:

Krešimir Jukić

Zagreb, srpanj 2020.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se mentoru prof. dr. sc. Zdenku Tonkoviću na čiju je inicijativu nastao ovaj rad. Hvala na ukazanom povjerenju, stručnoj pomoći i motiviranju koje je rezultiralo ovim radom. Hvala dr. sc. Mati Periću na ustupljenim materijalima koji su temelj ovoga rada i pomoći u izradi rada. Hvala i doc. dr. sc. Ivici Skozritu na ustupljenim materijalima i pomoći pri korištenju računala u S-27.

Krešimir Jukić

SADRŽAJ

SADRŽAJ	I
POPIS SLIKA	II
POPIS TABLICA.....	III
POPIS OZNAKA	IV
SAŽETAK.....	VI
SUMMARY	VIII
1. Uvod	1
2. O zavarivanju.....	4
2.1. MAG zavarivanje	4
2.1.1. 'Buried arc' zavarivanje	5
2.2. Teorijske osnove modeliranja procesa zavarivanja [1,11,12].....	6
2.3. Deformacije u zavarenoj konstrukciji	8
2.4. Zaostala naprezanja u zavarenoj konstrukciji	10
3. O mehanici loma.....	13
3.1. Linearno-elastična mehanika loma	14
3.2. Elasto-plastična mehanika loma.....	18
3.3. Računanje koeficijenata intenzivnosti naprezanja	19
3.3.1. Geometrijske funkcije	19
3.3.2. Težinske funkcije	20
3.3.3. Rješenja metodom konačnih elemenata.....	20
3.4. Primjena principa mehanike loma na zavarene konstrukcije.....	22
4. O metodi konačnih elemenata	24
4.1. Konačni elementi za mehaničku analizu.....	25
4.2. Konačni elementi za toplinsku analizu	27
4.3. Konačni elementu i nelinearnosti.....	27
4.4. Konačni elementu u mehanici loma.....	28
5. Numerički proračun	30
5.1. Opis modela za zavarivanje	30
5.2. Rezultati simulacije procesa zavarivanja	32
5.3. Odabir kritičnih lokacija pukotina	35
5.4. Računanje parametra mehanike loma u polju zaostalog naprezanja.....	38
5.4.1. Proračun metodom težinske funkcije	38
5.4.2. Numerički proračun	39
5.4.2.1. Ispitivanje konvergencije koeficijenata intenzivnosti naprezanja	42
5.4.2.2. Mreže konačnih elemenata	46
5.4.3. Rezultati	47
5.4.3.1. Aproksimacija dobivenih rezultata	51
6. Zaključak	54
LITERATURA.....	57

POPIS SLIKA

Slika 1. MAG zavarivanje [1]	5
Slika 2. Buried arc zavarivanje, pogled iznutra [5].....	6
Slika 3. Model nastanka zaostalih naprezanja [11]	11
Slika 4. Karakteristična zaostala naprezanja u sučeonom spoju [15]	12
Slika 5. Koordinatni sustav za definiranje naprezanja u vršku pukotine[16].....	16
Slika 6. Načini otvaranja pukotine [16]	16
Slika 7. Kolabiranje konačnih elemenata [27]	29
Slika 8. Geometrija i dimenzije zavarivanih ploča	31
Slika 9. Mreža konačnih elemenata za simulaciju zavarivanja (pogled 'sprijeda' i 'sa strane') 32	
Slika 10. Zaostala naprezanja σ_x (poprečno naprezanje u odnosu na zavar), u Pa	33
Slika 11. Zaostala naprezanja σ_y (uzdužno naprezanje u odnosu na zavar), u Pa.....	34
Slika 12. Ekvivalentna zaostala naprezanja po von Misesu, u Pa.....	34
Slika 13. Naprezanja duž linije zavara, na površini zavara.....	36
Slika 14. Naprezanja duž linije okomite na liniju zavara, na površini zavara	36
Slika 15. Naprezanja po debljini ploče za različite orijentacije pukotina (slika 16).....	37
Slika 16. Položaj i orijentacija polueliptične pukotine u ploči.....	37
Slika 17. Dimenzije polueliptične pukotine	38
Slika 18. Izrada mreže s pukotinom koristeći <i>ZenCrack</i>	41
Slika 19. Mreža II.....	43
Slika 20. Mreža III	43
Slika 21. Polje ekvivalentno naprezanja po von Misesu, u Pa, mreža I.....	45
Slika 22. . Polje ekvivalentno naprezanja po von Misesu, u Pa, mreža II	45
Slika 23. . Polje ekvivalentno naprezanja po von Misesu, u Pa, mreža III	46
Slika 24. Primjeri korištenih mreža.....	47
Slika 25. Koeficijenti intenzivnosti naprezanja za pukotinu okomitu na zavar ($\varphi = 90^\circ$)	48
Slika 26. Koeficijenti intenzivnosti naprezanja za polueliptičnu pukotinu (slučaj $\varphi = 60^\circ$)..	49
Slika 27. Koeficijenti intenzivnosti naprezanja za polueliptičnu pukotinu (slučaj $\varphi = 30^\circ$)..	49
Slika 28. Koeficijenti intenzivnosti naprezanja za (slučaj $\varphi = 0^\circ$, $x = 0$ mm).....	50
Slika 29. Koeficijenti intenzivnosti naprezanja za (slučaj $\varphi = 0^\circ$, $x = 22$ mm)	50
Slika 30. Koeficijenti intenzivnosti naprezanja za treći način otvaranja pukotine	51

POPIS TABLICA

Tablica 1. Koeficijent intenzivnosti naprezanja za različite mreže, u MPamm.....	44
Tablica 2. Relativne greške koeficijenata intenzivnosti naprezanja s obzirom na najfiniju mrežu, normirane na rezultate grube mreže, u %.....	44
Tablica 3. Koeficijenti aproksimacijske funkcije za pukotinu okomitu na zavar	52
Tablica 4. Koeficijenti aproksimacijske funkcije za pukotinu okomitu na zavar (slučaj $x=0$ mm)	52
Tablica 5. Koeficijenti aproksimacijske funkcije za pukotinu okomitu na zavar (slučaj $x=22$ mm)	52
Tablica 6. Koeficijenti aproksimacijske funkcije za pukotinu okomitu na zavar (aproksimacija maksimalnih vrijednosti od slučaj $x=0$ mm i $x=22$ mm).....	53
Tablica 7. Koeficijenti aproksimacijske funkcije za treći način otvaranja pukotine	53

POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
a	m	duljina/dubina pukotine
A	m^2	površina
A_i	-	bezdimenzijska funkcija
B	m	debljina ploče
C	m/N	podatljivost
D	-	matrica elastičnosti
D_k	-	diferencijalni kinematski operator
E	N/m^2	modul elastičnosti
c	$J/(kg \cdot K)$	specifični toplinski kapacitet
c	m	polovica širine pukotine
f_{ij}	-	bezdimenzijska funkcija za opisivanje naprezanja oko vrška pukotine
F	-	vektor čvornih sila
g	N/m^2	plastični potencijal
G	J/m^2	brzina oslobađanja energije
G_c	J/m^2	kritična brzina oslobađanja energije
h	$W/(K \cdot m^2)$	koeficijent prijelaza topline
$h(x)$	$m^{-1/2}$	težinska funkcija
I	A	jakost struje zavarivanja
J	J/m^2	J integral
k	N/m^2	izotropno očvršćenje
k_{ij}	-	koeficijenti bezdimenzijskih funkcija
k, k_x, k_y, k_z	$W/(K \cdot m)$	koeficijent toplinske vodljivosti
K, K_i	$N/m^{3/2}$	koeficijent intenzivnosti naprezanja
K_c	$N/m^{3/2}$	pukotinska žilavost
K_{eff}	$N/m^{3/2}$	plastično korigirani koeficijent intenzivnosti naprezanja
K_p	$N/m^{3/2}$	koeficijent intenzivnosti naprezanja uslijed primarnih naprezanja
K_{rez}	$N/m^{3/2}$	koeficijent intenzivnosti naprezanja uslijed zaostalih naprezanja
L	-	omjer referentnog naprezanja i naprezanja tečenja
N	-	matrica funkcija oblika
N_i	-	funkcija oblika
q_{ij}	N/m^2	<i>back-stress</i> tenzor
P	N	sila/opterećenje
q	-	vektor volumnih sila
q_s	-	vektor površinskih sila
Q	W/m^3	volumni izvor topline

r	m	udaljenost od vrška pukotine
r_p	m	radijus plastične zone
R	-	rezidual/greška
\mathbf{R}	-	vektor opterećenja
s_{ij}	N/m ²	devijator tenzora naprezanja
S_{ij}	N/m ²	drugi Piola-Kirchoffov tenzor naprezanja
t	s	vrijeme
t	m	debljina ploče
T	K	temperatura
\mathbf{u}	-	vektor pomaka
u_i	m	pomaci
U	V	napon izvora struje
\mathbf{v}	-	vektor lokalnih stupnjeva slobode
\mathbf{V}	-	vektor globalnih stupnjeva slobode
W_e	J	energija deformiranja
W_s	J	energija površinske napetosti
Y	-	bezdimenzijska funkcija
α	K ⁻¹	koeficijent toplinskog rastezanja
α	rad	kut točke na pukotini
γ	J/m ²	gustoća energije površinske napetosti
δ_{ij}	-	Kroneckerov delta simbol
Δ	m	pomak hvatišta sile
$\boldsymbol{\varepsilon}$	-	vektor deformacija
ε_{ij}	-	tenzor deformacije
ε_{ij}^e	-	tenzor elastičnih deformacija
ε_{ij}^p	-	tenzor plastičnih deformacija
η	-	efikasnost zavarivanja
λ	-	plastični multiplikator
μ	N/m ²	modul smičnosti
Π	J	ukupna potencijalna energija
σ_{ij}	N/m ²	tenzor naprezanja
σ_{ref}	N/m ²	referentno naprezanje
σ_y	N/m ²	granica tečenja
σ_{ys}	N/m ²	naprezanje tečenja
φ	rad	kut orijentacije pukotine
φ	-	fizikalna veličina
Φ	-	plastični korekcijski faktor

SAŽETAK

Naslov rada: Numeričko modeliranje pukotina u zavarenom spoju

Autor: Krešimir Jukić

Ključne riječi: zavarivanje, zavarivanje zakopanog električnog luka, zaostala naprezanja, koeficijenti intenzivnosti naprezanja uslijed zaostalih naprezanja, metoda konačnih elemenata,

Ovladavanje složenim prirodnim fenomenima otvara prostor napretku raznih proizvodnih tehnologija. Jedan takav primjer je uspješna primjena fenomena zakopanog električnog luka koja omogućuje zavarivanje debelih ploča u jednom prolazu, a samim time povećanje proizvodnih kapaciteta i jeftiniju izradu zavarenog spoja. Međutim, u procesu zavarivanja dolazi do nastanka zaostalih naprezanja i defekata nalik pukotine koji ugrožavaju cjelovitost konstrukcije. Procedure za provjeru cjelovitosti konstrukcija zahtijevaju izračun parametara mehanike loma uslijed primarnih i uslijed zaostalih naprezanja koji su potrebni za provjeru cjelovitosti konstrukcije. Izračun parametara mehanike loma provodi se polu-analitičkim ili numeričkim metodama, dok se polja zaostalih naprezanja određuju eksperimentalno ili polu-analitički.

U ovom radu proveden je izračun koeficijenata intenzivnosti naprezanja uslijed zaostalih naprezanja za površinske polueliptične pukotine u debeloj sučeono zavarenoj ploči, zavarenoj pomoći zakopanog električnog luka iz dviju slobodno oslonjenih debelih ploča. Polje zaostalih naprezanja dobiveno je numeričkom simulacijom, a simulacija zavarivanja provedena je sekvencijalno spregnutom analizom metodom konačnih elemenata. Izračun koeficijenata intenzivnosti naprezanja uslijed zaostalih naprezanja proveden je linearnom analizom metodom konačnih elemenata mapiranjem zaostalih naprezanja s mreže konačnih elemenata za simulaciju zavarivanja na mrežu konačnih elemenata s pukotinom, te uravnotežavanjem naprezanja čija ravnoteža je narušena uvrštavanjem pukotine u numerički model. Koeficijenti intenzivnosti naprezanja dobiveni su preračunavanjem iz J integrala. Kao kontrolni proračun korišten je proračun metodom težinske funkcije s jednodimenzijском težinskom funkcijom za polueliptične površinske pukotine u ploči. Za proračun metodom konačnih elemenata korišten je programski paket *Abaqus*, a za pripremu mreže s pukotinom programski paket *Zencrack*.

Analizirane su pukotine različitih dubina, širina, orijentacija i položaja odabranih s ciljem pokrivanja svih mogućih kritičnih slučajeva. Dobiveni rezultati su prikazani grafički i u vidu aproksimacijskih funkcija prikladnih za inženjersku upotrebu. Zbog nemogućnosti preciznog izračunavanja koeficijenata intenzivnosti naprezanja na površinskoj točki pukotine,

prikazani su samo rezultati za najdublju točku pukotine. U slučaju kratkih pukotina, rezultati metodom konačnih elemenata poklapaju se s rezultatima dobivenim težinskom funkcijom. U slučaju većih pukotina, uslijed promjene naprezanja po širini pukotine, dolazi do greške što ukazuje na potrebu korištenja metode konačnih elemenata ili složenijih dvodimenzijskih težinskih funkcija.

Prikazani rezultati dobiveni su na jednom primjeru zavarene ploče što otvara mogućnost ovisnosti o nekim neistraženim parametrima. Parametri koji bi mogli utjecati na prikazane rezultate su debljina ploče, parametri zavarivanja, rubni uvjeti i materijalni model.

SUMMARY

Title: Numerical modelling of cracks in a welded joint

Author: Krešimir Jukić

Keywords: welding, buried arc welding, residual stress, residual stress intensity factor, finite element method,

Mastering of the complex phenomena is necessary for major advances in production technologies. Example of successful application of the complex phenomena is the application of buried arc welding technique which allows welding of thick plates in one welding pass which leads to higher productivity and cheaper production. However, the welding process introduces residual stresses and crack-like defects which compromises the structural integrity of the welded structure. Codes for structural integrity assessment require the calculation of parameters of fracture mechanics due to primary and residual stresses. Fracture mechanics parameters are obtained by semi-analytical or numerical methods, while residual stresses are obtained numerically or by experiment.

In this paper, the calculation of residual stress intensity factors of semi-elliptical surface cracks in a thick plate made of two plates joined with butt weld made by buried-arc welding is performed. The residual stress field is obtained by sequentially coupled simulation of the welding process. Stress intensity factors due to residual stress are calculated with the assumption of linear elastic material behaviour. Firstly, residual stresses obtained by welding simulation are mapped from welding finite element mesh to mesh with a crack. Mapped stresses are out of balance due to the introduction of crack's free surface, so balancing of stresses is required. After stress balancing is performed, J integral is calculated and transformed to stress intensity factors. The stress intensity factor is also calculated by the weighting function method for a semi-elliptical surface crack in a plate, and obtained results are compared with the finite element analysis results. Software package *Abaqus* is used for finite element method calculations, and *ZenCrack* is used for the preparation of mesh with a crack.

Crack with various length, width, orientation and positioning are analyzed with the goal of covering all critical cases. Obtained results are showed graphically and in terms of approximation functions applicable for engineering calculations. Due to the impossibility to calculate the stress intensity factor of surface crack, only the stress intensity factor for the deepest point is shown. In the case of short crack, finite element method results are nearly identical results obtained by the weighting function method, but in cases of long cracks, there

is the difference in results due to changing of stress with crack width. In that case usage of finite element method or two-dimensional weighting functions is required.

Presented results are obtained on one case of the welded plate, so further investigation of the influence of plate thickness, welding parameters, boundary conditions and other factors on the fracture mechanics parameters of welded joints is required.

1. Uvod

Zavareni spojevi u industriji su u širokoj upotrebi zahvaljujući svojoj pouzdanosti, jednostavnosti izvedbe i niskim troškovima izrade. Stoga je izrada mnogih konstrukcija, kao što su zavareni mostovi, brodovi, automobili, vlakovi, posude pod tlakom, cjevovodi, građevinske konstrukcije itd., teško zamisliva bez korištenja zavarivanja. [1]

Proces zavarivanja u konstrukciju unosi visoka zaostala naprezanja, iznosa oko granice tečenja materijala, koja u kombinaciji s aktivnim opterećenjima znatno utječu na ponašanje zavarene konstrukcije. Zaostala vlačna naprezanja reduciraju vrijeme iniciranja pukotine, ubrzavaju rast postojećih pukotina i povećavaju osjetljivost konstrukcije na lom [2,3]. Poznavanje zaostalih naprezanja esencijalno je za procjenu integriteta zavarenog spoja i shodno tome procedure za procjenu integriteta konstrukcije (npr. 'API 579' ili 'British R6') zahtijevaju kvantifikaciju zaostalih naprezanja. [2]

U industrijskim granama kao što su strojarstvo, brodogradnja, građevina, energetika i druge učestali su sučeoni zavareni spojevi ploča koji se često zavaruju MAG (*'metal active gas'*) tehnologijom zavarivanja. Pokraj svih prednosti, veliki nedostatak MAG zavarivanja vidljiv je kod zavarivanja debelih ploča, gdje je potreban veliki broj prolaza, što značajno povećava vrijeme procesa zavarivanja. Potencijalno rješenje problema proizvodnosti zavarivanja debelih ploča je iskorištavanje fenomena zakopanog električnog luka. Fenomen je poznat od samog početka razvoja zavarivanja, ali zbog problema nestabilnosti električnog luka nije korišten u MAG zavarivanju. Zadnjih godina, razvojem tehnologije, došlo je i do razvoja zavarivanja zakopanim električnim lukom koje postaje atraktivno rješenje za zavarivanje debelih ploča [4]. U [5] 2017. razvijen je visokoučinski sustav koji uspješno iskorištava fenomen zakopanog električnog luka.

S obzirom da za većinu realnih konstrukcija ne postoje analitička rješenja, za izračun zaostalih naprezanja i deformacija kod zavarivanja pribjegava se numeričkoj simulaciji. S razvojem računalne tehnologije učestalu upotrebu u inženjerstvu i znanosti ima metoda konačnih elemenata. Primjena je zahvatila i modeliranje procesa zavarivanja, što je još uvijek predmet istraživanja. Budući da je numerička simulacija zavarivanja još uvijek računalno vrlo skupa, većina ih se provodi uz odgovarajuća pojednostavljenja. Dakle teži se povećanju učinkovitosti uz zadržavanje točnosti simulacija. Razvoj brzih računalnih sustava kao i novih računalnih alata u metodi konačnih elemenata olakšava taj postupak, ali to naravno ne osigurava

korisnika alata od dobivanja pogrešnih rezultata. Primjena metode konačnih elemenata neophodna je u mehanici loma gdje predstavlja najfleksibilniji alat za određivanje parametara loma [6]. Metoda konačnih elemenata omogućuje odrađivanje polja pomaka i naprezanja u proizvoljnim složenim konstrukcijskim elementima, za proizvoljna opterećenja. Stoga, za razliku od klasičnih metoda mehanike loma, metoda konačnih elemenata nema ograničenja na oblik geometrije i način opterećivanja kod računanja parametara mehanike loma.

Cilj ovoga rada je modelirati proces zavarivanja dvaju debelih ploča u sučeoni spoj metodom konačnih elemenata, tako da karakteristikama odgovara relativno novom postupku zavarivanja zakopanim električnim lukom opisanom u [5]. Pritom je cilj odrediti polje zaostalog naprezanja, te na osnovu dobivenog polja naprezanja metodom konačnih elemenata i metodom težinske funkcije računati parametar mehanike loma - K (koeficijent intenzivnosti naprezanja). Svrha računanja koeficijenta intenzivnosti naprezanja uslijed zaostalih naprezanja je njegovo korištenje za procjenu cjelovitosti konstrukcija koje sadrže sučeone zavarene spojeve dobivene opisanim postupkom zavarivanja. Cilj je sve dobivene rezultate prikazati u obliku jednostavne aproksimacijske funkcije prihvatljive za inženjersku upotrebu.

Rad je podijeljen u dva dijela. U prvom dijelu razmatrane su teorijske osnove zavarivanja, mehanike loma i metode konačnih elemenata, ograničavajući se na aspekte relevantne za ovaj rad. U drugom poglavlju opisan je konvencionalni MAG postupak zavarivanja i modificirani MAG postupak korištenjem zakopanog električnog luka. Prikazane su jednadžbe provođenja topline i jednadžbe rubnih uvjeta i toplinskog izvora korištne u ovom radu. Također su prikazane i konstitutivne relacije za elastično ponašanje kao i korišteni elasto-plastični model. Opisani su termini poput 'metode rađanja elemenata' koji se odnosi na metodu za unošenje dodatnog materijala, i 'sekvencijalno spregnuta analiza' koji se odnosi na redosljed i spregu izvršavanja toplinske i mehaničke analize u simulaciji zavarivanja. Objasnjen je razlog pojave nepoželjnih zaostalih naprezanja. U trećem poglavlju opisani su koncepti mehanike loma poput brzine oslobađanja energije, koeficijenta intenzivnosti naprezanja i J integrala i njihov značaj. Dan je pregled osnovnih postupaka izračuna koeficijenata intenzivnosti naprezanja, te njihova primjena na zavarene konstrukcije. Dan je kratki osvrt na *Failure Assessment Diagram* (FAD) metodologiju koja se često koristi u praksi i zastupljena je u različitim normama. U četvrtom poglavlju opisan je postupak izvoda konačnih elemenata za linearnu mehaničku analizu korištenjem principa minimuma ukupne potencijalne energije i postupak izvoda elemenata za toplinsku analizu temeljenog na Galerkinovoj metodi. Ukratko su opisane specifičnosti nelinearne analize. Opisane su specifičnosti singularnih konačnih

elemenata koji se koriste za opisivanje singularnih polja pomaka, deformacija i naprezanja u vršku pukotine.

U drugom djelu rada opisane su postavke numeričkih modela za simulaciju zavarivanja i za računanje parametra mehanike loma. Model i rezultate simulacije zavarivanja koji su nastali u sklopu rada [4] ustupio je autor dr.sc Mato Perić koji je komentor ovog rada. Prikazani su rezultati simulacije zavarivanja i usporedba s eksperimentalnim rezultatima. Zaostala naprezanja dobivena simulacijom zavarivanja služe kao ulaz za izračun parametra mehanike loma i koriste se kao opterećenje. Na osnovu analize rezultata odabrane su hipotetske pukotine koje su analizirane, s ciljem davanja pouzdanih konzervativnih vrijednosti. Analizirane su površinske polueliptične pukotine. Analizirano je pet različitih dubina pukotina, četiri različita omjera duljine i dubine pukotine, i pet različitih položaja/orijentacija pukotine, što je ukupno 100 mogućih kombinacija. Proračun je izvršen metodom konačnih elemenata i Glinkinom težinskom funkcijom za polueliptične pukotine u ploči. Kako je navedena težinska funkcija namjenjena za slučaj jednostavnijih homogenih polja naprezanja, rezultati dobiveni metodom konačnih elemenata uzimaju se za mjerodavne, a rezultati dobiveni težinskom funkcijom služe kao kontrola rješenja. Izračunu parametara mehanike loma metodom konačnih elemenata prethodi mapiranje naprezanja s geometrije bez pukotine na geometriju s pukotinom i uravnoteženje naprezanja. Uravnoteženje naprezanja je potrebno jer se dodjeljivanjem pukotine tijelo koje je bilo u mehaničkoj ravnoteži izbacuje iz ravnoteže. Proces uravnoteženja naprezanja opisan je u [7]. Uravnoteženje i izračun parametra mehanike loma izvršeno je uz pretpostavku linearno-elastičnog ponašanja materijala. Dobiveni rezultati su prikazani u formi dijagrama, te su aproksimirani odabranim polinomom. Aproksimacijom dobivena funkcija prikladna je za inženjersku primjenu za različite debljine sučeono zavarenih ploča i materijala zavarenih MAG zavarivanjem zakopanim električnim lukom. Potrebno je napomenuti da predložena funkcija ima određena ograničenja koja proizlaze iz postupka izračuna i uvedenih pretpostavki. Rezultati su dobiveni na jednom modelu zavarenih ploča, te je kod izvoda funkcije pretpostavljeno da je polje zaostalih naprezanja neovisno o debljini ploča. Nadelje je pretpostavljeno da se polje zaostalih naprezanja skalira proporcionalno granici tečenja materijala. Te dvije pretpostavke potrebno je provjeriti daljnjim istraživanjem te eventualno korigirati danu funkciju.

Za simulaciju zavarivanja korišten je programski paket *Abaqus* [7]. Za izračun parametra mehanike loma koristi se programski paket *Abaqus* [7], a za pripremu mreže konačnih elemenata s pukotinom programski paket *Zencrack* [8].

2. O zavarivanju

Zavarivanje je spajanje dvaju ili više konstrukcijskih dijelova, uz dodavanje ili bez dodavanja dodatnog materijala, na takav način da spoj ima kontinuitet i što jednoličnija svojstva [9]. Zavarivanje često pronalazi primjenu u raznim granama industrije zbog svoje jednostavnosti, fleksibilnosti i niske cijene. Kroz povijest su razvijeni različiti postupci zavarivanja poput: elektrolučnih, elektrootpornih, plinskih, pritiskom, trenjem itd. Tema ovog rada vezana je za modifikaciju elektrolučnog zavarivanja taljivom elektrodom u zaštitnoj atmosferi aktivnog plina primjenom zakopanog električnog luka.

2.1. MAG zavarivanje

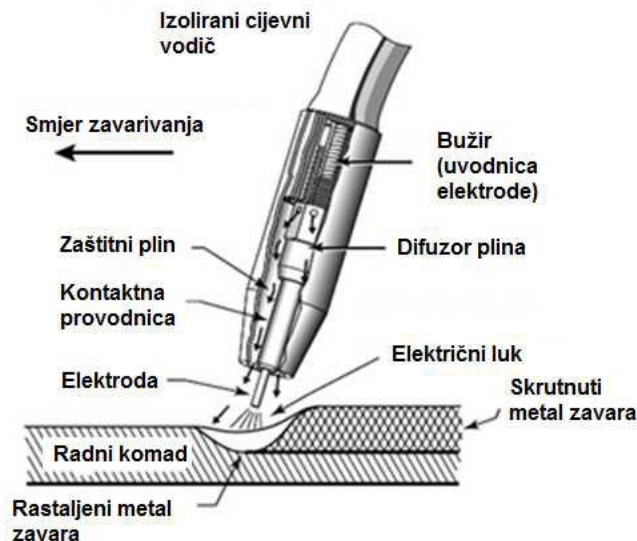
Elektrolučno zavarivanje taljivom elektrodom u zaštitnoj atmosferi aktivnog plina (MAG zavarivanje) je postupak zavarivanja taljenjem, gdje se električni luk uspostavlja i održava između kontinuirane, taljive elektrode i radnog komada. Koristi se plin CO₂ kao aktivni zaštitni plin, a njegova zadaća je zaštititi električni luk i rastaljeni metal od negativnog utjecaja okoline i ionizirati vodljivi prostor za održavanje električnog luka. Električni luk je snažno i trajno pražnjenje u ionizirajućem plinu između radnog komada i elektrode u obliku žice, koja je u pravilu spojena na „+“ pol istosmjernog izvora struje, u strujnom krugu. Pogonski sustav konstantnom brzinom dodaje žicu u električni luk kroz polikabel i pištolj. Žica istovremeno obavlja zadaću elektrode i dodatnog materijala, odnosno njenim taljenjem popunjava se unaprijed pripremljeni žlijeb. [10]

Prednosti MAG postupka zavarivanja su[10]:

- postupak je primjenjiv za zavarivanje gotovo svih vrsta materijala
- veliki izbor parametara zavarivanja
- veliki izbor načina prijenosa metala
- mogućnost zavarivanja u svim položajima
- mogućnost zavarivanja u radionici i na terenu
- mogućnost primjene raznih plinskih mješavina
- mogućnost primjene praškom punjene žice
- širok raspon debljine žice
- velika učinkovitost i proizvodnost
- moguća primjena za lemljenje
- pogodnost za automatizaciju

Nedostatci MAG postupka zavarivanja su [10]:

- otežana zaštita plinskom atmosferom na terenu
- problemi pri dovođenju žice
- greške uslijed neodgovarajuće tehnike i loše izabranih parametara zavarivanja
- pojava rasprskavanja prilikom zavarivanja kratkim spojevima
- relativno složen uređaj

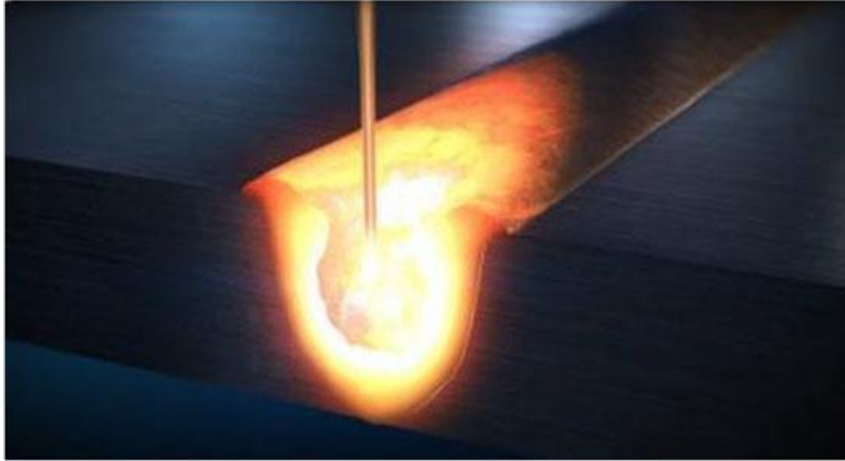


Slika 1. MAG zavarivanje [1]

2.1.1. 'Buried arc' zavarivanje

Zakopani električni luk (eng. 'buried arc') način je prijenosa metala kod kojeg je električni luk, zajedno s vrhom rastaljene žice, postavljen ispod razine površine rastaljenog metala zavara. Iz razloga što je izvor topline postavljen dublje u odnosu na konvencionalni električni luk, kod zakopanog luka postiže se veća penetracija što ga čini prikladnijim za zavarivanje debljih materijala. Ovim je postupkom moguće zamijeniti neke od postupaka koji se koriste za zavarivanje debljih materijala, a imaju određena ograničenja (položaj i smjer zavarivanja, priprema) kao što su zavarivanje pritiskom, laserom ili hibridni postupci zavarivanja. Konvencionalni MAG postupak zavarivanja nije dovoljno učinkovit za zavarivanje debljih materijala zbog potrebe velike količine dodatnog materijala uz zavarivanje u više prolaza što dovodi do velikih deformacija radnog komada. Svi navedeni nedostaci također se mogu eliminirati primjenom zakopanog luka. Razlog zbog kojeg se zakopani luk rijetko upotrebljavao u proizvodnji je njegova podložnost nestabilnom ponašanju i povremenoj pojavi kratkih spojeva, odnosno vrlo zahtjevna stabilizacija procesa naročito u području jakih struja. Brojnim istraživanjima na području tehnike stabilizacije zakopanog luka razvijen je

visokoučinski robotizirani sustav nazvan „D-Arc“. Uz robot, sustav čine dva izvora struje za zavarivanje koji mogu isporučiti struju do 1000A. Ovim sustavom moguće je održavati stabilan proces pri jakim strujama. Koristi ga se uz zaštitni plin 100% CO₂ uz primjenu pune žice te omogućuje zavarivanje nelegiranih čelika debljine do 20 mm u jednom prolazu[10] .



Slika 2. Buried arc zavarivanje, pogled iznutra [5]

Prednosti 'buried arc' postupka naspram konvencionalnog MAG postupka[10] su:

- veća penetracija
- veća količina nataljenog metala
- veća produktivnost
- manje deformacije uslijed manjeg broja prolaza

Nedostatci 'buried arc' postupka naspram konvencionalnog MAG postupka[10] su:

- zahtjevna stabilizacija procesa
- cijena.

2.2. Teorijske osnove modeliranja procesa zavarivanja [1,11,12]

Prijenos topline tokom procesa zavarivanja je nestacionaran i nelinearan proces. Izvor nelinearnosti leži u ovisnosti fizikalnih svojstava materijala o temperaturi, koja se značajno mijenjaju u zoni taljenja i zoni utjecaja topline. Nestacionarnost procesa nametnuta je rubnim uvjetima, konkretno pomičnom izvoru topline koji oponaša elektrodu.

Kao što je poznato, izmjena topline može se odvijati kondukcijom, konvekcijom i zračenjem. Kondukcija je karakteristična za čvrsta tijela, gdje toplina prijelazi s toplijeg na hladnije područje. Konvekcija je prijelaz topline s stijenke čvrstog tijela na fluid. Zračenje je prijenos topline elektromagnetskim valovima, i nije potreban posredni medij za prijenos topline, već se prijenos topline zračenjem može odvijati i kroz vakuum. U prirodi, kod velikih

razlika u temperaturi, dominantno je zračenje, a kod manjih razlika u temperaturi kondukcija i konvekcija. S obzirom da ionizirani plin koji održava električni luk dostiže temperaturu do 20 000 °C [13] nije teško zaključiti da će dominantan oblik prijenosa topline biti zračenje. Uslijed zračenja će se otapati elektroda (dodatni materijal) i zagrijavati osnovni materijal u blizini zavara, a materijal dalje od zavara, uslijed velikog gradijenta temperatura, primat će toplinu kondukcijom. Cijeli komad sporo će se hladiti slobodnom konvekcijom i zračenjem.

Nestacionarno polje temperature T zadano je s jednadžbom:

$$T = T(x, y, z, t). \quad (2.1)$$

Osnovna jednadžba za rješavanje nestacionarnog prijenosa topline je:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) + Q = \rho c \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (2.2)$$

gdje je Q volumni izvor topline, ρ je gustoća materijala, c je specifični toplinski kapacitet materijala, k je koeficijent toplinske vodljivosti, T je temperatura, a t je vrijeme. Prva tri člana jednadžbe 2.2 predstavlja toplinski tok uslijed kondukcije, četvrti član je volumni izvor topline, a član s desne strane promjenu topline po jedinici volumena materijalne točke. Ako se u jednadžbu 2.2 uvrsti Fourierov zakon kondukcije:

$$q_s = -k \frac{\partial T}{\partial n}, \quad (2.3)$$

uz pretpostavku da toplinska provodljivost nije funkcija prostornih koordinata, dobiva se:

$$k \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right) \right] + Q = \rho c \frac{\partial T}{\partial t}. \quad (2.4)$$

Dok je jednadžbe za kondukciju jednostavno rješavati, komplicirane procese poput zračenja i konvekcije potrebno je modelirati. Prijenos topline između stijenke zavarivanih komponenti opisuje se mješovitim rubnim uvjetom:

$$-k \frac{\partial T}{\partial n} = -h(T_\infty - T_s), \quad (2.5)$$

gdje je h koeficijent prijelaza topline uslijed konvekcije i zračenja, T_∞ temperatura okoline, a T_s temperatura stijenke.

Najjednostavniji pristup modeliranju unosa topline zavarivanjem, koji se ujedno koristi u ovom radu, je jednoliki izvor topline po prethodno dodanim elementima zavara:

$$Q = \frac{\eta UI}{V}, \quad (2.6)$$

gdje je η efikasnost zavarivanja, U napon izvora struje, I jakost struje zavarivanja i V volumen zavara. Kada se govori o 'prethodno dodanim elementima zavara' treba naglasiti da se koristi metoda rađanja elemenata, tj. da su elementi zavara isključeni iz analize i postepeno se uključuju u onom trenutku kada bi se u stvarnosti dodatni materijal počeo stvarati s napredovanjem elektrode. Uključeni konačni elementi se progrijavaju unaprijed propisanim toplinskim tokom neko određeno vrijeme nakon kojeg se uključuju novi elementi, te se oni počinju progrijavati.

Da bi prethodno opisane parcijalne diferencijalne jednadžbe bile rješive potrebno je poznavati početne uvjete, koji su opisani s:

$$T(x, y, z, 0) = T_0(x, y, z). \quad (2.7)$$

Prethodni set jednadžbi opisuje toplinske pojave u zavarivanju. Tokom zavarivanja uslijed nejednolikog zagrijavanja javljaju se naprezanja koja prelaze granicu tečenja materijala što uzrokuje pojavu zaostalih naprezanja, što je i cilj ovoga rada, pa je potrebno provoditi i mehaničku analizu. Toplinska analiza i mehanička analiza mogu biti spregnute, što znači da se istovremeno odvijaju, kao što je slučaj kod obrade metala plastičnim deformiranjem gdje se unesena toplina zanemaruje. U slučaju zavarivanja koristi se sekvencijalno spregnuta analiza, a unesena toplina se ne može zanemariti. To znači da se provodi prvo toplinska analiza, a na osnovu rezultata toplinske analize provodi se mehanička analiza. Utjecaj toplinske analize na mehaničku očituje se u toplinskim deformacijama koje su uzrokovane temperaturnim poljem dobivenim toplinskom analizom. Korištenjem sekvencijalno spregnute analize značajno se smanjuje vrijeme računanja jer se javljaju manji sustavi jednadžbi (dva puta rješavanje sustava jednadžbi s n nepoznanica zahtjeva manje vremena od rješavanje jednog sustava s $2n$ nepoznanica).

Konstitutivne jednadžbe potrebne za mehaničku analizu opisane su u sljedećem potpoglavlju, a konačni elementi za i mehaničku i toplinsku analizu u poglavlju 'O konačnim elementima'.

2.3. Deformacije u zavarenoj konstrukciji

Prilikom zavarivanja javljaju se deformacije koje mogu biti posljedica utjecaja topline, faznih promjena ili narinetog naprezanja, u vidu elastičnih i plastičnih deformacija. Ukupni prirast tenzora deformacije (uz pretpostavku malih deformacija) može se zapisati kao [11, 12]:

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^p + d\varepsilon_{ij}^0 + d\varepsilon_{ij}^{AV} + d\varepsilon_{ij}^{trp}, \quad (2.8)$$

gdje je $d\varepsilon_{ij}^e$ prirast elastične deformacije, $d\varepsilon_{ij}^p$ prirast plastične deformacije, $d\varepsilon_{ij}^0$ prirast toplinske deformacije, $d\varepsilon_{ij}^{AV}$ prirast volumenske deformacije uslijed fazne promjene i $d\varepsilon_{ij}^{trp}$ prirast plastične deformacije uslijed fazne promjene. U ovom radu koristi se konstrukcijski čelik S355J2+N koji je po kemijskom sastavu nisko-ugljični čelik. Prema [3] deformacije nisko-ugljičnih čelika uslijed faznih promjena su zanemarive, pa su u ovom radu deformacije uslijed faznih promjena izostavljene.

U slučaju velikih pomaka za mjeru deformiranosti uzima se Green-Lagrangeov tenzor deformacije koji glasi:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i} + u_{k,i}u_{k,j}), \quad (2.9)$$

gdje je u_i pomak u materijalnom kordinatnom sustavu u smjeru osi i , a $u_{i,j}$ derivacija tog pomaka u smjeru osi j materijalnog kordinatnog sustava.

Veza između elastičnih deformacija i naprezanja je Hookeov zakon (Kirchoff - Venantov zakon):

$$S_{ij} = D_{ijkl}\varepsilon_{kl}^e, \quad (2.10)$$

gdje je S_{ij} je drugi Piola-Kirchoffov tenzor naprezanja, a D_{ijkl} je tenzor elastičnosti, koji iako ima 81 član, za izotropne materijale ima samo 2 nezavisna parametra kojim se određuju ti članovi. Ta 2 nezavisna parametra su najčešće Lamove konstante ili Youngov modul elastičnosti i Poissonov faktor. Cauchyev tenzor naprezanja dobiva se iz drugog Piola-Kirchoffova tenzora naprezanja i tenzora gradijenta deformiranja [14]. Cauchyev tenzor naprezanja može se rastaviti na sferični dio i devijatorski dio:

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{3}\sigma_{kk}\delta_{ij} + s_{ij}, \quad (2.11)$$

gdje je σ_{ij} Cauchyev tenzor naprezanja, a δ_{ij} je Kroneckerov delta simbol koji poprima vrijednost 1 za $i = j$, uprotivnom poprima vrijednost 0.

Ako se promatra prirast naprezanja i deformacije iz jednadžbe 2.12 i iskoristi dekompozicija prirasta deformacija iz 2.8 dobiva se:

$$d\sigma_{ij} = D_{ijkl}(d\varepsilon_{kl} - d\varepsilon_{kl}^p - d\varepsilon_{kl}^0), \quad (2.12)$$

Toplinska deformacija se određuje jednostavno, iz relacije:

$$\varepsilon_{ij}^0 = \alpha_T \Delta T, \quad (2.13)$$

iz koje je trivijalno odrediti prirast toplinske deformacije.

Opisivanje plastičnih deformacija je složenije. Prirast plastičnog naprezanja dobiva se iz zakona tečenja:

$$d\varepsilon_{ij}^p = \lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}}, \quad (2.14)$$

gdje je λ plastični multiplikator, a g funkcija plastičnog potencijala. Za plastični potencijal se najčešće koristi funkcija tečenja f i tada se zakon tečenja naziva asocijativni zakon tečenja (u protivnom – neasocijativni zakon tečenja). Funkcija tečenja se zadaje tako da u elastičnom području ima vrijednost $f < 0$, u slučaju tečenja $f = 0$, a $f > 0$ je nefizikalno stanje. Ploha (funkcija) tečenja po von Misesu koja vjerno opisuje ponašanje duktilnih materijala, ima oblik:

$$f = s_{ij}s_{ij} - \frac{2}{3}\sigma_Y^2. \quad (2.15)$$

Ako se u von-Misesovu funkciju tečenja dodaju kinematsko očvršćenje i izotropno očvršćenje funkcija tečenja ima oblik:

$$f = (s_{ij} - q_{ij})(s_{ij} - q_{ij}) - \frac{2}{3}(\sigma_Y + k)^2, \quad (2.16)$$

gdje je q_{ij} 'back-stress' tenzor (tenzor povratnog naprezanja) koji pomiče plohu tečenja po prostoru naprezanja, i njime se opisuje kinematsko očvršćenje, a k je izotropno očvršćenje koje širi plohu tečenja. Izotropno očvršćenje i 'back-stress' tenzor određuju se iz pretpostavljenih zakona očvršćenja. U slučaju najjednostavnijeg plastičnog modela – elastično-idealno-plastičnog modela koristi se funkcija 2.15. Taj model podrazumijeva da nema nikakvog očvršćenja.

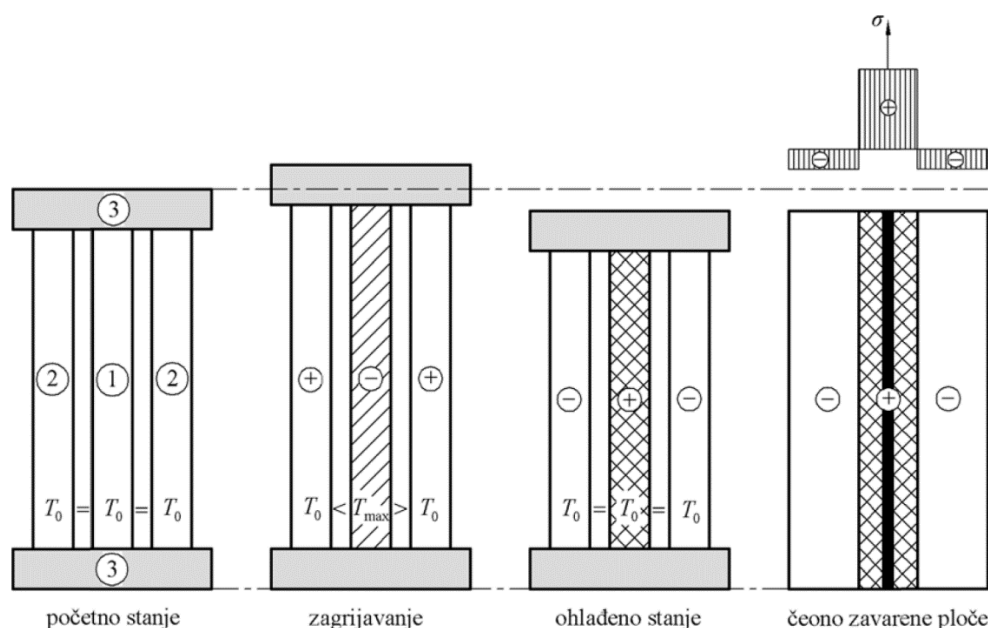
S obzirom na karakterističnu krivulju naprezanje – deformacija kod niskougljičnih čelika, opravdano je koristiti elastično-idealno-plastičan model, što se u ovom radu i koristi.

2.4. Zaostala naprezanja u zavarenoj konstrukciji

Zbog intenzivnog unosa topline pri zavarivanju, u blizini zavara javljaju se visoke temperature. Hlađenjem materijala dolazi do skupljanja materijala i vlačnih naprezanja u blizini zavara te tlačnih naprezanja podalje od zavara. Ta naprezanja očituju se kao zaostala naprezanja uslijed nastale razlike temperatura. Ukoliko ta vlačna naprezanja prijeđu granicu tečenja dolazi do plastičnih deformacija koje sa sobom nose i dodatna zaostala naprezanja. Također, fazne promjene mogu biti uzrok zaostalih naprezanja.

Nastanak zaostalih naprezanja može se objasniti jednostavnim modelom s 3 štapa sa slike 3. Model se sastoji od jednog središnjeg štapa 1 i dva granična štapa 2, zajedno spojenih na krajevima s krutim bazama 3. U svakom vremenskom trenutku štapovi su jednake duljine. Središnji štap koji je izložen zagrijavanju simulira zavar i područje oko njega, dok se granični

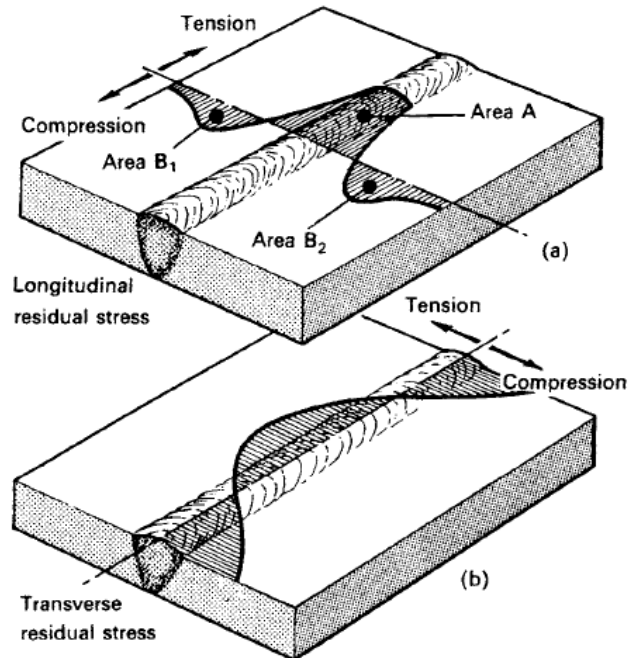
štapovi drže na konstantnoj temperaturi predstavljajući tako ostatak zavarivanih ploča, tj. onaj dio koji ne spada u zonu utjecaja topline (ZUT). Zagrijavanjem središnjeg štapa na neku temperaturu T_{max} on teži produljenju $\Delta l = \alpha_T l T_{max}$, gdje je l početna duljina štapa. Budući da granični štapovi ne dopuštaju slobodno širenje središnjeg štapa, u njemu dolazi do porasta tlačnih napreznja. Ako se središnji štap tlači elastično, nakon hlađenja će sustav poprimiti svoje početno stanje, a to je ono bez napreznja i deformacija. Uz plastično tlačenje središnjeg štapa tijekom zagrijavanja dolazi do plastičnih tlačnih deformacija u tom štapa. U stadiju hlađenja središnji štap teži skraćivanju, dok granični štapovi žele zadržati svoju početnu duljinu. Stoga u središnjem štapa (ZUT) dolazi do porasta vlačnog napreznja, a granični štapovi su podvrgnuti tlačnom napreznju.



Slika 3. Model nastanka zaostalih napreznja [11]

Ako se model s 3 štapa prenese na model ploče (slika 4) prethodno objašnjena napreznja u štapa promatraju se kao uzdužna napreznja u zavaru (napreznja u smjeru zavara), ali uz dodatne komplikacije. Dobro je poznato da na slobodnoj površini mora vladati ravninsko stanje napreznja, što znači da na početnoj i krajnjoj površini zavara vlada nulto uzdužno napreznje. To znači da je longitudinalno napreznje po zavaru u ploči nejednoliko, kreće od 0 u početnoj točki zavara, penje se do maksimuma i vraća u nulu u krajnjoj točki zavara. Nejednoliko longitudinalno napreznje implicira i nejednoliku uzdužnu deformaciju, a i nejednoliku poprečnu deformaciju (Hookov zakon). Kada ne bi bilo osnovnog materijala koji se opire deformiranju, u zoni malog uzdužnog napreznja bila bi mala poprečna deformacija (poprečno suženje), a u zoni velikog uzdužnog napreznja bila bi velika poprečna deformacija. Kako se osnovni materijal opire slobodnom deformiranju materijala u okolici zavara dolazi i

do poprečnih deformacija. Osnovni materijal teži izjednačiti poprečnu deformaciju, pa se materijal s inicijalno malom uzdužnom deformacijom tlači, a materijal s velikom uzdužnom deformacijom razvlači. Iz tog razloga na rubu ploče se javlja tlačno poprečno naprezanje, a u središnjim dijelovima vlačno poprečno naprezanje.



Slika 4. Karakteristična zaostala naprezanja u sučeonom spoju [15]

3. O mehanici loma

Mehanika loma je grana mehanike deformabilnih tijela koja se bavi propagacijom pukotina te je osnova za dimenzioniranje komponenti koje sadržavaju pukotine i defekte nalik na pukotine. Razvoj mehanike loma počinje s Griffitom 1920. postavljajući energetski kriterij loma, iako je prvi koji se službeno dotakao problema bio L. da Vinci koji je uspostavio kvalitativnu inverznu vezu između čvrstoće željezne žice i njene duljine, objašnjavajući to većom statističkom mogućnošću postojanja defekta u duljoj žici. Griffit je svoju teoriju uspješno validirao na staklenim uzorcima, dok je primjena na metalnim uzorcima bila neuspješna, pa je Griffitova teorija ostala zanemarena. Značajan razvoj mehanike loma počinje nakon drugog svjetskog rata potaknut iznenadnim havarijama 'Liberty' brodova kojih je od 2700 sagrađenih havariju doživilo 400, od čega se čak dvadeset doslovice prepolovilo. Uzročnici pojave pukotina u tim brodovima bila je primjena zavarivanja, gdje su radove izvodili nedovoljno vješti radnici, što je kao posljedicu imalo zavare lošije kvalitete koji su sadržavali defekte nalik na pukotine, a lomovima je pridonijela i manja lomna žilavost primijenjenih čelika. Griffitova teorija je zaživela kada ju je Irwin 1948. proširio na metale dodajući u energijski kriterij i disipaciju energije uslijed plastičnih deformacija. Brzinu oslobađanje energije je definirao Irwin, a analizom polja naprezanja oko pukotine koju je definirao Westergaard Irwin je definirao jedan parametar – faktor intenzivnosti naprezanja K koji povezuje polje naprezanja oko vrška pukotine s brzinom oslobađanja energije i pojavom loma. Za razliku od Irwinova rada koji je zaživio u praksi, Parisova teorija iz 1960. koja opisuje brzinu rasta pukotine dugo nije primljena u praksi pa su za slučaj dinamičkog opterećivanja relevantne ostale konzervativne eksperimentalne S-N krivulje. Irwinova teorija uzimala je u obzir plastičnu deformaciju, ali je dopuštala jako malo plastično područje oko vrška pukotine, što djelomično uklanjaju Irwin, Dugdale i Barenblatt definirajući plastične korekcije koeficijenta intenzivnosti naprezanja. Irwin je dao jednostavan izraz za radijus plastičnog područja oko vrška pukotine, i uvećanje faktora intenzivnosti naprezanja bazirano na radijusu plastičnog područja. Wells je zamijetio trajno odvajanje lica pukotine u slučaju značajnog plastičnog tečenja oko vrška pukotine i predložio je novi kriterij loma – CTOD ('crack tip opening displacement', 'otvaranje vrška pukotine'). 1968. Rice je proširio brzinu oslobađanja energije na nelinearno ponašanje materijala pri čemu je definirao J integral kao parametar mehanike loma. Na osnovu rada Shih-a i Hutchinson-a, a 1976. objavljena je priručnik za mehaniku loma baziran na J integralu objavljen od strane EPRI-a (Electric Power Research Institute). Trenutno su u primjeni i CTOD i J integral. U nešto ranijoj povijesti prethodno

spomenuta teorija proširena je na dinamičke probleme, složenije materijalne modele i fenomene poput viskoelastičnosti i viskoplastičnosti. Aktualan je i razvoj mikrostrukturnih modela za povezivanje mikrostrukturnih svojstava s makroskopskim lomnim svojstvima. S razvojem računala i numeričkih metoda (konkretno metode konačnih elemenata) omogućene su analize složenih trodimenzijskih geometrija s proizvoljnim pukotinama [6].

3.1. Linearno-elastična mehanika loma

Griffitova teorija bazira se na promjeni ukupne potencijalne energije tijela s pukotinom definirane s:

$$\Pi = W_e + W_s, \quad (3.1)$$

gdje je W_e energija deformiranja, W_s energija 'površinske napetosti'. Promjena energije uslijed rasta pukotine je:

$$\frac{d\Pi}{da} = \frac{dW_e}{da} + \frac{dW_s}{da}, \quad (3.2)$$

gdje je a duljina pukotine. Da bi došlo do nestabilnog rasta pukotine (loma) potencijalna energija tijela pri rastu pukotine mora opadati tj. mora vrijediti:

$$\frac{d\Pi}{da} \leq 0, \quad (3.3)$$

tj.:

$$\frac{dW_e}{da} \leq -\frac{dW_s}{da}, \quad (3.4)$$

Ako se razmatra ploča beskonačne duljine i širine s centralnom pukotinom okomitom na opterećenje moguće je iskoristiti rješenja za polje naprezanja beskonačne ploče s eliptičnim otvorom po Inglis-u [6] i dobiti izraz za energiju deformiranja:

$$W_e = W_{e0} - \frac{\pi\sigma^2 a^2 B}{E}, \quad (3.5)$$

gdje je W_{e0} energija deformiranja ploče bez pukotine, a je pola duljine pukotine (duljina pukotine je $2a$), B je debljina ploče i E je Youngov modul elastičnosti. Energija površinske napetosti za beskonačnu ploču s centralnom pukotinom je:

$$W_s = 4\gamma a B, \quad (3.6)$$

gdje je γ gustoća energije površinske napetosti. Iskorištavajući dobivene relacije 3.6 i 3.5 te uvrštavajući ih u uvjet za nestabilan rast pukotine 3.3 dobiva se kriterij loma:

$$G \geq G_c, \quad (3.7)$$

gdje je G brzina oslobađanja energije definirana s:

$$G = \frac{\pi \sigma^2 a}{E}, \quad (3.8)$$

a G_c kritična brzina oslobađanja energije.

$$2\gamma = G_c. \quad (3.9)$$

Da bi se prethodno opisana teorija proširila na materijale koji nisu savršeno elastični, tj. trpe plastičnu deformaciju oko vrška pukotine (plastična zona mora biti jako mala da bi relacija vrijedila) uvodi se izraz (po Irwinu):

$$G_c = 2(\gamma + \gamma_p), \quad (3.10)$$

gdje je $2\gamma_p$ rad plastične deformacije potreban za stvaranje nove površine.

Relacije koje su korisne za eksperimentalno određivanje G_c je:

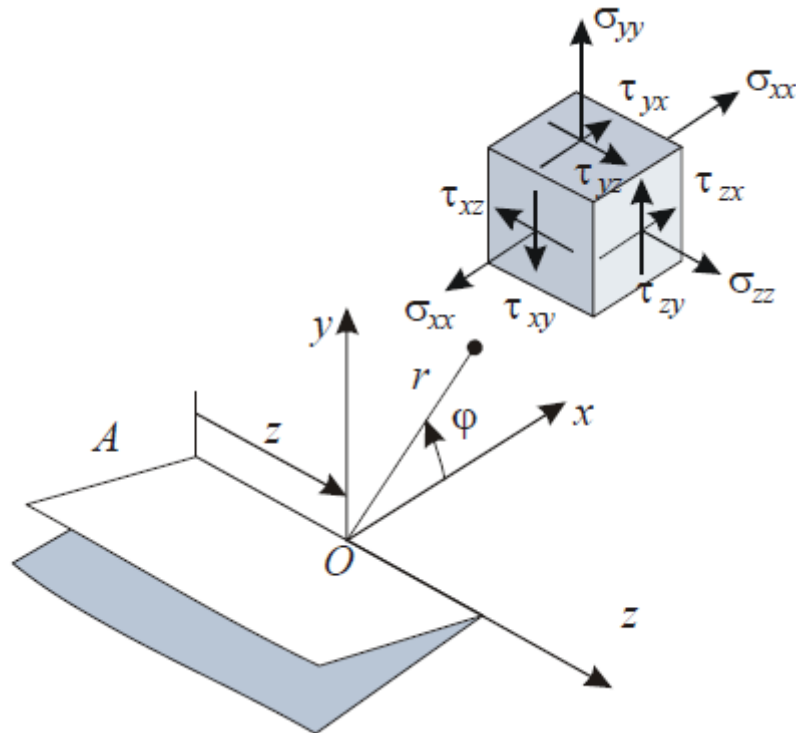
$$G = -\frac{dW_e}{dA} = \frac{P}{2B} \left(\frac{d\Delta}{da} \right)_P = -\frac{\Delta}{2B} \left(\frac{dP}{da} \right)_\Delta = \frac{P^2}{2B} \frac{dC}{da}, \quad (3.11)$$

gdje je $dA = daB$, gdje je P sila/opterećenje, Δ je pomaka hvatišta sile P , $\left(\frac{d\Delta}{da} \right)_P$ je prirast pomaka hvatišta sile P za konstantnu silu, $\left(\frac{dP}{da} \right)_\Delta$ je prirast opterećenja za konstantan pomak Δ , a C je podatljivost (omjer pomaka i sile). G koji se dobije pri lomu je G_c (kritična vrijednost brzine oslobađanja energije).

Rješenja za polje naprezanja oko vrška pukotine dao je Westergaard. U općem slučaju rješenje je dano s:

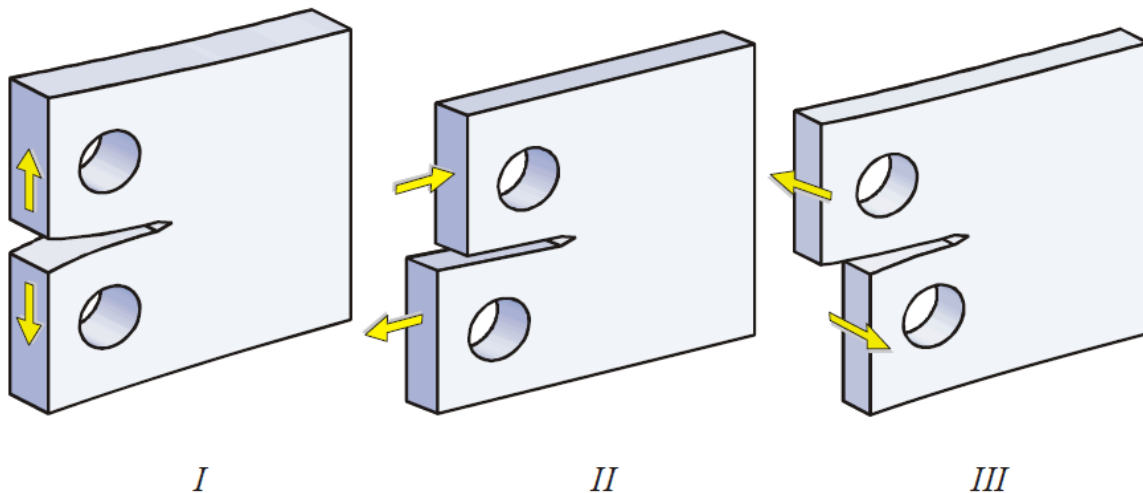
$$\sigma_{ij} = \left(\frac{k}{\sqrt{r}} \right) f_{ij}(\theta) + \sum_{m=0}^{\infty} A_m r^{\frac{m}{2}} g_{ij}^{(m)}(\theta), \quad (3.12)$$

gdje je σ_{ij} tenzor naprezanja, k konstanta, f_{ij} bezdimenzijska funkcija koja poprima vrijednost od 0 do 1 ovisno o kutu θ , A_m konstanta uz m -ti član i $g_{ij}^{(m)}$ bezdimenzijska funkcija uz m -ti član. r je udaljenost od vrška pukotine, a θ je kut definiran na slici ispod. Polje naprezanja ima singularitet u točki $r = 0$, gdje je naprezanje jednako beskonačnom. U blizini točke $r = 0$ dominira prvi član jednadžbe, a udaljavajući se prevladavaju ostali članovi. Pri izvodu jednadžbe 3.12 pretpostavljeno je savršeno elastično ponašanje materijala, dok se u stvarnosti materijal ponaša elasto-plastično. Ipak, u slučaju jako malog radijusa plastične zone, relacija 3.12 van plastične zone jako dobro opisuje stvarno stanje.



Slika 5. Koordinatni sustav za definiranje naprezanja u vršku pukotine[16]

Polje naprezanja oko vrška pukotine ovisiti će o načinu otvaranja pukotine. Razlikuju se 3 načina otvaranja pukotine: odcjepni (I), smični (II), i vijčani (III).



Slika 6. Načini otvaranja pukotine [16]

Za svaki od načina otvaranja pukotine dano je rješenje za naprezanje, a u vršku pukotine ima vrijednost:

$$\lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{ij}^{(I)} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{(I)}(\theta), \quad (3.13)$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{ij}^{(II)} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{(II)}(\theta), \quad (3.14)$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{ij}^{(III)} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{(III)}(\theta). \quad (3.15)$$

Koeficijenti K_I , K_{II} , i K_{III} su koeficijenti intenzivnosti naprezanja. Funkcije f_{ij} mogu se pronaći u [6] ili [16]. Egzaktna analitička rješenja za K postoje samo za neke jednostavne 'fiktivne' slučajeve, npr. rješenje za centralnu pukotinu (po debljini) u beskonačnoj ploči za slučaj opterećenja okomitog na pukotinu je:

$$K_I = \sigma\sqrt{a\pi}, \quad (3.16)$$

rješenje za pukotinu na rubu polubeskonačne ploče, za slučaj pukotine okomite na rub ploče i opterećenja okomitog na pukotinu je:

$$K_I = 1.12\sigma\sqrt{a\pi}, \quad (3.17)$$

a rješenje za kružnu pukotinu u beskonačnom trodimenzionalnom mediju za slučaj opterećenja okomitog na pukotinu je:

$$K_I = \frac{2}{\pi}\sigma\sqrt{a\pi}. \quad (3.18)$$

Ono zbog čega su koeficijenti intenzivnosti naprezanja zanimljivi je veza s brzinom oslobađanja energije, koja je za odcjepni način otvaranja pukotine definirana s:

$$G = \frac{K_I^2}{E'} \quad (3.19)$$

gdje je $E' = E$ za slučaj ravninskog stanja naprezanja i $E' = \frac{E}{1-\nu^2}$ za slučaj ravninskog stanja deformacije. Sada je kriterij loma moguće prikazati preko koeficijenta intenzivnosti naprezanja:

$$K_I \geq K_{Ic} \quad (3.20)$$

gdje je K_{Ic} lomna žilavost za prvi način otvaranja pukotine i ima vrijednost $K_{Ic} = \sqrt{G_{Ic}E'}$. Na isti način moguće je raspisati kriterije za ostale načine otvaranja pukotine. Također razlikovati će se kritične brzine oslobađanja energije za različite načine otvaranja pukotine, ali u pozadini stoji samo jedan materijalni parametar, pa je moguće kritične brzine oslobađanja energije za drugi i treći način otvaranja pukotine napisati u ovisnosti o kritičnoj brzini oslobađanja energije za prvi način otvaranja pukotine.

U slučaju kombinacije svih triju načina otvaranja pukotine brzina oslobađanje energije je:

$$G = \frac{K_I^2}{E'} + \frac{K_{II}^2}{E'} + \frac{K_{III}^2}{2\mu}, \quad (3.21)$$

gdje je μ modul smičnosti. S prethodnim izrazom treba biti oprezan jer pretpostavlja da pukotina raste u ravnini u kojoj se trenutno nalazi (pukotina ne skreće), što ne mora nužno biti slučaj. Pukotina se širi u pravcu u kojem je brzina oslobađanja energije najveća, a brzina oslobađanja energije ovisi o kutu propagacije pukotine. Po kriteriju maksimalne brzine oslobađanja energije pukotina propagira kada maksimalna brzina oslobađanja energije dosegne kritičnu vrijednost. Proizvoljni odabir smjera propagacije pukotine dati će manju brzinu oslobađanja energije od maksimalne moguće, te takav propust može dovesti do nestabilne propagacije pukotine kod opterećenja manjeg od očekivanog. Analitičko određivanje maksimalne brzine oslobađanja energije je komplicirano, dok je numerički jednostavnije. Osim kriterija maksimalne brzine oslobađanja energije postoji i kriterij maksimalnog tangencijalnog naprezanja i drugi, o čemu se može više pročitati u [17].

3.2. Elasto-plastična mehanika loma

Čista elastična analiza daje pouzdana rješenja za mala nominalna naprezanja, najčešće do oko 50% granice tečenja materijala, ali to je pretpostavka i vrijedi za pojedinačne slučajeve [6]. Povećanjem naprezanja dolaze do izražaja efekti plastičnosti i do loma dolazi kod koeficijenata intenzivnosti naprezanja koji su manji od K_c . U slučaju nešto većih naprezanja moguće je koristiti korekcije koeficijenata intenzivnosti naprezanja pomoću radijusa plastičnog područja, a u slučaju izrazito velikog plastičnog tečenja potrebno je koristiti parametre elasto-plastične mehanike loma poput CTOD-a i J integrala. Irwin je dao izraz za radijus plastičnog područja za odcjepni način otvaranja pukotine za ravninsko stanje deformacije:

$$r_p = \frac{1}{6\pi} \left(\frac{K_I}{\sigma_y} \right), \quad (3.22)$$

gdje je σ_{ys} granica tečenja materijala. Dugdale je dao nešto kompliciraniji model:

$$r_p = a \left(\frac{1}{\cos\left(\frac{\pi\sigma}{2\sigma_y}\right)} - 1 \right), \quad (3.23)$$

Korištenjem radijusa plastične zone moguće je definirati efektivnu duljinu pukotine a_{eff} koja je suma duljine pukotine i radijusa plastične zone. Koeficijent intenzivnosti naprezanja funkcija je naprezanja i duljine pukotine, a plastično korigirani koeficijent intenzivnosti naprezanja funkcija je naprezanja i efektivne duljine pukotine:

$$K_{eff} = \sigma \sqrt{\pi(a + r_p)} Y(a + r_p). \quad (3.24)$$

Članovi jednadžbe objašnjeni su uz jednadžbu 3.26. Efekti plastičnosti uzeti su u obzir uvećanjem koeficijenta intenzivnosti naprezanja fiktivnim produljenjem pukotine za radijus plastične zone.

Egzaktniji parametar elasto-plastične mehanike loma je J integral. J integral je definirao Rice 1968. i glasi:

$$J = \int_V \left(\sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_1} - U \delta_{1j} \right) \frac{\partial q}{\partial x_j} dV, \quad (3.25)$$

gdje je x_1 os u smjeru okomitom na liniju pukotine, koja leži u ravnini pukotine, U je gustoća energije deformiranja, a q je proizvoljna težinska funkcija koja ima vrijednost 1 u vršku pukotine i 0 na granicama volumena po kojem se integrira. J integral je parametar elasto-plastične mehanike loma, a u slučaju linearno elastičnog ponašanja materijala istovjetan je s brzinom oslobađanja energije G . Također treba naglasiti korisno svojstvo J integrala, a to je neovisnost o konturi/integracijskom volumenu. Kod elasto-plastičnog ponašanja J integral je ograničen na monotona opterećenja, a u slučaju opterećivanja i rasterećivanja integral gubi svojstvo neovisnosti o konturi i gubi prethodnu fizikalnu interpretaciju.

U praksi se za provjeru integriteta konstrukcije najčešće koriste FAD dijagrami koji uzimaju u obzir utjecaje plastičnosti na konstrukciju. Prvi FAD (eng. *fracture assesment diagram*) dijagrami bili su dobiveni iz korekcije koeficijenta intenzivnosti naprezanja radijusom plastične zone. Naknadno FAD dijagrami su dobiveni pomoću J integrala. Ukoliko se radi o konstrukcijskoj komponenti i materijalu za kojeg postoje podatci potrebni za FAD postupak, provjera integriteta konstrukcije svodi se na linearnu analizu i računanje parametara linearno-elastične mehanike loma.

3.3. Računanje koeficijenata intenzivnosti naprezanja

3.3.1. Geometrijske funkcije

Najjednostavniji i u praksi najzastupljeniji način za izračun koeficijenata intenzivnosti naprezanja je korištenjem 'geometrijskih funkcija'. To su empirijski određene bezdimenzijske funkcije koje vrijede samo za određenu geometriju komponente i pukotine, i za određeno opterećenje i određeni način otvaranja pukotine za koje su izvedene. Koeficijent intenzivnosti naprezanja se računa pomoću izraza (po uzoru na rješenje za beskonačnu ploču s pukotinom):

$$K = \sigma\sqrt{\pi a}Y. \quad (3.26)$$

Y je bezdimenzijska funkcija koja ovisi o geometrijskim karakteristikama komponente i pukotine u komponenti, npr. o omjerima duljine pukotine s širinom ili duljinom komponente i slično. Iz prethodnog izraza jasno je da je Y faktor koji korigira rješenje za beskonačnu pukotinu (jednadžba 3.16) kako bi se moglo koristiti i za druge geometrije.

3.3.2. Težinske funkcije

Nešto općenitiji, ali i kompliciraniji način određivanja koeficijenta intenzivnosti naprezanja je primjena težinske funkcije. Težinske funkcije vrijede za točno određenu geometriju i za točno određeni način otvaranja pukotine za koji su izvedene, ali opterećenje tj. polje naprezanja na komponenti bez pukotine može biti proizvoljno. Izraz za koeficijent intenzivnosti naprezanja pomoću težinskih funkcija za dvodimenzijske probleme je:

$$K = \int_{\Gamma_c} \sigma(x) h(x) dx, \quad (3.27)$$

gdje je Γ_c linija pukotine, $\sigma(x)$ naprezanje po liniji pukotine na komponenti bez pukotine, a $h(x)$ težinska funkcija. Iako težinske funkcije imaju analitičku pozadinu, izvod težinske funkcije za konkretnu geometriju empirijskog je karaktera. Primjena prethodne relacije nije ograničena samo na dvodimenzijske probleme već ju je moguće koristiti i za trodimenzijske probleme, ali uz pretpostavku da je polje naprezanja funkcija samo od x . U ovom radu korištena je Glinkina težinska funkcija za polueliptične pukotine u ploči konačnih dimenzija, izvedena u [18] za slučaj polja naprezanja koje varira samo po debljini ploče, a po duljini i širini ploče je konstantno.

Postoje i dvodimenzijske težinske funkcije oblika:

$$K = \int_{S_c} \sigma(x, y) h(x, y) dS, \quad (3.28)$$

ali je izvod i primjena takvih težinskih funkcija znatno kompliciranija.

3.3.3. Rješenja metodom konačnih elemenata

Primjena metode konačnih elemenata omogućuje izračun polja pomaka i naprezanja na proizvoljnim geometrijama i za proizvoljna opterećenja. To omogućuje fleksibilnije određivanje parametara mehanike loma poput J integrala i koeficijenata intenzivnosti naprezanja. Jedan od problema primjene metode konačnih elemenata na probleme mehanike loma je opisivanje polja pomaka oko vrška pukotine, koje predstavlja singularitet. Pokazano je

da je i rješenje s velikim brojem standardnih konačnih elemenata rješenje oko vrška pukotine neprecizno, pa se koriste specijalni konačni elementi oko vrška pukotine. Singularni konačni mogu opisati polja pomaka oko vrška pukotine, a detaljnije su raspravljani u poglavlju 'O konačnim elementima'. Osim korištenja singularnih elemenata mogu se koristiti obogaćeni elementi, hibridni elementi i X-FEM (eng. *extended finite element method*), ali se singularni element koristi najčešće. Za razliku od drugih navedenih pristupa, problem korištenja singularnih elemenata je što se informacija o parametrima mehanike loma ne dobiva direktno, već se dobiva preračunavanjem iz polja pomaka i sl.. U daljnjem tekstu raspravljene su mogućnosti računanja koeficijenta intenzivnosti naprezanja iz rješenja metodom konačnih elemenata u slučaju korištenja singularnih elemenata.

Jedna od metoda za računanje koeficijenta intenzivnosti naprezanja je metoda ekstrapolacije pomaka. Kao što postoje analitička rješenja za polje naprezanja (jednadžba 3.13 do 3.15) oko vrška pukotine, postoje i rješenja za polja pomaka. Rješenja se mogu pronaći u [6] i [16]. Koeficijenti intenzivnosti naprezanja se dobivaju uvrštavanjem relativnih pomaka čvora u blizini pukotine u izraz za polje pomaka, iz čega se dobiva koeficijent intenzivnosti naprezanja u čvoru na fronti pukotine. Moguće je i korištenje metode ekstrapolacije naprezanja, ali ne koristi se jer naprezanje sporije konvergira od pomaka, pa daje manju točnost.

Brzina oslobađanja energije se može odrediti iz relacije 3.11 koja dovodi u vezu brzinu oslobađanja energije s energijom deformiranja. Pomicanjem jednog čvora na fronti pukotine može se dobiti nova energija deformiranja. Korištenjem nove i stare energije deformiranja i korištenjem konačnih diferencija nad izrazom 3.11 može se dobiti brzina oslobađanja energije. Problem metode je to što je za svaki čvor na fronti pukotine potrebno vršiti novu analizu da bi se dobila brzina oslobađanja energije. Taj problem uklanja metoda virtualnog otvaranja pukotine, po kojoj se brzina oslobađanja energije dobiva na osnovu izračunatih pomaka i derivacije matrice krutosti po duljini pukotine.

Ipak, u modernim programskim paketima npr. *Abaqus* [7] koristi se metoda J integrala. J integral je opisan jednadžbom 3.25. Koeficijente intenzivnosti naprezanja iz J integrala moguće je dobiti pomoću 'metode interakcijskog integrala' detaljno opisane u [6] i [18]. Metoda se temelji na superponiranju teorijskog polja naprezanja za neki od načina otvaranja pukotine, na izračunato polje naprezanja. Za slučaj homogenog izotropnog ponašanja materijala J integral definiran je s:

$$J = \frac{K_I^2}{E'} + \frac{K_{II}^2}{E'} + \frac{K_{III}^2}{2G}. \quad (3.29)$$

Ako na polje naprezanja superponiramo naprezanje za odcjepni način otvaranja pukotine dobiva se ukupni J integral:

$$J_{uk} = \frac{(K_I + k_I)^2}{E'} + \frac{K_{II}^2}{E'} + \frac{K_{III}^2}{2G}, \quad (3.30)$$

gdje je k_I koeficijent intenzivnosti naprezanja za dodano analitičko polje naprezanja. J integral za dodano polje naprezanja je:

$$J_d = \frac{k_I^2}{E'}. \quad (3.31)$$

Po metodi interakcijskog integrala, oduzimanjem 3.30 i 3.31 od 3.29 dobiva se:

$$J_{uk} - J - J_d = 2 \frac{k_I K_I}{E'}. \quad (3.32)$$

Iz 3.32 jednostavno je izračunati K_I . Ponavljajući postupak od 3.29 do 3.32 dodavajući polja naprezanja za ostale načine otvaranja pukotina dobivaju se i ostali koeficijenti intenzivnosti naprezanja.

3.4. Primjena principa mehanike loma na zavarene konstrukcije

Primjena tehnologije zavarivanja u konstrukciju unosi faktore koje umanjuju statičku i dinamičku čvrstoću konstrukcije. Ti faktori su koncentracija naprezanja uslijed geometrije zavora, zaostala naprezanja i postojanje defekata nalik na pukotine stvorenih procesom zavarivanja. Najutjecajniji faktor na vijek trajanja zavarenog spoja je postojanje defekata nalik na pukotine u zavarenom spoju iz kojih se jako brzo inicira pukotina, pa je životni vijek zavarenog spoja dominiran propagacijom pukotine. To daje za mogućnost računanje vijeka trajanja zavora i rekonstrukciju $S-N$ krivulja pomoću koncepata mehanike loma poput Parisova integrala i sličnih metoda. Iako je utjecaj srednjeg naprezanja na iniciranje pukotine značajan, utjecaj srednjeg naprezanja na brzinu rasta pukotine je relativno mali, pa je opravdano zanemariti zaostala naprezanja i koristiti Parisov integral, a koeficijente intenzivnosti naprezanja uslijed polja zaostalog naprezanja moguće je uzeti u obzir kod računanja dimenzije pukotine kod koje će doći do loma konstrukcije. Primjena metoda mehanike loma je komplicirana pa se u praksi najčešće koriste $S-N$ krivulje. [15]. Pri računanju vijeka trajanja zavora za inicijalnu dubinu pukotine u literaturi npr. [20], [21] i [22] uzima se početna dubina pukotine od 0.1 mm do 0.25 mm. No u ovom radu od interesa nije rast pukotine u polju zaostalog naprezanja već računanje koeficijenata intenzivnosti naprezanja uslijed polja zaostalog naprezanja i njegov utjecaj na integritet konstrukcije.

U praksi se za zavarene konstrukcije koristi FAD dijagram gdje se na koeficijent intenzivnosti naprezanja uslijed aktivnog opterećenja (primarni koeficijent intenzivnosti naprezanja) superponira koeficijent intenzivnosti naprezanja uslijed zaostalog naprezanja (zaostali koeficijent intenzivnosti naprezanja) na sljedeći način:

$$K_{\text{eff}} = K_p + \Phi K_{\text{res}}, \quad (3.33)$$

gdje je K_p primarni koeficijent intenzivnosti naprezanja, a K_{res} zaostali koeficijent intenzivnosti naprezanja. Φ je plastični korekcijski faktor koji uzima u obzir promjenu polja zaostalog naprezanja uslijed aktivnog opterećenja, a računa se iz elasto-plastične analize preračunavanjem iz J integrala [6]. Gotove izraze za Φ moguće je naći u API 579 (*American Petroleum Institute*) [23] i [24] kao funkciju je L_r i Φ_0 , gdje je Φ_0 plastični korekcijski faktor za slučaj bez opterećenja, dobiven preračunavanjem iz J integrala ili pomoću korekcije koeficijenta intenzivnosti naprezanja radijusom plastične zone. L_r je omjer referentnog naprezanja i naprezanja tečenja:

$$L_r = \frac{\sigma_{\text{ref}}}{\sigma_{\text{ys}}}, \quad (3.34)$$

gdje je σ_{ref} referentno naprezanje koje je funkcija geometrije komponente, geometrije pukotine i nominalnog naprezanja, a σ_{ys} je naprezanje tečenja (naprezanje kod graničnog opterećenja). Smisao uvođenja σ_{ref} je uklanjanje geometrijske ovisnosti FAD krivulje uvodeći geometrijsku ovisnost referentnog naprezanja. Omjer koeficijenta intenzivnosti naprezanja i lomne žilavosti je:

$$K_r = \frac{K_p + \Phi K_{\text{res}}}{K_c}, \quad (3.35)$$

Jednadžba FAD krivulje dana je izrazom:

$$K_{r,\text{FAD}} = f(L_r). \quad (3.36)$$

Do krhkog loma dolazi kada je $K_r > 1$, do plastičnog kolapsa kada je $L_r > L_{r,\text{max}}$, a do 'mješovitog loma' kada se izračunata točka (K_r, L_r) nalazi iznad FAD krivulje. $L_{r,\text{max}}$ je omjer referentnog naprezanja pri plastičnom kolapsu s naprezanjem tečenja. Izrazi za FAD krivulje mogu se pronaći u [6] i [23].

4. O metodi konačnih elemenata

Metoda konačnih elemenata je numerička metoda za rješavanje parcijalnih diferencijalnih jednažbi kojima se između ostaloga opisuje ponašanje konstrukcija. Egzaktna rješenja diferencijalnih jednažbi moguće je pronaći samo na jednostavnijim geometrijama, što stvara zahtjev za približnim numeričkim rješavanjem na kompliciranijim geometrijama. Metoda konačnih elemenata temelji se na fizičkoj diskretizaciji kontinuuma [25], čime se beskonačno mnogo stupnjeva slobode kontinuuma zamjenjuje konačnim brojem stupnjeva slobode diskretnog modela. Diskretizirani model sastoji se od konačnih elemenata koji zauzimaju dio prostora, a omeđeni su stranicama na čijim su rubovima čvorovi koji su zajednički pojedinim elementima. U čvorovima su definirane varijable koje opisuju fizikalnu pojavu čije se jednažbe rješavaju, poput čvornih sila i pomaka za probleme mehanike deformabilnih tijela. Spomenute promatrane varijable definirane su u čvorovima elementa, a vrijednost bilo koje druge točke u konačnom elementu koja nije čvor dobiva se iz interpolacijskog polinoma koji interpolira vrijednosti u čvorovima. Odabrani interpolacijski polinom mora sadržavati određena svojstva da bi dobro opisao problem koji se rješava [25], poput mogućnosti opisivanja pomaka krutog tijela i stanja konstantne deformacije kod problema mehanike deformabilnih tijela. Cilj metode konačnih elemenata je diferencijalnu jednažbu pretvoriti u sustav algebarskih jednažbi, što se najčešće provodi pomoću varijacijskog principa (ako postoji funkcional za promatrani problem) ili metodom težinskog reziduala (Galerkinova metoda). U dobivenom sustavu algebarskih jednažbi nepoznanice će biti vrijednosti nepoznatih varijabli u čvorovima konačnih elemenata. Provedbom postupka za svaki konačni element sustava dobiva se globalni sustav jednažbi čijim se rješavanjem dobivaju vrijednosti traženih veličina u čvorovima.

Pri rješavanju problema mehanike deformabilnih tijela konačni elementi se najčešće izvode iz principa minimuma ukupne potencijale energije, a stupnjevi slobode su pomaci i za pojedine probleme i rotacije. Princip minimuma potencijalne energije ekvivalentan je principu virtualnih pomaka, što po definiciji znači zadovoljavanje jednažbi ravnoteže. Jednažba ravnoteže biti će zadovoljena na razini elementa, ali ne i nužno u svakoj točki elementa. Jednažbe kompatibilnosti koje zahtijevaju kontinuitet pomaka automatski su zadovoljene smještajem čvorova na rubove elementa i korištenjem konačnih elemenata s istim interpolacijskim polinomima na rubovima. Pri izvodu konačnog elementa potrebno je ostale fizikalne veličine (naprezanja i deformacije) kinematskim i konstitutivnim relacijama prikazati

preko pomaka, te naknadno nametnuti rubne uvjete. Konačni elementi za toplinsku analizu izvode se pomoću Galerkinove metode.

4.1. Konačni elementi za mehaničku analizu

Konačni element za probleme mehanike deformabilnih tijela izvodi se iz principa minimuma potencijalne energije koji glasi:

$$\delta\pi = 0, \quad (4.1)$$

gdje je π ukupna potencijalna energija definirana s:

$$\pi = \frac{1}{2} \int_V \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon} dV - \int_V \mathbf{u}^T \mathbf{q} dV - \int_S \mathbf{u}_s^T \mathbf{q}_s dS - \mathbf{u}^T \mathbf{F} = 0, \quad (4.2)$$

gdje prvi član jednadžbe predstavlja potencijalnu energiju deformiranja, a drugi treći i četvrti član potencijalne energija vanjskih površinskih, volumnih i koncentriranih sila. $\boldsymbol{\varepsilon}$ su deformacije zapisane u vektor (Voightova notacija), \mathbf{D} je matrica elastičnosti, \mathbf{u} je vektor pomaka, \mathbf{q} vektor volumnih sila, \mathbf{u}_s vektor pomaka na granici deformabilnog tijela, \mathbf{q}_s vektor površinskih sila i \mathbf{F} je vektor koncentriranih sila.

Polje pomaka može se prikazati preko pomaka u čvorovima i funkcija oblika (funkcije oblika za pomake su interpolacijski polinomi koji imaju vrijednosti 1 u jednom pripadajućem čvoru, a u svim ostalim čvorovima imaju vrijednost 0, i ovise o početnom pretpostavljenom interpolacijskom polinomu, tj. konačnom elementu) kako slijedi:

$$\mathbf{u} = \mathbf{N} \mathbf{v}, \quad (4.3)$$

gdje je \mathbf{v} vektor stupnjeva slobode konačnog elementa, a \mathbf{N} matrica funkcija oblika. Uvođenjem kinematske relacije:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{D}_k \mathbf{u} = \mathbf{D}_k \mathbf{N} \mathbf{v} = \mathbf{B} \mathbf{v}, \quad (4.4)$$

gdje je \mathbf{D}_k kinematski diferencijalni operator, opisuju se polje deformacija preko čvornih varijabli. Uvrštavanjem 4.3 u 4.2, a zatim u 4.2 u 4.1 dobiva se:

$$\delta \mathbf{v}^T \left[\int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dV \right] \mathbf{v} - \delta \mathbf{v}^T \int_V \mathbf{N}^T \mathbf{q} dV - \delta \mathbf{v}^T \int_S \mathbf{N}_s^T \mathbf{q}_s dS - \delta \mathbf{v}^T \mathbf{N}^T \mathbf{F} = 0, \quad (4.5)$$

Ako se iz jednadžbe 4.5 pokradi $\delta \mathbf{v}$ dobiva se izraz:

$$\mathbf{k} \mathbf{v} = \mathbf{F}_v + \mathbf{F}_s + \mathbf{F}_t, \quad (4.6)$$

gdje je veličina $\mathbf{k} = \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dV$ lokalna matrica krutosti elementa, $\mathbf{F}_v = \int_V \mathbf{N}^T \mathbf{q} dV$ vektor opterećenja usljed volumnih sila, $\mathbf{F}_s = \int_S \mathbf{N}_s^T \mathbf{q}_s dS$ vektor opterećenja usljed površinskih sila i

$\mathbf{F}_t = \mathbf{N}^T \mathbf{F}$ vektor opterećenja uslijed koncentriranih sila. Jednadžba 4.6 je jednadžba jednog konačnog elementa. Ako se prethodna jednadžba izrazi preko globalnih stupnjeva slobode \mathbf{V} za sve konačne elemente, te se jednadžbe za sve konačne elementa zbroje, dobiva se jednadžba:

$$\mathbf{KV} = \mathbf{R}, \quad (4.7)$$

gdje je \mathbf{K} globalna matrica krutosti, a \mathbf{R} vektor opterećenja (ukupni).

Uobičajena praksa je da se koriste izoparametrijski konačni elementi koji su izvedeni u 'prirodnom' koordinatnom sustavu, a preslikavaju se u Kartezijev koordinatni sustav. Prirodne koordinate najčešće poprimaju vrijednost od -1 do 1. Prednost izoparametarske formulacije je u tome što omogućuje opisivanje elemenata kompliciranijih geometrija koje je prethodno bilo teško ili nemoguće izvesti, npr. zakrivljene konačne elemente. Pojam 'izoparametarsko' znači da se za preslikavanje prirodnih u prostorne koordinate koriste iste funkcije oblika kao i za opisivanje polja pomaka, stoga ako su pomaci opisani s:

$$\mathbf{u} = \sum_i N_i(\xi, \eta, \zeta) \mathbf{u}_i, \quad (4.8)$$

tada su prostorne koordinate opisane s:

$$\mathbf{x} = \sum_i N_i(\xi, \eta, \zeta) \mathbf{x}_i, \quad (4.9)$$

gdje su ξ, η i ζ prirodne koordinate, \mathbf{x} vektor prostornih koordinata točke elementa, \mathbf{u}_i pomaci čvora, \mathbf{x}_i prostorne koordinate čvora. Elementarni volumen opisan s prirodnim koordinatama je:

$$dV = \det \mathbf{J} d\xi d\eta d\zeta, \quad (4.10)$$

gdje je \mathbf{J} Jacobijeva matrica zadana s:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{bmatrix}. \quad (4.11)$$

Sada matrica krutosti elementa poprima oblik:

$$\mathbf{k} = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} \det \mathbf{J} d\xi d\eta d\zeta, \quad (4.12)$$

gdje je \mathbf{B} definirana s:

$$\mathbf{B}(\xi, \eta, \zeta) = \mathbf{D}_k \mathbf{N}(\xi, \eta, \zeta). \quad (4.13)$$

Izoparametrijska formulacija također se koristi za singularne elemente u mehanici loma.

4.2. Konačni elementi za toplinsku analizu

Pošto za probleme provođenja topline ne postoji funkcional, koristi se Galerkinova metoda za izvođenje konačnog elementa. Galerkinova metoda je metoda težinskog reziduala (težinske greške), u kojoj se za težinske funkcije uzimaju funkcije oblika. Rezidual jednadžbe se javlja iz razloga što zadanim funkcijama oblika nije moguće opisati egzaktno rješenje, već samo približno, a približno rješenje se dobiva minimiziranjem reziduala. Jednadžba Galerkinove metode je:

$$\int_V RN_i dV = 0, \quad (4.14)$$

gdje je $R(x)$ rezidual jednadžbe koja se rješava, a $N_i(x)$ funkcija oblika. Ako konačni element ima n stupnjeva slobode, tada će biti i n funkcija oblika što znači da će prethodna jednadžba za jedan konačni element dati sustav jednadžbi dimenzija $n \times n$. Rezidual se dobiva iz jednadžbe 2.2 i glasi:

$$R = -\rho c \frac{\partial T}{\partial t} + k \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right) \right] + Q, \quad (4.15)$$

Članovi jednadžbe su opisani uz jednadžbu 2.2. Rezidual i funkcije oblika uvrstavaju se u jednadžbu 4.14, te se nad članovima koji sadržavaju prostorne derivacije provodi parcijalna integracija što omogućuje implementaciju rubnih uvjeta. Dobiva se izraz:

$$\int_V \left(\rho c \frac{\partial T}{\partial t} N_i + k \left(\frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial N_i}{\partial x} + \frac{\partial T}{\partial y} \frac{\partial N_i}{\partial y} + \frac{\partial T}{\partial z} \frac{\partial N_i}{\partial z} \right) \right) dV = \int_V Q N_i dV + \int_S k (\nabla T \cdot \mathbf{n}) N_i dS, \quad (4.16)$$

gdje je S ploha koja omeđuje konačni elementa, a \mathbf{n} normala na tu plohu. Uvođenjem opisa temperatura pomoću funkcija oblika i čvornih temperatura u jednadžbu 4.16 tako da vrijedi $\bar{T} = \mathbf{N}\mathbf{T}$, i provođenjem prostorne integracije dobiva se sustav jednadžbi:

$$\mathbf{C}\dot{\mathbf{T}} + \mathbf{K}_T \mathbf{T} = \mathbf{F}_q + \mathbf{F}_g, \quad (4.17)$$

gdje je \mathbf{T} vektor čvornih temperatura, $\dot{\mathbf{T}}$ derivacija vektora čvornih temperatura, \mathbf{C} matrica toplinskog kapaciteta, \mathbf{K}_T matrica provođenja topline, \mathbf{F}_q vektor toplinskog opterećenja i \mathbf{F}_g vektor Neumannovih rubnih uvjeta. Za vremensku integraciju najčešće se koriste implicitne metode nižeg reda točnosti (npr. 'backwards Euler' ili 'Crank-Nicolson').

4.3. Konačni elementu i nelinearnosti

Za razliku od linearnih jednadžbi koje se rješavaju u jednom koraku, nelinearne jednadžbe potrebno je rješavati iterativno ili inkrementalno-iterativno. Najčešće se koristi

Newton-Rhapsonova metoda, a za probleme gubitke stabilnosti i sl. koristi se Riksova metoda.

Iterativno rješavanje zahtjeva da se stupnjevi slobode zapišu kao:

$$\mathbf{V}_{i+1} = \mathbf{V}_i + \Delta\mathbf{V}, \quad (4.18)$$

gdje su \mathbf{V}_i stupnjevi slobode izračunati u prethodnoj iteraciji, a \mathbf{V}_{i+1} su stupnjevi slobode koji se računaju u trenutnoj iteraciji. Osnovni principi izvoda konačnog elementa za linearnu analizu i nelinearnu analizu su isti, uz razliku da su pojedini članovi jednadžbi nelinearni. U općem slučaju, svaka nelinearna veličina se može prikazati kao linearna aproksimacija:

$$\varphi = \varphi(\mathbf{V}_i) + \frac{\partial\varphi}{\partial\mathbf{V}}\Delta\mathbf{V}, \quad (4.19)$$

gdje je φ proizvoljna veličina. Ako se sve nelinearne veličine prikažu kao linearna aproksimacija, moguće je da će se u osnovnim jednadžbama pojaviti članovi koji kvadratno ili na neku višu potenciju o vektoru promjene stupnjeva slobode. Takve članove je potrebno zanemariti, što kao ishod daje jednadžbu koja ima slijedeći oblik:

$$\mathbf{K}_T(\mathbf{V})\Delta\mathbf{V} = \mathbf{R}_e - \mathbf{R}_i(\mathbf{V}), \quad (4.20)$$

gdje \mathbf{R}_e vektor opterećenja, \mathbf{R}_i vektor unutarnjih sila, a \mathbf{K}_T tangentna matrica krutosti koja je ujedno matrica gradijenata vektora \mathbf{R}_i . Iterativnim rješavanjem te jednadžbe postepeno se dolazi do rješenja, a proračun se prekida kada je rješenje dođe do zadovoljavajuće točnosti.

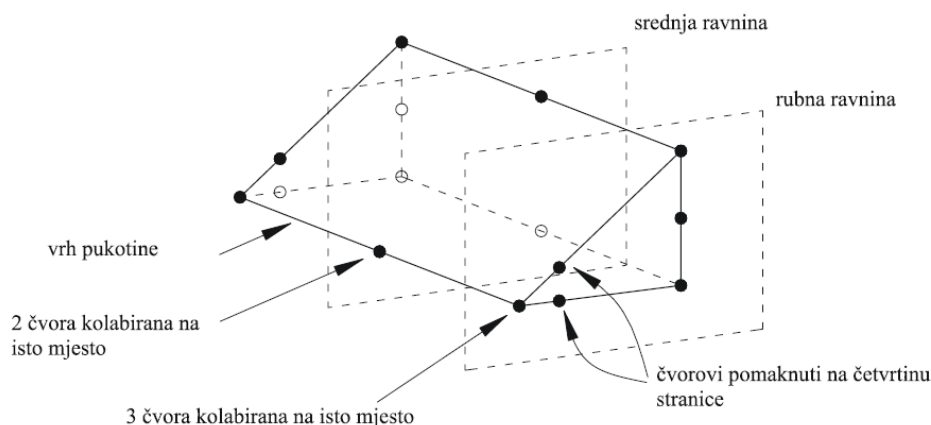
Izvori nelinearnosti u ovom radu su ovisnost koeficijenta provođenja topline o temperaturi u toplinskoj analizi, geometrijska nelinearnost (veliki pomaci) tj. korištenje Green-Lagrangeova tenzora deformiranja kao mjere deformacije, i plastični konstitutivni modeli u mehaničkoj analizi zavarivanja. Analiza pukotina provedena je kao linearna analiza. Detaljno o rješavanju problema velikih pomaka i elastoplastičnosti može se pronaći u [26].

4.4. Konačni elementu u mehanici loma

Uspješno rješavanje problema mehanike loma zahtjeva dobro opisivanje singulariteta koji se javlja u vršku pukotine. Pokazalo se da ni jako gusta mreža običnih elemenata nije dovoljna za dobro opisivanje pomaka u blizini vrška pukotine. Stoga je potrebno koristiti specijalne elemente za mehaniku loma među kojima su i 'singularni elementi'.

Singularni konačni elementi dobivaju se primjenom izoparametrijskih elemenata, kolabiranjem više čvorova u jedan, čime se na mjestu kolabiranih čvorova dobiva singularitet. Vrsta singulariteta ostvaruje se položajem međučvorova (čvor koji nije na fronti pukotine, a susjedni je onom na fronti pukotine) koji se u prirodnom koordinatnom sustavu nalazi na sredini stranice, i mogućnošću kolabiranih čvorova da se odvajaju. Da bi se postigla singularnost $\frac{1}{\sqrt{r}}$

kojom se opisuju analitička rješenja za naprezanja u vršku pukotine u slučaju savršeno linearno-elastičnog ponašanja materijala, potrebno je međučvor preslikati na $\frac{1}{4}$ stranice u kartezijevu koordinatnom sustavu i onemogućiti odvajanje kolabiranih čvorova. Preslikavanjem međučvora na $\frac{1}{4}$ stranice i omogućavanjem odvajanja kolabiranih čvorova dobiva se singularnost $r^{-\frac{n}{n+1}}$ koja se koristi zajedno s Ramberg-Osgoodovim modelom plastičnosti. r^{-1} singularnost koja opisuje rješenja oko vrška pukotine za idealno-plastične materijale dobiva se ostavljanjem međučvora na polovini stranice i omogućavanjem kolabiranih čvorova da se odvajaju. Pri izvodu singularnog konačnog elementa, u prirodnom koordinatnom sustavu singularnost nije vidljiva, ali opisivanjem pomaka i naprezanja u Kartezijevom koordinatnom sustavu vidljiva je singularnost u vršku pukotine koja proizlazi iz singularnosti članova Jacobijeve matrice u vršku pukotine. Detaljan opis singularnih konačnih elemenata moguće je pronaći u [6].



Slika 7. Kolabiranje konačnih elemenata [27]

5. Numerički proračun

Izračun parametara mehanike loma zahtijeva poznavanje polja naprezanja i pomaka. Stoga, za evaluaciju parametara mehanike loma uslijed zaostalih naprezanja nastalih zavarivanjem, potrebno je poznavanje istih. Osim eksperimentalnog pristupa ispitivanja polja zaostalih naprezanja, dostupno je numeričko modeliranje procesa zavarivanja. U ovom radu korišteni su rezultati simulacije zavarivanja dvaju ploča 'buried arc' zavarivanjem prikazanih na slici 8 'buried arc' zavarivanjem. Rezultati su dobiveni i eksperimentalno validirani u sklopu rada [4], a rezultate je ustupio dr. sc. Mato Perić, komentor ovog rada. Rezultati podrazumijevaju sekvencijalno provedenu toplinsku i mehaničku analizu zavarivanja metodom konačnih elemenata, a eksperimentalna validacija uključuje provjeru temperatura odabranih točaka termoparovima te provjeru zaostalih naprezanja metodom zabušivanja rupica. U daljnjem tekstu ukratko je opisan numerički model zavarivanja te su prikazani dobiveni rezultati, a nakon toga slijedi prikaz proračuna parametara mehanike loma.

5.1. Opis modela za zavarivanje

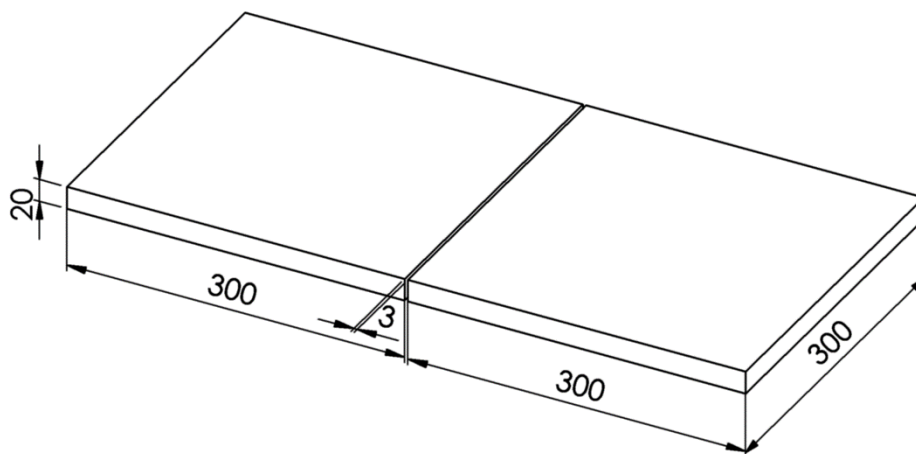
Kao što je rečeno proces zavarivanja se modelira metodom konačnih elemenata, a koristi se programski paket *Abaqus*. Provodi se sekvencijalno spregnuta toplinsko-mehanička analiza zavarivanja u kojoj je dominantan utjecaj toplinskog polja na naprezanja i deformacija. Sekvencijalno spregnuta analiza odvija se u dva odvojena dijela:

- Toplinska analiza
- Mehanička analiza

U toplinskoj analizi generiraju se podaci za mehaničku analizu računanjem vrijednosti temperaturnog polja u svakom trenutku i svakom čvoru konačnih elemenata. Nakon toga mehanička analiza kao odvojena numerička simulacija koristi temperaturno polje iz toplinske analize kao opterećenje. Drugim riječima mehanička analiza je spregnuta s toplinskom dok toplinska nije povezana s mehaničkom analizom.

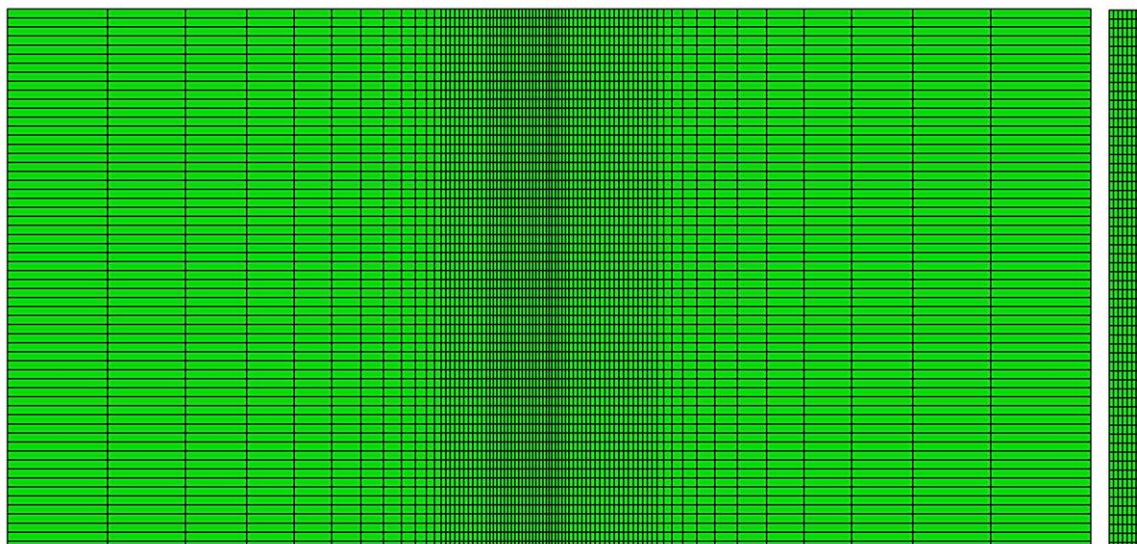
U toplinskoj analizi zavarivanja za unos topline se koristi jednoliki izvor topline po zavaru opisan jednadžbom 2.6. Za unošenje dodatnog materijala koristi se metoda rađanja elemenata. Toplinski tok na aktivirane elemente iznosi $Q = 6.27\text{Wm}^{-3}$, dok je za toplinski rubni uvjet zadan konvektivni toplinski s koeficijentom konvektivnog prijelaza topline iznosa $h_c = 10\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$ i rubni uvjet koji opisuje zračenje uz emisijski faktor iznosa $\varepsilon = 0.9$. Tip analize je nužno tranzijentni, a konačni element koji se koristi je heksaedarski element DC3D8 čija je raspodjela temperatura opisana trodimenzijskim linearnim polinomom. Korištena mreža

konačnih elemenata prikazana je na slici 9, a posebna pozornost pri izradi mreže posvećena je prognozi mreže oko zavora, gdje se javljaju veliki gradijenti temperatura te deformacija i naprezanja.



Slika 8. Geometrija i dimenzije zavarivanih ploča

Mehanička analiza provodi se uz pretpostavku velikih pomaka. Elasto-plastični model je elastičan-idealoplastičan, bez očvršćenja. Materijal korišten u simulaciji je S355J2+N s granicom tečenja 345MPa pri sobnoj temperaturi. Materijalni parametri ovisni o temperaturi preuzeti su iz rada [4]. U mehaničkoj analizi ne koristi se metoda rađanja elemenata, s ciljem uštede na vremenu računanja. Dok je toplinska analiza tranzijentnog karaktera, mehanička analiza je provedena kao kvazistatička, gdje je opterećenje toplinska deformacija na osnovu temperaturnog polja iz toplinske analize. Rubni uvjeti za mehaničku analizu su takvi da onemogućuju pomake krutog tijela, ali da je konstrukcija i dalje statički određena. To je ostvareno tako da su ograničeni odabrani pomaci u tri rubne točke ploča, pa se uslijed toplinskih deformacija neće javljati nikakve sile na osloncima. Za mehaničku analizu koriste se elementi C3D8I, a radi se o heksaedarskim elementima prvog reda (raspodjela temperature i pomaka je opisana linearnim trodimenzijskim interpolacijskim polinomom). Mreža konačnih elemenata ostaje ista kao u toplinskoj analizi.



Slika 9. Mreža konačnih elemenata za simulaciju zavarivanja (pogled 'sprijeda' i 'sa strane')

5.2. Rezultati simulacije procesa zavarivanja

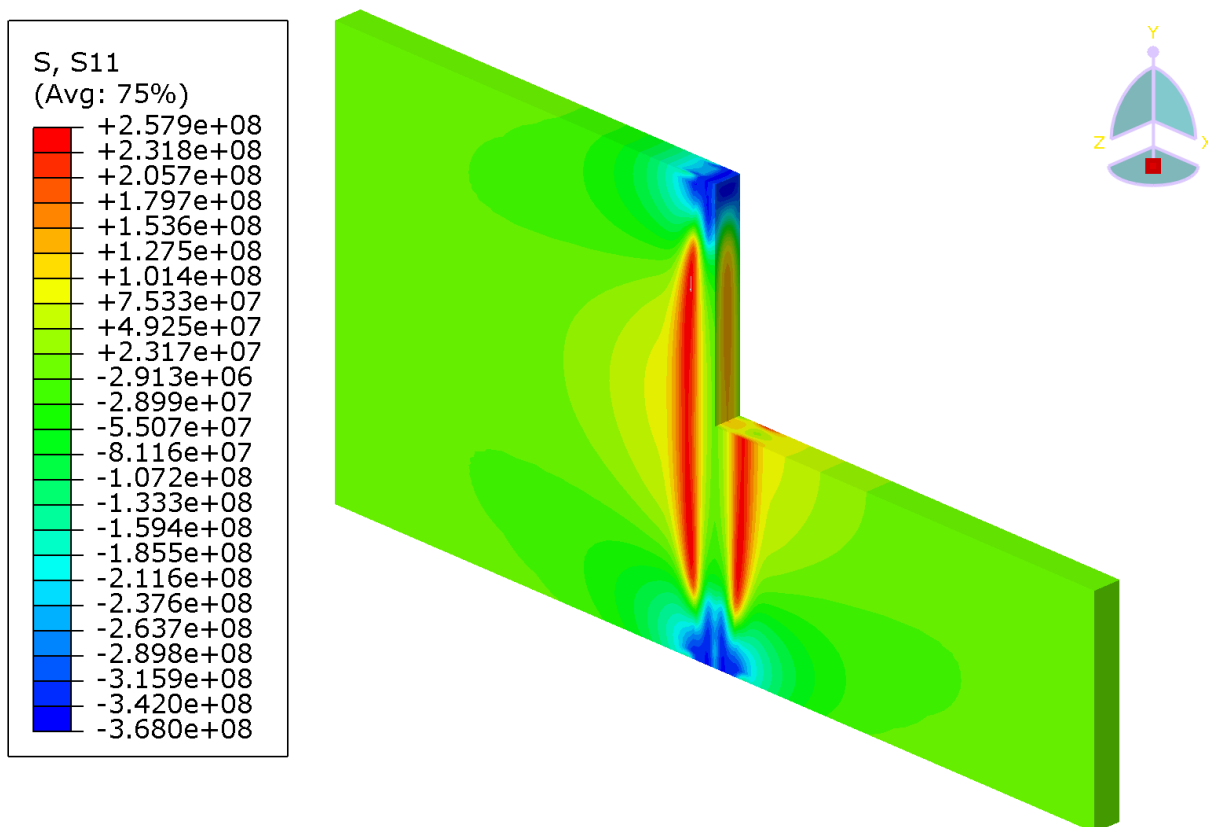
U ovom potpoglavlju prikazani su rezultati simulacije procesa zavarivanja. S obzirom da je predmet rada procjena parametara mehanike loma, te je relevantan podatak polje zaostalih naprezanja, rezultati toplinske analize nisu prikazani, ali mogu se pronaći u radu [4] zajedno s eksperimentalnom validacijom.

Motivacija za analizu polja naprezanja je dvostruka, prva je u vidu odabira lokacija potencijalnih pukotina s ciljem odabira kritičnih lokacija, tj. lokacijama na kojima je za očekivati najveće vrijednosti koeficijenta intenzivnosti naprezanja, a druga je u iščitavanju naprezanja potrebnih za proračun metodom težinske funkcije.

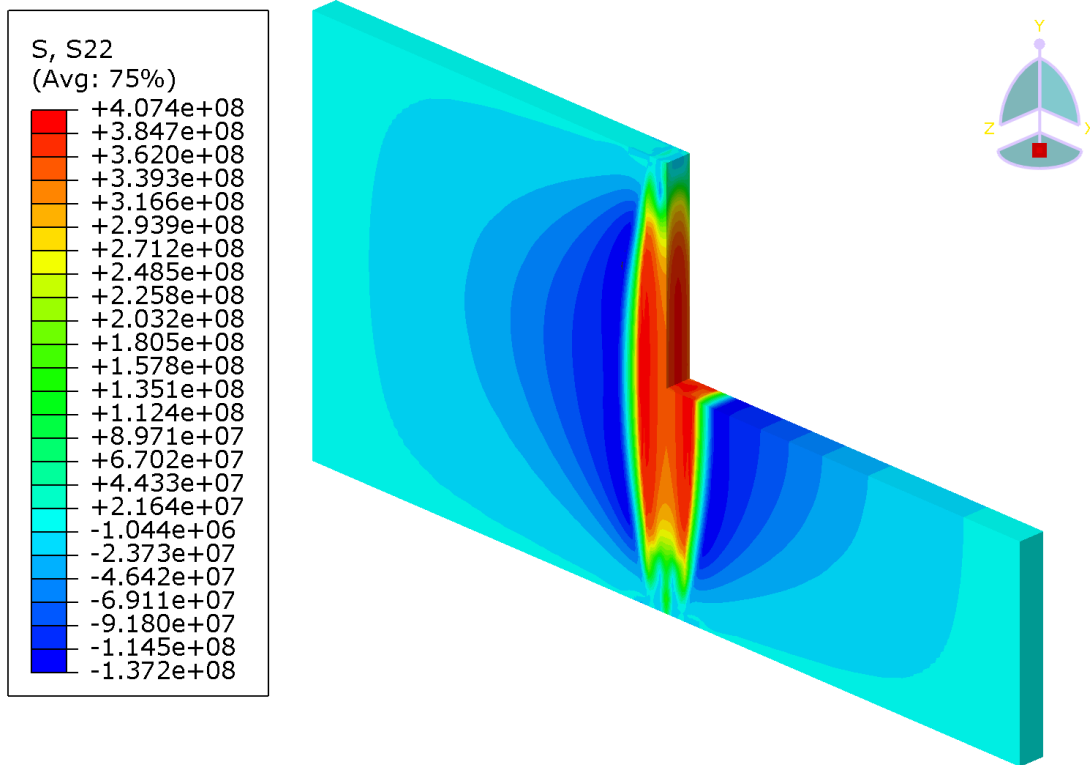
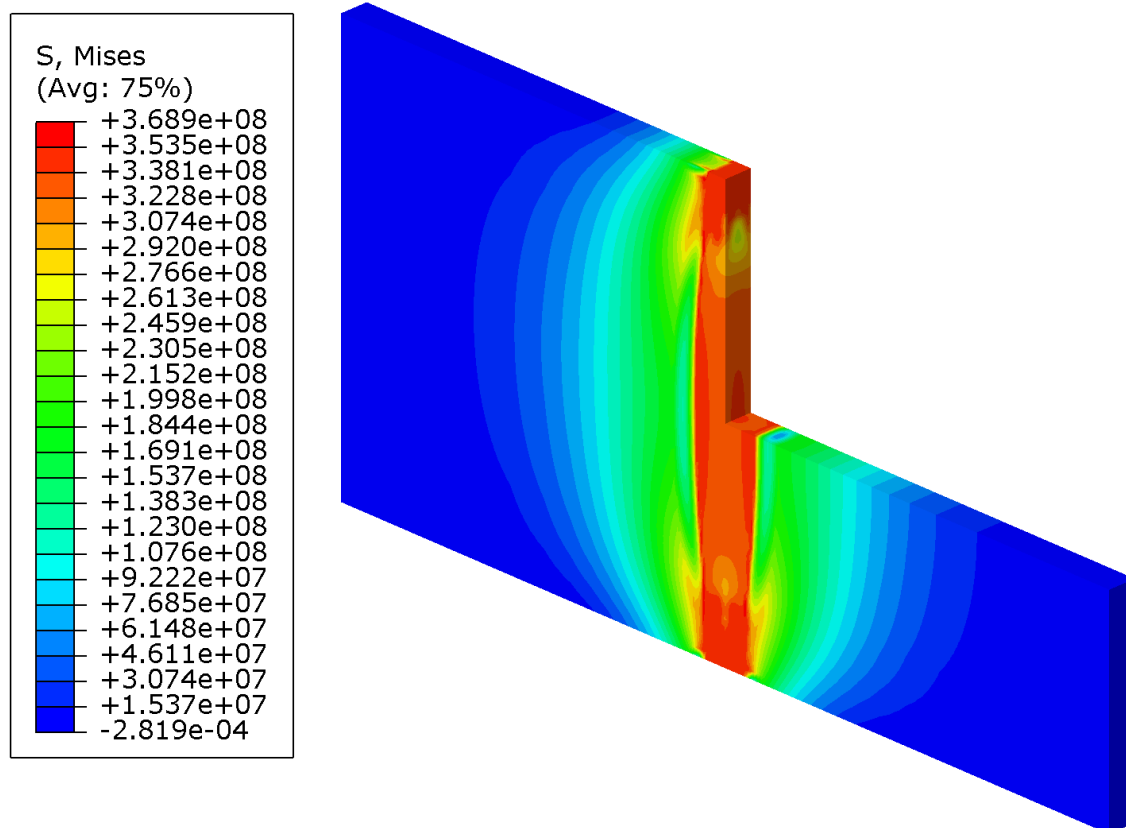
S obzirom na simetričnost modela, očekivano je da su smična naprezanja u ravnini simetrije, tj. liniji zavora imaju vrijednost nula, a da u okolici zavora imaju izrazito male vrijednosti. Stoga su razmatrana samo poprečna i uzdužna zaostala naprezanja. Na slici 10 prikazano je poprečno zaostalo naprezanja σ_x (naprezanje okomito na zavar), a na slici 11 prikazano je uzdužno zaostalo naprezanja (naprezanje duž zavora). Kritički pogled na polja zaostalih naprezanja potreban je za pravilan odabir lokacija na kojima će biti modelirane i analizirane pukotine. Za očekivati je da će pukotine u ravninama s najvećim normalnim naprezanjima poprimati najveće vrijednosti parametara mehanike loma. Iz tog razloga potrebno je identificirati točke/ravnine s najvećim uzdužnim i poprečnim zaostalim naprezanjima, kako bi se analizom potencijalnih pukotina pokrili najkritičniji mogući slučajevi te dali konzervativni rezultati. Dodatno, treba naglasiti da je potrebno razmotriti samo točke/ravnine u kojima se

javljaju vlačna zaostala naprezanja, dok tlačna zaostala naprezanja zatvaraju pukotinu te ne uzrokuju njen rast.

Na slici 12 prikazana su ekvivalentna naprezanja po von Misesu. Iako ta naprezanja nisu od direktne važnosti za odabir potencijalnih pukotina, daju informaciju o razmjerima plastičnog tečenja nastalog u zavarivanju, tj. o veličini plastične zone. Iako su na slici 12 prikazana naprezanja do 368.9MPa, ona su samo rezultat postprocesiranja, tj. ekstrapolacije naprezanja iz integracijskih točaka konačnog elementa u druge točke, dok provjera naprezanja po integracijskim točkama pokazuje da su naprezanja unutar 345 MPa što predstavlja granicu tečenja materijala, što je i očekivano jer se koristi elastičan-idealno-plastičan model.



Slika 10. Zaostala naprezanja σ_x (poprečno naprezanje u odnosu na zavar), u Pa

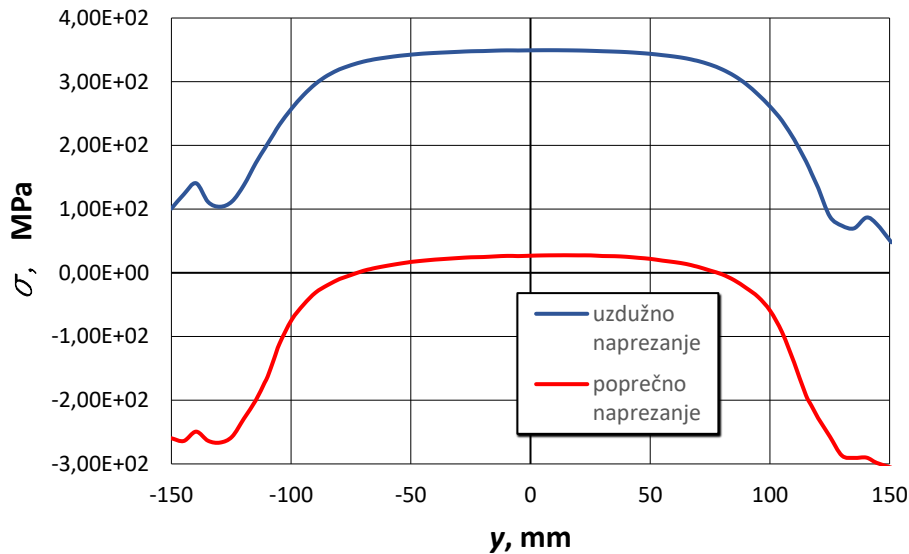
Slika 11. Zaostala naprezanja σ_y (uzdužno naprezanje u odnosu na zavar), u Pa

Slika 12. Ekvivalentna zaostala naprezanja po von Misesu, u Pa

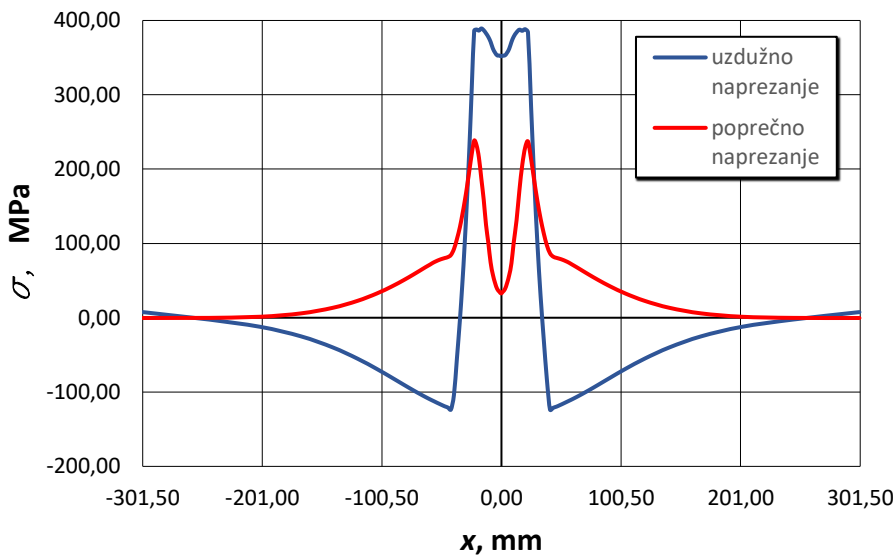
5.3. Odabir kritičnih lokacija pukotina

Uvidom u slike 10 i 11 vidljivo je da i uzdužno zaostalo naprezanje po zavaru poprima vrijednosti oko nule na rubu ploče te raste, ustaljuje se i poprima maksimum na sredini ploče, a od sredine ploče ponovo polako pada i poprima male vrijednosti na drugom rubu ploče. Slično vrijedi i za poprečna naprezanja koje kreću iz negativnih vrijednosti, a na sredini poprimaju maksimalne pozitivne vrijednosti. Stoga je jednostavno za zaključiti da će kritične točke biti u ravnini koja sječe liniju zavara po sredini i okomita je na tu liniju. Nadalje potrebno je odrediti kritične pozicije u toj ravnini.

Na slikama 13 i 14 prikazana je raspodjela uzdužnih i poprečnih naprezanja duž osi x i y sa slike 16 (os y je linija zavara na površini ploče, a os x je linija na površini ploče koja presijeca liniju zavara po sredini i okomita na liniju zavara). Na slici 13 vidljivo je, kao što je već rečeno, da se maksimalna uzdužna i poprečna naprezanja javljaju na otprilike sredini zavara po duljini, tj. koordinati $y = 0\text{mm}$, a iz slike 14 vidljivo je da je maksimum po x koordinati u $x = 22\text{mm}$. Ipak, uvidom u poprečna naprezanja po debljini ploče (slika 15), vidljivo je da je u točki $x = 22\text{mm}$ profil naprezanja po debljini konveksan, a u $x = 0\text{mm}$ konkavan, i da je poprečno naprezanje u sredini ploče po debljini veće u $x = 0\text{mm}$ nego u $x = 22\text{mm}$. Takva raspodjela naprezanja zaostalih naprezanja implicira da bi koeficijenti intenzivnosti naprezanja za plitke pukotine paralelne s zavarom trebali biti najveći na $x = 22\text{mm}$, dok u slučaju dubokih pukotina veći koeficijenti intenzivnosti naprezanja su očekivani na $x = 0\text{mm}$, što znači da je potrebno analizirati oba slučaja.



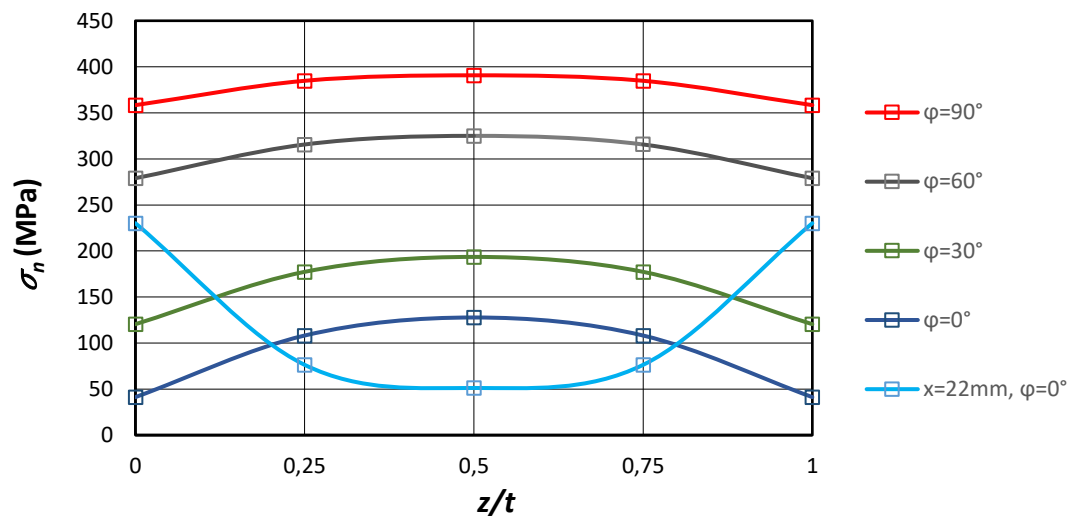
Slika 13. Naprezanja duž linije zavora, na površini zavora



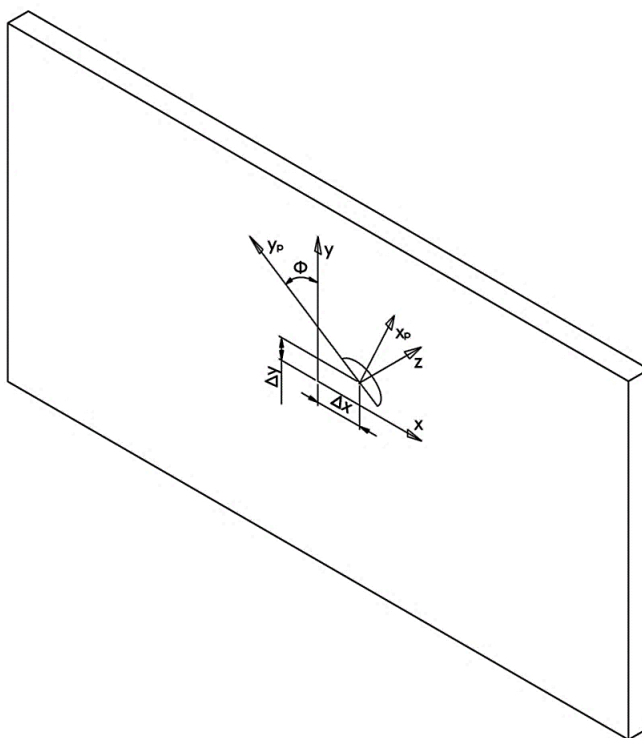
Slika 14. Naprezanja duž linije okomite na liniju zavora, na površini zavora

Za slučaj pukotina okomitih na zavar, s obzirom da uzdužno naprezanje ima maksimum na $x = 22\text{mm}$, logičan odabir za male pukotine je ta lokacija. S obzirom da tlačno područje uzdužnih naprezanja počinje već na $x = 35\text{mm}$, za očekivati je da će kod velikih pukotina ulazak u tlačno područje zatvarati pukotinu i umanjivati koeficijent intenzivnosti naprezanja. Stoga je za velike pukotine za očekivati da će koeficijenti intenzivnosti naprezanja imati maksimum na središtu ploče jer će na toj lokaciji biti najudaljenije od tlačnog područja. S obzirom da su velike pukotine od interesa jer značajnije ugrožavaju integritet konstrukcija, proračun je prilagođen konzervativnom izračunu velikih pukotina, pa će sve pukotine okomite na zavar biti pozicionirane na sredini ploče po duljini i po širini ploče. S obzirom da je

maksimalno uzdužno naprezanje veće od onoga na sredini ploče po x koordinati za manje od 10%, nastala greška biti će mala, a može se pokriti malim faktorom sigurnosti.



Slika 15. Naprezanja po debljini ploče za različite orijentacije pukotina (slika 16)

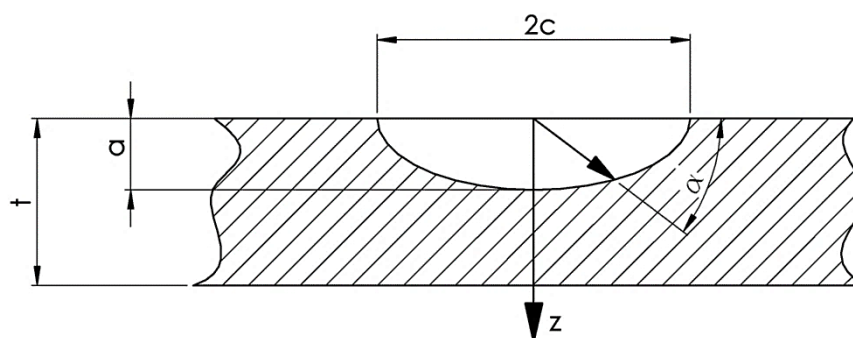


Slika 16. Položaj i orijentacija polueliptične pukotine u ploči

Osim za odabir lokacija mogućih pukotina u zavaru, raspodjela naprezanja po debljini ploče (po osi simetrije polueliptične pukotine) potrebna je i za računanje koeficijenta intenzivnosti naprezanja Glinkinom težinskom funkcijom. Iz rezultata mehaničke analize iščitani su rezultati i prikazani na slici 15. Na slici 15 podatak t je debljina ploče, z je koordinata

po debljini ploče (sa slike 17 σ_n je normalno naprezanje na ravnini potencijalne pukotine. Ravnina pukotine je okomita na ploču, i njena normala s osi zavarivanja sačinjava kut φ .

Na slici 17 svi osim zadnjeg podatka u legendi (izmaknuto, $\varphi = 0^\circ$) iščitani su s centralne točke ploče ($x = 0$ i $y = 0$), dok se zadnji podatak - izmaknuto, $\varphi = 0^\circ$ nalazi u području gdje su najveća površinska naprezanja σ_x (koordinata ($x = 22\text{mm}$ i $y = 0$)). Te lokacije i orijentacije pukotina odabrane su za analizu pukotina.



Slika 17. Dimenzije polueliptične pukotine

5.4. Računanje parametra mehanike loma u polju zaostalog naprezanja

U ovom potpoglavlju izvršen je proračun koeficijenta intenzivnosti naprezanja u polju zaostalog naprezanja nastalog zavarivanjem dviju ploča 'buried arc' zavarivanjem. Ulazni podatci za proračun su rezultati mehaničke analize zavarivanja koji su prikazani u prethodnom potpoglavlju, gdje su odabrane i potencijalno kritične lokacije pukotina. Iako zaostala naprezanja dosežu granicu tečenja, materijal je promatran kao linearno elastičan te su računati samo koeficijenti intenzivnosti naprezanja. Precizniji pristup bio bi modeliranje materijala kao elasto-plastičnog te računanje J integrala. Takav pristup je računalno mnogo zahtjevniji, a i procedure za procjenu cjelovitosti konstrukcija za neke jednostavnije konstrukcijske elemente omogućuju proračun koji se temelji isključivo na elastičnim rješenjima, a efekti plastičnosti uzimaju se u obzir primjenom korekcijskih faktora.

5.4.1. Proračun metodom težinske funkcije

U ovom radu za izračun koeficijenta intenzivnosti naprezanja 'poluanalitički' koristi se težinska funkcija za površinske polueliptične pukotine u ploči koju su izveli Glinka i Shen [18], a sadržana je u [24]. Iako je funkcija izvedena uz pretpostavku jednodimenzionalnog polja naprezanja koje je promjenjivo samo po debljini ploče, za slučajeve malih pukotina promjena polja naprezanja po širini pukotine je iznimno mala, stoga je primjena težinske funkcije opravdana. U su ovom radu rezultati težinskom funkcijom kontrolni, dok su

mjerodavni rezultati metodom konačnih elemenata. Iako je očekivano da će zbog promjene polja naprezanja rezultati za jako široke pukotine biti neprecizni, proračun je proveden za sve pukotine za koje je proveden i proračun metodom konačnih elemenata, s ciljem ukazivanja na navedeni problem. Dobiveni rezultati su prikazani zajedno s rezultatima dobivenim metodom konačnih elemenata u potpoglavlju 5.4.2.4

5.4.2. Numerički proračun

Parametar mehanike loma, koeficijent intenzivnosti naprezanja računat je pomoću metode konačnih elemenata u programskom paketu *Abaqus*. Promatrane su površinske polueliptične pukotine prikazane na slikama. Položaji i orijentacije pukotina određeni su iz razmatranja u prethodnom potpoglavlju. Promatraju se pukotine na različitim lokacijama i različitim orijentacijama:

- **Pukotina I:** $x = 0, y = 0, \varphi = 0^\circ$,
- **Pukotina II:** $x = 0, y = 0, \varphi = 30^\circ$,
- **Pukotina III:** $x = 0, y = 0, \varphi = 60^\circ$,
- **Pukotina IV:** $x = 0, y = 0, \varphi = 90^\circ$,
- **Pukotina V:** $x = 22\text{mm}, y = 0, \varphi = 0^\circ$,

gdje veličine x , y i φ korespondiraju s slikom 16.

Dimenzije promatranih pukotina su:

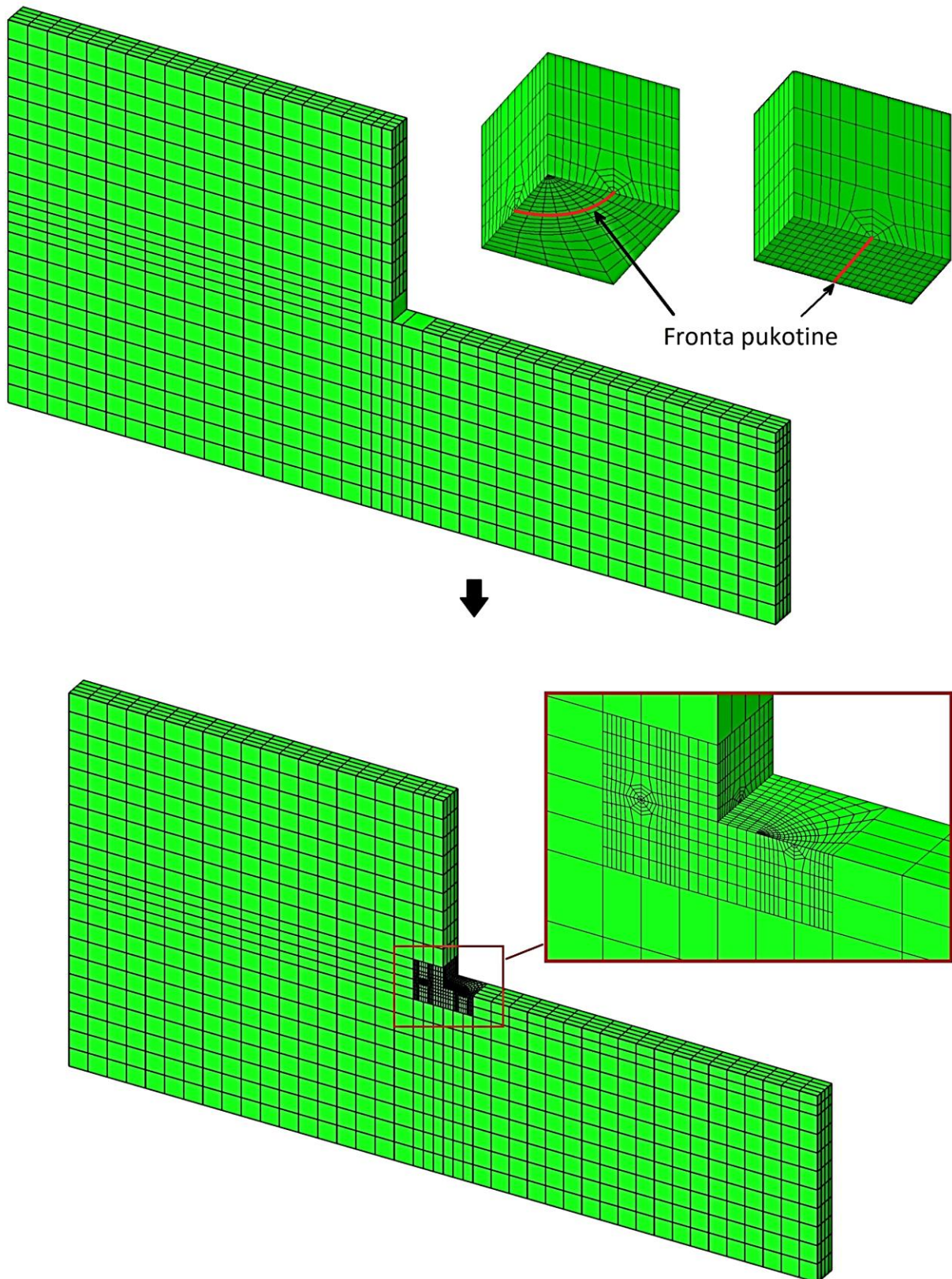
- **Normalizirana dubine pukotina:**
 - $\frac{a}{t} = 0.1, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8$
- **Normalizirana širine pukotina:**
 - $\frac{c}{a} = 1, 2, 4, 8$

gdje su a , c , t dimenzije sa slike 17. Pet različitih položaja i orijentacija, 5 dubina i 4 širine pukotina čine 100 različitih kombinacija pukotina. Stoga je potrebno pripremiti 100 različitih modela za proračun metodom konačnih elemenata, ali broj promatranih pukotina je nešto manji jer su zanemarene nerealno velike pukotine koje ulaze u tlačno područje. Osnovne postavke svakog modela su iste, različite su jedino mreže konačnih elemenata.

Pri proračunu koeficijenta intenzivnosti naprezanja koristi se linearna statička analiza. Rubni uvjeti su identični onima iz simulacije zavarivanja, što znači da su nametnutim rubnim uvjetima ograničeni pomaci krutog tijela. Pritom se uslijed deformacija nastalih relaksacijom naprezanja zbog unošenja pukotine ne javljaju sile u osloncima. Materijal je modeliran kao

linearno elastičan s modulom elastičnosti iznosa $E = 206\text{GPa}$ i Poissonovim faktorom iznosa $\nu = 0.296$.

Na početku analize učitavaju se rezultati simulacije zavarivanja (zaostala naprezanja) i prenose se na mrežu konačnih elemenata s pukotinom. Te dvije mreže su nekompatibilne pa se naprezanja na novoj mreži u integracijskim točkama dobivaju interpolacijom iz integracijskih točaka stare mreže (mreže za simulaciju zavarivanja). Nova mreža sadržava pukotinu, što znači da tijelo koje je s prethodno dobivenim zaostalim naprezanjima bilo u ravnoteži zbog pukotine gubi ravnotežu, jer na površini pukotine komponente naprezanja moraju biti 0 (površina pukotine je slobodna površina). Programski paket *Abaqus* u svakoj materijalnoj točki dodaje set naprezanja takvih da svaku točku dovode u ravnotežu [7]. Korišteni konačni element je C3D20, a radi se o heksaedarskom konačnom elementu drugog reda, čija je raspodjela pomaka nepotpuni trodimenzijski polinom trećeg reda. Nakon uravnoteženja, računaju se J integrali, te iz J integrala koeficijent intenzivnosti naprezanja K_{res} . Odabir mreži konačnih elemenata prikazan je u sljedećem podpoglavlju. Osnovna mreža konačnih elemenata kreira se u programskom paketu *Abaqus*, gdje je potrebno kreirati 2 različita *part*-a povezana 'tie constraintom' (linearnim kinematskim ograničenjem koji povezuje mreže), jedan koji sadržava mrežu konačnih elemenata u bližoj okolini pukotine, a drugi koji sadržava mrežu konačnih elemenata u daljoj okolini pukotine. Osnovna mreža u bližoj okolini pukotine se sastoji od manjeg broja velikih konačnih elemenata, koji se pomoću programskog paketa *ZenCrack* [7] zamjenjuju gustom mrežom konačnih elemenata prilagođenoj problemima mehanike loma. Proces kreiranja mreže ilustrativno je prikazan na slici 18.

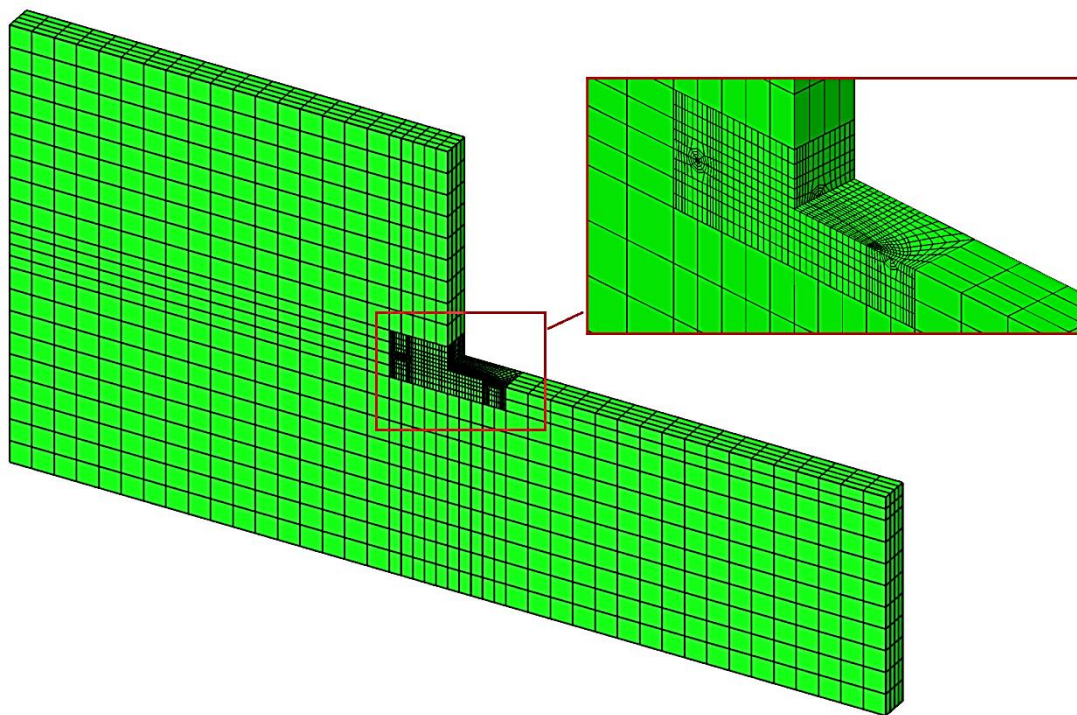


Slika 18. Izrada mreže s pukotinom koristeći Zencrack

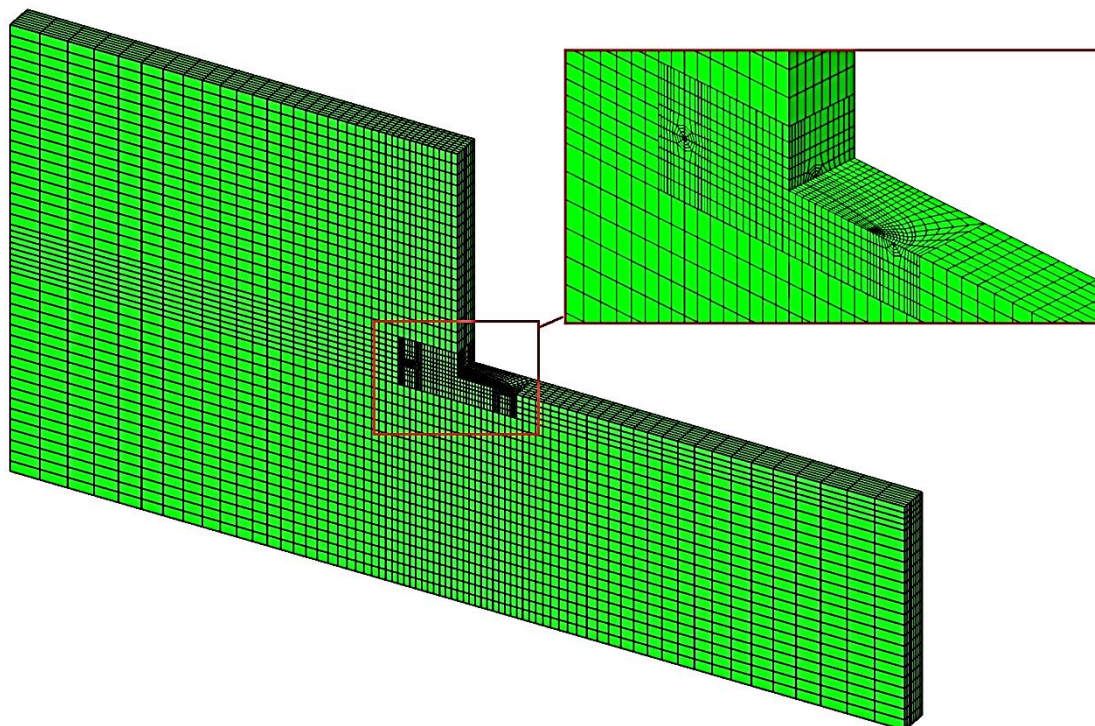
5.4.2.1. Ispitivanje konvergencije koeficijenta intenzivnosti naprezanja

Da bi rezultati analize metodom konačnih elemenata bili pouzdani, potrebno je pokazati konvergenciju rješenja, tj. pokazati da se daljnjim progušćivanjem mreže konačnih elemenata rješenje ne mijenja ili se mijenja beznačajno. Također treba obratiti pozornost na broj konačnih elemenata, tj. stupnjeva slobode, jer se progušćivanjem mreže povećava i vrijeme računanja, pa je potrebno izabrati mrežu koja će dati pouzdana rješenja, ali će imati manji broj konačnih elemenata. S obzirom da je proces izrade mreže s pukotinom kompleksniji od izrade mreže bez pukotine, razmatranje je ograničeno na usporedbu inicijalne (grube) mreže s mrežom koja je progušćena u djelu modela koji ne sadrži pukotinu i s mrežom koja je progušćena i u okolici pukotine i u ostatku modela. Inicijalni model ima relativno gustu mrežu u okolici pukotine (*Zencrack* blok 'large 5'), a u ostatku modela ima grubu mrežu. Uspoređivane se tri varijante mreža:

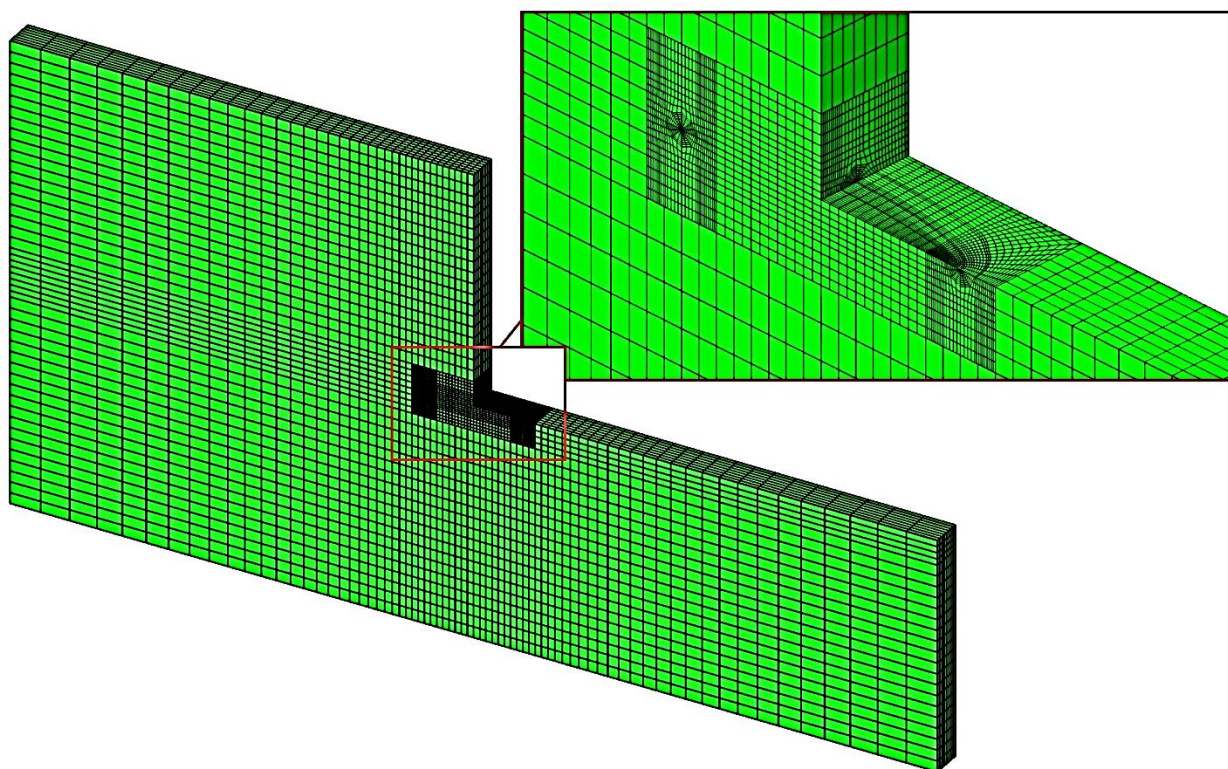
- gruba mreža (mreža I sa slike 19),
- mreža s progušćenjem u daljoj okolini pukotine (mreža II sa slike 20),
- mreža s progušćenjem u daljoj okolini pukotine i bližoj okolini pukotine (mreža III sa slike 21).



Slika 19. Mreža I



Slika 19. Mreža II



Slika 20. Mreža III

Utjecaj progušćenja mreže konačnih elemenata je ispitivan samo na nekoliko primjera, za pukotinu s $\frac{a}{t} = 0.4$ i $\frac{c}{a} = 1, 2, 4$. S obzirom da je od interesa koeficijent intenzivnosti

naprezanja, utjecaj gustoće mreže je ispitivan na rezultatu koeficijenta intenzivnosti naprezanja, dok utjecaj na pomake i naprezanja nije kvantificiran. Razmatrani su koeficijenti intenzivnosti naprezanja za najdublju točku. Rezultati su prikazani u tablicama 1 i 2. Prikazani koeficijenti intenzivnosti naprezanja su dobiveni osrednjavanjem rezultata s druge i treće konture. Pokazano je da je unatoč drastičnom progušćenju mreža, rezultat promijenjen beznačajno u usporedbi s grubom mrežom, pa je za daljnji rad korištena gruba mreža i mreže slične prikazanim grubim mrežama.

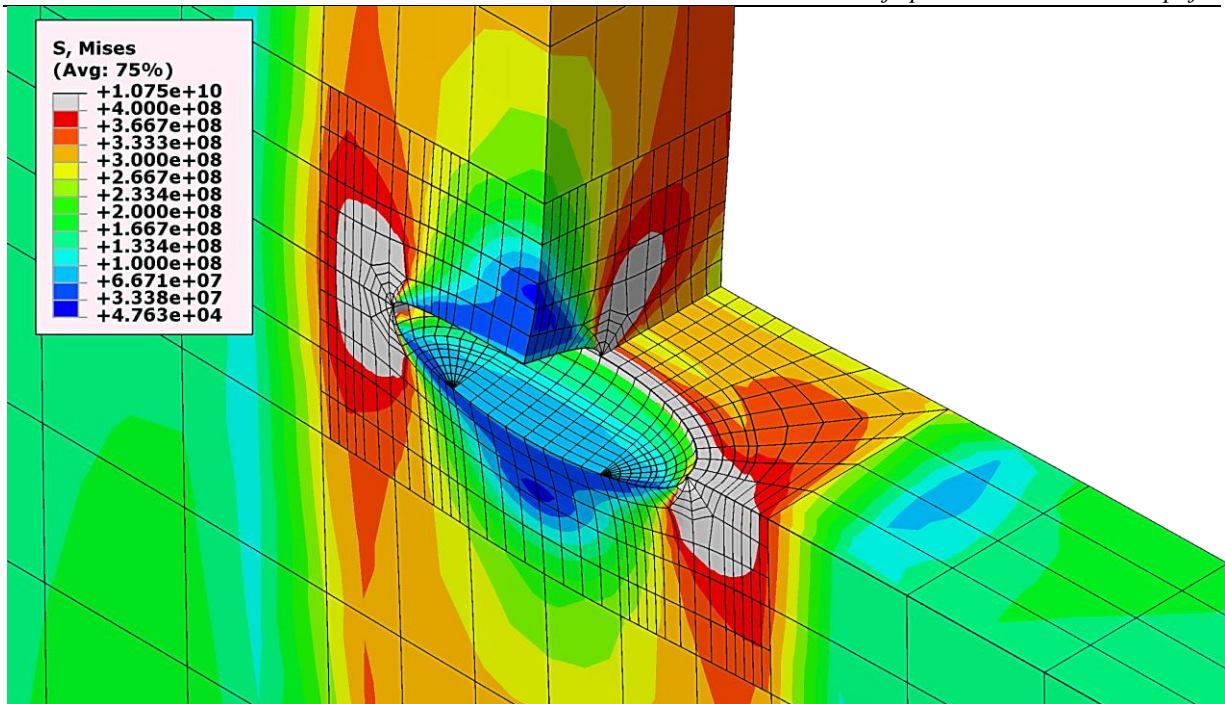
Tablica 1. Koeficijent intenzivnosti naprezanja za različite mreže, u $\text{MPa}\sqrt{\text{mm}}$

$\frac{a}{t}$		0.4		
$\frac{a}{c}$		1	0.5	0.25
K_{Ires}	mreža I	1302.26	1842.96	2341.71
	mreža II	1305.86	1846.06	2345.05
	mreža III	1302.45	1845.6	2344.92

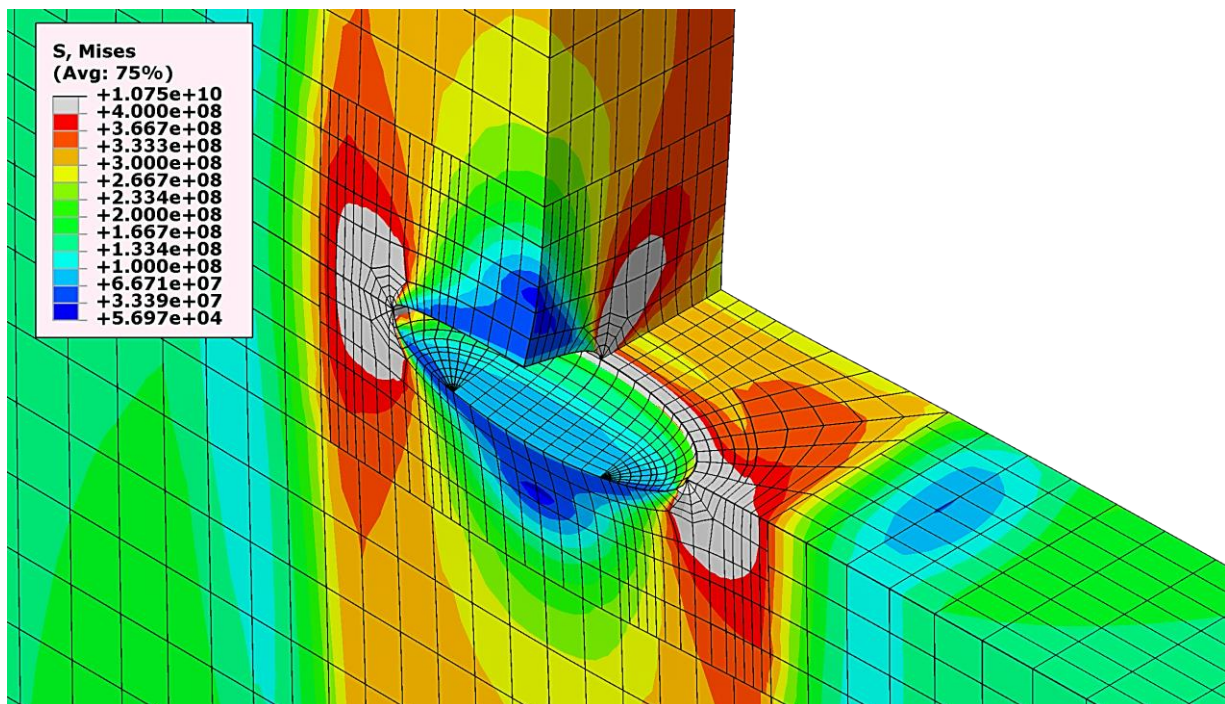
Tablica 2. Relativne greške koeficijenata intenzivnosti naprezanja s obzirom na najfiniju mrežu, normirane na rezultate grube mreže, u %

$\frac{a}{t}$		0.4		
$\frac{c}{a}$		1	2	4
$\frac{K_{Ires} - K_{Ires,III}}{K_{Ires,III}}$	mreža I	0.0145	0.1433	0.1371
	mreža II	0.2768	0.1682	0.1425

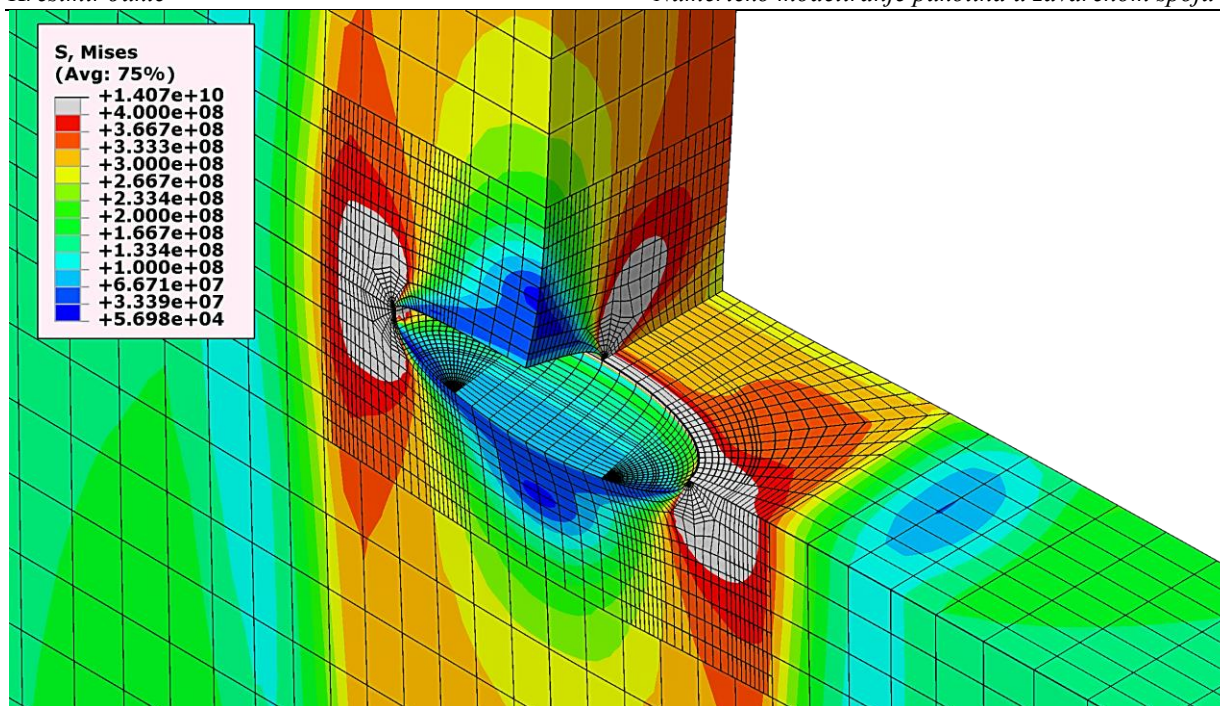
Dobivena polja ekvivalentnog naprezanja na deformiranoj ploči s pukotinom s prenaplašenim pomacima (svi pomaci multiplicirani su s faktorom uvećanja 100) za sve tri mreže prikazani su na slikama od 21 do 23. Na mreži I moguće je uočiti diskontinuitete u napreznjima na granici mreže u okolini pukotine i ostatka modela. Ipak usporedbom polja naprezanja svih triju mreža u okolini pukotine vidljivo je gotovo identično polje naprezanja za sva tri slučaja, što je još jedan od pokazatelja točnosti danih rezultata. Nastali diskontinuiteti su posljedica postprocesiranja, isto kao i razlike u poljima naprezanja u ostatku modela.



Slika 21. Polje ekvivalentno napreznanja po von Misesu, u Pa, mreža I



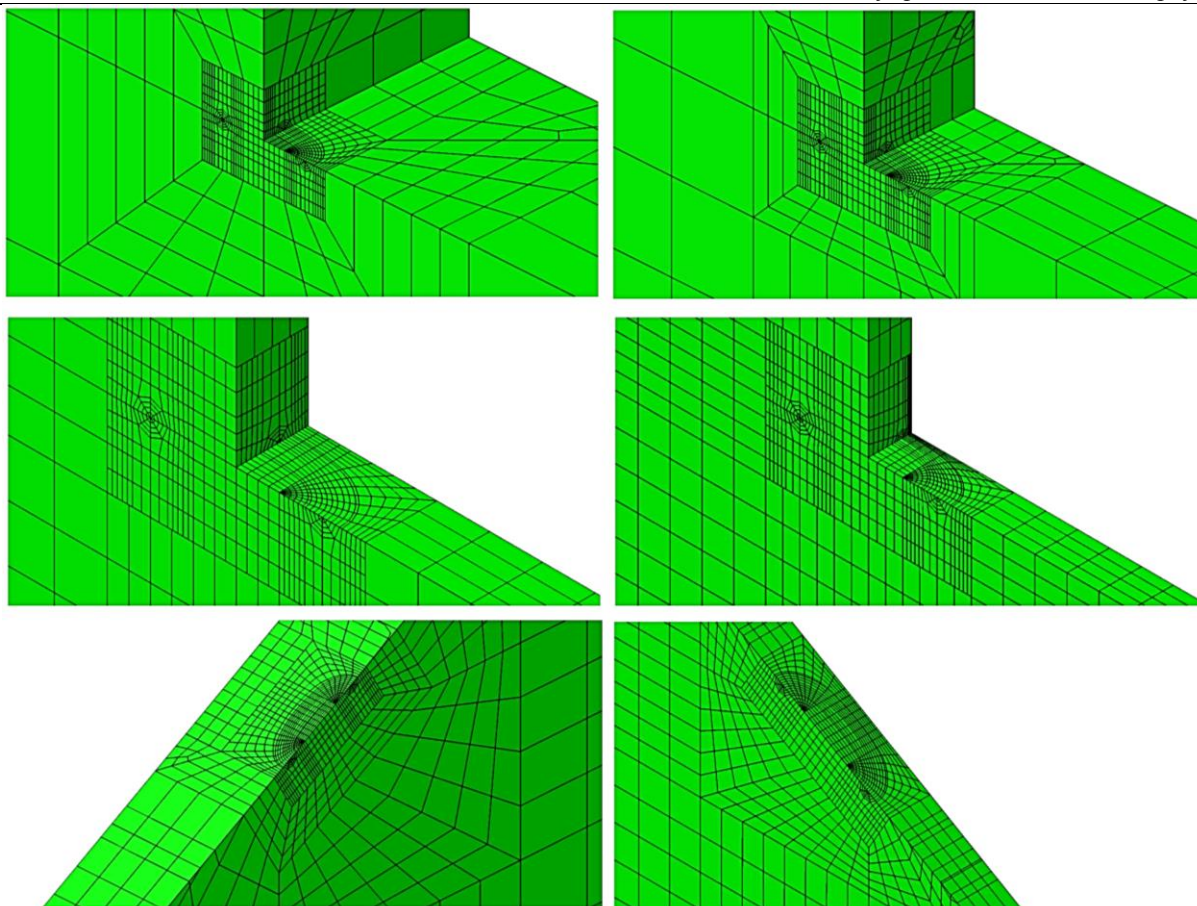
Slika 22. . Polje ekvivalentno napreznanja po von Misesu, u Pa, mreža II



Slika 23. . Polje ekvivalentno naprezanja po von Misesu, u Pa, mreža III

5.4.2.2. Mreže konačnih elemenata

Kao što je rečeno, za proračun metodom konačnih elemenata koristi se programski paket *Abaqus*, kao i za izradu inicijalne mreže, a za dodavanje mreže u okolini pukotine koristi se programski paket *ZenCrack*. S obzirom da su analizirana 92 različita slučaja, bilo je potrebno izraditi i 92 različite mreže. S obzirom da bi prikaz svih mreža bio nepraktičan, sa slici 24 prikazani su neki primjeri korištenih mreža. Treba naglasiti da dimenzije bloka konačnih elemenata u kojima se nalazi pukotina iznose $2t \times t \times (2c + 2a)$ za slučaj $\frac{a}{t} = 0.4, 0.6, 0.8$, a za slučaj $\frac{a}{t} = 0.1, 0.2$ dimenzije su $2a \times 3a \times (2c + 2a)$. S obzirom da je odabrano da širina jednog *ZenCrack* bloka bude $2a$ to implicira da će biti $\frac{c}{a} + 1$ blokova po širini pukotine, tj. ukupno $2\left(\frac{c}{a} + 1\right)$ blokova. Jasno je da će biti četiri rubna bloka, što znači da će biti $2\left(\frac{c}{a} - 1\right)$ središnjih blokova. Budući da korišteni *ZenCrack* blokovi ('large 5') imaju po 672 konačna elementa, a ovisno o slučaju ostatak modela sadržava oko tri tisuće konačnih elemenata, tada će veličina modela, tj. broj konačnih elemenata značajno ovisiti o širini pukotine. Tako će modeli s $\frac{c}{a} = 1$ imati najmanji broj konačnih elemenata, oko pet tisuća, a modeli s $\frac{c}{a} = 8$ mogu imati i do petnaest tisuća konačnih elemenata, što se pak danas ne smatra velikim modelom.



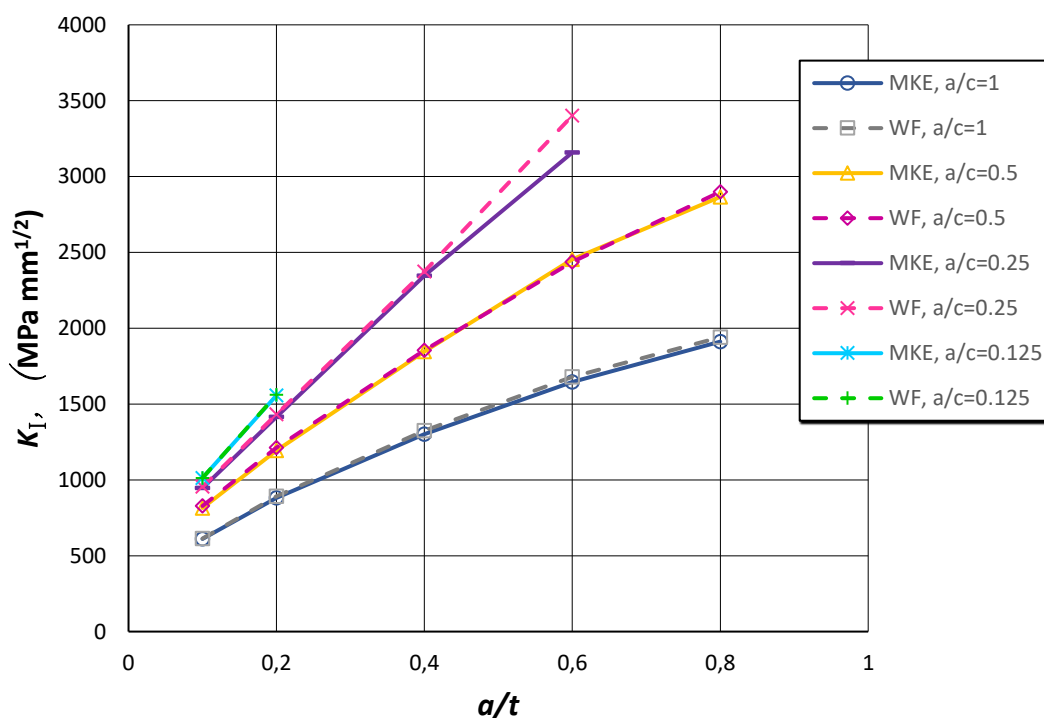
Slika 24. Primjeri korištenih mreža

5.4.3. Rezultati

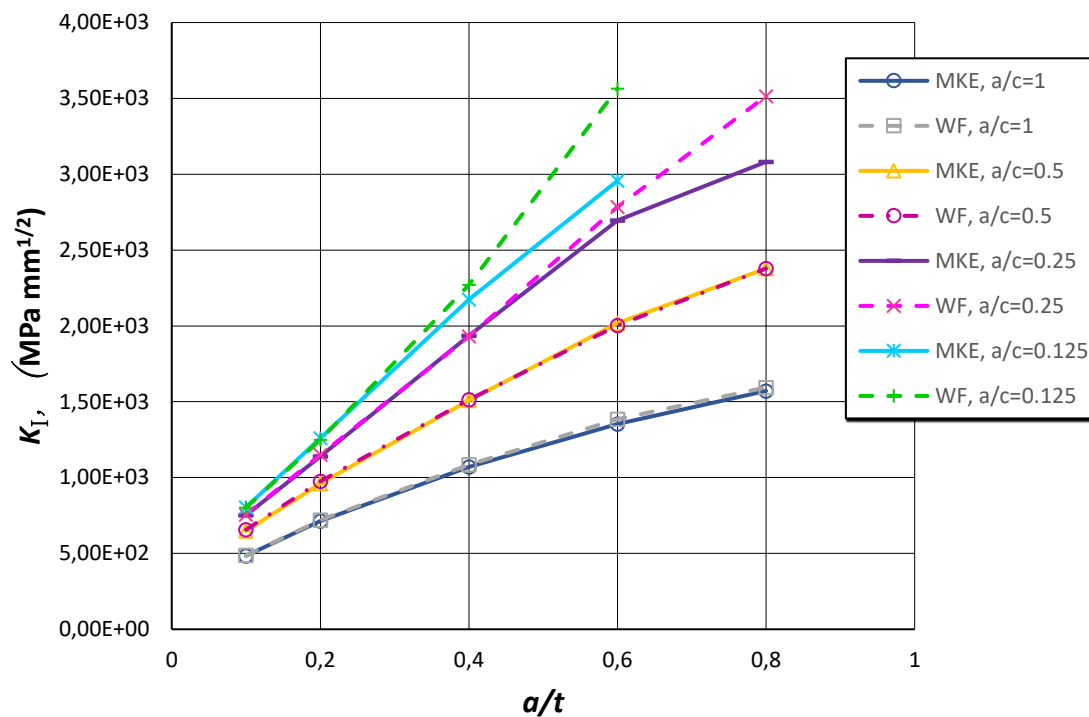
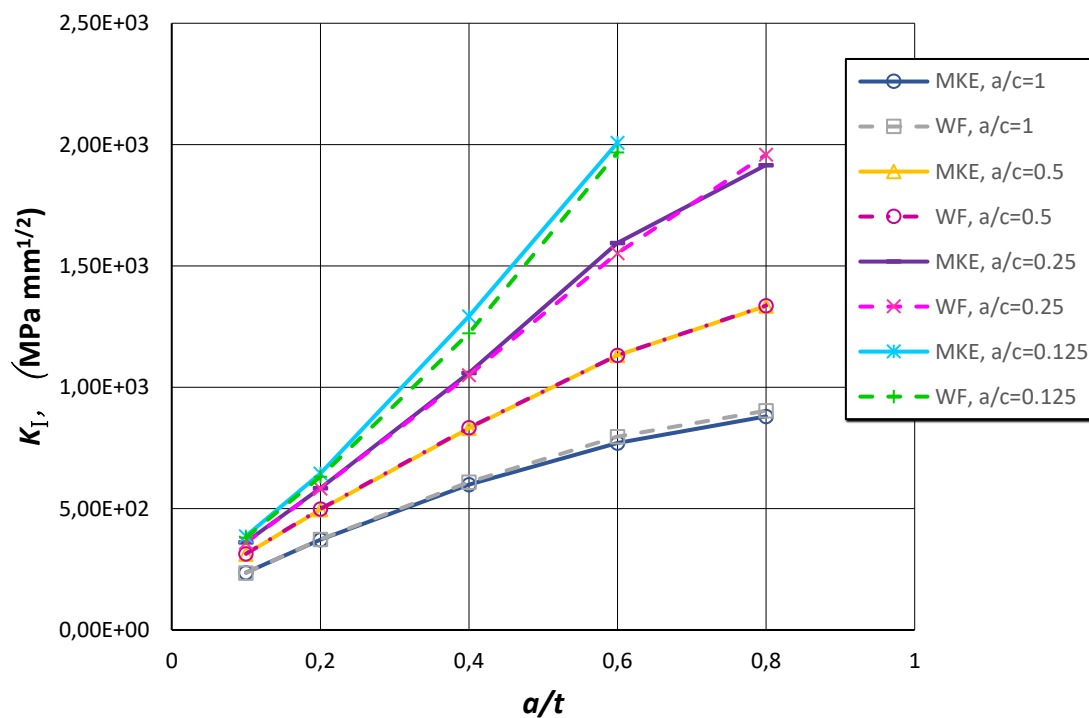
U ovom potpoglavlju prikazani su dobiveni rezultati proračuna metodom konačnih elemenata i metodom težinske funkcije. Zbog nemogućnosti preciznog određivanja koeficijenta intenzivnosti naprezanja na površini ploče metodom konačnih elemenata promatrana je samo najdublja točka pukotine ($\alpha = 90^\circ$). Po [6] i [18], nemogućnost preciznog računanja koeficijenta intenzivnosti naprezanja na površinskoj točki pukotine, tj. na $\alpha = 0$ proizlazi iz činjenice da na presjeku triju slobodnih površina ne vlada $r^{-0.5}$ singularitet već neki drugi, pa diskretizacija $r^{-0.5}$ singularitetom ne daje fizikalna rješenja, a profinjenjem mreže na $\alpha = 0^\circ$ ne postiže se konvergencija, već izračunate vrijednosti koeficijenta intenzivnosti naprezanja kontinuirano opadaju. Stoga se ograničavamo na rezultate za najdublju točku pukotine, tj. $\alpha = 90^\circ$, uz napomenu da u nekim primjerima postoje naznake da je najveći koeficijent intenzivnosti naprezanja na površinskoj točki pukotine. Uvidom u rezultate koeficijenata intenzivnosti naprezanja po fronti pukotine uočeno je da za $\frac{a}{c} = 1$ odmicanjem od najdublje točke koeficijent intenzivnosti naprezanja kontinuirano raste, i stoga bi najveće vrijednosti trebao poprimiti na površinskoj točki. Stoga za takve slučajeve potrebno je provesti proračun

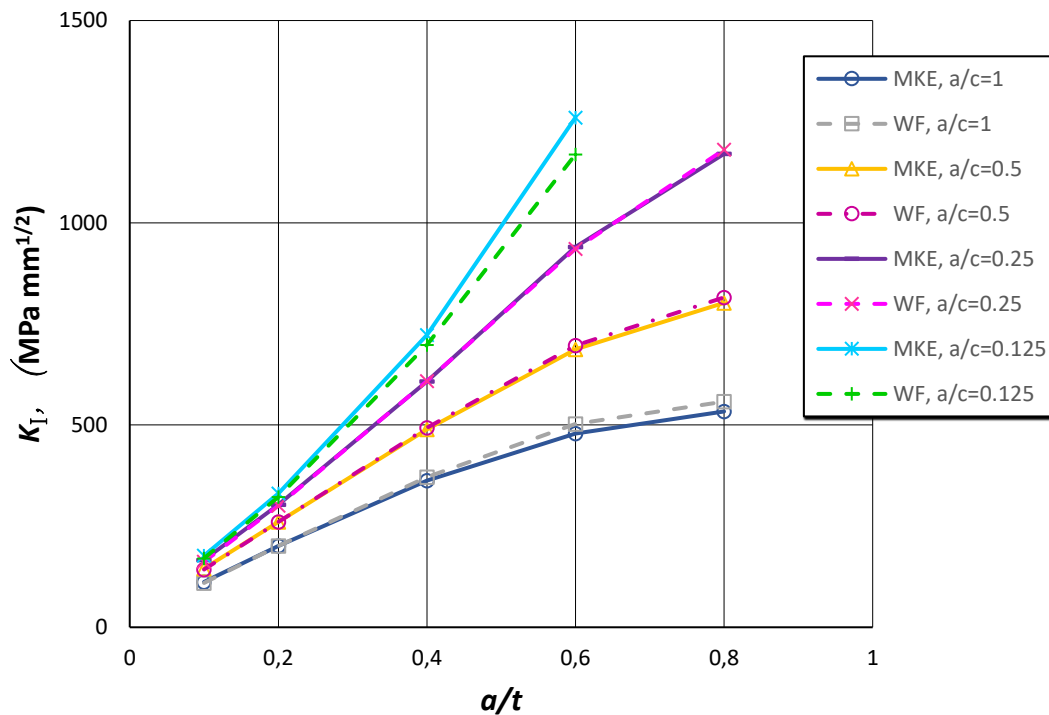
dostupnim težinskim funkcijama za površinsku točku npr. [18] i [23], ali takvi rezultati ovdje nisu prikazani.

Na slikama od 19 do 24 prikazani su dobiveni rezultati za koeficijente intenzivnost naprezanja za prvi način otvaranja pukotine. Rezultati su dobiveni osrednjavanjem rezultata za drugu i treću konturu oko vrška pukotine. Odstupanja rezultata druge treće konture su izrazito mala što je još jedan od pokazatelja točnosti. Također, pokazatelj točnosti je i odlično poklapanje rezultata dobivenih metodom konačnih elemenata i metodom težinske funkcije za male dimenzije pukotina (male širine pukotina). U slučaju pukotina za koje vrijedi $\varphi = 90^\circ$ i $\varphi = 60^\circ$ metoda konačnih elemenata za duge pukotine (pukotine s velikim vrijednostima $\frac{a}{t}$ i malim vrijednostima $\frac{a}{c}$) predviđa manja rješenja nego što ih daje metoda težinske funkcije. Razlog tome je što širenjem pukotine ona izlazi iz zone u kojoj se javljaju vlačna uzdužna naprezanja i ulazi u zonu tlačnih naprezanja koja zatvaraju pukotinu i smanjuju koeficijente intenzivnosti naprezanja. Sličan fenomen javlja se i kod svih promatranih orijentacija i položaja pukotina.

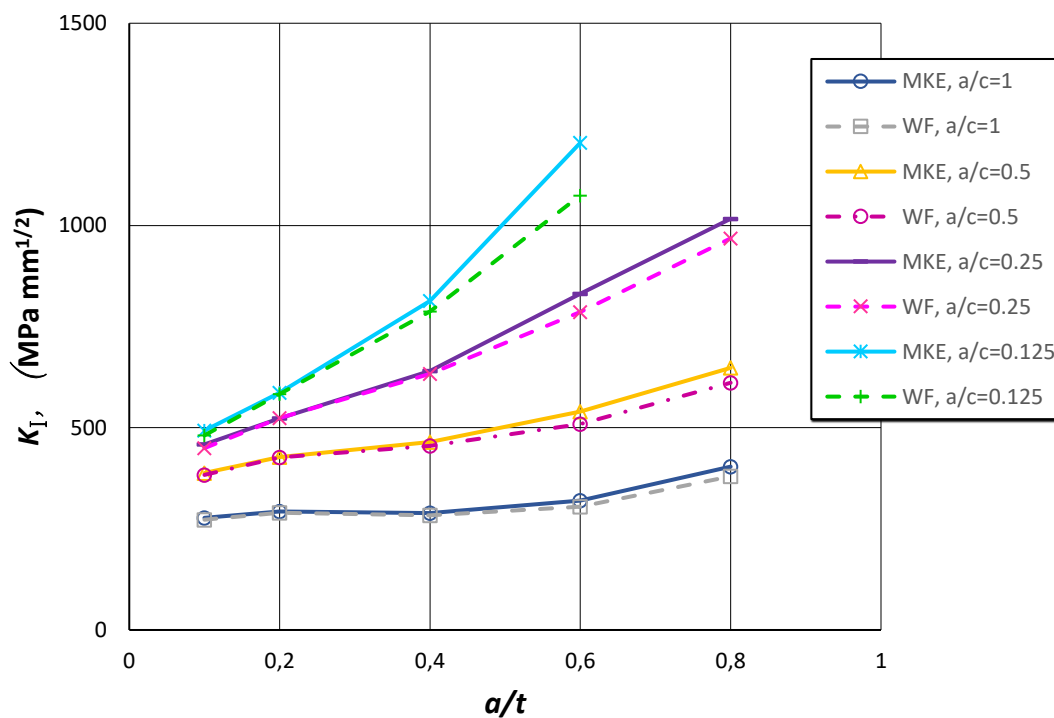


Slika 25. Koeficijenti intenzivnosti naprezanja za pukotinu okomitu na zavar ($\varphi = 90^\circ$)

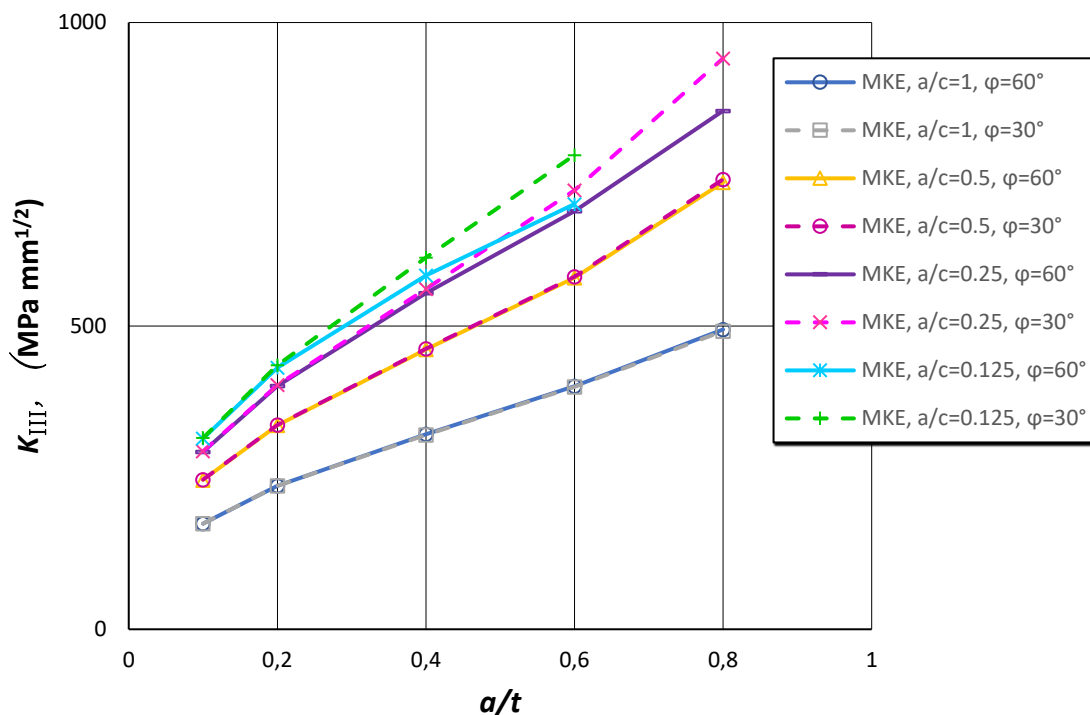
Slika 26. Koeficijenti intenzivnosti naprezanja za polueliptičnu pukotinu (slučaj $\varphi = 60^\circ$)Slika 27. Koeficijenti intenzivnosti naprezanja za polueliptičnu pukotinu (slučaj $\varphi = 30^\circ$)



Slika 28. Koeficijenti intenzivnosti naprezanja za (slučaj $\varphi = 0^\circ$, $x = 0$ mm)



Slika 29. Koeficijenti intenzivnosti naprezanja za (slučaj $\varphi = 0^\circ$, $x = 22$ mm)



Slika 30. Koeficijenti intenzivnosti napreznja za treći način otvaranja pukotine

Kao što je već spomenuto, primjena težinske funkcije daje dobra rješenja za male pukotine. To opravdava primjenu težinskih funkcija nad kompliciranim poljem zaostalih napreznja za male pukotine, dok bi u nekim drugim primjerima za veće pukotine bilo potrebno koristiti ili metodu konačnih elemenata (što je korišteno u ovom radu) ili složenije dvodimenzijske težinske funkcije.

Kao što je vidljivo sa slike 30, osim koeficijenata intenzivnosti napreznja za prvi način otvaranja pukotine, u slučaju kosih pukotina javlja se i treći (vijčani) način otvaranja pukotine. Uspoređujući koeficijente intenzivnosti napreznja za prvi i treći način otvaranja pukotine za npr. slučaj pukotine za koju vrijedi $\varphi = 30^\circ$ vidljivo je da dobivene vrijednosti poprimaju isti red veličine, ša stoga imaju značajan udio u ukupnoj brzini oslobađanja energije, te je iz tog razloga potrebno u obzir uzeti i koeficijente intenzivnosti napreznja za treći način otvaranja pukotine.

5.4.3.1. Aproximacija dobivenih rezultata

Da bi upotreba prikazanih rezultata bila jednostavnija, dane su aproksimacijske funkcije prikladne za inženjersku upotrebu. Odabrana je funkcija:

$$K = \sigma_y \sqrt{\pi a} f\left(\frac{a}{t}, \frac{c}{a}, \varphi\right). \quad (5.1)$$

Za prvi način otvaranja pukotina za pukotine okomite i paralelne na zavar odabrana je funkcija f koja glasi:

$$f\left(\frac{a}{t}, \frac{c}{a}\right) = A_1 + A_2 \frac{a}{t} + A_3 \left(\frac{a}{t}\right)^2, \quad (5.2)$$

gdje je A_i :

$$A_i = k_{i1} + k_{i2} \left(\frac{c}{a}\right)^1 + k_{i3} \left(\frac{c}{a}\right)^2 + k_{i4} \left(\frac{c}{a}\right)^3. \quad (5.3)$$

Da bi se pojednostavila procedura aproksimacije rezultata za sve kutove pod kojim se nalazi odabrana je funkcija:

$$f\left(\frac{a}{t}, \frac{c}{a}, \varphi\right) = f_{0^\circ} \cos(\varphi)^2 + f_{90^\circ} \sin(\varphi)^2. \quad (5.4)$$

Gdje je f_{0° bezdimenzijska funkcija za pukotine paralelne na zavar, a f_{90° bezdimenzijska funkcija za pukotine okomite na zavar.

Koeficijenti k_{ij} određeni su metodom najmanjih kvadrata, minimizirajući sumu kvadrata relativnih grešaka. Dobiveni rezultati za koeficijente intenzivnosti naprezanja za prvi način otvaranja pukotine za pukotinu okomitu na zavar i pukotine okomite na zavar prikazane su u tablicama od 3 do 5. Relativne greške za sva tri slučaja manje su od 5% što je granica inženjerske točnosti. U tablici 6 dana je funkcija koja aproksimira vrijednosti koje su maksimum od slučaja paralelne pukotine na $x=0$ mm i $x=22$ mm. Pošto za taj slučaj nije bila postignuta točnost od 5%, jednačba 5.2 proširena je s članom koji kubično ovisi o $\frac{a}{t}$. Tim proširenjem postignuta je greška do 1%, ali povećan broj parametara kojima su opisani rezultati.

Tablica 3. Koeficijenti aproksimacijske funkcije za pukotinu okomitu na zavar

k_{11}	k_{12}	k_{13}	k_{14}	k_{21}	k_{22}	k_{23}	k_{24}	k_{31}	k_{32}	k_{33}	k_{43}
0,6213	0,7324	0,1554	0,0109	0,4775	0,9788	0,0834	0,0075	0,0733	0	0,2108	0,0501

Tablica 4. Koeficijenti aproksimacijske funkcije za pukotinu okomitu na zavar (slučaj $x=0$ mm)

k_{11}	k_{12}	k_{13}	k_{14}	k_{21}	k_{22}	k_{23}	k_{24}	k_{31}	k_{32}	k_{33}	k_{43}
0,08314	0,0957	0,0216	0,0015	0,4007	0,4458	0,0705	0,00296	0,4348	0,2427	0,0597	0,00169

Tablica 5. Koeficijenti aproksimacijske funkcije za pukotinu okomitu na zavar (slučaj $x=22$ mm)

k_{11}	k_{12}	k_{13}	k_{14}	k_{21}	k_{22}	k_{23}	k_{24}	k_{31}	k_{32}	k_{33}	k_{43}
0,2501	0,5204	0,1126	0,00776	0,8422	0,6972	0,2077	0,0176	0,7654	0,467	0,1376	0,0144

Tablica 6. Koeficijenti aproksimacijske funkcije za pukotinu okomitu na zavar (aproksimacija maksimalnih vrijednosti od slučaj $x=0$ mm i $x=22$ mm)

k_{11}	k_{12}	k_{13}	k_{14}	k_{21}	k_{22}	k_{23}	k_{24}
0,1918	0,7326	-0,1549	0,0101	-0,5023	-2,7963	0,6297	-0,0413
k_{31}	k_{32}	k_{33}	k_{34}	k_{41}	k_{42}	k_{43}	k_{44}
1,6574	4,9180	-1,0483	0,0666	-1,4136	-2,6334	0,5535	-0,0335

Odabrana funkcija za koeficijente intenzivnosti naprezanja za treći način otvaranja pukotine je:

$$f\left(\frac{a}{t}, \frac{c}{a}, \varphi\right) = \left(A_1 + A_2 \frac{a}{t} + A_3 \left(\frac{a}{t}\right)^2\right) \sin(2\varphi), \quad (1.1)$$

a dobiveni koeficijenti dani su u tablici 7. Greška te funkcije je unutar 1%.

Tablica 7. Koeficijenti aproksimacijske funkcije za treći način otvaranja pukotine

k_{11}	k_{12}	k_{13}	k_{14}	k_{21}	k_{22}	k_{23}	k_{24}	k_{31}	k_{32}	k_{33}	k_{43}
0,1979	0,5688	0,1158	0,00748	0,0647	0,4237	0,0981	0,00647	0,0428	0,5897	0,1231	0,00746

6. Zaključak

Unatoč zrelosti proizvodnih tehnologija, ovladavanjem kompleksnih fenomena dolazi se do značajnih napredaka u proizvodnji. Jedan takav fenomen je zakopani električni luk ('buried arc'), koji je, iako davno poznat, uspješno primijenjen tek 2017. Primjena 'buried arc' zavarivanja omogućila je zavarivanje debelih ploča do 30 mm u jednom prolazu, što s konvencionalnim zavarivačkim metodama nije moguće. Osim proizvodnih aspekata tehnologije, od interesa je i utjecaj proizvodne tehnologije na integritet konstrukcije proizvedene tom tehnologijom. Zavarivanje unosi faktore poput zaostalog naprezanja i defekata nalik na pukotine koji narušavaju integritet konstrukcije, pa je u procedurama za procjenu integriteta konstrukcija potrebno kvantificirati veličine koje utječu na integritet konstrukcije.

U ovom radu provedena je analiza pukotina u polju zaostalih naprezanja nastalih 'buried arc' zavarivanjem koristeći metodu konačnih elemenata s ciljem računanja koeficijenata intenzivnosti naprezanja uslijed zaostalih naprezanja i s ciljem uklanjanja jedne od prepreka primjene 'buried arc' zavarivanja. Polje zaostalih naprezanja dobiveno je mehaničkom kvazistatičkom analizom za koju opterećenja proizlaze iz toplinske analize zavarivanja u vidu toplinskog širenja. Dobiveni rezultati mehaničke analize mapiraju se na nekompatibilnu mrežu konačnih elemenata s pukotinom dobivenu programskim paketom *Zencrack*, a u programskom paketu *Abaqus* se vrši analiza. Analiza podrazumijeva uravnoteženje naprezanja i računanje J integrala te izračun koeficijenata intenzivnosti naprezanja iz J integrala.

Analizirane su pukotine različitih lokacija, dubina, normaliziranih širina i orijentacija odabranih s ciljem davanja inženjerski prihvatljive procedure za proračun koeficijenata intenzivnosti naprezanja. U prvom koraku su ispitane različite mreže s ciljem odabira optimalne mreže s obzirom na točnost i veličinu modela. Progušćivanjem mreže u okolici pukotine i ostatku modela zaključeno je da mreža s *Zencrack* blokom 'large 5' i s grubom mrežom u ostatku modela dostatna za promatrani problem. Nadalje, kreirane su mreže za različite dimenzije i orijentacije te je izvršena analiza za te mreže, a dobiveni rezultati su prikazani u obliku grafova i aproksimacijskih funkcija s relativnom greškom do 5%. Prikazane su aproksimacijske funkcije za izračun koeficijenata intenzivnosti naprezanja najdublje točke pukotine za prvi način otvaranja pukotine za pukotine okomite na zavar te pukotine paralelne na zavar. Uvidom u rezultate za koso postavljene pukotine zaključeno je da se koeficijenti intenzivnosti naprezanja za prvi način otvaranja pukotine može prikazati kao funkcija koeficijenata intenzivnosti naprezanja za pukotine paralelne i okomite na zavar, pa je dana funkcija koja je u skladu s tim. Prikazana je i funkcija za koeficijente intenzivnosti naprezanja za treći način

otvaranja pukotine. Iako su u praksi puno češće pukotine okomite ili paralelne na zavar, uslijed promjenjivih smičnih naprezanja mogu nastati i koso orijentirane pukotine, a dobiveni iznosi koeficijenta intenzivnosti naprezanja ukazuju na značajan utjecaj na brzinu oslobađanja energije, pa je u slučaju kosih pukotina poželjno uzeti u obzir i koeficijente intenzivnosti naprezanja za treći način otvaranja pukotine.

Prikazani rezultati vrijede za najdublju točku pukotine. Treba uzeti u obzir da zbog problema s izračunom koeficijenta intenzivnosti naprezanja na presjeku slobodnih površina koji proizlazi iz drugačijeg singulariteta u obzir nije uzeta površinska točka na pukotini. Iako je većini slučajeva koeficijent intenzivnosti naprezanja veći na najdubljjoj točki pukotine, u slučaju $\frac{a}{c} = 1$ za većinu orijentacija i položaja i u slučaju $\frac{a}{c} = 2$ za izmaknute paralelne pukotine udaljavanjem od najdublje točke pukotine raste koeficijent intenzivnosti naprezanja što ukazuje da bi koeficijent intenzivnosti naprezanja mogao biti najveći na površinskoj točki pukotine. Nadalje, u rijetkim slučajevima najdublja točka nije poprimala niti najveću niti najmanju vrijednost koeficijenta intenzivnosti naprezanja, a maksimalni koeficijent intenzivnosti naprezanja javlja se između najdublje i površinske točke. S obzirom da je razlika između maksimalne vrijednosti i vrijednosti u najdubljjoj točki relativno mala, prikazane su samo vrijednosti za najdublju točku.

Paralelno s proračunom metodom konačnih elemenata izvršen je i proračun težinskom funkcijom opisanoj u [18] i sadržanoj u API 579 [23]. Iako je ta težinska funkcija jednodimenzijaska, tj. izvedena je uz pretpostavku da se naprezanje mijenja samo po debljini ploče, prikazano je da je primjena te težinske funkcije opravdana i kod složenih trodimenzijskih polja naprezanja kao što je polje zaostalih naprezanja uslijed zavarivanja. Doduše, uvidom u prikazane grafove može se primijetiti da porastom duljine pukotine raste razlika među rezultatima metode konačnih elemenata i metode težinske funkcije. To se može objasniti većom promjenom polja naprezanja udaljavanjem od središnje osi pukotine. Problem računanja koeficijenta intenzivnosti naprezanja na površinskoj točki može se riješiti korištenjem težinske funkcije za površinske točke dane u [18] i [23] slične onoj korištenoj u ovom radu, ali kako je pokazano, u slučaju širih pukotina potrebno je koristiti neku drugu metodu, npr. kompleksnije dvodimenzijske težinske funkcije.

Nadalje, potrebno je spomenuti ograničenja danih rješenja. Budući da polje zaostalih naprezanja ne ovisi samo o granici tečenja, što je pretpostavljeno u izrazu 5.1, potrebno je istražiti utjecaj drugih parametara na polje zaostalih naprezanja, a time i na koeficijente intenzivnosti naprezanja uslijed zaostalih naprezanja. Budući da je promatrana ploča debljine

20 mm, a motivacija za korištenje 'buried arc' zavarivanja postoji za sve deblje ploče koje nije moguće zavariti u jednom prolazu konvencionalnim procesima zavarivanja, potrebno je, bez da se mijenjaju parametri zavarivanja, istražiti utjecaj debljine ploče na zaostala naprezanja. Za očekivati je da će za tanje ploče, uslijed efikasnijeg hlađenja, profil temperatura po debljini ploče biti više jednolik, a stoga bi takvo trebalo biti i polje naprezanja, ali pošto je problem plastičnog tečenja izrazito nelinearan prerano je za takve zaključke. Nadalje, za očekivati je da promjena debljine ploče zahtijeva i promjenu parametara zavarivanja što bi rezultiralo većim ili manjim unosom topline, i dodatnom promjenom profila zaostalih naprezanja. Također, u procesu zavarivanja na polje zaostalih naprezanja utječu i rubni uvjeti. U ovom radu obrađen je samo primjer s rubnim uvjetima koji opisuju slobodno oslonjene ploče, dok je u industriji za očekivati i rubne uvjete poput uklještenja. Potrebno je istražiti i utjecaj rubnih uvjeta na dobivene rezultate, ali kao alternativa postoji i zamjena uklještenja ekvivalentnim opterećenjem, te preračunavanje koeficijenta intenzivnosti pritom uzimajući u obzir nelinearnosti (plastične korekcije). Posljednje ograničenje koje se nameće je u materijalu, tj. plastičnom materijalnom modelu. Materijal korišten u ovom radu je konstrukcijski čelik s karakterističnim jako izraženim plastičnim tečenjem po ulasku u plastično područje, pa je materijal u simulaciji radi jednostavnosti modeliran kao idelno-plastičan. Ipak, taj model ne opisuje vjerno sve čelike, pa dobivene rezultate nije moguće koristiti za čelike visoke čvrstoće s slabijim plastičnim tečenjem.

LITERATURA

- [1] Perić, Mato., Numeričko modeliranje zaostalih naprezanja i pukotina u zavarenim konstrukcijama, Doctoral thesis, University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture, 2015.
- [2] Deaconu, Viorel. (2007). Finite Element Modelling of Residual Stress-A Powerful Tool in the Aid of Structural Integrity Assessment of Welded Structures.
- [3] Dean Deng, FEM prediction of welding residual stress and distortion in carbon steel considering phase transformation effects, *Materials & Design*, Volume 30, Issue 2, 2009, Pages 359-366, ISSN 0261-3069
- [4] Perić, M, Garašić, I, Tonković, Z, Vuherer, T, Nižetić, S, Dedić-Jandrek, H. Numerical prediction and experimental validation of temperature and residual stress distributions in buried-arc welded thick plates. *Int J Energy Res.* 2019; 43: 3590– 3600
- [5] Baba, H., Era, T., Ueyama, T., Tanaka, M., Single pass full penetration joining for heavy plate steel using high current GMA process. *Weld World*, 61(5), 963-969 (2017).
- [6] T. L. Anderson, Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications, Third Edition, CRC Press, 2005.
- [7] Dassault Systemes, Abaqus Documentation, Version 6.14., 2014.
- [8] Zentech, Zencrack Documentation, Version 8.0.1., 2016.
- [9] Lukačević, Z., Zavarivanje, Strojarski Fakultet Slavonski Brod, 1998.
- [10] M. Mikulić, Modificirani MAG postupci za visokoučinsko zavarivanje, Diplomski rad, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2018.
- [11] K. Seleš, Numerička simulacija procesa zavarivanja u velikim konstrukcijama, Diplomski rad, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2016.
- [12] Šušak, Numerička procjena utjecaja predgrijavanja i rubnih uvjeta na zaostala naprezanja i deformacije pri zavarivanju, Diplomski rad, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2019
- [13] <https://hypertextbook.com/facts/2003/EstherDorzin.shtml> (25.5.2020.)
- [14] Holzapfel, Gerhard A. Nonlinear Solid Mechanics: A Continuum Approach for Engineering. Chichester: Wiley, 2000.
- [15] Maddox, S. J., Fatigue strength of welded structures, Woodhead Publishing Limited, 1991.
- [16] Husnjak. M., Mehanika loma (skripta), Fakultet strojarstva i brodogradnje

- [17] Maiti, S., *Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications*. Cambridge: Cambridge University Press, 2015.
- [18] G. Shen, G. Glinka, Weight functions for a surface semi-elliptical crack in a finite thickness plate, *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, Volume 15, Issue 3, 1991.
- [19] Shih, C. F., and R. J. Asaro, "Elastic-Plastic Analysis of Cracks on Bimaterial Interfaces: Part I—Small Scale Yielding," *Journal of Applied Mechanics*, pp. 299–316, 1988.
- [20] K. Nielsen, 'Crack Propagation in Cruciform Welded Joints : Study of Modern Analysis', Dissertation, 2011.
- [21] E.J. Rao, B. Guha, G. Malakondaiah, V.M. Radhakrishnan, Effect of welding process on fatigue crack growth behaviour of austenitic stainless steel welds in a low alloy (Q & T) steel, *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, Volume 27, Issue 2, 1997.
- [22] M.D. Chapetti, L.F. Jaureguizar, Estimating the fatigue behaviour of welded joints, *Procedia Engineering*, Volume 10, 2011.
- [23] API 579, Recommended practice for fitness-for-service, American Petroleum Institute, 2000.
- [24] Ainsworth, R.A., Sharples, J.K., and Smith, S.D., "Effects of Residual Stress on Fracture Behavior—Experimental Results and Assessment Methods." *Journal of Strain Analysis*, Vol. 35, 2000, pp. 307–316.
- [25] Sorić, Jurica, *Metoda konačnih elemenata*, Zagreb: Golden marketing - Tehnička knjiga, 2004.
- [26] EA de Souza Neto, D Peric, DRJ Owen, *Computational methods for plasticity: theory and applications*, John Wiley & Sons, 2011.
- [27] I. Skozrit, *Numeričko modeliranje pukotina u metalnim i polimernim materijalima*, Doctoral thesis, University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture, Zagreb, 2011.