

Sveučilište u Zagrebu

Građevinski fakultet

Danijel Harasti, Karlo Jandrić

**PRIMJENA EKSPERIMENTALNO ODREĐENIH DINAMIČKIH PARAMETARA ZA
KALIBRACIJU NUMERIČKOG MODELA KATEDRALE SV. JAKOVA U ŠIBENIKU**

Zagreb, 2018.

Ovaj rad izrađen je u Zavodu za tehničku mehaniku Građevinskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu pod vodstvom izv. prof. dr. sc. Domagoja Damjanovića i predan je na natječaj za dodjelu Rektorove nagrade u akademskoj godini 2017./2018.

Popis kratica

I	jedinična matrica
M	matrica masa
C	matrica prigušenja
K	matrica krutosti
Φ	modalna matrica (matrica vlastitih vektora)
q	vektor modalnih koordinata
u	vektor pomaka
\dot{u}	vektor brzina
\ddot{u}	vektor ubrzanja
m	masa
f	frekvencija
v_n	vlastita frekvencija titranja
λ_n	prirodni (temeljni) period titranja
EI	svojna (fleksijska) krutost
ρ	gustoća
S	površina poprečnog presjeka
l	duljina
ω_n	kružna frekvencija

Sadržaj:

1.	Uvod i ciljevi.....	1
2.	Općenito o katedrali.....	2
3.	Modalna analiza.....	7
3.1.	Ekperimentalna modalna analiza.....	9
3.1.1.	Oprema za ispitivanje.....	9
3.1.2.	Analiza dinamičkih procesa.....	13
3.1.2.1.	Fourierova transformacija.....	13
3.1.2.2.	Spektralne funkcije.....	15
3.1.3.	Određivanje dinamičkih parametara iz mjerenja jednog stupnja slobode.....	18
3.1.4.	Klasična ekperimentalna modalna analiza.....	19
3.1.5.	Operacionalna modalna analiza.....	20
3.1.5.1.	Dekompozicija frekventnog područja (FDD).....	22
4.	Ekperimentalna istraživanja.....	25
4.1.	Metode ispitivanja.....	26
4.2.	Određivanje vlastitih frekvencija zatega.....	27
4.2.1.	Mjerna mjesta i postupak ispitivanja.....	27
4.2.2.	Rezultati ekperimentalnih ispitivanja.....	27
4.3.	Operacionalna modalna analiza konstrukcije.....	32
4.3.1.	Mjerna mjesta i postupak ispitivanja.....	32
4.3.2.	Rezultati operacionalne modalne analize.....	33
5.	Analiza sila u zategama.....	36
6.	Numerički model konstrukcije.....	41
6.1.	Glavni problemi pri modeliranju povijesnih konstrukcija.....	42
6.1.1.	Geometrija.....	42
6.1.2.	Materijal.....	43

6.1.3.	Djelovanja	43
6.1.4.	Struktura elemenata	43
6.2.	Programski paket.....	44
6.3.	Opis numeričkog modela	44
6.4.	Opis djelovanja na konstrukciju	49
6.5.	Spektralna analiza	50
6.5.1.	Faktor ponašanja	52
6.6.	Rezultati.....	54
6.6.1.	Model sa zategama	54
6.6.1.1.	Deformacije sustava.....	54
6.6.1.2.	Osnovni dinamički parametri	56
6.6.1.3.	Naprezanja plošnih elemenata	60
6.6.1.4.	Sile u stupovima	65
6.6.1.5.	Sile u zategama	66
6.6.2.	Model bez zatega	67
6.6.2.1.	Deformacije sustava bez zatega	67
6.6.2.2.	Osnovni dinamički parametri modela bez zatega	69
6.6.2.3.	Naprezanja u plošnim elementima modela bez zatega	73
6.6.2.4.	Sile u stupovima modela bez zatega	77
7.	Usporedba rezultata	78
8.	Zaključak	83
	Literatura	85
	Popis slika	88
	Popis tablica.....	91
	Sažetak	92
	Summary	93
	Zahvala	94

1. Uvod i ciljevi

Povijesne građevine, građene od kamena, zbog svoje mase imaju izrazito velike tlačne sile u elementima. Kod građevina kojima je rasponska konstrukcija luk, svod ili kupola javljaju se problemi prijenosa tlačne sile u zidove, stupove i temelje. Inženjerskim znanjem, u prošlosti, ta problematika rješavana je velikim masivnim elementima na mjestima ležajeva, koji imaju mogućnost preuzeti velike sile upravo zbog svoje masivnosti. U novije doba, kako se graditeljstvo razvijalo, taj se problem rješavao elementom koji zateže donji dio kupole, svoda ili luka u obliku prstena ili zatege.

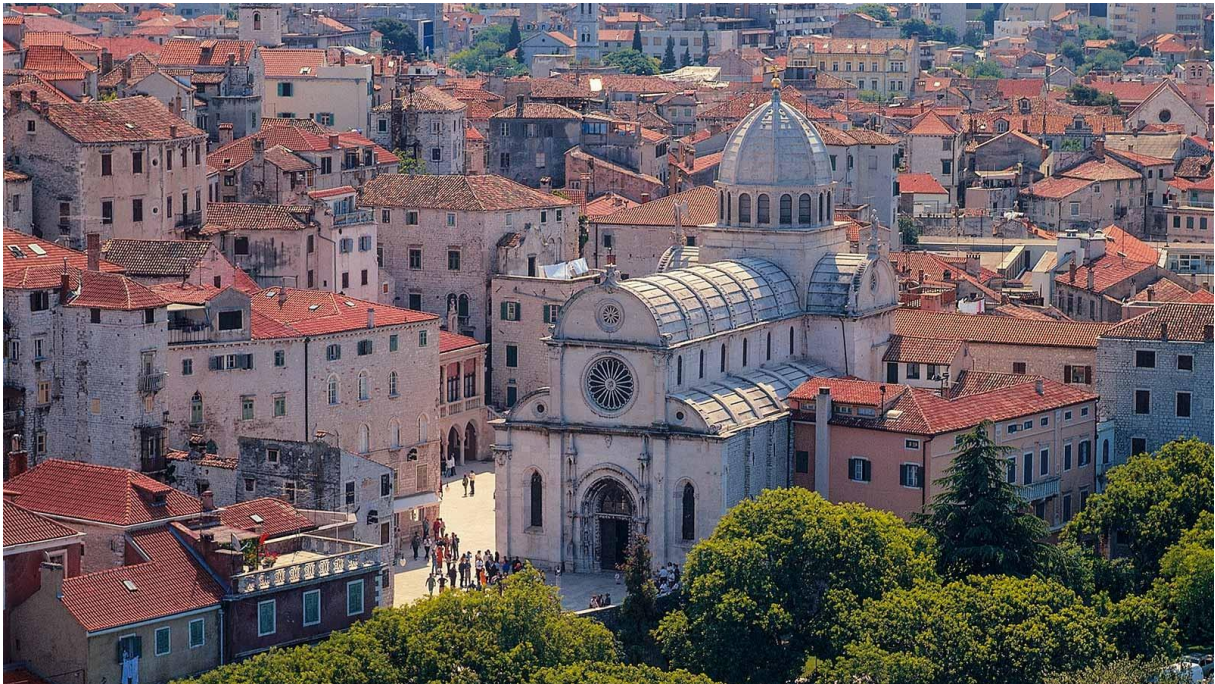
Sustav zatega na Šibenskoj katedrali sastoji se od 9 zatega koje spajaju podnožja centralnog svoda koji se proteže duž katedrale, te 36 kraćih zatega koje spajaju svodove iznad stupova te svodove iznad galerija. Jedan od ciljeva ovog istraživanja je određivanje sile u zategama na temelju eksperimentalno određenih vlastitih frekvencija.

Kako se radi o povijesnoj građevini, građenoj od kamenih blokova, susrećemo se s velikim problemom procjene mehaničkih karakteristika materijala korištenih pri gradnji. Zbog nemogućnosti dobivanja mehaničkih karakteristika materijala, prilikom izrade numeričkog modela prihvaćene su određene pretpostavke. Numerički model će se kalibrirati na temelju rezultata eksperimentalnog ispitivanja konstrukcije, kako bi u što većoj mjeri prikazao realno ponašanje konstrukcije.

Osnovni cilj rada je ocjena i detekcija kritičnih elemenata konstrukcije Šibenske katedrale koja predstavlja jedinstveni spomenik europske sakralne baštine. Na temelju provedenih eksperimentalnih istraživanja izvršena je kalibracija i verifikacija numeričkog modela na kojem su zatim provedene analize uslijed djelovanja statičkog i dinamičkog opterećenja.

2. Općenito o katedrali

Katedrala sv. Jakova smatra se najznačajnijim graditeljskim ostvarenjem 15. i 16. stoljeća na tlu Hrvatske. Po svojoj ljepoti, konstrukcijskim posebnostima i stilskim značajkama ona je najveći i najvrjedniji objekt graditeljskog naslijeđa grada Šibenika, te predstavlja jedinstveni spomenik europskog sakralnog graditeljstva [1]. Katedrala je 2000. godine, zbog svojih iznimnih vrijednosti, uvrštena u UNESCO-ov popis svjetskog kulturnog naslijeđa [2].



Slika 1 Katedrala sv. Jakova u Šibeniku

Njena umjetnička vrijednost ju svrstava među najznačajnije europske monumentalne katedrale, a po nekim svojim osobinama je jedinstvena ne samo među katedralama, već i među kršćanskim crkvama općenito.

Unikatnost katedrale temelji se na činjenici da je izgrađena isključivo od kamena, bez uporabe vezivne žbuke i drvenih konstruktivnih elemenata što je čini jedinom takvom katedralom u cijeloj Europi. Kamenje korišteno u izgradnji katedrale je iz kamenoloma na otocima Braču, Rabu i Korčuli [3]. Ona je i prva montažna građevina u Europi sagrađena na principu utorenih ploča, kao i jedina građevina čiji volumen izvana u potpunosti odgovara obliku unutrašnjih prostora [1].

Šibenska katedrala se ističe i po ikonografskim inovacijama, među kojima posebno mjesto zauzimaju ukupno 74 skulpture glava, od kojih su 2 lavlje i 71 ljudska glava [3]. Te skulpture su individualni portreti suvremenika Jurja Dalmatinca, voditelja izgradnje katedrale u drugoj fazi koja je po njemu i nazvana „Jurjeva katedrala“. Ova kolekcija slovi za najbrojniju i najkvalitetniju galeriju portreta izloženu kao javni spomenik na jednom sakralnom spomeniku u Europi, kao i uvođenje reljefa Boga Oca s golubicom Duha i anđelima na svodu krstionice šibenske katedrale.

Katedrala je podignuta na mjestu gdje je nekoć stajala romanička crkva Sv. Jakova na južnoj strani središnjeg starog gradskog trga. Sama ideja o gradnji velikog katedralnog hrama datira od 1298. godine kada je Šibenik dobio vlastitu biskupiju i naslov Grada. Gradnja katedrale sv. Jakova trajala je 105 godina s prekidima, odnosno od 1431. do 1536. godine. Konstrukcija je započeta u venecijanskom gotičkom stilu, a dovršena je u stilu toskanske renesanse. Posvećena je 1555. godine, a posvetio ju je biskup Ivan Štafilić [1].



Slika 2 Katedrala sv. Jakova u Šibeniku

Prvo desetljeće na njezinu podizanju rade mletački gotički graditelji (Francesco Giacomo, Antonio Busato i Lorenzo Pincino, te šibenski klesarski majstori Andrija Budčić i Grubiša Statčić), a 1441. godine je za glavnog graditelja katedrale postavljen Juraj Matejev Dalmatinac, koji je gradnju katedrale vodio sve do kraja života 1475. godine. Kao majstor kasne (cvjetne) gotike i začetnik prijelaznog gotičko-renesansnog stila u Dalmaciji, svojim je zamislima promijenio prvobitnu koncepciju crkve, dajući joj monumentalni značaj. Nakon Jurjeve smrti, gradnju šibenske katedrale nastavlja Nikola Firentinac, koji gradi u stilu čiste renesanse. Nakon Firentinca, katedrala još nije završena, stoga na njenoj gradnji dalje rade mletački graditelji Bartol i Jakov iz Mestre, te zadarski majstor Mestičević [1].

Šibenska katedrala je trobrodna bazilika oblika latinskog križa, te je duga ukupno 38 metara, a široka 14 metara, dok je njezina srednja lađa visoka 19 metara, a najviša visinska točka na vrhu kupole je 38 metara. Na križištu središnje i poprečne lađe (transept) kvadratna osnova nosi osmerokutni tambur sa 16 prozora iznad kojeg se uzdiže kupola, ali i skulpture nebeskih zaštitnika (djelo Nikole Firentinca). Razmještaj i položaj ovih skulptura nije niti malo slučajna već je odgovarao promletački opredijeljenom plemenitaškom vodstvu Šibenika. Prema jugu i prema moru, nalazi se skulptura državnog zaštitnika i predstavnika Mletačke Republike: krilati lav, Sv. Marko. Prema istoku i prema nadolazećoj turskoj opasnosti okrenut je kip sv. Jakova, zaštitnika šibenske biskupije, ali i zaštitnika kršćanske vojske i njezinih hrabrih vitezova. Ova skulptura je postavljena točno iznad glavnog oltara kao jasan znak spremnosti i upozorenja. Prema sjeveru i tvrđavi sv. Mihovila se nalazi skulptura sv. Mihovila, vojskovođe "nebeske vojske" koja je porazila pobunjene anđele i Sotonu.

Katedrala je arkadama podijeljena na ukupno tri lađe, a glomazno zdanje srednje lađe i kamenog svoda pridržava ukupno dvanaest elegantnih gotskih stupova. Srednja lađa je visoka i osvjetljena, dok su pobočne dosta tamnije i niže i u svim kapelama pobočnih lađa nekada su bili oltari (danas ih ima ukupno 6) [3].



Slika 3 Unutrašnjost katedrale sv. Jakova u Šibeniku

U unutrašnjosti katedrale posebnu pozornost zaslužuje krstionica, koja je u stilskom pogledu originalna i kreativna sinteza dvaju likovnih govora prve polovice 15. stoljeća – kasne gotike i rane renesanse. Prva je dovršena renesansna arhitektura kao cjelina, a nastala je samo 20 godina nakon pravog početka renesanse u Toscani. Obilje skulptorskog ukrasa najdojmljivija je oznaka krstionice, a u dekorativnim motivima ljudski je lik najzastupljeniji. Osim četiriju statua proroka (od kojih danas samo dvije sačuvane), čitav je svod ukrašen cjelovitim likovima anđela, glavama kerubina i markantnom glavom Boga Oca. Trio punačkih i u pokretu modeliranih golišavih dječaka majstor je Juraj smjestio uz nosač krsnog zdenca postavljena u sredini prostora [1].



Slika 4 Krstionica

Od 16. stoljeća na katedrali su kontinuirano rađeni brojni manji popravci, prvenstveno zbog propuštanja vode. U drugoj polovici 19. stoljeća zalaganjem šibenskog arhitekta Paola Bionija i uz potporu austrijske vlade izvršena je temeljita i sveobuhvatna restauracija (1843-1860). Nakon drugog svjetskog rata u cijelosti je obnovljena sakristija (1947.-49.), a izmjenom željeznih zatega (1961.) izvršena je statička sanacija katedrale.

Tri granate ispaljene s broda bivše JNA 18. rujna 1991. g. probile su kupolu katedrale. Sanacija oštećenja kupole izvršena je od 23. kolovoza 1996. do 14. ožujka 1997, a program održavanja (čišćenje) i nadgledanja se nastavlja i dalje [2].



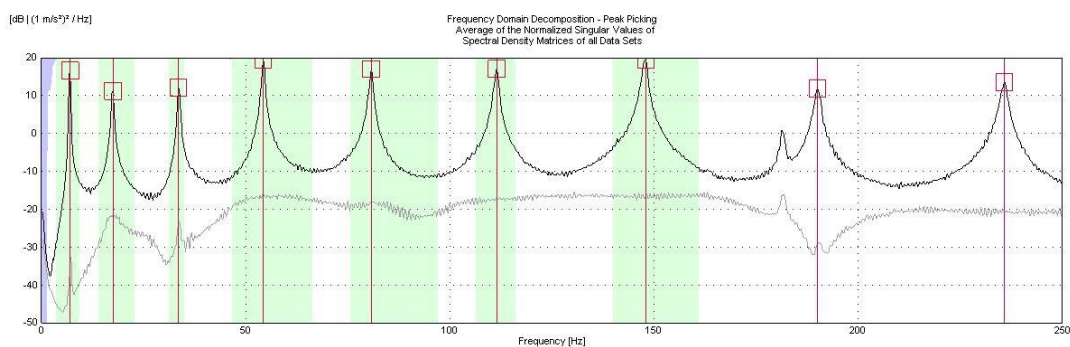
Slika 5 Katedrala sv. Jakova, pogled s mora

3. Modalna analiza

Modalna analiza je postupak koji koristimo pri linearnoj dinamičkoj analizi konstrukcija. Linearan dinamički sustav i stacionaran dinamički proces su osnovna podloga eksperimentalne modalne analize, drugim riječima to znači da je odgovor uvijek proporcionalan pobudi i da se parametri koje mjerimo ne mijenjaju tijekom mjerenja. Efikasan je alat za opisivanje, razumijevanje i modeliranje ponašanja konstrukcije, te je osnova za određivanje dinamičkih parametara konstrukcije [8,20]:

- Vlastitih frekvencija, f
- Koeficijenta prigušenja, ζ
- Vlastitih oblika titranja, Φ

Mjerimo li pomak, brzinu ili akceleraciju na konstrukciji, opterećujući ju konstantnom silom koja oscilira na način da joj se tijekom vremena mijenja frekvencija, primijetiti ćemo da se pri određenim frekvencijama, vlastitim frekvencijama koje odgovaraju vlastitim oblicima titranja, dosižu maksimalne vrijednosti pomaka, brzina ili akceleracija. Ako iz vremenskog područja prijeđemo u frekventno, koristeći Fourierovu transformaciju, primijetiti ćemo istaknute vrhove na mjestima rezonantnih frekvencija [4] (Slika 6).



Slika 6 Funkcija odgovora konstrukcije u frekventnom području

Podloga modalne analize svodi se na rješavanje dinamičke jednadžbe gibanja nekog sustava, u daljnjem tekstu proći ćemo ukratko kroz postupak rješavanja dinamičke jednadžbe sustava s „ n “ stupnjeva slobode (eng. Degrees Of Freedom, DOF) kojemu postupkom modalne analize linearnom transformacijom rastavljamo jednadžbe gibanja tako da dobivamo skup od „ n “ nezavisnih jednadžbi gdje svaka od njih predstavlja jednadžbu gibanja za jedan stupanj slobode (DOF).

Opći oblik jednadžbe gibanja sadrži u sebi matricu masa, matricu prigušenja i matricu krutosti sustava koje su međusobno zavisne (Jednadžba 2.1)

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{F} \quad (2.1)$$

Prvi korak je rješavanje problema vlastitih vrijednosti, odnosno matematički zapisano $\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = 0$, iz te jednadžbe dobiti ćemo vrijednosti vlastitih frekvencija i oblike titranja.

Drugi korak je transformacija originalnih koordinata \mathbf{U} u drugi, njemu ekvivalentan, sustav koordinata \mathbf{q} . Te nove koordinate nazivamo modalne koordinate gdje vlastiti vektori tvore modalnu matricu Φ .

$$\mathbf{u} = \Phi\mathbf{q} \quad (2.2)$$

Primjećujemo da modalna matrica Φ ne ovisi o vremenu te možemo pisati:

$$\dot{\mathbf{u}} = \Phi\dot{\mathbf{q}} \quad (2.3)$$

i

$$\ddot{\mathbf{u}} = \Phi\ddot{\mathbf{q}} \quad (2.4)$$

Uvrštavanjem jednadžbe 2.2,3 i 4 u početnu jednadžbu, te množeći ih sa Φ^T dobivamo ekvivalentnu jednadžbu, 2.1 ali u drugačijem koordinatnom sustavu.

$$\Phi^T \mathbf{M} \Phi \ddot{\mathbf{u}} + \Phi^T \mathbf{C} \Phi \dot{\mathbf{u}} + \Phi^T \mathbf{K} \Phi \mathbf{u} = \Phi^T \mathbf{F} \quad (2.5)$$

Gdje je $\Phi^T \mathbf{M} \Phi = \mathbf{M}$, odnosno modalna matrica masa, analogno modalna matrica prigušenja i modalna matrica krutosti koje su sada zbog uvjeta ortogonalnosti dijagonalne matrice.

Nadalje rješavanjem n nezavisnih diferencijalnih jednadžbi s n nepoznanica dobiti ćemo utjecaje pojedinih oblika titranja na vanjsku pobudu, te kao ukupni odgovor možemo principom superpozicije zbrojiti doprinose pojedinih oblika titranja [17,19].

3.1. Eksperimentalna modalna analiza

Kao što i sam naslov kaže, do dinamičkih parametara dolazimo eksperimentalno. Glavna prednost eksperimentalne modalne analize (EMA) je u tome što odgovor konstrukcije na dinamičku pobudu sadrži karakteristiku fizičkog sistema, te dobivenim dinamičkim parametrima možemo kalibrirati, upotpuniti i sigurnije (točnije) modelirati numerički model [18]. U okviru ovog rada eksperimentalno su se odredili dinamički parametri iz mjerenja jednog stupnja slobode, primjenom klasične eksperimentalne modalne analize i primjenom operacionalne modalne analize mjerenjem akceleracije pri ambijentalnim vibracijama. Pri samoj obradi signala valja obratiti pozornost na pogreške koje se javljaju. To su pogreške preslikavanja i propuštanja. Kako bismo smanjili utjecaj pogreške preslikavanja potrebno je odabrati pravilnu frekvenciju uzrokovanja. Prije provedbe brze Fourier-ove transformacije (eng. Fast Fourier Transform, FFT) primjenjuje se prozorska funkcija na ulazni signal na način da se vremenska funkcija množi sa prozorskom i samim time se pogreška propuštanja može smanjiti ili svesti na minimum.

3.1.1. Oprema za ispitivanje

Oprema za prikupljanje i obradu podataka kod dinamičkih ispitivanja se sastoji od nekoliko komponenata. U slučaju korištenja metoda EMA-e početna komponenta potrebna za provedbu ispitivanja je pobuđivač koji će nam osigurati kontrolirano nanošenje poznate sile na ispitivanu konstrukciju ili element. Kod metoda operacionalne modalne analize (OMA), pobuđivač nije potreban jer se kao pobude koriste ambijentalne vibracije. Druga komponenta je osjetilo preko kojega ćemo mehaničko gibanje pojedinih točaka konstrukcije pretvoriti u električni signal. Slijedeća komponenta je sustav za prikupljanje podataka u kojem se vrši kondicioniranje signala, filtriranje i pojačanje signala, te analogno-digitalna pretvorba. Posljednja komponenta je sustav za analizu ili analizator u kojem se vrši obrada i analiza signala.

a) Pobuđivač

Pobuđivač nam omogućava nanošenje vibracija uz poznatu funkciju unesene sile u konstrukciju. Najčešće korišteni su elektromagnetski, hidraulični i pobuđivači s rotirajućim masama za kontinuirano nanošenje sinusne, slučajne ili neke druge vrste pobude. Kako bi se proizveli odgovarajući signali kojima pobuđujemo konstrukciju koriste se elektronički generatori signala koji su integrirani u računalni program koji vrši i analizu signala.

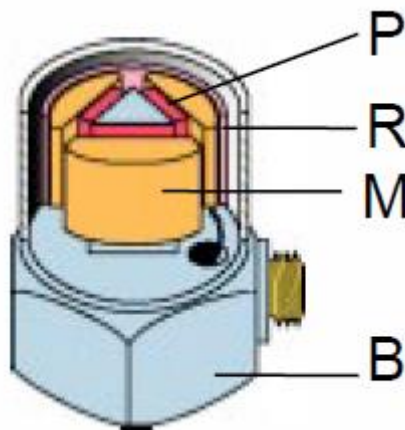
Pobuđivanje konstrukcije moguće je i uz pomoć udarnog čekića, što je u ovom radu primijenjeno za ispitivanje zatega. Čekić se koristi za nanošenje impulsne pobude na konstrukciju koja ju mora pobuditi sa dovoljnim opsegom frekvencija. Ta pobuda nije idealna delta funkcija već ima određeno vremensko trajanje. Trajanje impulsa, a time i oblik frekventne funkcije je određen masom i krutošću samog čekića i ispitivane konstrukcije. Krutost čekića, koja ima utjecaj na tvrdoću impulsa se može povećavati ili smanjivati različitim vrhovima glave čekića koje se najčešće mogu mijenjati. Glave čekića mogu biti aluminijske, plastične ili gumene, a pri ovom ispitivanju se koristio udarni čekić sa gumenom glavom. Opseg frekvencija kojim pobuđujemo konstrukciju povećava se ako koristimo tvrdi vrh glave čekića, npr. od aluminijska [5].

b) Osjetilo

Osjetilo ili senzor je komponenta koja mehanička gibanja pretvara u električni signal. Općenito, senzori mogu biti zasnovani na principima promjene otpora, induktiviteta, kapaciteta, potencijala ili električnog naboja. Uglavnom se napajaju s konstantnim električnim naponom i daju električni izlazni signal proporcionalan mehaničkoj veličini koju mjere. Za mjerenje dinamičkog odgovora najčešće se koriste akcelerometri sa piezoelektričnim kristalima koji generiraju električni naboj pri deformiranju. Oni obuhvaćaju vrlo široki spektar frekvencija te se ponašaju linearno duž cijelog spektra. Akcelerometri se sastoje od dvije mase, jedna od njih je pričvršćena na konstrukciju osjetila i odvojena od druge piezoelektričnim materijalom, koji se ponaša kao opruga što uzrokuje postojanje rezonantne frekvencije akcelerometra. Međutim, najčešće je gornja frekvencija koju pojedini akcelerometar

može mjeriti određena rezonancijom pričvršćenja akcelerometra na konstrukciju, koja je u određenoj mjeri popustljiva [5].

U ovom slučaju, pri ispitivanju zatega, korišteni su piezoelektrični akcelerometri tipa Brüel & Kjær 4508B sa osjetljivošću od 10mV/ms^{-2} , amplitudnim područjem frekvencija od 0,3 Hz do 8 kHz i faznim od 2 Hz do 5 kHz, rezonantnom frekvencijom od 26,6 kHz, mjernim područjem od 700ms^{-2} i temperaturnim radnim područjem od -54° do $+121^\circ\text{C}$.



Slika 7 Presjek kroz piezoelektrični akcelerometar (P-piezoelektrični element, R-stezni prsten, M-seizmička masa, B-baza) [6]

Pri mjerenju ambijentalnih vibracija konstrukcije katedrale korišteni su akcelerometri tipa PCB 393B31 (Slika 8) sa osjetljivošću $1,02\text{ V/m/s}^{-2}$, amplitudno područje frekvencija od 0,07 Hz do 300 Hz, rezonantna frekvencija je viša od 700 Hz, mjerno područje $\pm 4,9\text{ms}^{-2}$ i temperaturno radno područje od -18° do $+65^\circ\text{C}$.

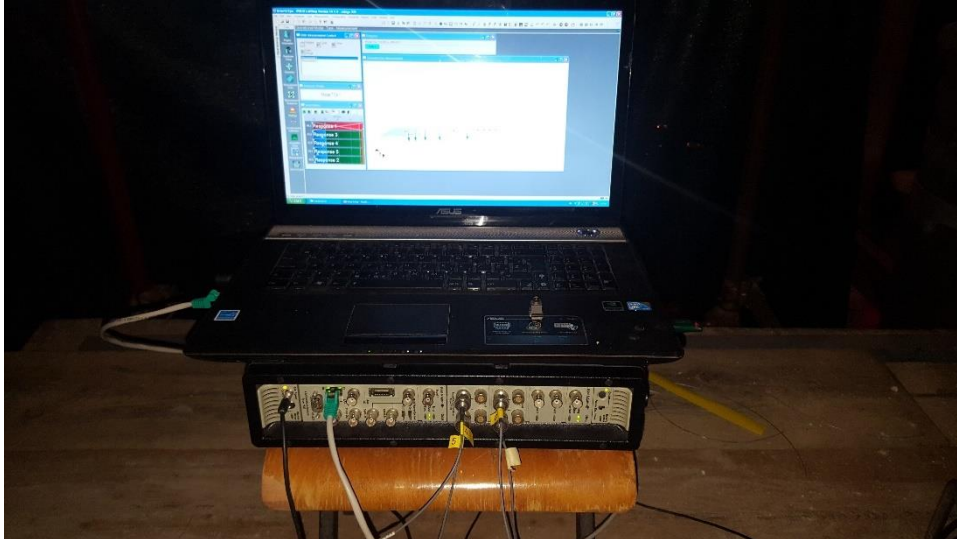


Slika 8 Akcelerometar tipa PCB 393B31

c) Sustav za prikupljanje podataka

Kondicioniranje, filtriranje i pojačanje signala te njegova pretvorba u digitalni oblik vrši se u sustavu za prikupljanje podataka. Kondicioniranje predstavlja pripremu signala za analogno digitalnu pretvorbu signala koju obavlja analogno digitalni pretvarač (eng. Analog Digital Converter, ADC). Filtriranjem se uklanjaju neželjene frekvencije koje bi pri pojačanju mogle uzrokovati znatne šumove. Pojačanje signala ima dvije funkcije, povećava se rezolucija ulaznog signala i povećava se omjer signala i šuma. Najčešće je izlazni signal osjetila (napon, struja, električni naboj) prenizak za direktnu obradu u analogno digitalnom pretvaraču, pa je potrebno razinu signala povećati kako bi se mogla obaviti analogno digitalna konverzija [5].

U okviru ovog ispitivanja je korišten sustav za prikupljanje podataka tipa Brüel & Kjær 3560C baziran na programskom sustavu "Pulse" istog proizvođača. Sustav za prikupljanje podataka ima 5 ulaznih kanala. Rezolucija A/D pretvarača je 16 bitna, raspon ulaznog napona je od 7,071 mV do 7,071 V, a opseg frekvencija do 25,6 kHz.



Slika 9 Sustav za prikupljanje podataka i računalo

d) Analizator

Sustav za analizu je posljednja komponenta kojom se vrši obrada i analiza signala. U današnje vrijeme analiza signala u vremenskoj i frekventnoj domeni vrši se programskim sustavima na osobnom računalu. Za potrebe ispitivanja je korišten programski sustav "Pulse" proizvođača Brüel & Kjær.

Oprema predstavlja značajan faktor o kojem ovisi osnovni pristup prikupljanu i obradi podataka. Sva korištena oprema mora biti prilagođena po svojoj frekventnoj rezoluciji i opsegu frekventnih karakteristika konstrukciji koja se ispituje [5]. Oprema korištena pri ovim ispitivanjima ima mogućnosti prilagodbe za široku primjenu kod različitih dinamičkih ispitivanja, te je u potpunosti zadovoljavala potrebe svih ispitivanja koja su provedena u okviru ovog rada.

3.1.2. Analiza dinamičkih procesa

3.1.2.1. Fourierova transformacija

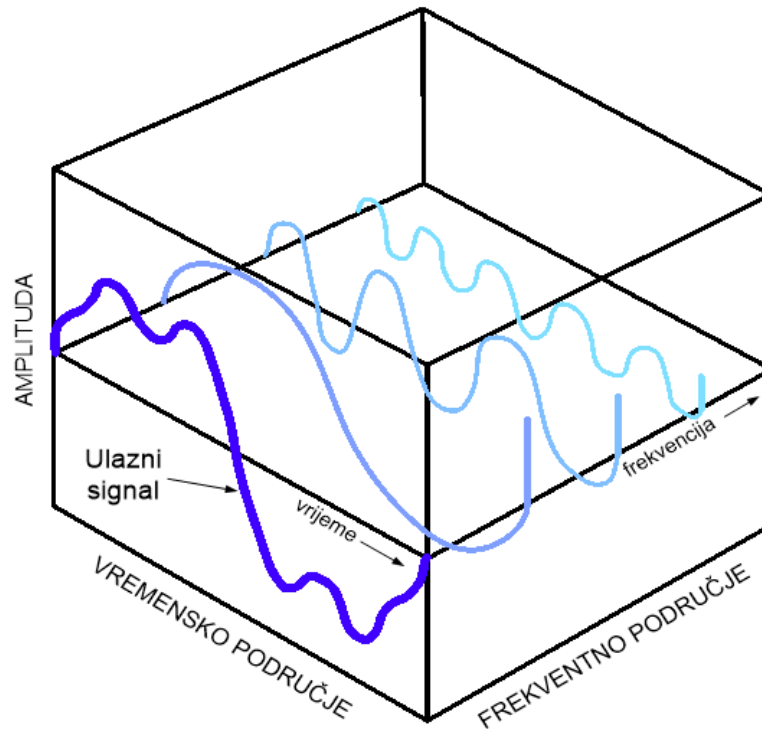
Kod dinamičkih ispitivanja se veliki dio analize podataka obavlja u frekventnom području dok su dobiveni digitalni signali iz mjerenja u vremenskom području. Za prijelaz iz vremenske u frekventnu domenu i obratno, koristimo se matematičkim alatom zvanim Fourierova transformacija (eng. Fourier transformation, FT).

Transformacijska formula s kojom vremensku funkciju možemo transformirati u kompleksnu funkciju s argumentom frekvencije glasi:

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-i2\pi ft} dt . \quad (2.6)$$

Fourierova transformacija funkcionira na način da se svaki fizikalno realan signal jedinstveno rastavi u sumu sinusnih članova odgovarajućih amplituda, faza i frekvencija [7] (Slika 10). Kod digitalnog prikupljanja podataka mjerenje se vrši u konačnom vremenskom periodu T koji je diskretiziran na N jednako raspoređenih vremenskih intervala Δt , stoga je Diskretna Fourierova Transformacija (DFT) osnova

za formulaciju bilo kakve funkcije u frekventnom području kod digitalnog prikupljanja podataka. Ako je frekventno područje diskretizirano, izbor frekvencija je ovisan o toj diskretizaciji, a DFT opisuje doprinos svakog sinusnog i kosinusnog člana za pojedinu diskretnu frekvenciju [5].



Slika 10 Rastavljanje signala u sumu sinusnih članova (DFT-FFT) [5]

Diskretan Fourierov transformacijski izraz za konačni vremenski period T podijeljen na N jednakih Δt intervala je:

$$X(m\Delta f) = \Delta t \sum_{n=0}^{N-1} x(n\Delta t) e^{-i2\pi m\Delta f n\Delta t} \quad m = 0, \dots, \frac{N}{2}. \quad (2.7)$$

Rezultat Diskretne Fourierove transformacije je kompleksni spektar frekvencija određenog signala koji ima realni i imaginarni dio, a točan je samo ako je periodički signal perioda T :

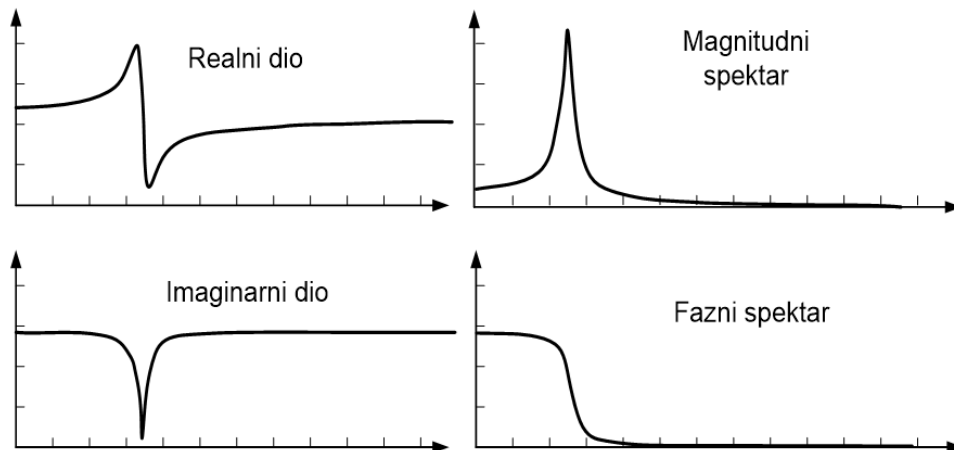
$$\text{Re}[X(m\Delta f)] = \Delta t \sum_{n=0}^{N-1} x(n\Delta t) \cos(2\pi m\Delta f n\Delta t) \quad (2.8)$$

$$\text{Im}[X(m\Delta f)] = \Delta t \sum_{n=0}^{N-1} x(n\Delta t) \sin(2\pi m\Delta f n\Delta t) \quad (2.9)$$

Oni se najčešće preračunavaju u magnitudni i fazni spektar u sljedećem obliku:

$$|X(f)| = \sqrt{\operatorname{Re}[X(m\Delta f)]^2 + \operatorname{Im}[X(m\Delta f)]^2} \quad (2.10)$$

$$\phi = \operatorname{tg}^{-1} \frac{\operatorname{Im}[X(m\Delta f)]}{\operatorname{Re}[X(m\Delta f)]} \quad (2.11)$$



Slika 11 Rezultat DFT-a prigušenog sinusnog signala [5]

3.1.2.2. Spektralne funkcije

Prijelaz iz vremenskog u frekventno područje obavlja spektralni analizator. Taj proces baziran je na gore navedenoj diskretnoj Fourier-ovoj transformaciji, a radi jednostavnosti postupka i uštede vremena koristi se algoritam brze Fourier-ove transformacije (FFT). Analizator pri tome uzima blok podataka u vremenskom području. Analizatorima frekvencija određuju se različite spektralne funkcije [8,21] :

- Kompleksni spektar funkcija
- Spektralne gustoće snage
 - Funkcija autospektralne gustoće snage
 - Funkcija međuspektralne gustoće snage
- Frekventni odgovor
- Koherencija

Kompleksni spektar je osnovni oblik spektralne funkcije i on je direktan rezultat brze Fourier-ove transformacije. Spektar frekvencija možemo promatrati u različitim oblicima, kao njegov realni dio, imaginarni dio, te magnitudni i fazni spektar. Zbog povećanja točnosti i otklanjanja šumova koristi se osrednjavanje na temelju više uzastopnih mjerenja.

Spektralna gustoća snage je veličina koja najbolje opisuje frekventne karakteristike signala. Kod mjerenja na mehaničkim sustavima koristi se za određivanje energetskog doprinosa pojedine frekvencije ukupnoj energiji sustava.

Funkcija autospektralne gustoće snage definirana je izrazom:

$$G_{xx}(f) = X(f)X^*(f) = |X(f)|^2 \quad (2.12)$$

gdje je $G_{xx}(f)$ autospektralna gustoća, a $X^*(f)$ je konjugirano kompleksna funkcija od funkcije kompleksnog spektra $X(f)$.

Funkcije međuspektralne gustoće snage definirane su izrazima:

$$G_{xy}(f) = X(f)Y^*(f) \quad (2.13)$$

$$G_{yx}(f) = Y(f)X^*(f) \quad (2.14)$$

gdje su $G_{xy}(f)$ i $G_{yx}(f)$ kompleksne funkcije međuspektralnih gustoća, a $X(f)$ i $Y(f)$ su Fourier-ove transformacije vremenskih signala $x(t)$ i $y(t)$.

Funkcija frekventnog odgovora ili prijenosna funkcija (eng. Frequency Response Function, FRF) opisuje odnos između ulaznih i izlaznih signala u frekventnom području. Frekventni odgovor $H(f)$ je kompleksna funkcija koja opisuje snagu i fazu odgovora po jedinici sinusne pobude kao funkciju ulazne frekvencije. Prijenosne funkcije mogu se odrediti prema sljedećim izrazima:

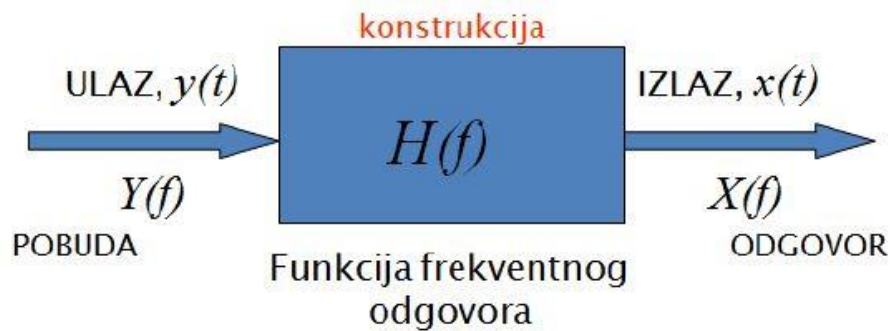
$$H(f) = \frac{X(f)}{Y(f)} \quad (2.15)$$

$$|H(f)|^2 = \frac{G_{xx}(f)}{G_{yy}(f)} \quad (2.16)$$

$$H_1(f) = \frac{G_{xy}(f)}{G_{yy}(f)} \quad (2.17)$$

$$H_2(f) = \frac{G_{xx}(f)}{y_x(f)} \quad (2.18)$$

Funkcije frekventnog odgovora koriste se kod eksperimentalne modalne analize za određivanje dinamičkih parametara. Pri tome je potrebno mjeriti funkcije pobude i odgovora konstrukcije. Ona opisuje odnos između funkcije odgovora i pobude, te najbolje opisuje kako konstrukcija svojim karakteristikama krutošću i prigušenjem filtrira ulazni signal pobude.



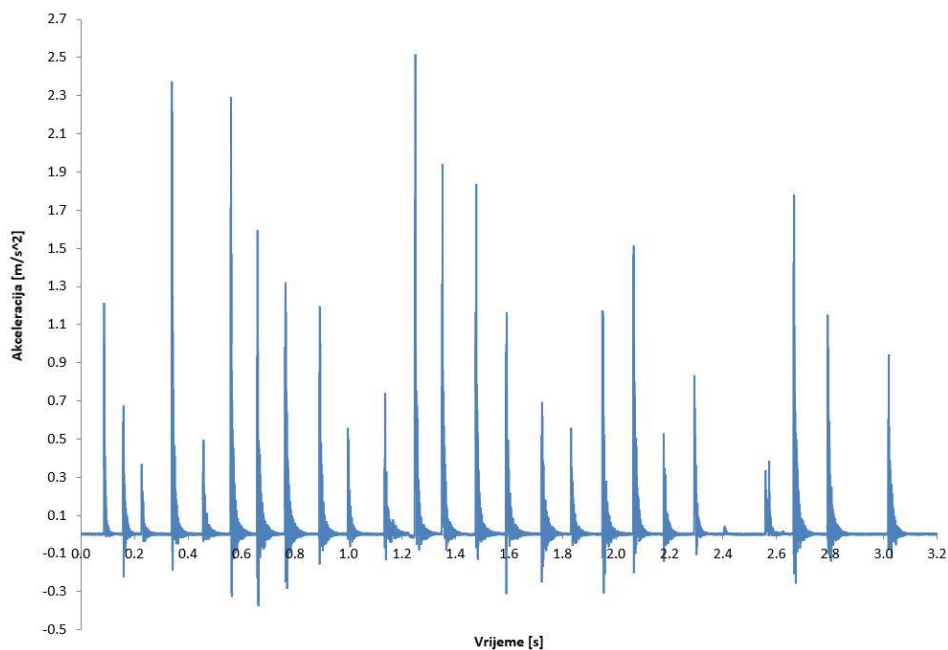
Slika 12 FRF [5]

Koherencija pokazuje stupanj uzročnosti u funkciji frekventnog odgovora, odnosno ona je mjera kvalitete pobude, odgovora i međuspektralnih gustoća i pokazuje koliko je funkcija pobude sadržana u odgovoru. Vrijednost koherencije kreće se od 0 i tada izlazni signal nije uopće uzrokovan ulaznim signalom do 1 kada je cijela snaga izlaznog signala uzrokovana ulaznim signalom. Funkcija koherencije je dana izrazom:

$$Y_{xy}^2(f) = \frac{|G_{xy}(f)|^2}{G_{xx}(f)G_{yy}(f)} \quad (2.19)$$

3.1.3. Određivanje dinamičkih parametara iz mjerenja jednog stupnja slobode

Mjerenje se sastoji od određivanja odgovora konstrukcije jednim akcelerometrom, to je najstarija i najjednostavnija metoda, ali i najnepouzdanija zbog prisutnosti šumova i smetnji u mjerenjima signala. Pobude su najčešće impulsne, a mjerenje se vrši pri slobodnom istitravanju konstrukcije. Ovom metodom možemo iz vremenskog zapisa odrediti logaritamski dekrement prigušenja (a iz njega možemo i prigušenje) i to najčešće samo za prvu vlastitu frekvenciju. Iz vremenskog i spektralnog zapisa možemo odrediti vlastitu frekvenciju, ali ne možemo odrediti oblik titranja. Odgovor konstrukcije se može registrirati u vremenskom području $x(t)$, može se odrediti spektralni odgovor $X(f)$ koji se najčešće promatra u obliku magnitudne funkcije [8,21].



Slika 13 Vremenski zapis impulsne pobude

3.1.4. Klasična eksperimentalna modalna analiza

Dinamičke parametre konstrukcije možemo odrediti serijom mjerenja funkcija frekventnog odgovora između jedne ili više referentnih točaka na kojima se nanosi pobuda i određenog broja mjernih točaka (u našem slučaju stupnjeva slobode, DOF). Stupanj slobode je mjerna točka i smjer definiran na konstrukciji. Mjerenjem FRF-a možemo dobiti vlastitu frekvenciju i oblik titranja između bilo koja dva stupnja slobode, osim ako oni ne predstavljaju nultočku pojedinog modalnog oblika. Kako bismo dobili ispravne podatke o modalnim oblicima, trebamo izvesti dovoljan broj mjerenja za dovoljan broj stupnjeva slobode [5,21].

Postoje četiri osnovne konfiguracije ispitivanja kod određivanja funkcije frekventnog odgovora koje ovise o broju pobuda koje se primjenjuju (ulazni signali ili funkcije) i o broju kanala na kojima se mjeri odgovor konstrukcije (izlazni signali ili funkcije) [18]:

SISO – Jedan ulaz jedan izlaz (eng. Single input single output)

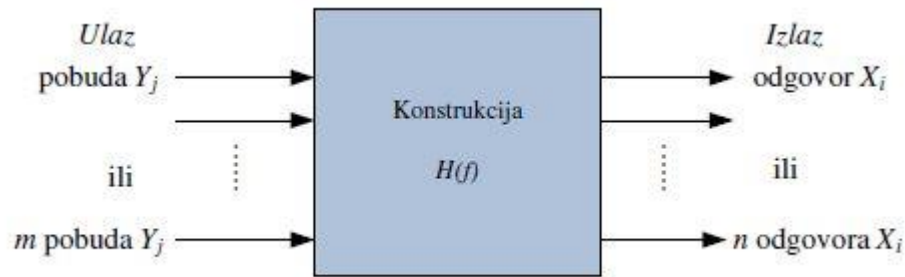
SIMO – Jedan ulaz više izlaza (eng. Single input multi output)

MISO – Više ulaza jedan izlaz (eng. Multi input single output)

MIMO – Više ulaza više izlaza (eng. Multi input multi output)

Od gore navedenih najbolja je MIMO jer se prikupljanje podataka provodi u najmanjem vremenu s najmanje promjena uvjeta pri ispitivanju. Korištenjem više pobuda vibracije konstrukcije su ujednačene, te se izbjegava mogućnost pogreške radi nelinearnosti sustava, ali je najzahtjevnija s aspekta opreme koja se koristi za obradu i prikupljanje podataka.

SIMO konfiguracija je povoljna jer pobudu nanosimo na jednom mjestu a mjerenje se vrši na više mjesta akcelerometrima, gdje mjerenja mogu biti simultana ili u više faza seljenjem.



Slika 14 Blok dijagram FRF-a

3.1.5. Operacionalna modalna analiza

Operacionalna modalna analiza (OMA) je metoda koja se koristi za određivanje modalnih parametara iz signala odgovora konstrukcije na vibracijsku pobudu. Osnovna razlika OMA-e u odnosu na klasičnu eksperimentalnu modalnu analizu (EMA) je u tome što nije potrebno poznavati pobudu, već su dovoljni samo rezultati odgovora konstrukcija. To omogućava ispitivanje konstrukcija u operacionalnim uvjetima zbog čega se još naziva i ambijentalna modalna analiza [11]. Za pobudu u operacionalnim uvjetima se usvaja pretpostavka da djelovanja na konstrukciju imaju prvenstveno stohastički karakter širokog frekventnog opsega [5].

Početak 90-ih godina prošlog stoljeća se prvi puta spominje primjena OMA-e i od tada nalazi široku primjenu pri dinamičkim ispitivanjima građevinskih konstrukcija kao što su zgrade, mostovi, tornjevi, morske platforme i sl. Razlog toj širokoj primjeni OMA-e kod građevinskih konstrukcija je njihova veličina. Kada bismo željeli kontrolirano nanositi određenu funkciju dinamičke pobude, morali bismo koristiti vrlo velike i skupe pobuđivače te u većini slučajeva se konstrukcija ne bi mogla koristiti tijekom ispitivanja. Pobude koje se javljaju prilikom uporabe građevinskih konstrukcija, kao što su prometno opterećenje, vjetar, valovi i seizmička mikro podrhtavanja, su stohastičke i sadrže frekvencije širokog raspona odnosno imaju karakteristike bliske pobudi bijelim šumom. Takve pobude kod ispitivanja klasičnom EMA-om predstavljaju smetnje u ulaznom signalu koje se preklapaju sa kontrolirano nanošenim pobudama i uzrokuju šum kod određivanja modalnih parametara. I kod građevinskih konstrukcija se mogu pojaviti neke pobude koje nisu stohastičkog karaktera, kao na primjer od rada proizvodnih postrojenja, ventilacionih sistema,

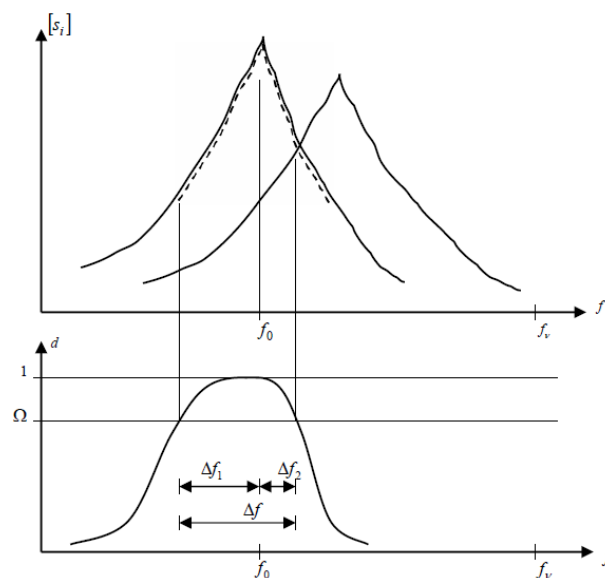
turbina, generatora i sl. te uzrokuju determinističku harmoničku pobudu. Navedene pobude mogu uzrokovati greške i krivu interpretaciju rezultata kod primjene metode OMA-e. Iz tog razloga ih je potrebno prije provođenja mjerenja prepoznati te eliminirati njihov utjecaj kod određivanja dinamičkih parametara.

Velika prednost metode OMA-e je u tome što zahtjeva samo korištenje opreme koja služi za prikupljanje i obradu funkcije odgovora konstrukcija. Ta oprema se najčešće sastoji od akcelerometara i sustava za prikupljanje podataka kojeg čine analizador, analogno-digitalni pretvarač i osobno računalo. Samim time provođenje eksperimenta postaje jednostavnije, brže i znatno jeftinije. Činjenica da ne poznajemo ulaznu pobudu općenito uzrokuje određenu nesigurnost kod određivanja dinamičkih parametara metodama kojima se mjeri samo odgovor konstrukcije, ali sofisticirane metode OMA-e tu nesigurnost svode na minimum [5].

Metode OMA-e dijele se u dvije osnovne skupine, a to su metode razvijene u frekventnom području i metode razvijene u vremenskom području. Metode razvijene u frekventnom području temelje se na dekompoziciji funkcija odgovora konstrukcije u frekventnom području (eng. Frequency Domain Decomposition, FDD), a metode razvijene u vremenskom području baziraju se na metodama stohastičke identifikacije potprostora (eng. Stochastic Subspace Identification, SSI).

3.1.5.1. Dekompozicija frekventnog područja (FDD)

Metoda dekompozicije frekventnog područja (FDD) je metoda koja se zasniva na singularnoj dekompoziciji funkcije autospektralne gustoće snage odgovora višestupanjskog sustava [5]. Temeljna pretpostavka metode je da funkcija pobude odgovara čistom Gaussovom bijelom šumu te da su svi vlastiti oblici lagano prigušeni [9]. FDD metodu možemo smatrati proširenjem metode osnovnog frekvencijskog područja (eng. Basic Frequency Domain, BFD) koja se još zove i metoda odabira vrhova (eng. peak picking) [10]. Određivanje modalnih parametara kod klasične metode odabira vrhova funkcija spektralnog odgovora daje dobre rezultate u slučaju kada pojedini modovi nisu blisko raspoređeni u spektru. Ukoliko su modovi vrlo bliski, a ne jasno razdvojeni, postaje ih vrlo teško uočiti. FDD metoda procjenjuje modove na temelju dekompozicije singularne vrijednosti (eng. Singular Value Decomposition, SVD) matrice spektralnih gustoća snaga odgovora konstrukcije [11]. Na slici 15 vidimo ilustraciju definicije modalne domene promatranog vrha u frekventnom području. Gornja slika prikazuje modalnu dekompoziciju koristeći SVD matrice spektralnih gustoća snaga, a donja slika prikazuje kako je definirana modalna domena dijelom funkcije korelacije $d_2 \geq \Omega_2$.



Slika 15 Prikaz modalne dekompozicije [13]

Prvi korak analize je izvršiti diskretnu Fourierovu transformaciju (eng. Discrete Fourier Transform, DFT) na dobivenim podacima u vremenu u smjeru pojedinih mjerenih stupnjeva slobode kako bismo dobili kvadratnu matricu spektralnih gustoća

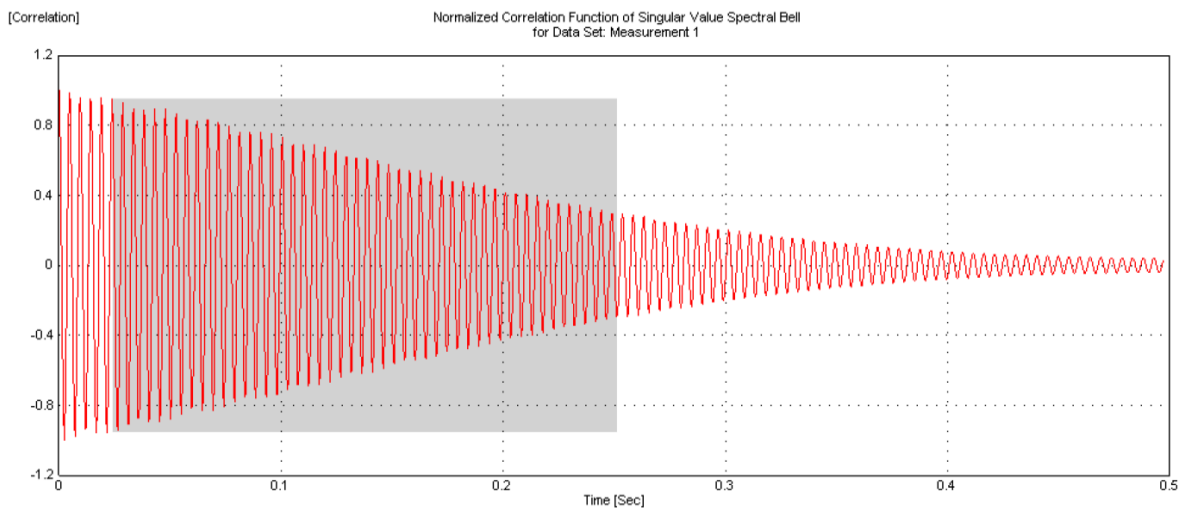
snaga koja sadrži sve frekventne informacije. Ako označimo broj mjerenih stupnjeva slobode s n , veličina ove matrice je $n \times n$. Svaki element ove matrice je funkcija spektralne gustoće snage. Dijagonalni elementi su funkcije autospektralne gustoće snage, a ostali elementi su funkcije međuspektralnih gustoća snage. Sve ove matrice su Hermitske, odnosno one su simetrično kompleksno konjugirane što znači da imaju kompleksno konjugirane elemente oko dijagonale [12]. Provođenjem postupka SVD-a, matrica spektralnih gustoća se razlaže na skup funkcija autospektralne gustoće snage, od kojih svaka odgovara jednom stupnju slobode [10]. Teoretska podloga FDD metode i postupaka SVD prikazana je u radu Brinckera i suradnika [10] i temelji se na odnosu ulaznih pobuda $f(t)$ i odgovora konstrukcije $x(t)$. Ovdje ćemo se osvrnuti samo na rezultate FDD metode.

Rezultat dekompozicije matrice spektralnih gustoća snaga odgovora pri pojedinoj diskretnoj frekvenciji i su matrice $[U_i]$ i $[S_i]$. Matrica $[U_i] = [u_{i1}, u_{i2}, \dots, u_{in}]$ je unitarna matrica koja sadrži singularne vektore $\{u_{ij}\}$, a $[S_i]$ je dijagonalna matrica koja sadrži skalarne singularne vrijednosti. U blizini vrha funkcije autospektralne gustoće snage koji odgovara r -tom modu, taj mod je najčešće dominantan. U slučaju kada dominira samo r -ti mod, prvi singularni vektor u_{i1} predstavlja modalni oblik pri toj frekvenciji $\hat{\varphi}_i = u_{i1}$, dok je odgovarajuća singularna vrijednost autospektralna gustoća snage jednostupanjskog sustava pri toj frekvenciji [5].

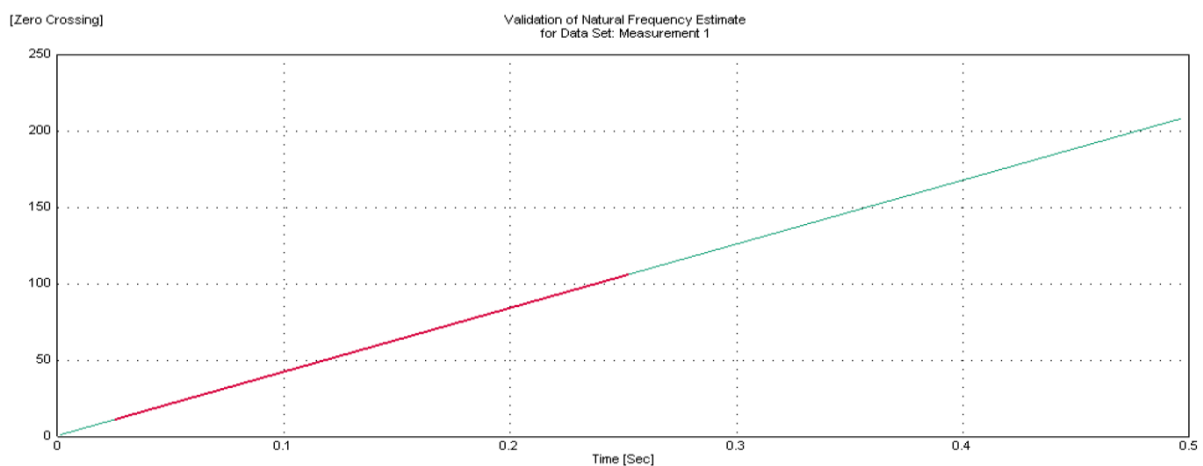
Osnovna FDD metoda je brza i efikasna u određivanju vlastitih frekvencija i modalnih oblika. Kako je već navedeno, metodu provodimo uz pretpostavku da pobuda konstrukcije ima karakter Gaussovog bijelog šuma, s malim prigušenjima te da su modalni oblici geometrijski ortogonalni. Ako neke od ovih pretpostavki nisu zadovoljene, ova metoda je i dalje točnija od klasične metode odabira vrhova spektralnih funkcija odgovora konstrukcije. Određivanjem vrhova funkcije spektralne gustoće snage nakon provedene dekompozicije na singularne vrijednosti, direktno određujemo modalni oblik za tu frekvenciju. Osnovnom FDD metodom ne mogu se odrediti koeficijenti prigušenja.

Za određivanje i modalnih prigušenja, postoje naprednije metode kao što su metoda poboljšane dekompozicije frekventnog područja (eng. Enhanced Frequency Domain Decomposition, EFDD) i FDD metoda izjednačavanja krivulja (eng. Curve –

fit Frequency Domain Decomposition, CFDD). EFDD metodom se određuje funkcija spektralne gustoće snage jednostupanjskog sustava u blizini vlastite frekvencije odnosno rezonantnog vrha, zatim se ta funkcija jednostupanjskog sustava vraća u vremensko područje inverznom diskretnom Fourierovom transformacijom (IDFT) i predstavlja procjenu funkcije korelacije jednostupanjskog sustava. Tako određene funkcije u vremenskom području koriste se za određivanje vlastitih frekvencija i koeficijenata prigušenja pojedinog moda. CFDD metoda za određivanje modalnih parametara koristi izjednačavanje krivulja jednostupanjskih sustava u frekventnom području, a prigušenje se zatim određuje iz oštine rezonantnog vrha [5].



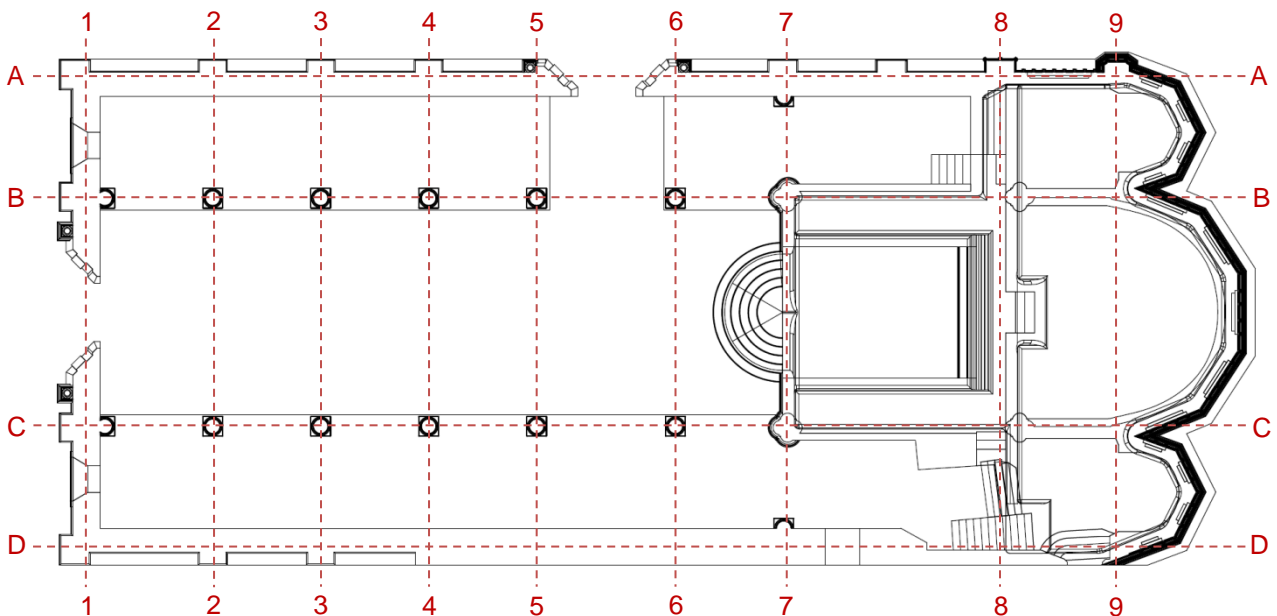
Slika 16 Normalizirana funkcija korelacije [5]



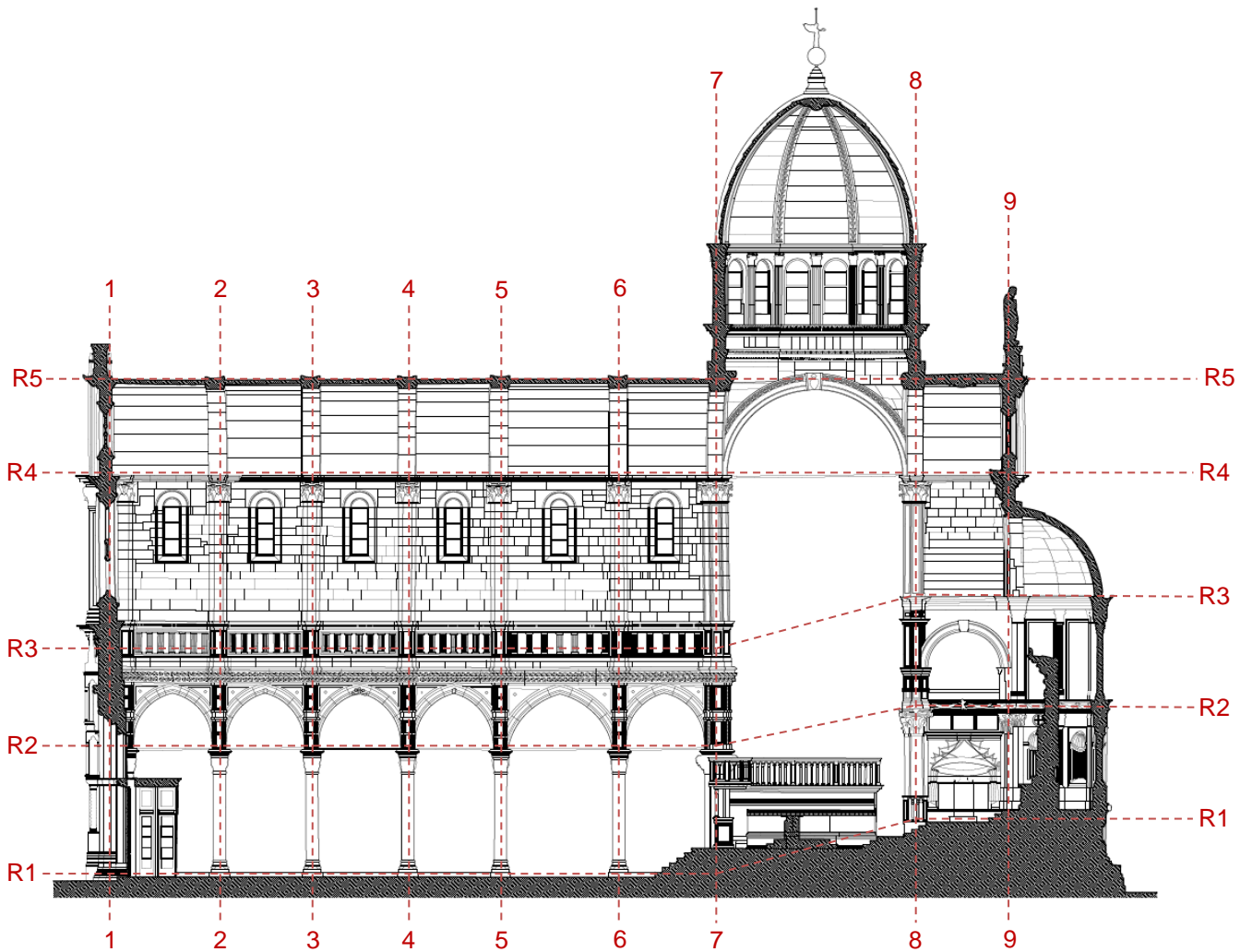
Slika 17 Određivanje vlastite frekvencije brojenjem prolazaka kroz nulu [5]

4. Eksperimentalna istraživanja

Kao što je ranije rečeno, eksperimentalno su određeni dinamički parametri konstrukcije koji su korišteni za kalibriranje numeričkih modela te za detekciju kritičnih elemenata konstrukcije. Eksperimentalna istraživanja vršena su u sklopu istražnih radova i petogodišnjeg monitoringa konstrukcije katedrale sv. Jakova u Šibeniku koji za Šibensku biskupiju provodi Zavod za tehničku mehaniku Građevinskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu. Eksperimentalni rezultati prikupljeni u okviru istražnih radova, poslužili su kao podloga za pisanje ovog rada.



Slika 18 Tlocrt katedrale s osima



Slika 19 Presjek katedrale s osima

4.1. Metode ispitivanja

Klasičnom eksperimentalnom modalnom analizom (EMA) i operacionalnom modalnom analizom (OMA) provedena su eksperimentalna mjerenja u svrhu određivanja dinamičkih parametara.

Postavljanjem akcelorometara na 108 mjernih mjesta, te uz korištenje operacionalne modalne analize pri ambijentalnim pobudama određeni su oblici i periodi titranja konstrukcije u cjelini. Rezultati OMA-e iskorišteni su za kalibraciju i validaciju numeričkog modela.

4.2. Određivanje vlastitih frekvencija zatega

4.2.1. Mjerna mjesta i postupak ispitivanja

Klasičnom eksperimentalnom modalnom analizom ispitane su 24 zatega. Na navedenim zategama određen je odziv na impulsnu pobudu odnosno vlastite frekvencije. Na zategama C-D 4, C-D 3, 3-4 C i 6-7 C, ispod južne galerije i na zategi B-C 6, primijenjena je metoda OMA-e te su uz vlastite frekvencije određeni i oblici titranja te koeficijenti prigušenja. Eksperimentalno određene vlastite frekvencije zatega su korištene za procjenu sila u zategama.

4.2.2. Rezultati eksperimentalnih ispitivanja

Tijekom ispitivanja u sjevernoj i južnoj galeriji, primijećene su nepravilnosti u samoj geometriji zatega, njihovoj ukupnoj duljini, te duljini sidrenja u zid (Slike 20 i 21). To stvara poteškoće kod određivanja unutarnjih sila iz prve vlastite frekvencije, za takve zatega u analizi su određene unutarnje sile koje ukazuju da se u tim zategama nalazi tlačna sila, što je s obzirom na položaj zatega između luka i njihovu vitkost nelogično. Te zatega se radi gore navedenih razloga nisu detaljno analizirale i razmatrale u radu.



Slika 20 Sidrenje zatega u galeriji

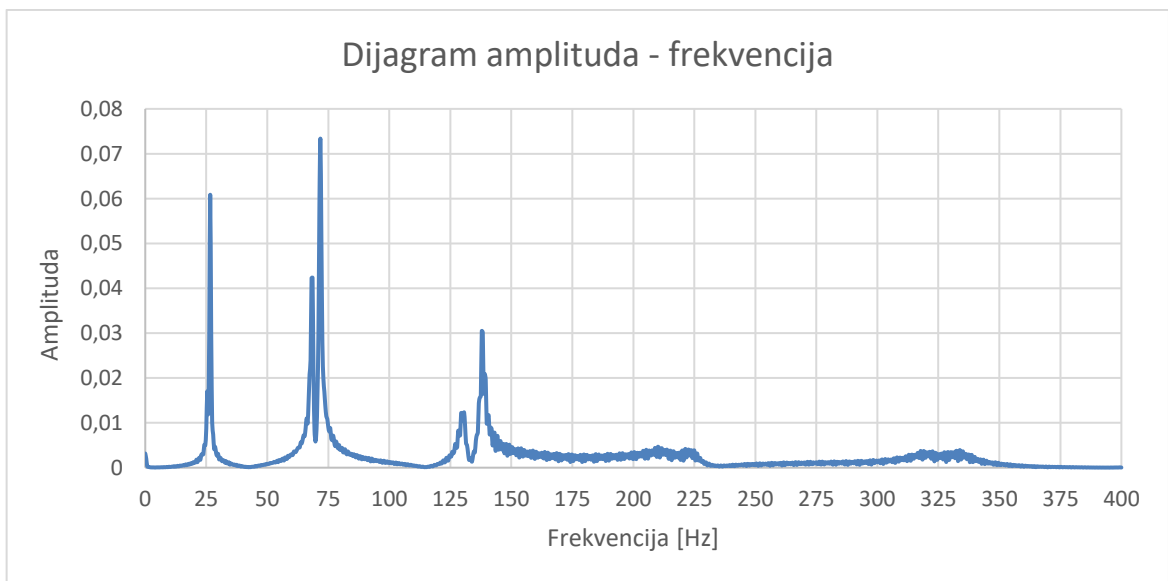


Slika 21 Upitni rubni uvjeti zatega u galeriji

Na zategama B-C 6, C-D 4, C-D 3, 3-4 C i 6-7 C, napravljena je detaljnija analiza s kojom su osim frekvencija određeni i oblici titranja. Postavljeno je pet akcelometara na jednu stranu zatege, od kojih se jedan proglasio referentnim. Udarom čekića između postavljenih akcelometara (Slika 22), te mjerenjem odgovora zatega (Slika 23) na pobudu, modalnom analizom određeni su oblici titranja. Za navedene zatege napravljena su po 2 mjerenja sa seljenjem četiriju akcelometra i tako je dobiveno ukupno 9 mjerenih točaka na zategama, te 2 krajnje za koje se pretpostavilo da su nepomične, što je i potvrđeno zakrivljenošću prvog modalnog oblika. (Slika 24)



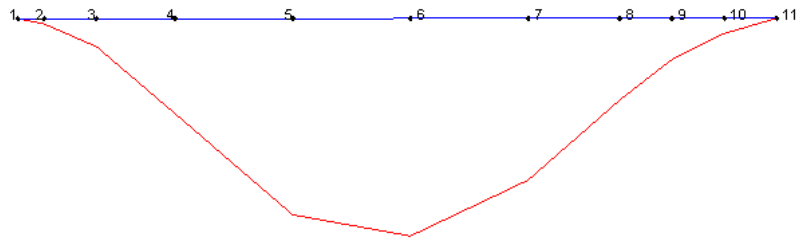
Slika 22 Pobuđivanje zatege C-D 3 na titranje pomoću udarnog čekića



Slika 23 Funkcija odgovora zatege C-D 3 u frekventnom području

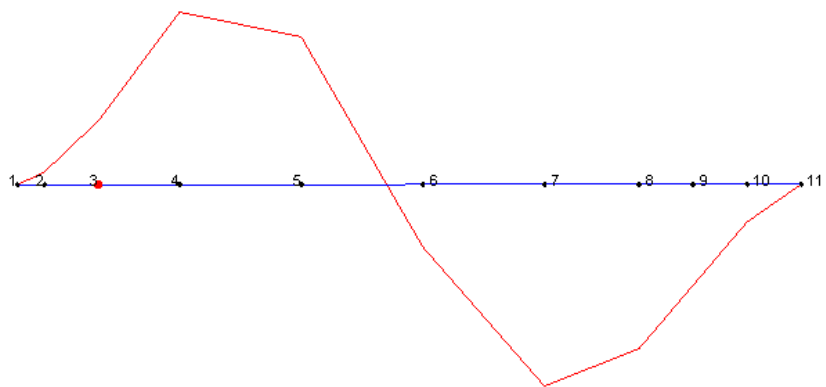
Prva 4 modalna oblika zatege C-D 3 prikazana su na slikama 24 - 27. Ostale zatege daju iste modalne oblike, ali ih radi preglednosti rada nismo priložili.

FDD - Frequency Domain Decomposition



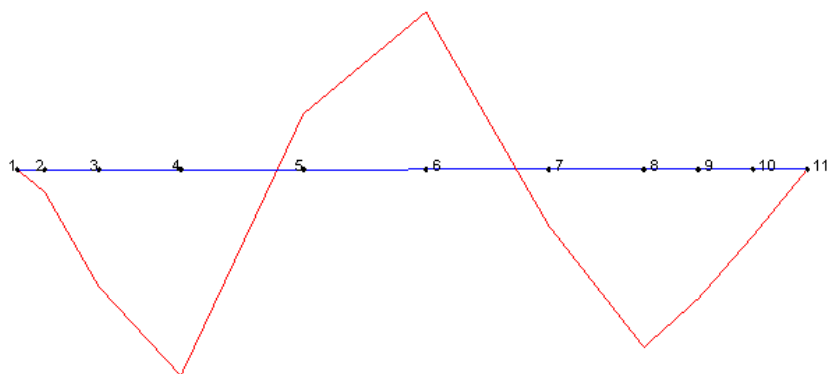
Slika 24 Prvi oblik titranja zatege C-D 3

FDD - Frequency Domain Decomposition



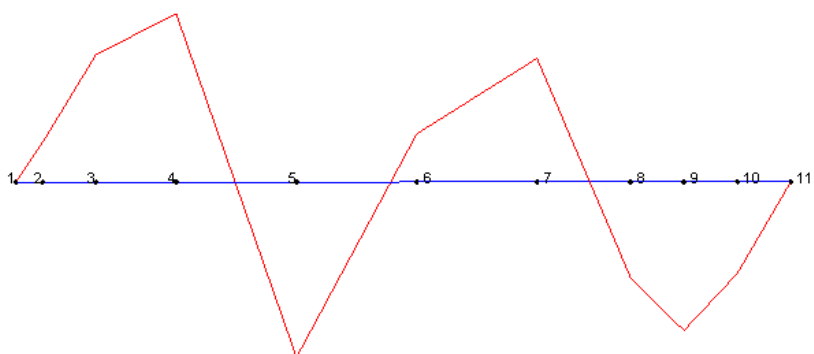
Slika 25 Drugi oblik titranja zatege C-D 3

FDD - Frequency Domain Decomposition



Slika 26 Treći oblik titranja zatege C-D 3

FDD - Frequency Domain Decomposition



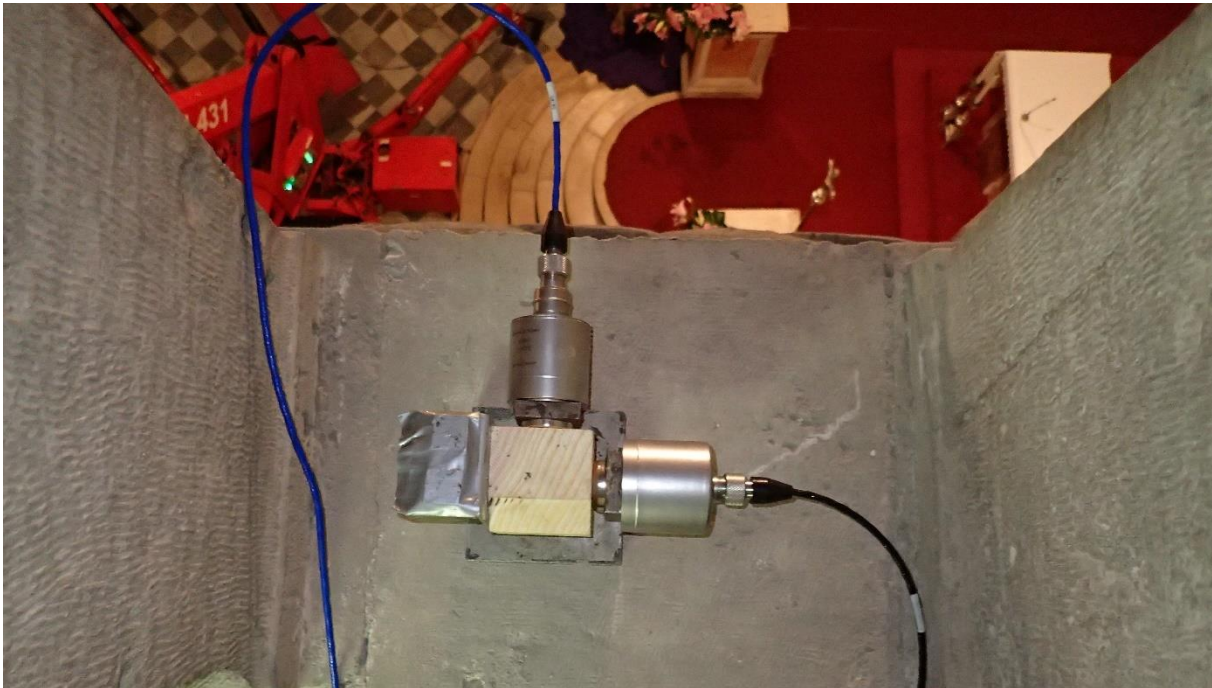
Slika 27 Četvrti oblik titranja zatege C-D 3

4.3. Operacionalna modalna analiza konstrukcije

4.3.1. Mjerna mjesta i postupak ispitivanja

Mjerna mjesta odabrana su u 4 karakteristične uzdužne osi (A-D), 9 osi u poprečnom smjeru (1-9) i 5 osi po visini katedrale (R1-R5), kao što je prikazano na slikama 18 i 19. Osi su odabrane u skladu sa pristupačnosti unutar same konstrukcije, postavljanjem akcelerometara u blizini krajnjih točaka objekta i uz vertikalne nosive elemente moći će se dobro aproksimirati ponašanje cjelokupne konstrukcije. Najviše točke konstrukcije, razina R5 zajedno sa glavnom kupolom, nisu bile dostupne te će se mjerenja na njima izvršiti u narednom periodu. Međutim osnovne vlastite frekvencije te oblici titranja uspješno su određeni i bez njih, a u prikazu oblika titranja pomaci navedenih točaka su interpolirani s obzirom na susjedne točke.

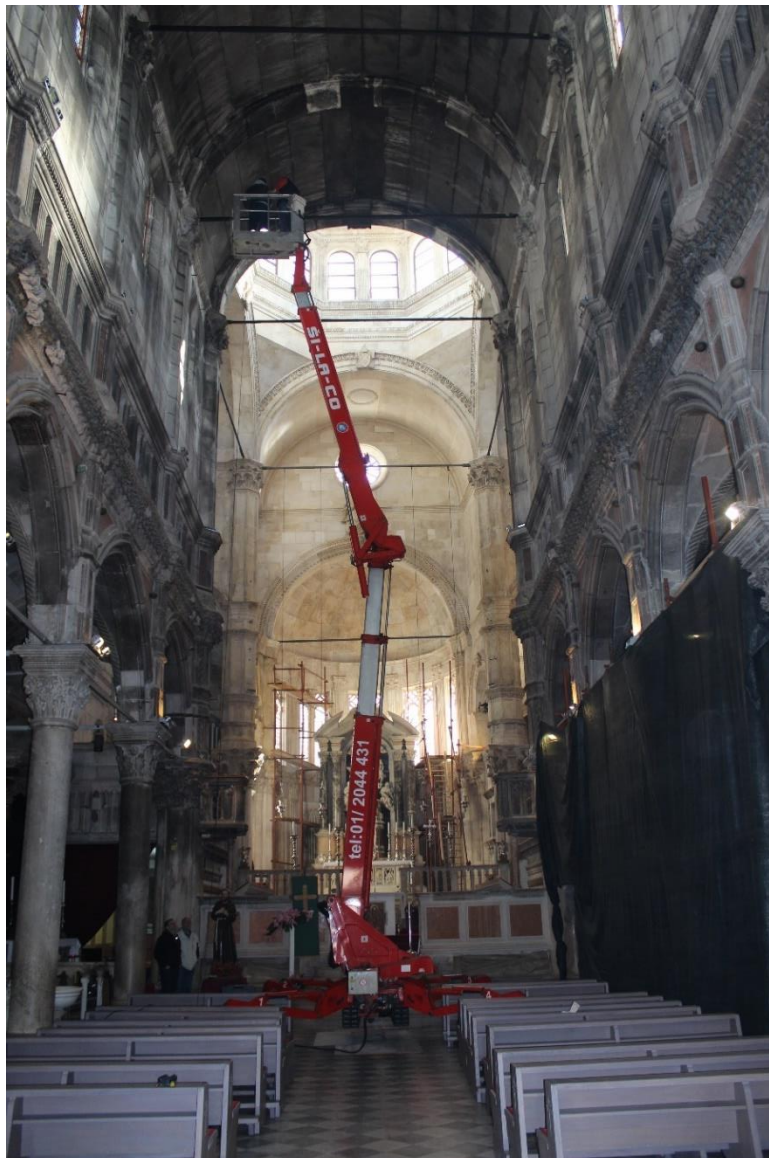
Na svakom mjernom mjestu provedena su mjerenja u 2 horizontalna smjera. Ukupni broj mjerenih stupnjeva slobode je 216, on odgovara sumi 108 mjernih mjesta u 2 horizontalna smjera. Referentna točka postavljena je u točki 7-C na razini R3 (Slika 28).



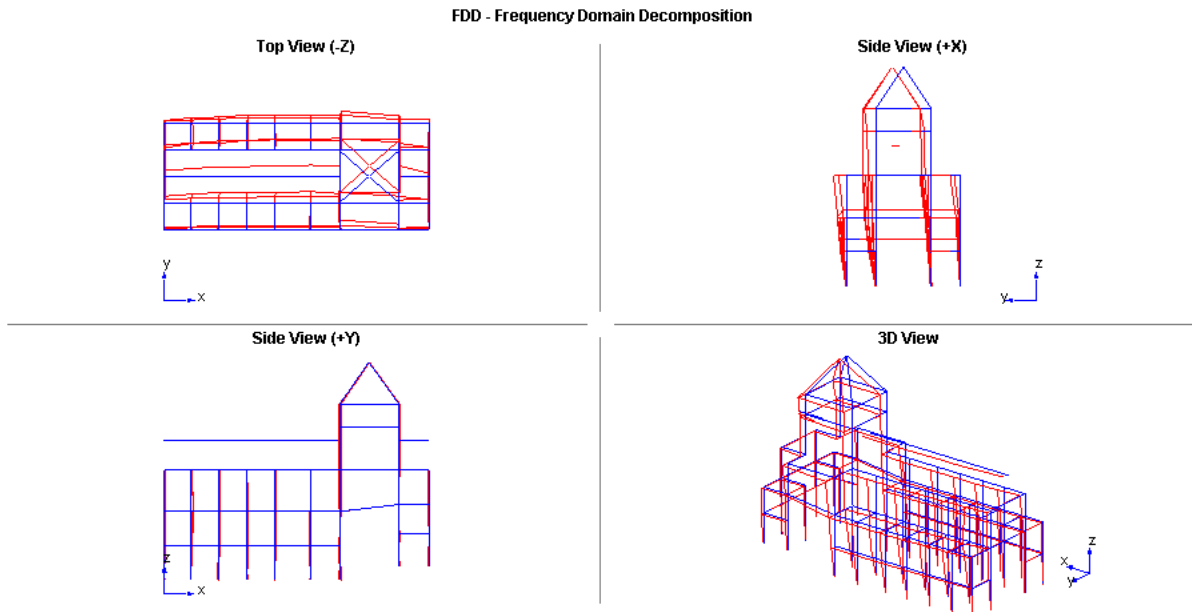
Slika 28 Referentni akcelerometar u točki 7-C na razini R3

4.3.2. Rezultati operacionalne modalne analize

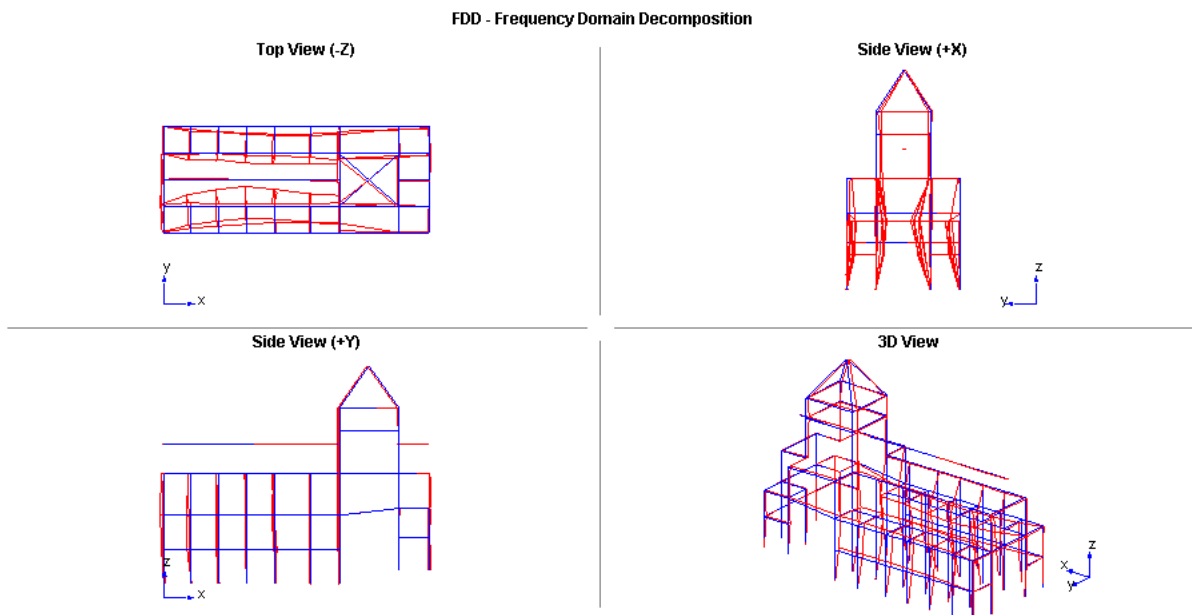
Za postavljanje akcelometara na razine R3 i R4 korištena je hidraulična dizalica prikazana na slici 29. Eksperimentalno određene vlastite frekvencije i oblici titranja konstrukcije u cjelini prikazani su na slikama 30, 31 i 32. Mjerenja su provedena pri ambijentalnim vibracijama na ukupno 108 mjernih mjesta u dva ortogonalna horizontalna smjera, što čini ukupno 216 mjerenih stupnjeva slobode. Navedeni rezultati korišteni su za kalibraciju numeričkog modela koji je detaljnije razrađen u 6. poglavlju. Eksperimentalno određene vlastite frekvencije i oblici titranja su od velikog značenja za buduću dijagnostiku konstrukcije jer predstavlja globalne parametre krutosti i stanja konstrukcije.



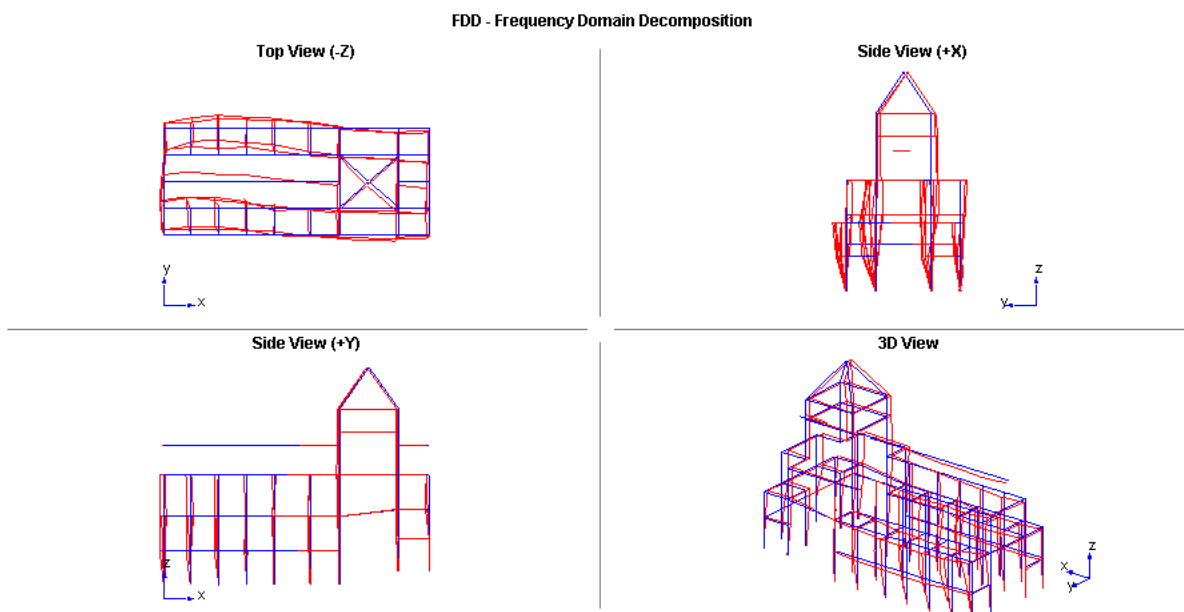
Slika 29 Hidraulična dizalica



Slika 30 Prvi vlastiti oblik titranja (3,75 Hz)



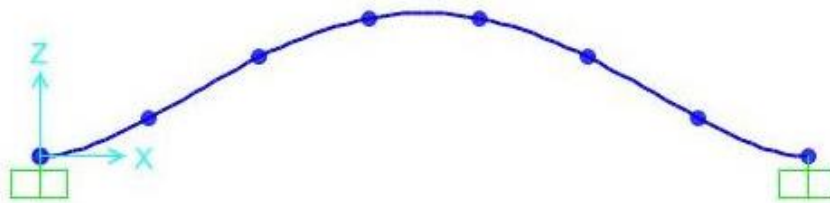
Slika 31 Drugi vlastiti oblik titranja (5,5 Hz)



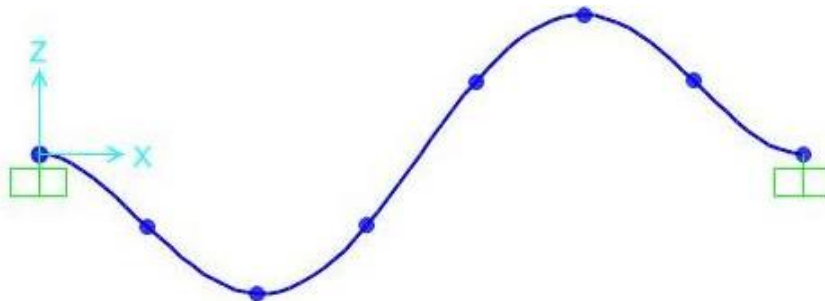
Slika 32 Treći vlastiti oblik titranja (5,875 Hz)

5. Analiza sila u zategama

Teorijski i empirijski izrazi koji se koriste za određivanje sila u zategama i žicama iz prve vlastite frekvencije, navedeni u literaturi [16], ne vrijede za naš slučaj jer je utjecaj krutosti na savijanje na predmetnim zategama značajan. U prethodnom poglavlju prikazani su rezultati eksperimentalnih ispitivanja, u prvom redu oblici titranja, iz kojih je jasno vidljivo da se zatege ponašaju kao obostrano upete grede. Taj podatak usmjerio nas je prema numeričkom modeliranju zatega sa obostrano upetim rubnim uvjetima. (Slike 33 - 36)



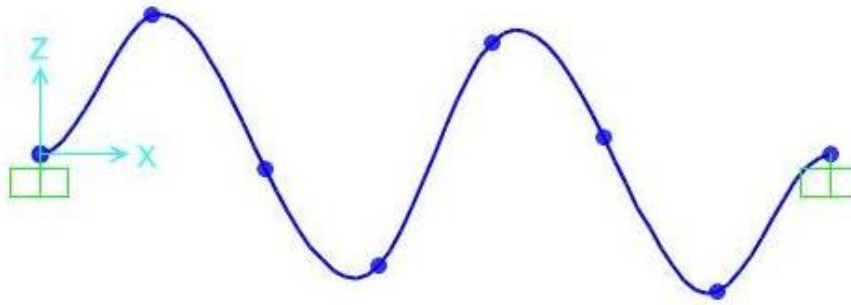
Slika 33 Prvi modalni oblik zatege C-D 3



Slika 34 Drugi modalni oblik zatege C-D 3



Slika 35 Treći modalni oblik zatege C-D 3



Slika 36 Četvrti modalni oblik zatege C-D 3

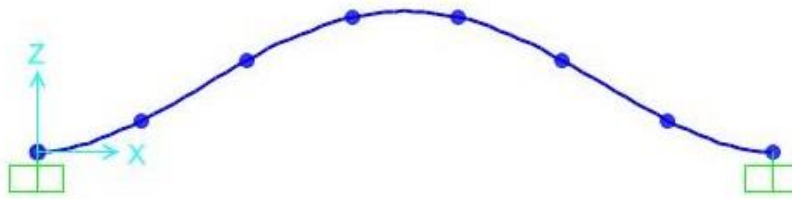
Pomoću programskog paketa SAP2000 modelirani su idealni pod-modeli zatega (Slika 37), na kojima su određene prve vlastite frekvencije u ovisnosti o poprečnom presjeku, materijalu i duljini zatega. Na taj način određene su frekvencije neopterećenih zatega (Slika 38) koje uspoređujemo s izmjerenim. Usporedbom dolazimo do saznanja da je potrebno opteretiti zatege vlačnom silom (Slika 39), kako bi im se frekvencija približila izmjerenoj frekvenciji. U programskom paketu SAP2000 moguće je provesti nelinearan proračun, na način da se inicijalni sustav optereti vlačnom silom te se za tako opterećen sustav odredi matrica krutosti sustava na kojem se provodi modalna analiza. Iterativnim postupkom zatim su određene sile (Slika 40) kojima je potrebno opteretiti zatege, kako bi im se frekvencija podudarala s izmjerenom (Slika 41).

Treba imati na umu da zatege u stvarnoj konstrukciji mogu djelomično odstupati od idealizirane geometrije i rubnih uvjeta iz numeričkog modela. Stoga sile koje su dobivene ovom analizom mogu također djelomično odstupati od stvarnog stanja. Međutim ovaj pristup omogućava približno određivanje sila u zategama na temelju kojeg je moguće dati kvalitativnu ocjenu odnosa sila u zategama za cijelu konstrukciju. Također eksperimentalno određene frekvencije predstavljaju važan početni podatak za buduće praćenje frekvencija zatega kroz monitoring konstrukcije i određivanje promjena sila u zategama.



Slika 37 Model zatege C-D 3

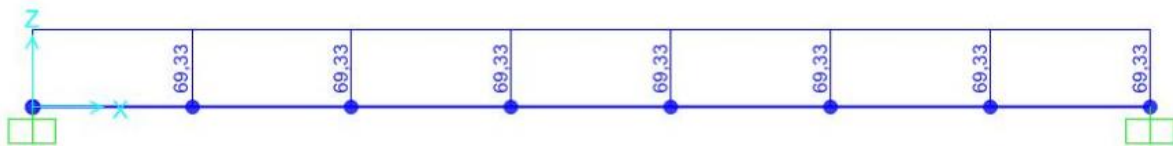
Deformed Shape (MODAL) - Mode 1; T = 0,05752; f = 17,38457



Slika 38 Prva vlastita frekvencija modela zatege C-D 3 (17,38 Hz)

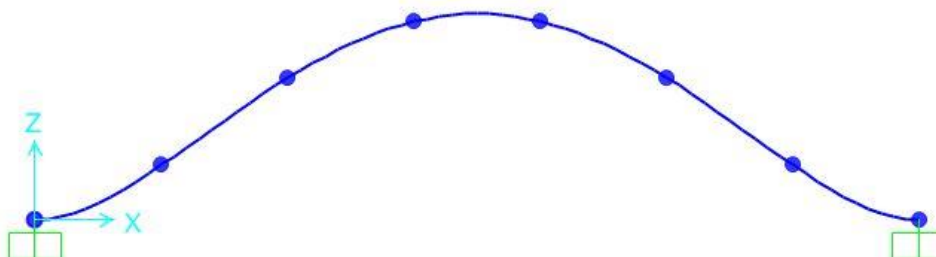


Slika 39 Vlačno opterećenje štapa u obliku temperature (-28 °C)



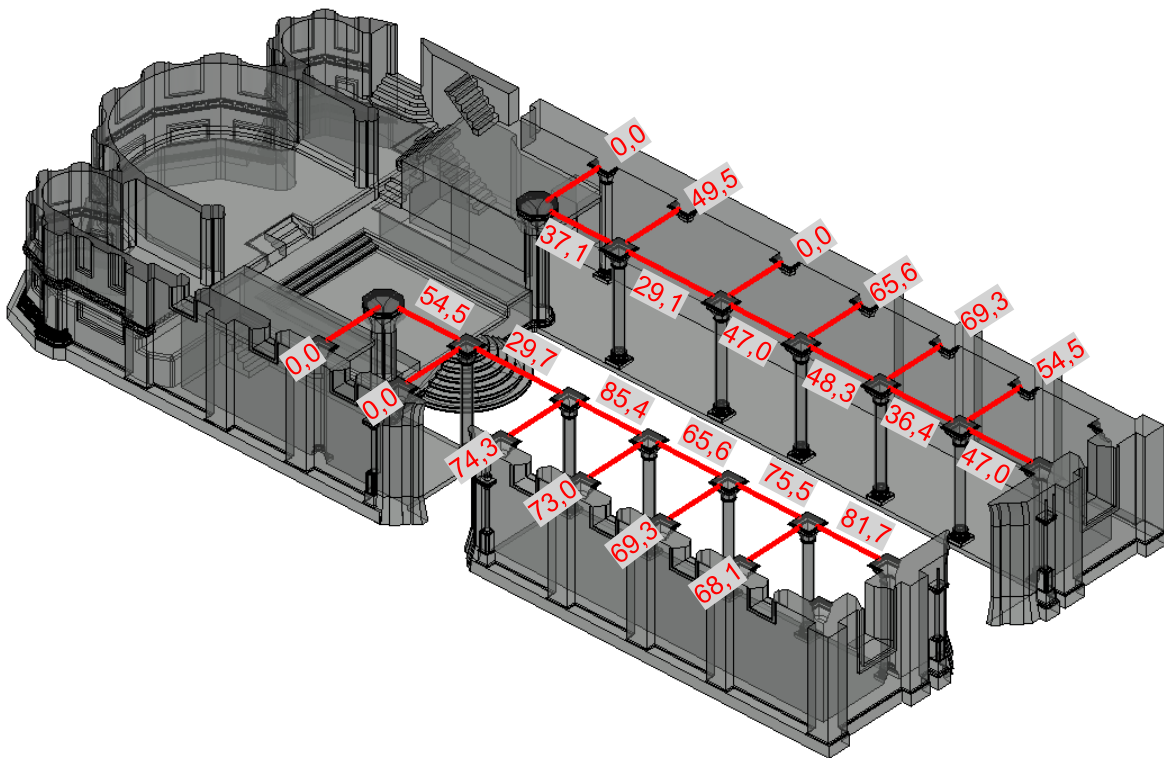
Slika 40 Iznos vlačne sile u zategi C-D 3 (69,33 kN)

Deformed Shape (nl_modal) - Mode 1; T = 0,03388; f = 29,51227

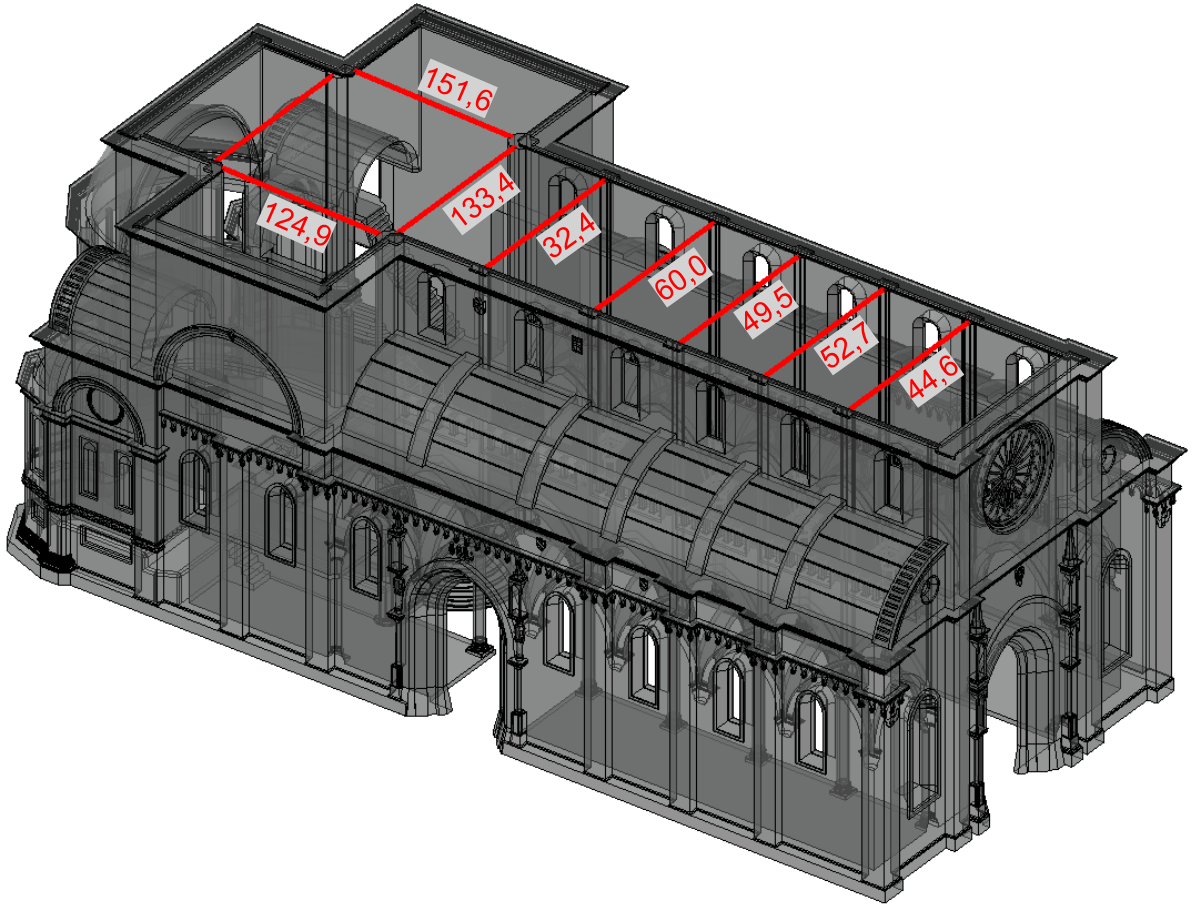


Slika 41 Prva vlastita frekvencija modela zatege C-D 3 sa unesenom vlačnom silom (29,51 Hz)

Za preostale zatege na isti su način određene prve vlastite frekvencije bez opterećenja, te su zatim iterativnim postupkom određene sile za koje prva vlastita frekvencija odgovara izmjerenim vrijednostima vlastitih frekvencija zatega. Rezultati provedenih analiza su dani na 3D prikazima koji slijede (Slike 42 i 43). Iz prikazanih rezultata vidljivo je da su na razini R2 nešto veće vrijednosti sila u zategama na sjevernoj strani katedrale, dok su na razini R4 očekivano najveće sile u zategama ispod kupole.



Slika 42 3D pogled sa silama u zategama na razini R2 (prikazane sile su u kN)



Slika 43 3D pogleda sa silama u zategama na razini R4 (prikazane sile su u kN)

6. Numerički model konstrukcije

Jedna od najstarijih metoda gradnje, koja se u nekim oblicima i danas koristi, je zidanje kamenim blokovima. U današnje vrijeme su ti kameni blokovi zamijenjeni blokovima od opeke ili betona. Zidana konstrukcija sastavljena je od blokova odvojenih sljubnicama koje mogu, a i ne moraju, biti ispunjene vezivom, odnosno mortom. Šibenska katedrala je prema dostupnim podacima iz literature jedina katedrala u Europi koja je izgrađena isključivo od kamena i to bez uporabe vezivne žbuke u sljubnicama. Sljubnice predstavljaju najslabiji dio zida jer prekidaju kontinuitet blokova te im je ponašanje složeno. Iako sama izgradnja zidanih konstrukcija nije komplicirana, opis i modeliranje njihovih mehaničkih svojstava je problematično zbog složenog i nelinearnog ponašanja zida, što je posebno izraženo kod seizmičkih opterećenja [22].

Numerički modeli konstrukcija se izrađuju radi boljeg shvaćanja konstrukcije i njenog ponašanja. Omogućuju detekciju kritičnih elemenata konstrukcije što nam može pokazati uzrok postojećih pukotina i oštećenja te mjesta koja je potrebno sanirati kako ne bi došlo do daljnjih oštećenja u budućnosti. Potrebna je preciznost numeričkog modela kako bi se izbjegli pogrešni zaključci koji dovode do predimenzioniranja ojačanja konstrukcije, uzrokujući nepotreban gubitak u smislu izvorne materijalne i kulturne vrijednosti, ili do nedovoljnog ojačanja konstrukcije, dovodeći u opasnost konstrukciju i ljude koji ju koriste [23].

Postoje mnoge metode koje se koriste za proučavanje i modeliranje zidanih povijesnih konstrukcija, a razlikuju se prema stupnju složenosti, učinkovitosti računala, dostupnosti podataka i točnosti rješenja [23]. Niti jedna metoda nije najbolja u svim situacijama, već je za određeni slučaj potrebno odabrati metodu koja daje najbolje rezultate s prihvatljivim pogreškama i utroškom vremena. U ovom slučaju korištena je metoda konačnih elemenata koja je i inače najčešće primjenjivana numerička metoda u inženjerskoj praksi. Metoda konačnih elemenata se koristi za rješavanje diferencijalnih i parcijalnih diferencijalnih jednadžbi u analizi fizikalnih sustava radi određivanja polja pomaka, deformacija, naprezanja, temperaturnih polja, itd. Rješavanje problema metodom konačnih elemenata svodi se na rješavanje sistema algebarskih jednadžbi u kojima su nepoznanice pomaci čvorova. Dobivena

rješenja su približna i odnose se na određene točke konstrukcije. Metoda se temelji na diskretizaciji kontinuuma (konstrukcije) na odgovarajući broj podkontinuum ili konačnih elemenata.

U ovom istraživanju konstrukcija Šibenske katedrale je diskretizirana pomoću linijskih i plošnih konačnih elemenata.

6.1. Glavni problemi pri modeliranju povijesnih konstrukcija

Među glavne probleme s kojima se susrećemo pri numeričkom modeliranju konstrukcija svrstavaju se opis, odnosno simulacija, geometrije konstrukcije, rubnih uvjeta, strukture elemenata, korištenih materijala i djelovanja na konstrukciju, a sve to dolazi do posebnog izražaja kod povijesnih konstrukcija zbog njihove unikatnosti. Potrebno je spomenuti i probleme vezane za svojstva materijala, pukotine i oštećenja na konstrukciji te povijesne podatke o oštećenjima i sanacijama konstrukcije. Općenito kod modeliranja konstrukcija postoje mnogi izvori pogrešaka koji se mogu podijeliti na one koje je moguće izbjeći te na neizbježne [28].

6.1.1. Geometrija

Povijesne građevine su često okarakterizirane kompleksnom geometrijom. Kombiniraju razne zakrivljene jednodimenzionalne i višedimenzionalne elemente poput lukova, svodova, kupola i sl. Spajaju vitke i masivne elemente kao što su stupovi, zidovi i temelji [23]. U današnje vrijeme geometrija više ne stvara velike probleme jer moderne numeričke metode omogućavaju vrlo precizno opisivanje geometrije.

6.1.2. Materijal

Materijal, za razliku od geometrije, stvara velike poteškoće pri modeliranju jer tradicionalni materijali poput zemlje, drva, cigle i kamena imaju vrlo kompleksna mehanička svojstva. Kod povijesnih građevina, posebno zaštićenih spomenika kulture, eksperimentalno određivanje svojstava materijala je otežano jer nisu dozvoljena nikakva ispitivanja koja zadiru u strukturu materijala. Za određivanje svojstava materijala potrebno je vršiti nerazorna ispitivanja na većem broju uzoraka kako bi se povećala točnosti rezultata. U ovom radu eksperimentalno određeni dinamički parametri, koji su određeni nerazornim ispitivanjem, iskorišteni su za kalibraciju i verifikaciju numeričkog modela na kojem je potom izvršena računaska analiza konstrukcije. I nakon ulaganja mnogo truda kako bi se što bolje matematički opisale mehaničke karakteristike zida, njegovo modeliranje još uvijek predstavlja izazov koji je potrebno i dalje unaprjeđivati [23]. Materijali u povijesnim konstrukcijama su normalno vrlo heterogeni, što dodatno dolazi do izražaja pri renovacijama kada se koriste novi materijali.

6.1.3. Djelovanja

Zbog svog dugog vijeka trajanja, povijesne građevine su bile izložene raznim djelovanjima kao što su gravitacija, potresi, prirodne nepogode raznih karaktera (toplinskih, kemijskih, fizičkih), izmjene u arhitektonskom smislu, neadekvatne restauracije i mnogim drugim. Neka od tih djelovanja se javljaju ciklički na konstrukciji, neka se postepeno povećavaju u većem vremenskom periodu te se neka pojavljuju vrlo rijetko zbog velikog povratnog perioda [23].

6.1.4. Struktura elemenata

Značajan problem predstavlja opis unutarnje strukture elemenata te njihovih rubnih uvjeta. Konstruktivni elementi obično pokazuju nehomogenu i složenu unutarnju strukturu koja se može sastojati od više slojeva, ispuna, šupljina, različitih materijala i sl. Rubni uvjeti su mjesta koja pokazuju specifične geometrijske i

strukturalne karakteristike u konstrukciji. Detaljno modeliranje strukture elemenata i njihovih rubnih uvjeta može biti vrlo zahtjevno iz računalnog pogleda, no glavni problem predstavlja određivanje karakteristika ispitivanjem [23].

6.2. Programski paket

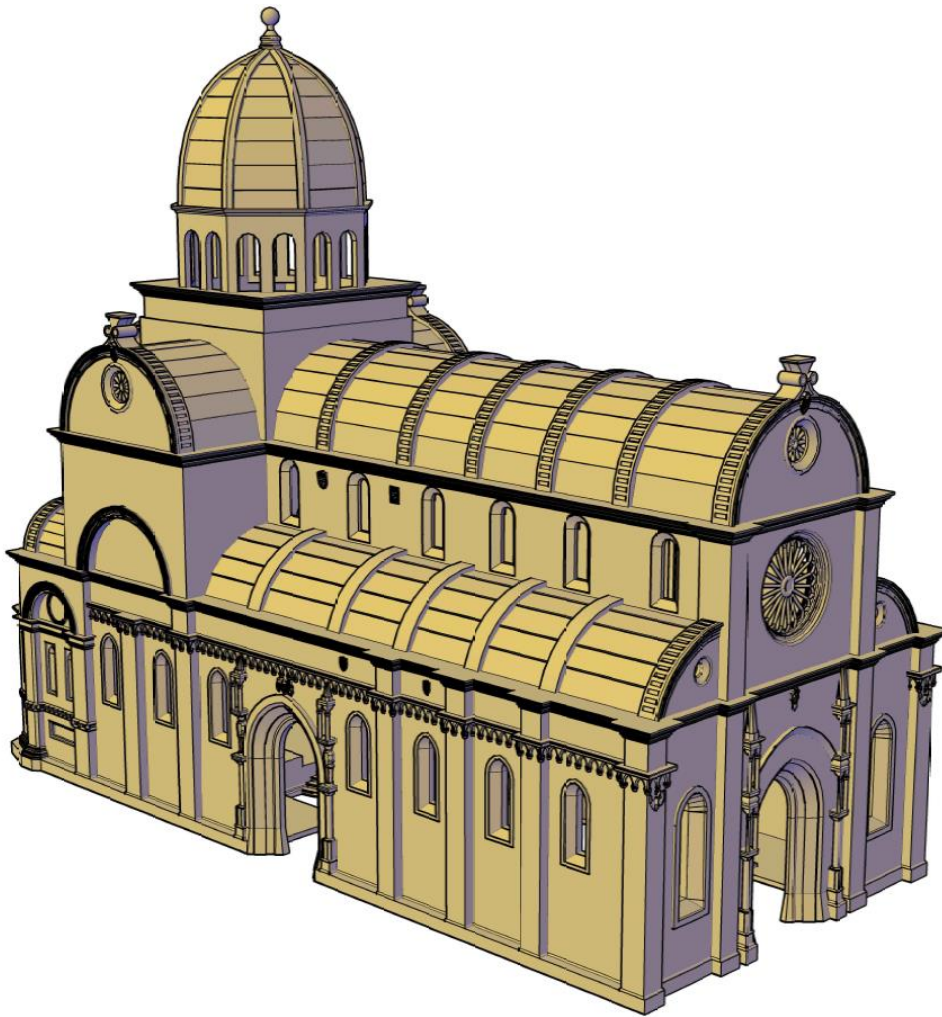
Programski paket korišten za dobivanje numeričkog modela promatrane katedrale, na kojoj je izvršen statički i dinamički proračun, je SAP2000 v18.2.0. koji je jedan od proizvoda software-ske tvrtke Computers and Structures inc. (CSI).

6.3. Opis numeričkog modela

U ovom istraživanju rađena je analiza djelovanja statičkog i dinamičkog opterećenja na konstrukciju u svrhu detekcije kritičnih elemenata konstrukcije te utjecaja zatega na katedrali sv. Jakova u Šibeniku. Katedrala je trobrodna bazilika oblika latinskog križa, te je duga ukupno 38 metara, a široka 14 metara. Srednja lađa katedrale visoka je 19 metara, a najviša visinska točka na vrhu kupole je 38 metara. Konstrukcija katedrale sastavljena je u potpunosti od montažnih kamenih blokova dok su svodovi i kupole izgrađeni na principu utorenih ploča.

S obzirom da se radi o povijesnoj građevini, ne postoji veliki broj podataka o konstrukciji. Stoga u proračun ulazimo s brojnim pretpostavkama koje kontroliramo uz pomoć rezultata eksperimentalnih ispitivanja. Koristeći nacрте i 3D snimku (Slika 44), koje je izradila inženjerska tvrtka Vektra d.o.o. iz Varaždina, konstruirana je geometrija katedrale u programskom paketu AutoCAD 2016 (Slika 45).

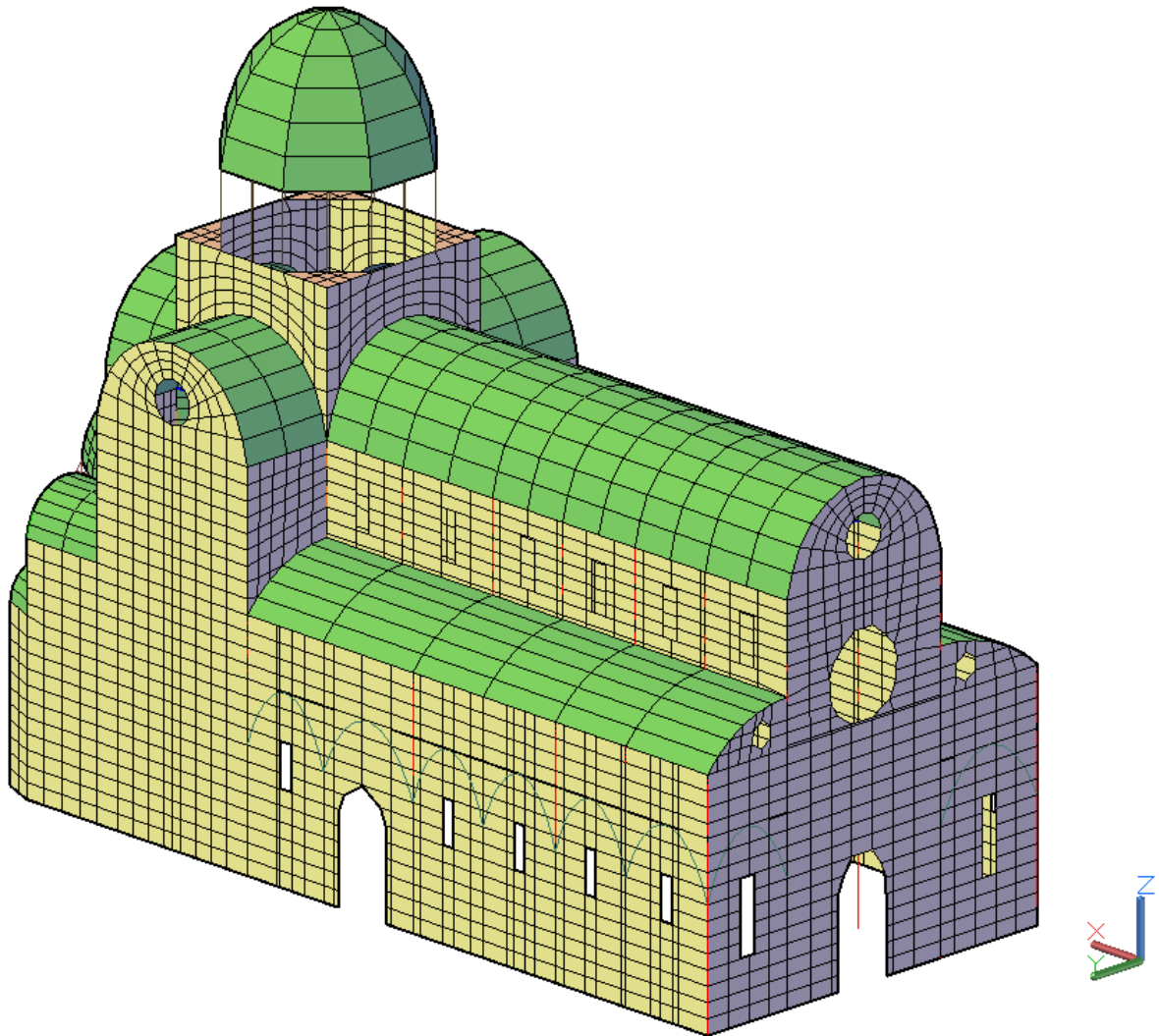
Model je zatim unesen u programski paket SAP2000 u kojem su zadani presjeci pojedinih elemenata konstrukcije. Podaci o tlu ne postoje jer nisu provedena ispitivanja tla pa nije moguće sa sigurnošću odrediti uvjete tla. Međutim, iz rezultata eksperimentalnih ispitivanja odziva konstrukcije na ambijentalne pobude, moguće je zaključiti da je veza sa temeljima prilično kruta pa su se u modelu na dnu postavili nepomični zglobni ležajevi.



Slika 44 3D model katedrale

Slijedeća pretpostavka, koja je imala značajan utjecaj na model, je materijal. Na materijalu također nisu vršena nikakva ispitivanja, stoga su za mehanička svojstva kamena u inicijalnom numeričkom modelu preuzeti podaci prosječnih vrijednosti mehaničkih karakteristika većine prirodnog kamena koji se rabi u graditeljstvu iz literature [24]. Kako nisu postojali vjerodostojni podaci o mehaničkim karakteristikama materijala, njihovom varijacijom unutar granica koje su poznate iz dostupne literature, model je kalibriran prema eksperimentalno određenim dinamičkim parametrima.

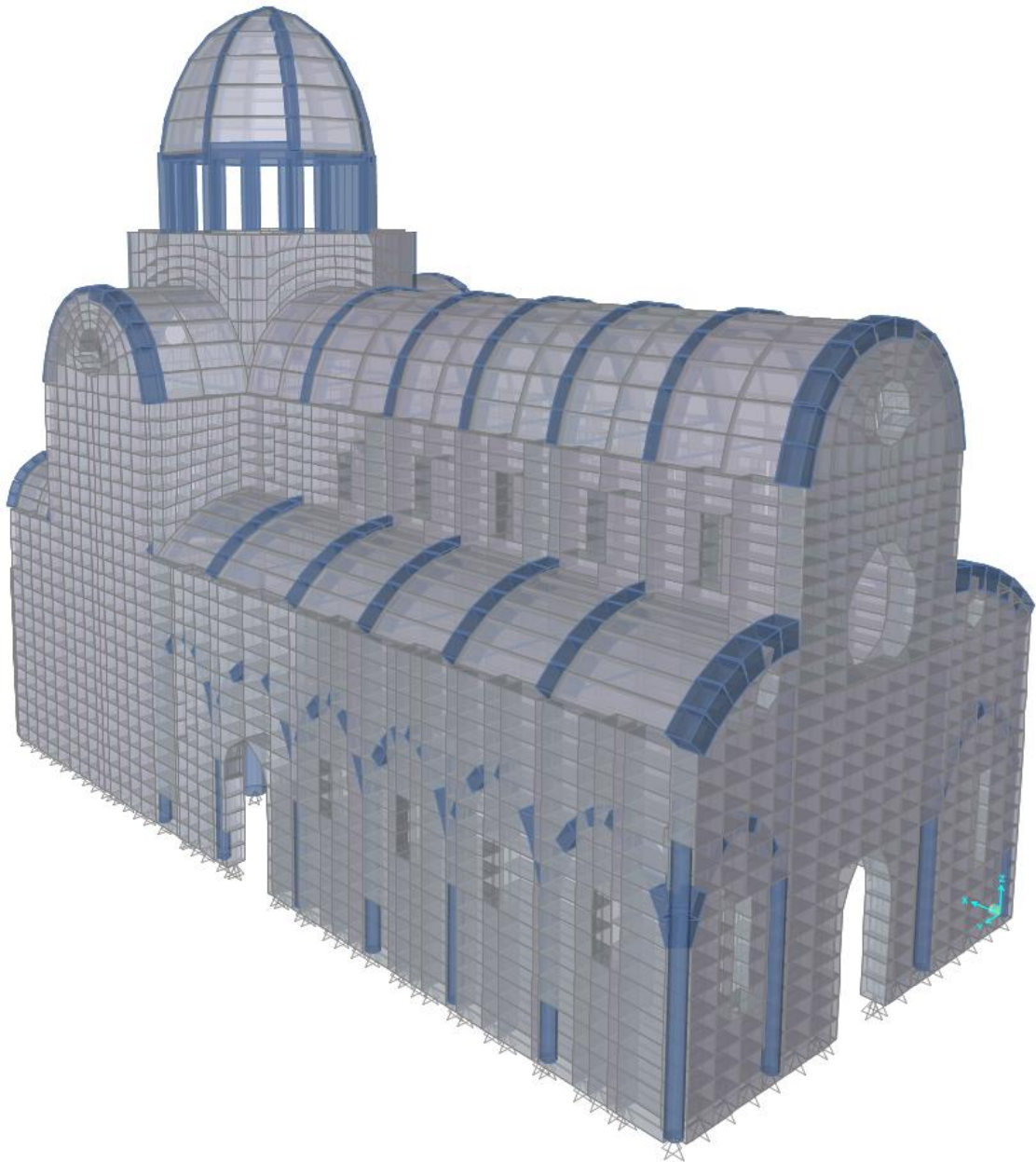
S južne strane katedrale se nalazi župni dvor koji je naknadno građen, no postoji dilatacija između katedrale i dvora te je stoga u modelu zanemaren njegov utjecaj.



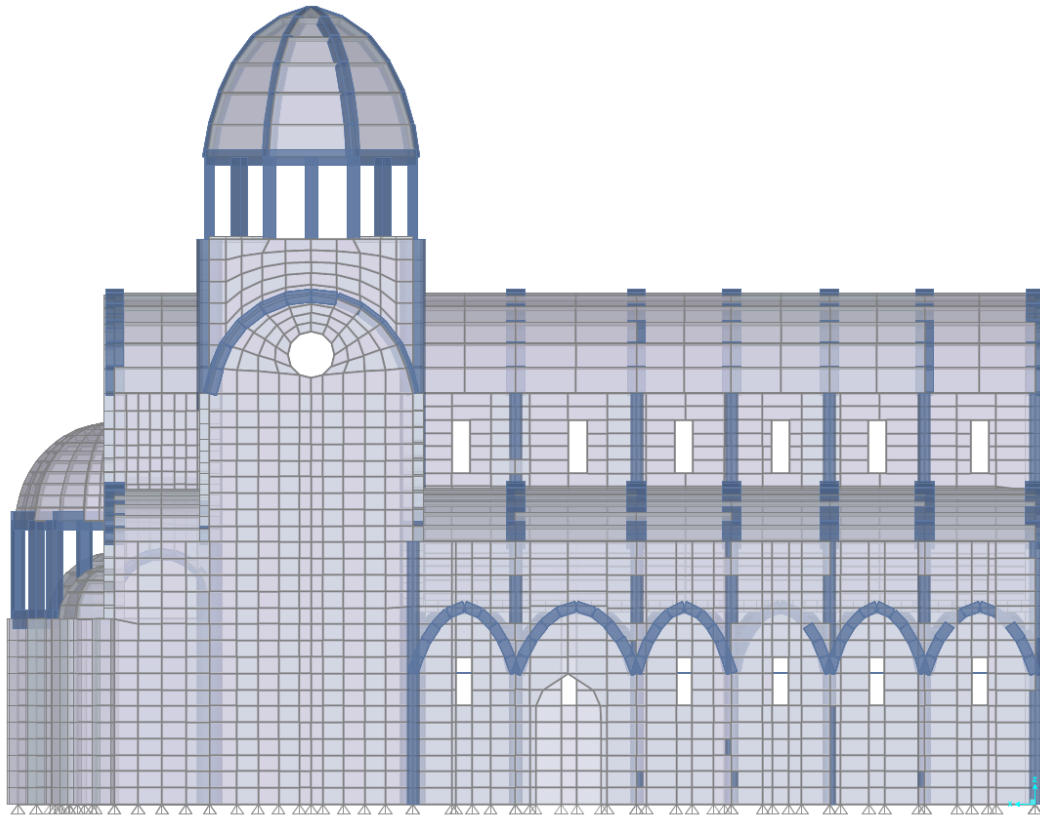
Slika 45 Geometrija katedrale za numerički model

Kako bi se dobio utjecaj zatega u konstrukciji, napravljena su dva numerička modela od kojih je jedan bez zatega. Kompletni model sastavljen je od 5579 plošnih elemenata te 1099 linijskih elemenata, a drugi model je umanjnjen za 48 linijskih elemenata, odnosno zatega.

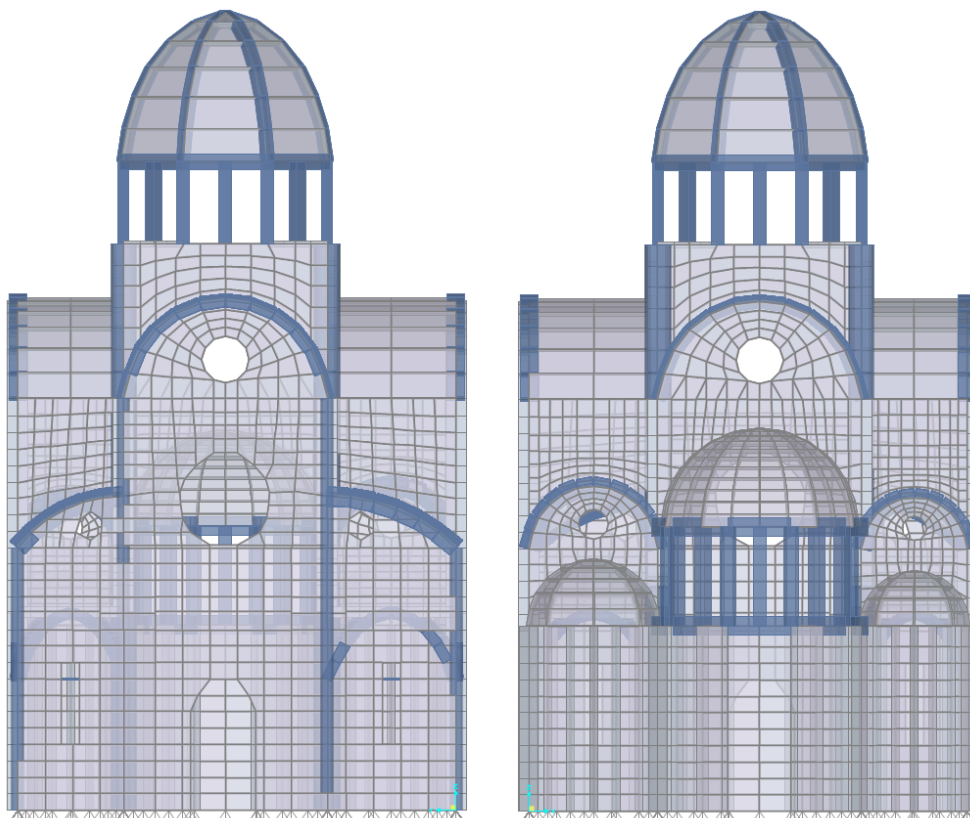
Iz priloženoga možemo zaključiti da je naš model zapravo poprilično jednostavan, no to ne mora značiti i da je loš. Prednost jednostavnih modela se očituje u mnogo manjoj akumulaciji pogrešaka, lakšoj interpretaciji i mogućnosti ručne provjere rezultata [28].



Slika 46 Numerički model - trodimenzijski prikaz



Slika 47 Numerički model - pogled na sjeverno pročelje



Slika 48 Numerički model - pogledi na zapadno i istočno pročelje

6.4. Opis djelovanja na konstrukciju

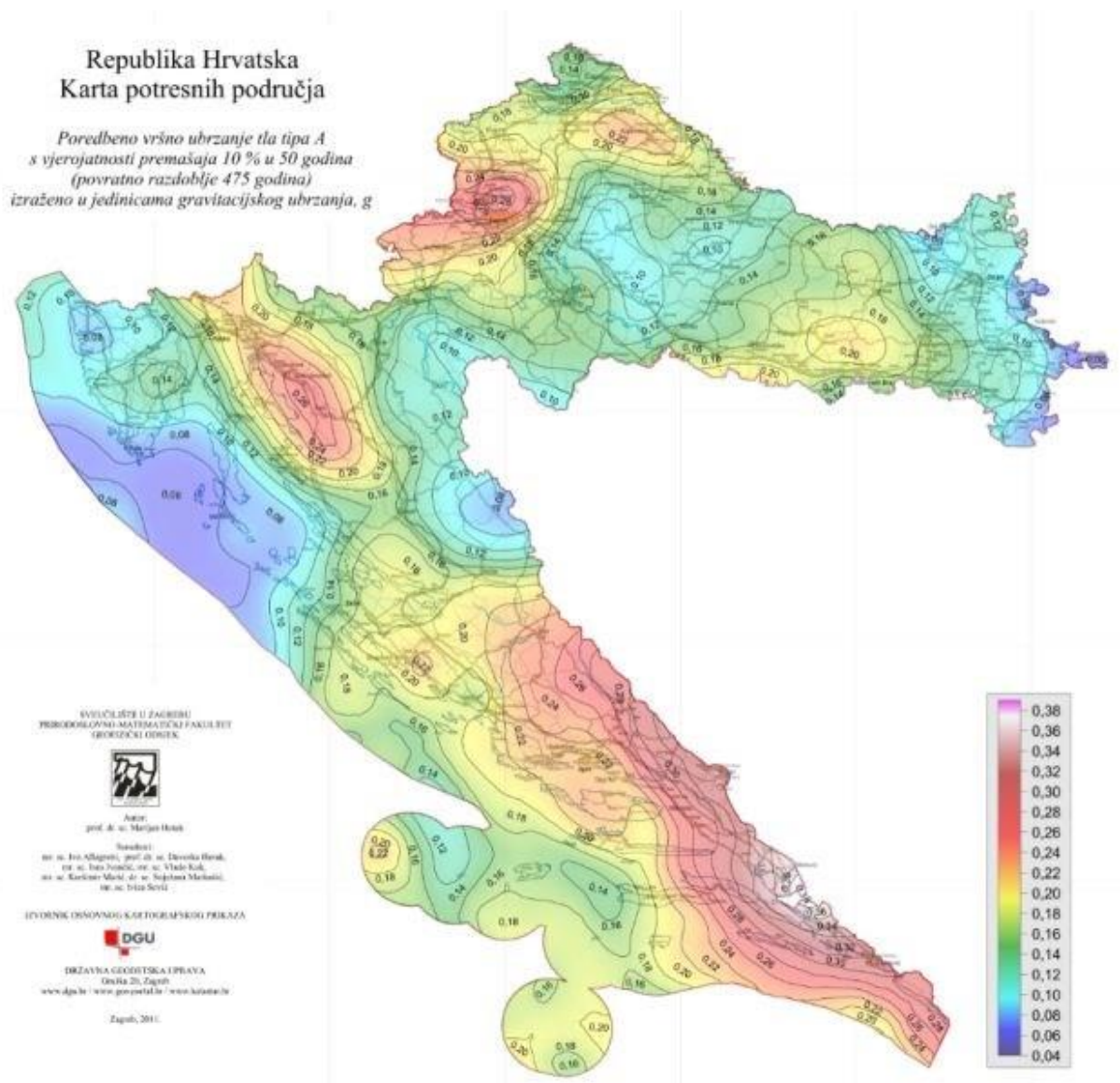
Djelovanja kojima je konstrukcija opterećena u modelima definirana su prema važećim propisima i literaturi [14, 27]. U njih spada vlastita težina (DEAD) koju programski paket automatski uzima u proračun, stalno opterećenje G, uporabno opterećenje Q i potresno opterećenje definirano s dvije spektralne funkcije.

	ComboName Text	ComboType	AutoDesign Yes/No	CaseType Text	CaseName Text	ScaleFactor Unitless
▶	PTRSTX	Linear Add	No	Linear Static	DEAD	1
	PTRSTX			Linear Static	G	1
	PTRSTX			Linear Static	Q	0,15
	PTRSTX			Linear Static	PTRSX	1
	PTRSTX			Linear Static	PTRSY	0,3
	PTRSTY	Linear Add	No	Linear Static	DEAD	1
	PTRSTY			Linear Static	G	1
	PTRSTY			Linear Static	Q	0,15
	PTRSTY			Linear Static	PTRSX	0,3
	PTRSTY			Linear Static	PTRSY	1
	PTRRSQ	Linear Add	No	Linear Static	DEAD	1
	PTRRSQ			Linear Static	G	1
	PTRRSQ			Linear Static	Q	0,15
	PTRRSQ			Response Spectrum	RSQ	1
	PTRRSE	Linear Add	No	Linear Static	DEAD	1
	PTRRSE			Linear Static	G	1
	PTRRSE			Linear Static	Q	0,15
	PTRRSE			Response Spectrum	RSE	1
	MASS	Linear Add	No	Linear Static	DEAD	1
	MASS			Linear Static	G	1
	MASS			Linear Static	Q	0,15

Slika 49 Kombinacije opterećenja na konstrukciju

6.5. Spektralna analiza

Budući da se cijela Hrvatska nalazi na seizmički vrlo aktivnom području, seizmičko djelovanje često bude mjerodavno za dimenzioniranje elemenata konstrukcije. Osim kod dimenzioniranja novih građevina, postojeće građevine se također podlažu spektralnoj analizi kako bi se utvrdila njihova otpornost na moguće buduće nepogode. Propisi za proračun i projektiranje inženjerskih objekata u seizmičkim područjima dani su u Eurocode-u 8 [25].

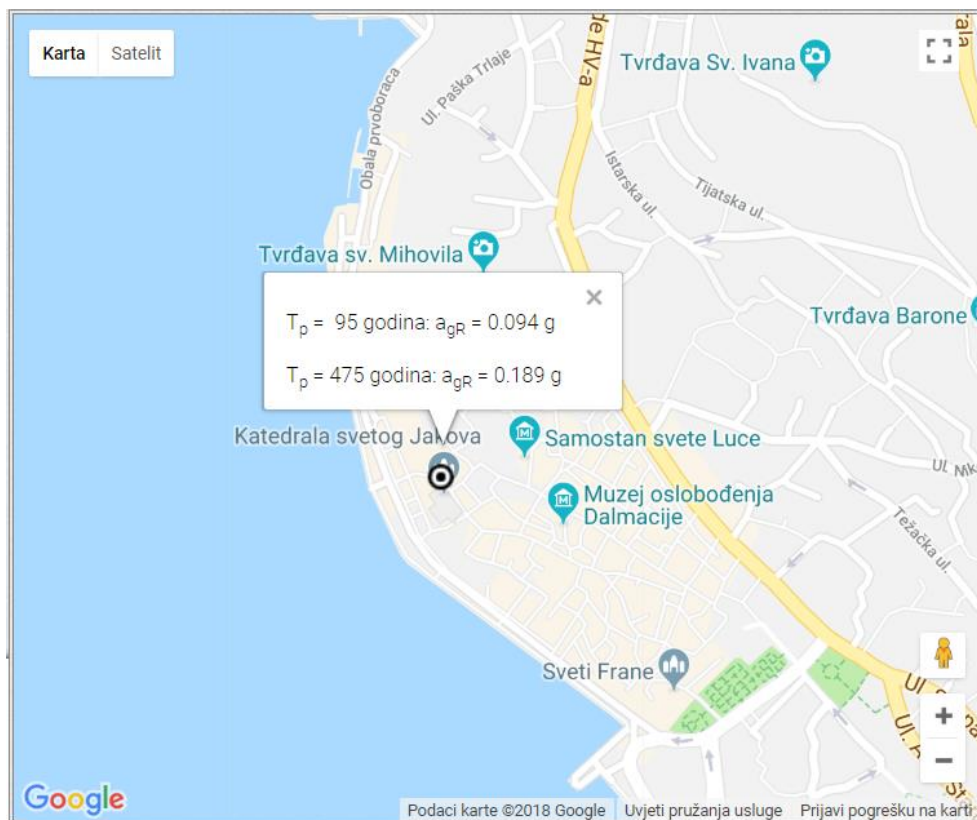


Slika 50 Karta potresnih područja Hrvatske (povratno razdoblje 475 godina) [26]

Potresno djelovanje se određuje uz pomoć vrijednosti vršnog ubrzanja temeljnog tla koje se razlikuje ovisno o seizmičkom području. Sa potresne karte Hrvatske (Slika 50)[26] očitane su vrijednosti vršnog ubrzanja za lokaciju katedrale:

$$a_g = 0,094 \cdot g \text{ – za povratni period od 95 godina}$$

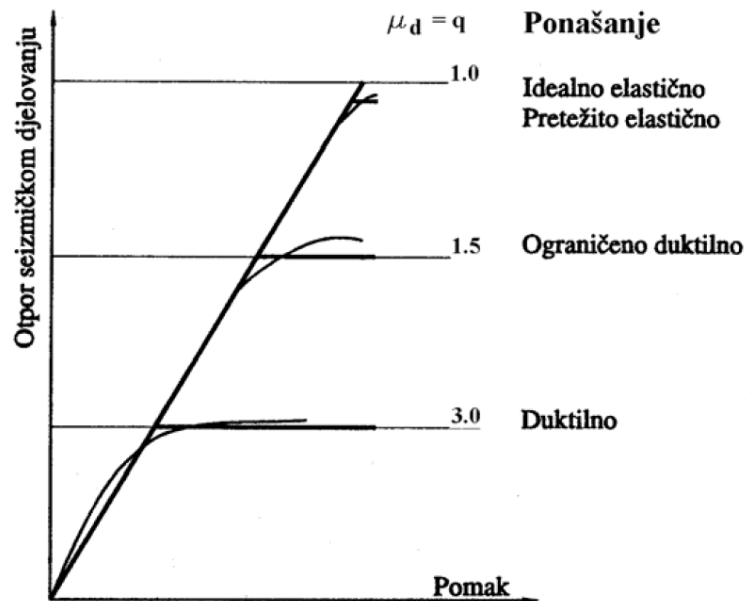
$$a_g = 0,189 \cdot g \text{ – za povratni period od 475 godina}$$



Slika 51 Vrijednosti horizontalnih vršnih ubrzanja tla za povratne periode 95g. i 475g. [26]

6.5.1. Faktor ponašanja

Duktilnost konstrukcije, odnosno njena sposobnost prihvaćanja reducirane seizmičke sile bez krhkih lomova u postelastičnom području deformiranja, izražava se faktorom ponašanja konstrukcije. U taj faktor ulaze podaci o vrsti elementa, vrsti materijala i duktilnosti, a općenito se određuje iz dijagrama prema slici 52 [14].

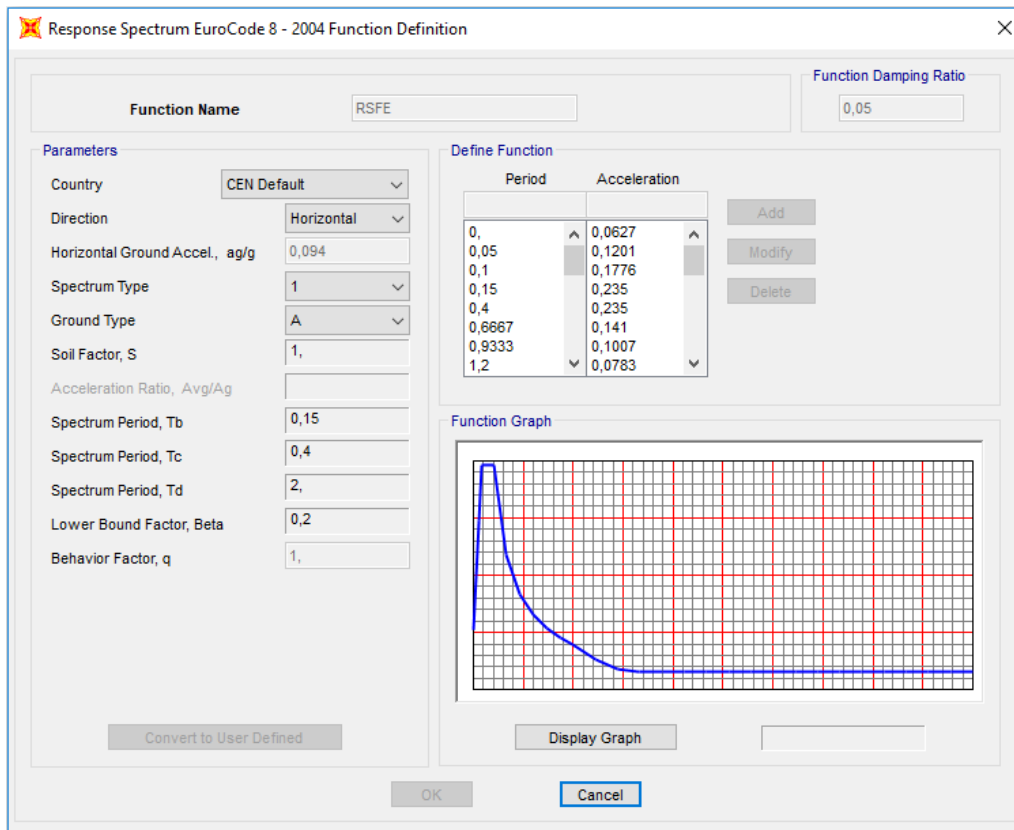


Slika 52 Seizmičko ponašanje vezano uz faktor ponašanja [14]

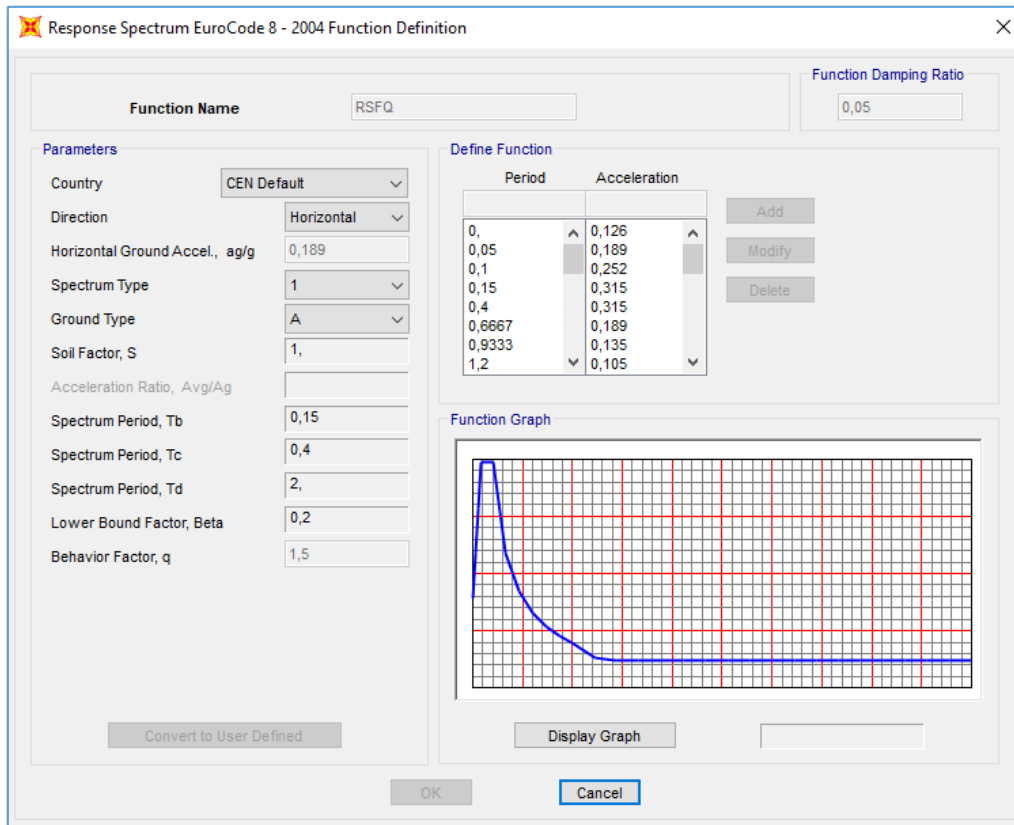
Za promatranu građevinu koja nema pretjerano nepravilan tlocrt, ali je nepravilna po visini te su svojstva materijala nepoznata, faktor ponašanja je vrlo teško točno odrediti. Iz tog razloga uzimamo najnepovoljniju vrijednost faktora ponašanja koja iznosi: $q = 1,5$.

Tlo na kojem se nalazi promatрана građevina svrstano je u kategoriju tla „A“.

Potresno djelovanje u nekoj promatranoj površinskoj točki se općenito prikazuje elastičnim spektrom odziva (Slika 53). S obzirom da konstrukcija u nelinearnom području može preuzeti manje sile od onih koje odgovaraju linearnom elastičnom području, radimo proračunski spektar (Slika 54). Taj spektar uzima u obzir mogućnost disipacije energije konstrukcije preko duktilnosti njenih elemenata i drugih nelinearnih efekata te se provodi linearna analiza čime se izbjegava opsežna nelinearna analiza sustava [14].



Slika 53 Elastični spektar odziva

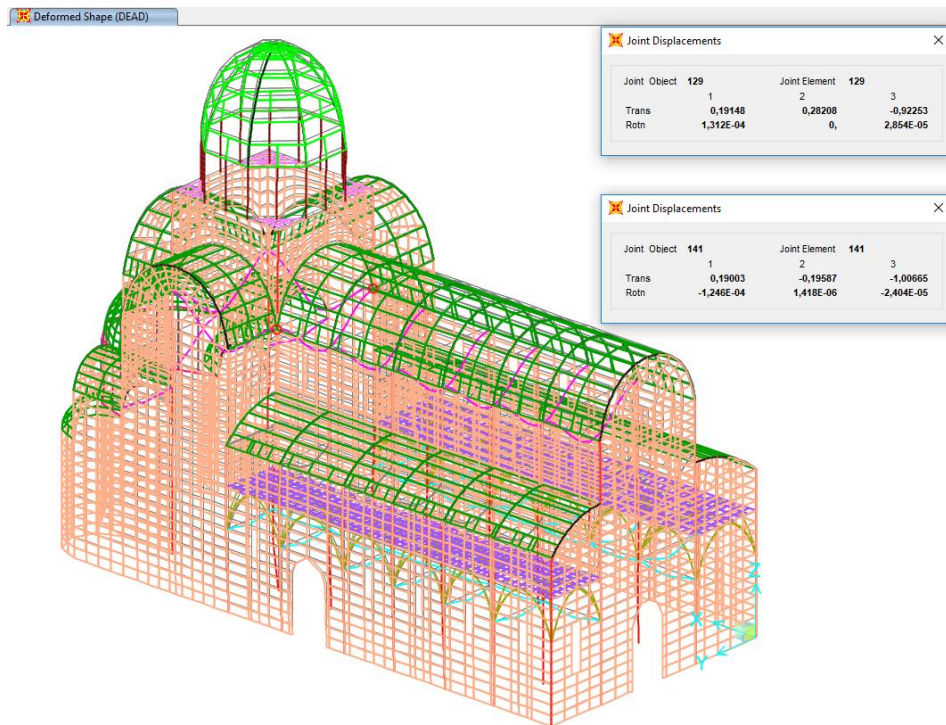


Slika 54 Proračunski spektar odziva

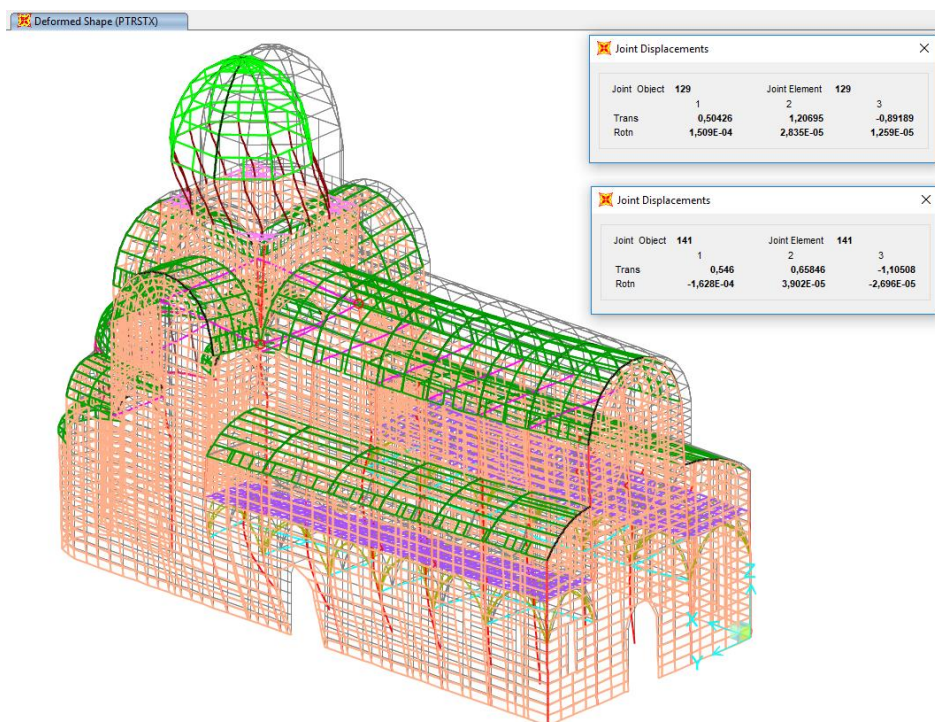
6.6. Rezultati

6.6.1. Model sa zategama

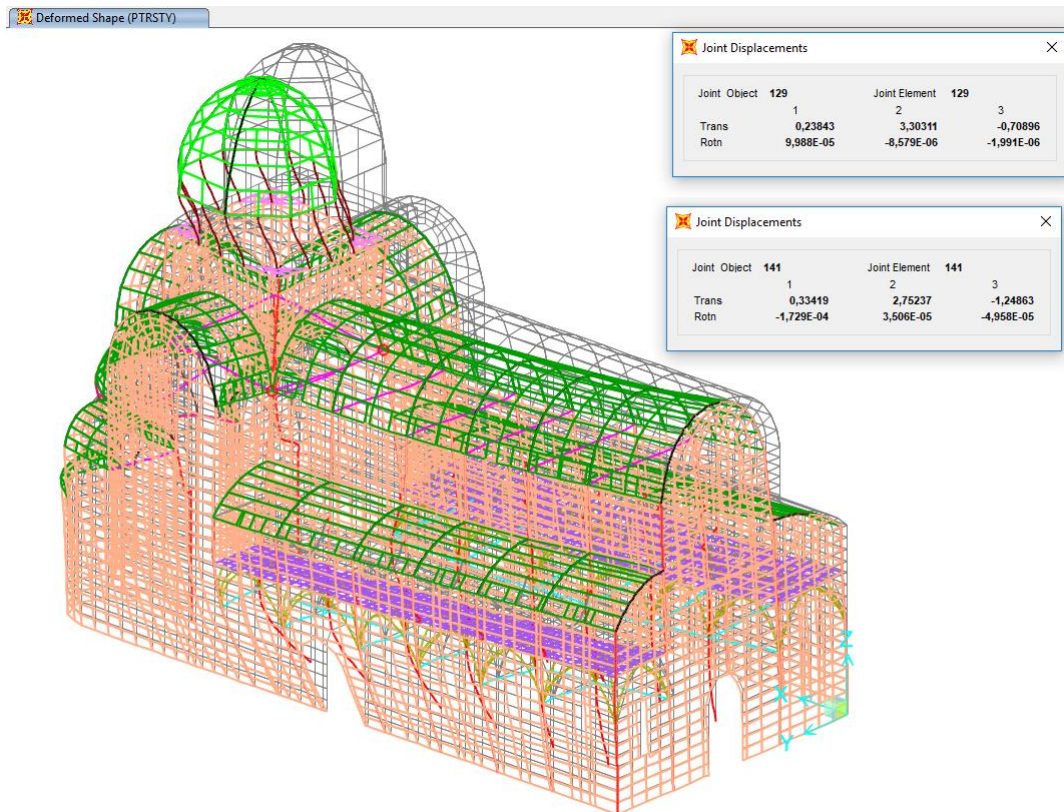
6.6.1.1. Deformacije sustava



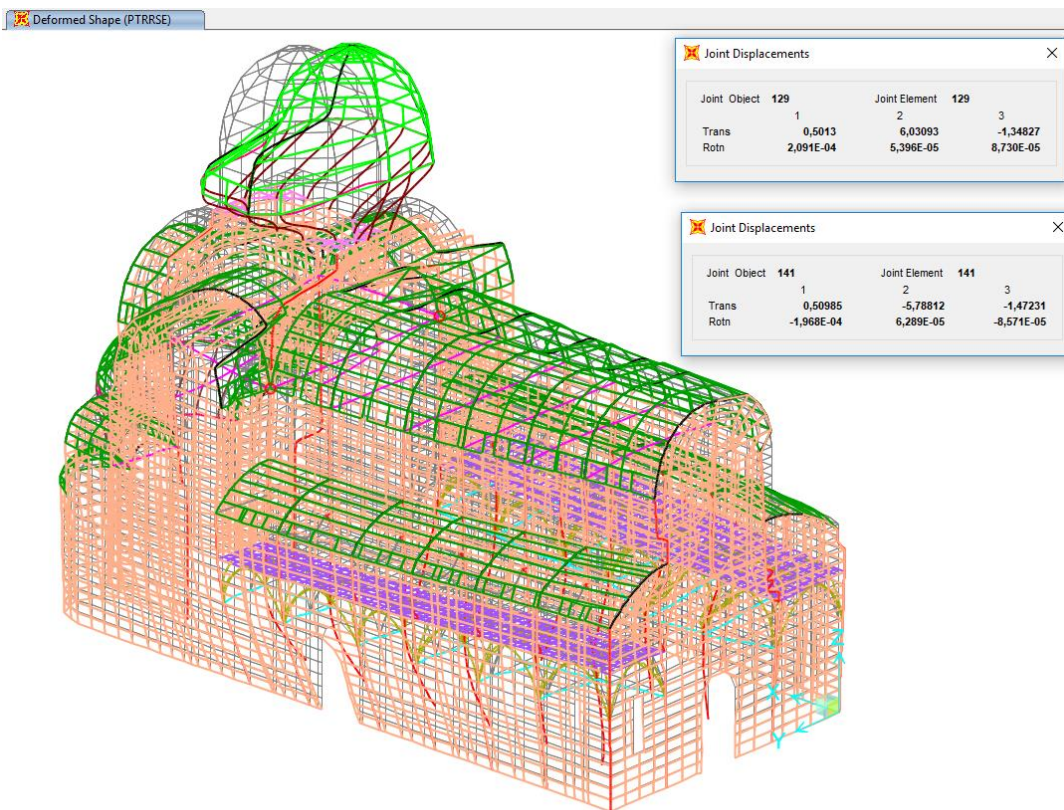
Slika 55 Deformacije od vlastite težine konstrukcije



Slika 56 Pomaci od potresnog opterećenja - proračun s bočnim silama PTRSTX



Slika 57 Pomaci od potresnog opterećenja - proračun s bočnim silama PTRSTY



Slika 58 Pomaci od potresnog opterećenja – modalni proračun primjenom elastičnog spektra odziva (RSE)

6.6.1.2. Osnovni dinamički parametri

Modal Periods And Frequencies

File View Edit Format-Filter-Sort Select Options

Units: As Noted Modal Periods And Frequencies

Filter:

	OutputCase	StepType Text	StepNum Unitless	Period Sec	Frequency Cyc/sec	CircFreq rad/sec	Eigenvalue rad2/sec2
▶	MODAL	Mode	1	0,268595	3,72307676...	23,3927812...	547,222213...
	MODAL	Mode	2	0,177826	5,62346874...	35,3332962...	1248,44182...
	MODAL	Mode	3	0,166373	6,01060564...	37,7657490...	1426,25180...
	MODAL	Mode	4	0,163298	6,12376859...	38,4767728...	1480,46205...
	MODAL	Mode	5	0,123762	8,07999934...	50,7681331...	2577,40334...
	MODAL	Mode	6	0,115951	8,62436053...	54,1884554...	2936,38870...
	MODAL	Mode	7	0,095287	10,4946596...	65,9398910...	4348,06923...
	MODAL	Mode	8	0,093254	10,7233462...	67,3767716...	4539,62935...
	MODAL	Mode	9	0,088331	11,32111181...	71,1326434...	5059,85295...
	MODAL	Mode	10	0,082234	12,1604922...	76,4066261...	5837,97251...
	MODAL	Mode	11	0,081787	12,2268130...	76,8233321...	5901,82436...
	MODAL	Mode	12	0,081785	12,2272505...	76,8260811...	5902,24673...
	MODAL	Mode	13	0,081784	12,2273182...	76,8265063...	5902,31207...
	MODAL	Mode	14	0,081784	12,2273345...	76,8266090...	5902,32785...
	MODAL	Mode	15	0,08176	12,2309095...	76,8490709...	5905,77970...

Slika 59 Vlastiti periodi i frekvencije

Modal Participating Mass Ratios

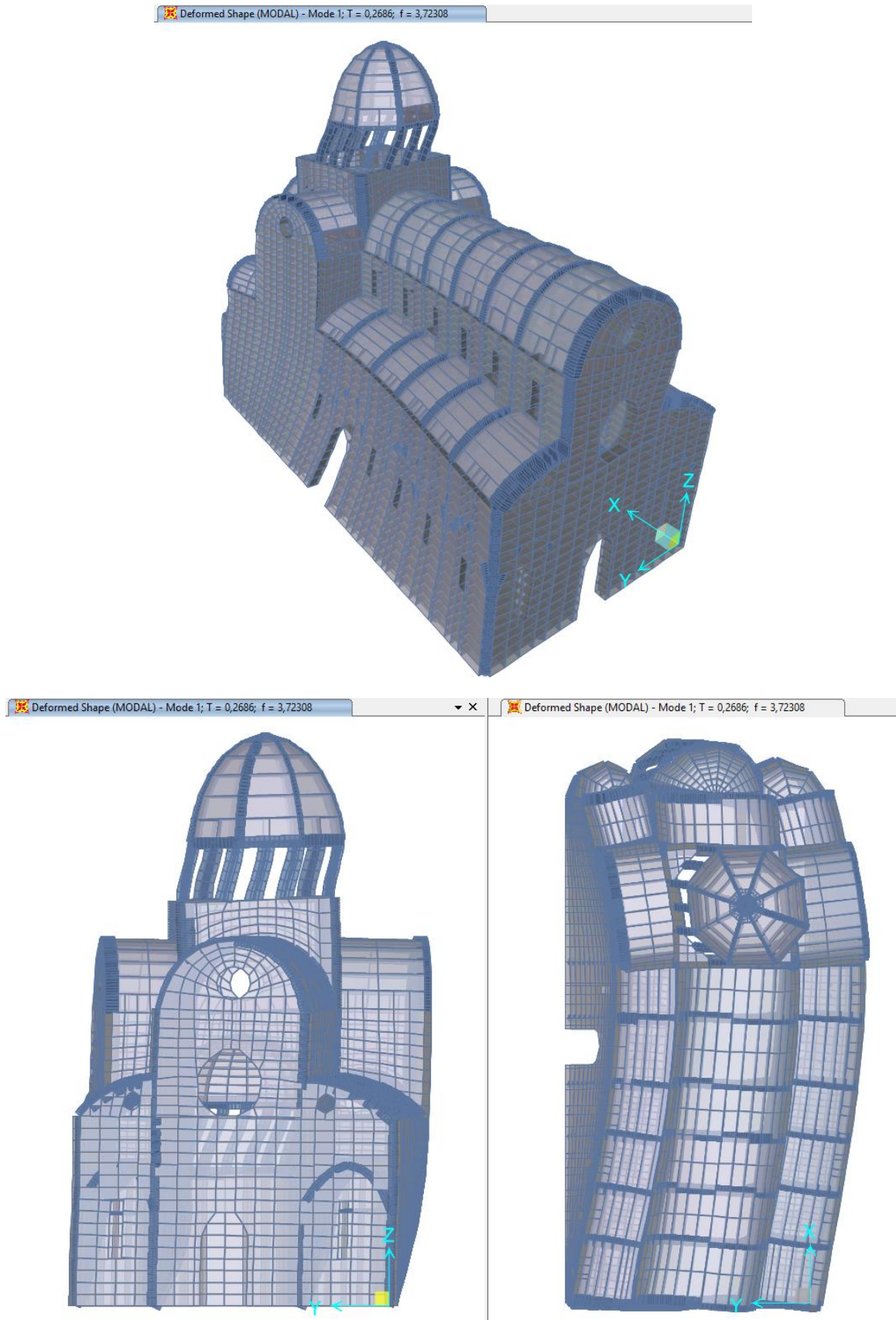
File View Edit Format-Filter-Sort Select Options

Units: As Noted Modal Participating Mass Ratios

Filter:

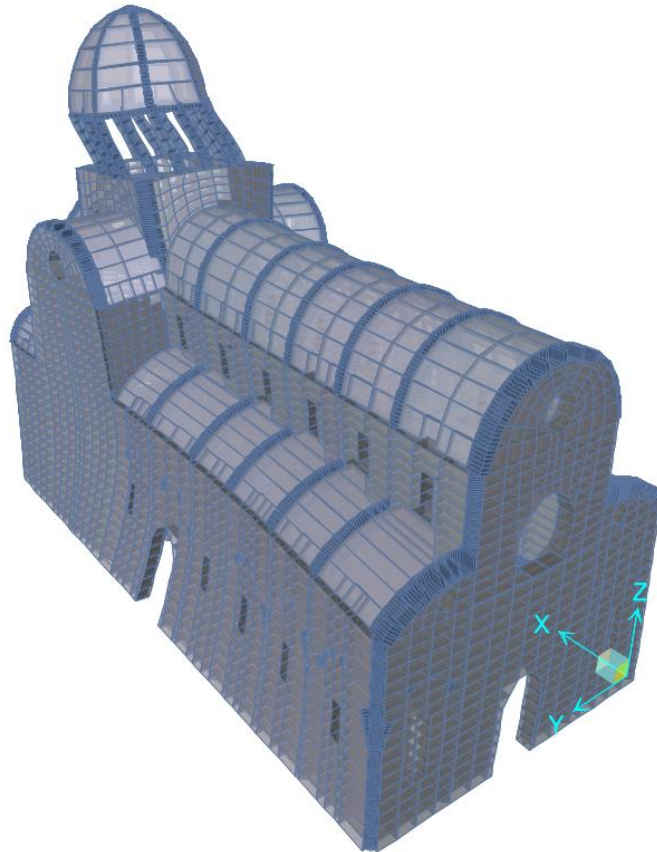
	OutputCase	StepType Text	StepNum Unitless	Period Sec	UX Unitless	UY Unitless	UZ Unitless	SumUX Unitless	SumUY Unitless	SumUZ Unitless
▶	MODAL	Mode	1	0,268595	6,491E-07	0,69404	2,239E-06	6,491E-07	0,69404	2,239E-06
	MODAL	Mode	2	0,177826	0,00794	5,695E-06	0,00301	0,00794	0,69405	0,00301
	MODAL	Mode	3	0,166373	0,08625	0,00055	0,00179	0,09418	0,6946	0,0048
	MODAL	Mode	4	0,163298	0,00646	0,01583	0,00019	0,10065	0,71044	0,00499
	MODAL	Mode	5	0,123762	0,00084	0,00029	7,418E-05	0,10149	0,71072	0,00507
	MODAL	Mode	6	0,115951	0,0006	0,00563	6,935E-05	0,10209	0,71635	0,00514
	MODAL	Mode	7	0,095287	0,00618	0,00282	7,451E-05	0,10827	0,71917	0,00521
	MODAL	Mode	8	0,093254	0,21417	0,00012	0,00104	0,32243	0,71929	0,00625
	MODAL	Mode	9	0,088331	0,1873	0,00052	0,00415	0,50973	0,71981	0,01041
	MODAL	Mode	10	0,082234	0,0023	0,0791	5,678E-05	0,51203	0,79891	0,01046
	MODAL	Mode	11	0,081787	1,913E-05	7,451E-07	8,277E-06	0,51205	0,79891	0,01047
	MODAL	Mode	12	0,081785	8,788E-08	3,677E-07	2,321E-08	0,51205	0,79891	0,01047
	MODAL	Mode	13	0,081784	9,554E-08	3,346E-09	2,423E-08	0,51205	0,79891	0,01047
	MODAL	Mode	14	0,081784	1,48E-09	2,445E-09	1,568E-09	0,51205	0,79891	0,01047
	MODAL	Mode	15	0,08176	0,00078	0,00321	6,313E-05	0,51283	0,80212	0,01054

Slika 60 Aktivirana masa

Vlastiti oblici tiranja

Slika 61 Trodimenzijski, bočni i tlocrtni prikaz prvog vlastitog oblika titranja (3,72 Hz)

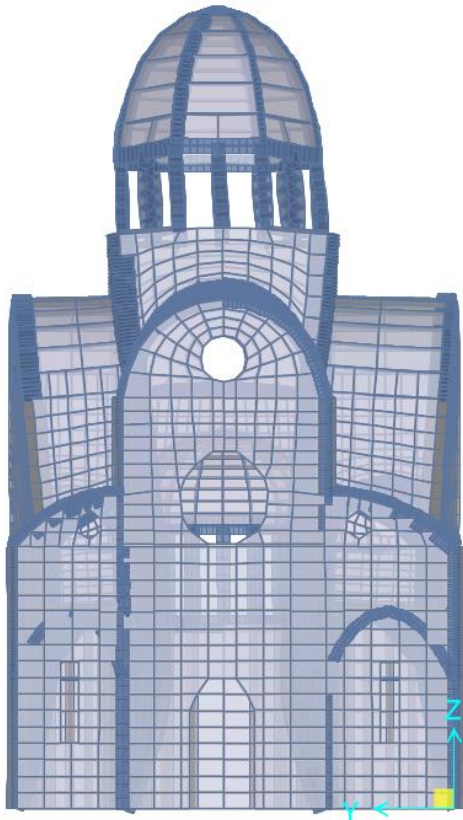
Deformed Shape (MODAL) - Mode 2; T = 0,17783; f = 5,62347



Deformed Shape (MODAL) - Mode 2; T = 0,17783; f = 5,62347

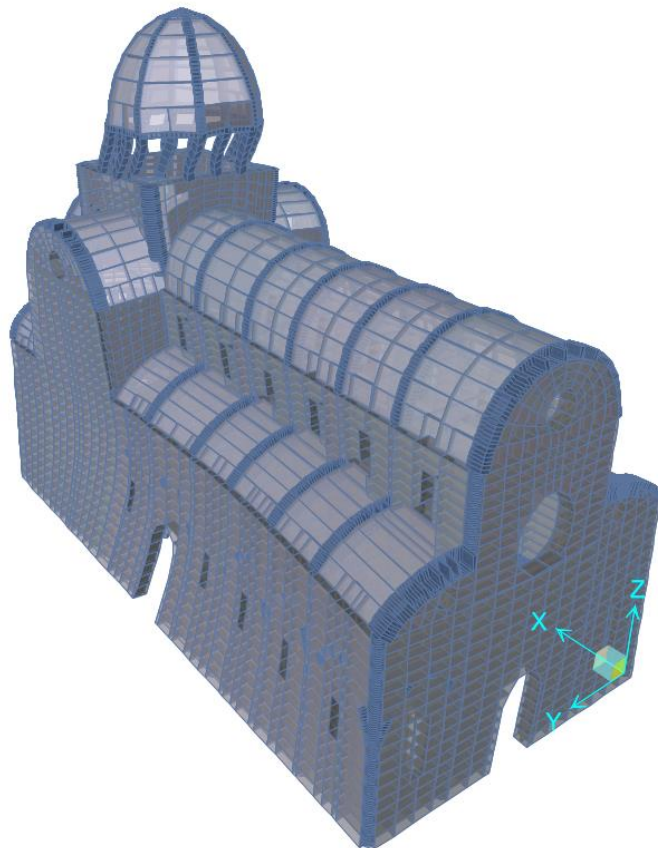
▼ X

Deformed Shape (MODAL) - Mode 2; T = 0,17783; f = 5,62347



Slika 62 Trodimenzijski, bočni i tlocrtni prikaz drugog vlastitog oblika titranja (5,62 Hz)

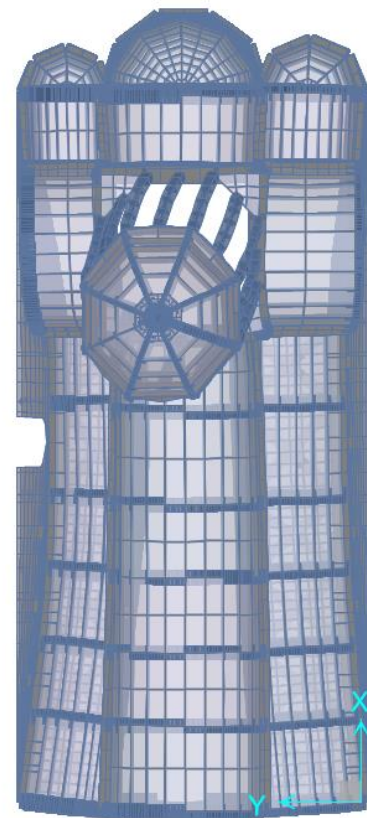
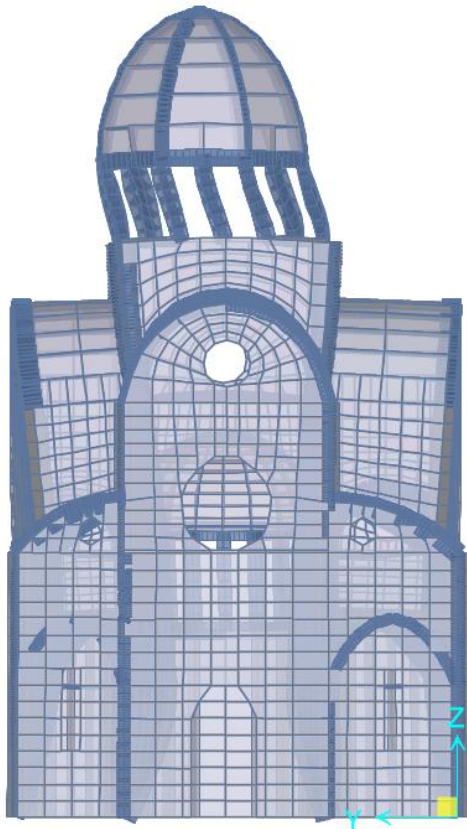
Deformed Shape (MODAL) - Mode 3; T = 0,16637; f = 6,01061



Deformed Shape (MODAL) - Mode 3; T = 0,16637; f = 6,01061

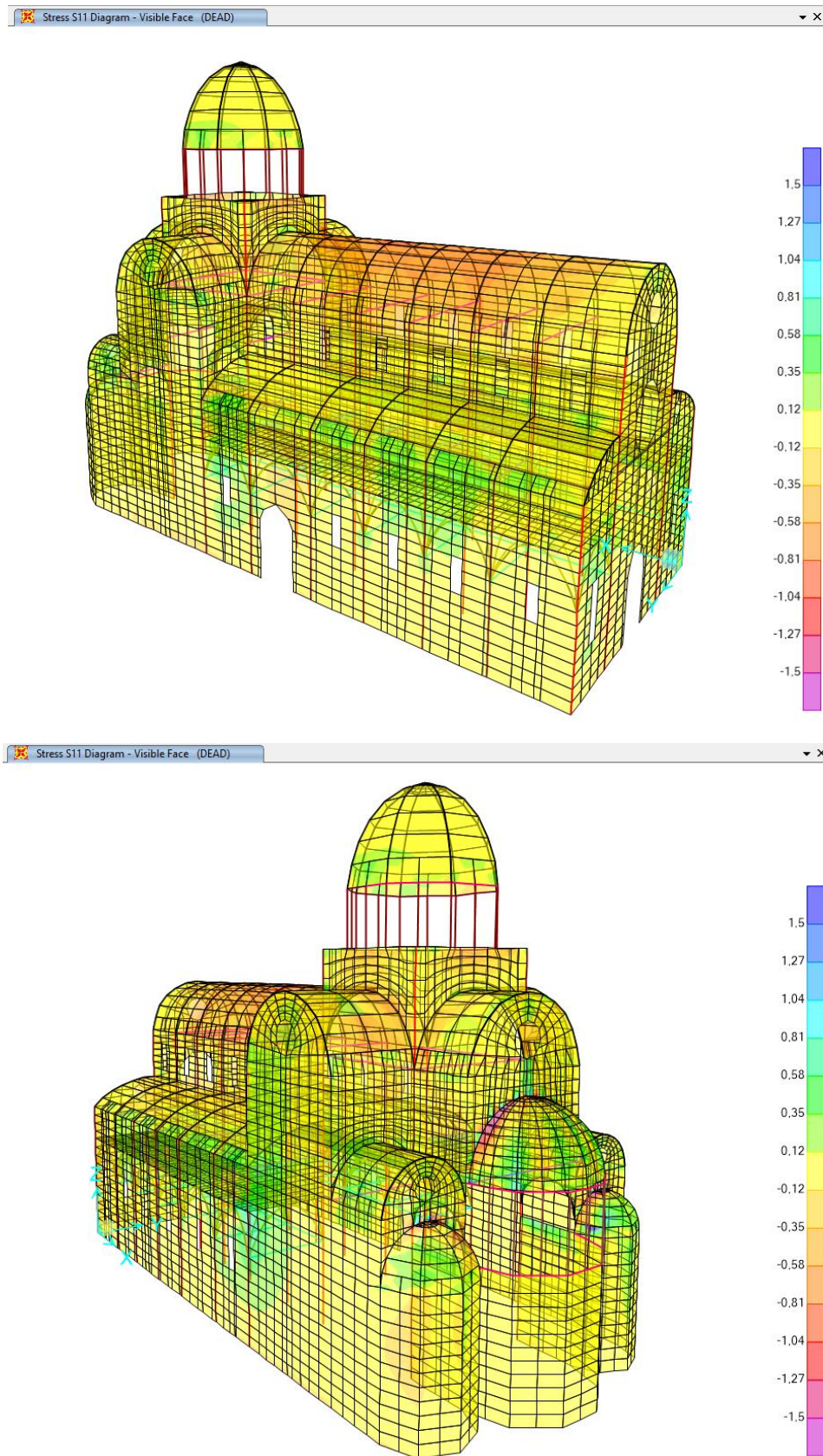
▼ X

Deformed Shape (MODAL) - Mode 3; T = 0,16637; f = 6,01061

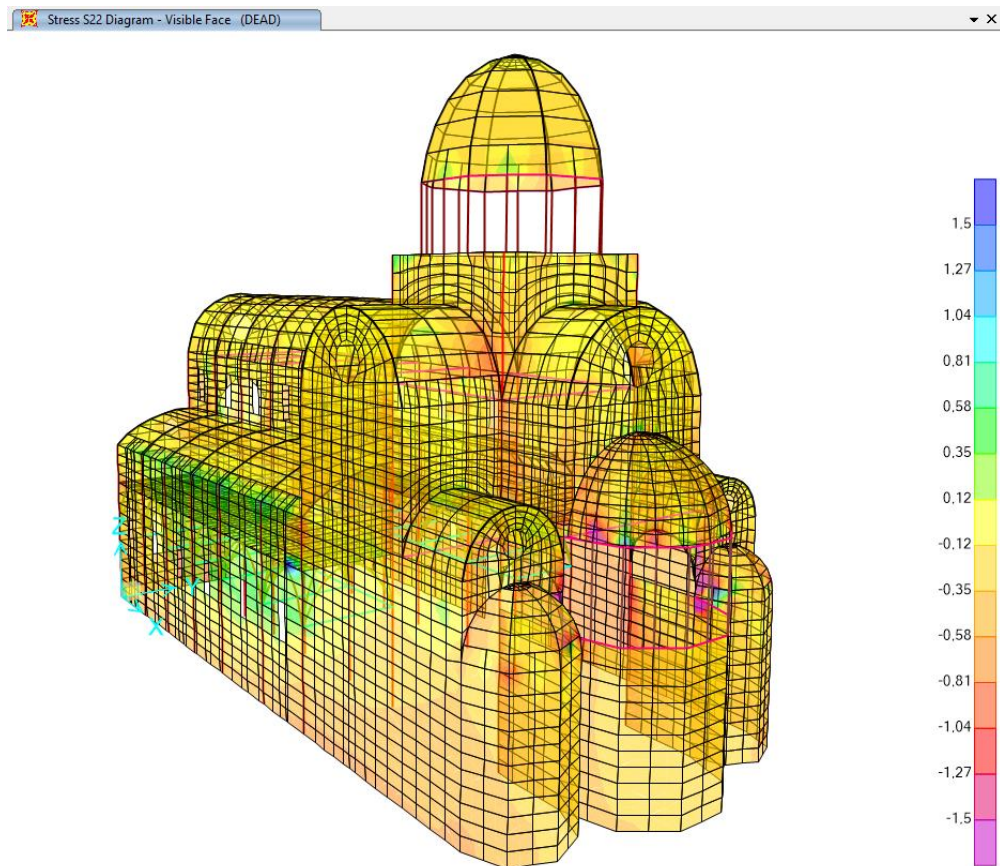
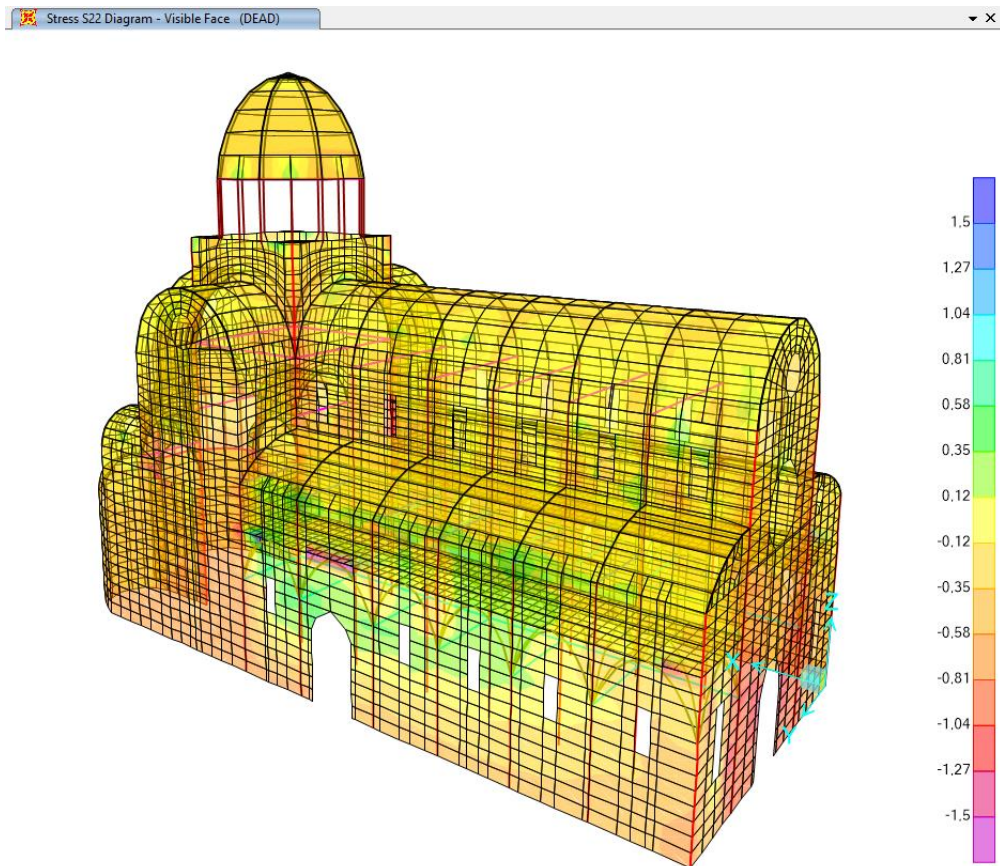


Slika 63 Trodimenzijski, bočni i tlocrtni prikaz trećeg vlastitog oblika titranja (6,01 Hz)

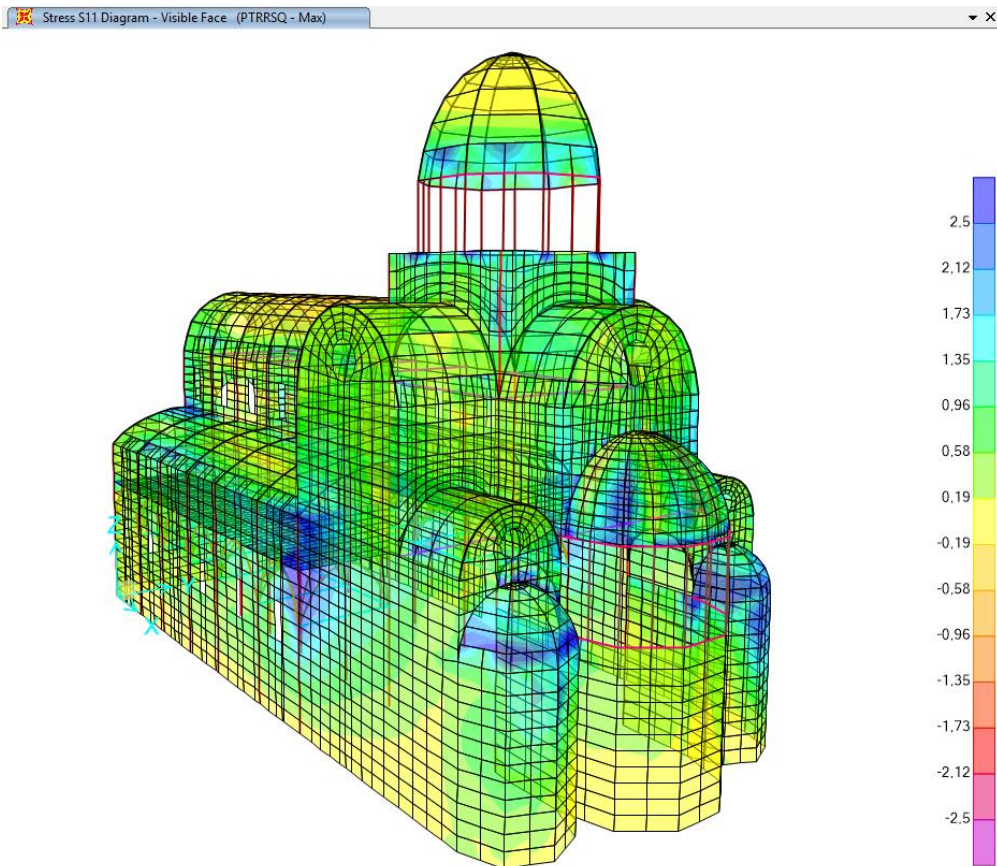
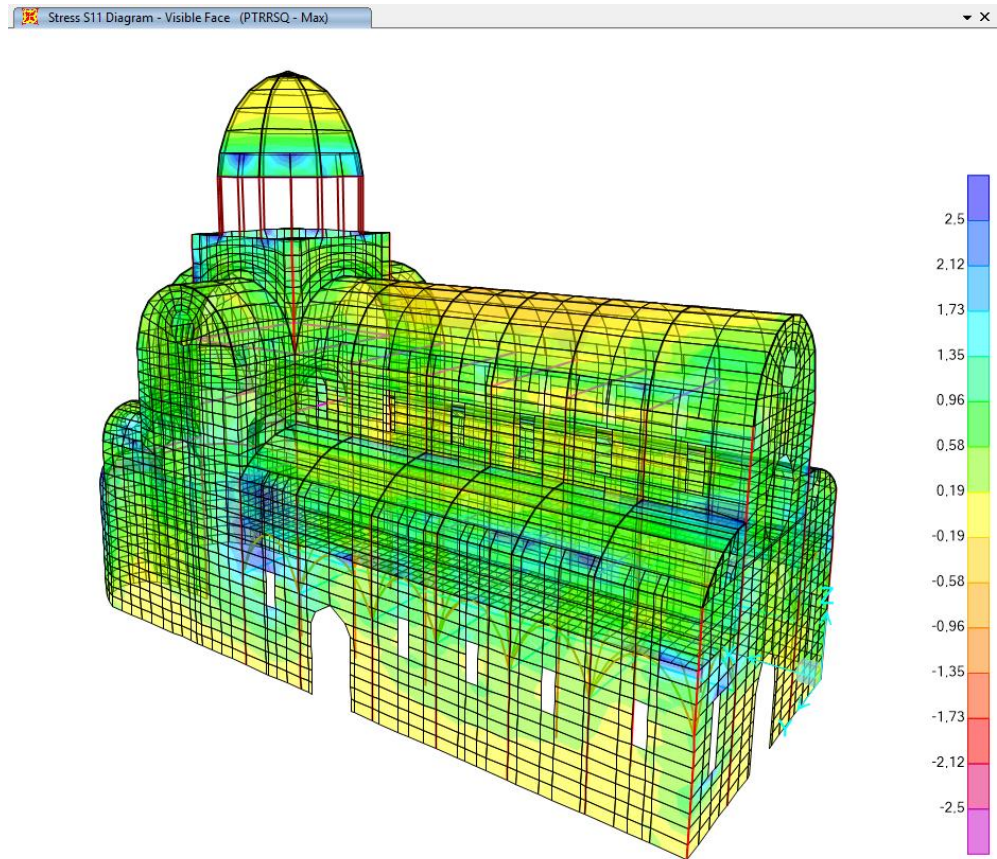
6.6.1.3. Naprezanja plošnih elemenata



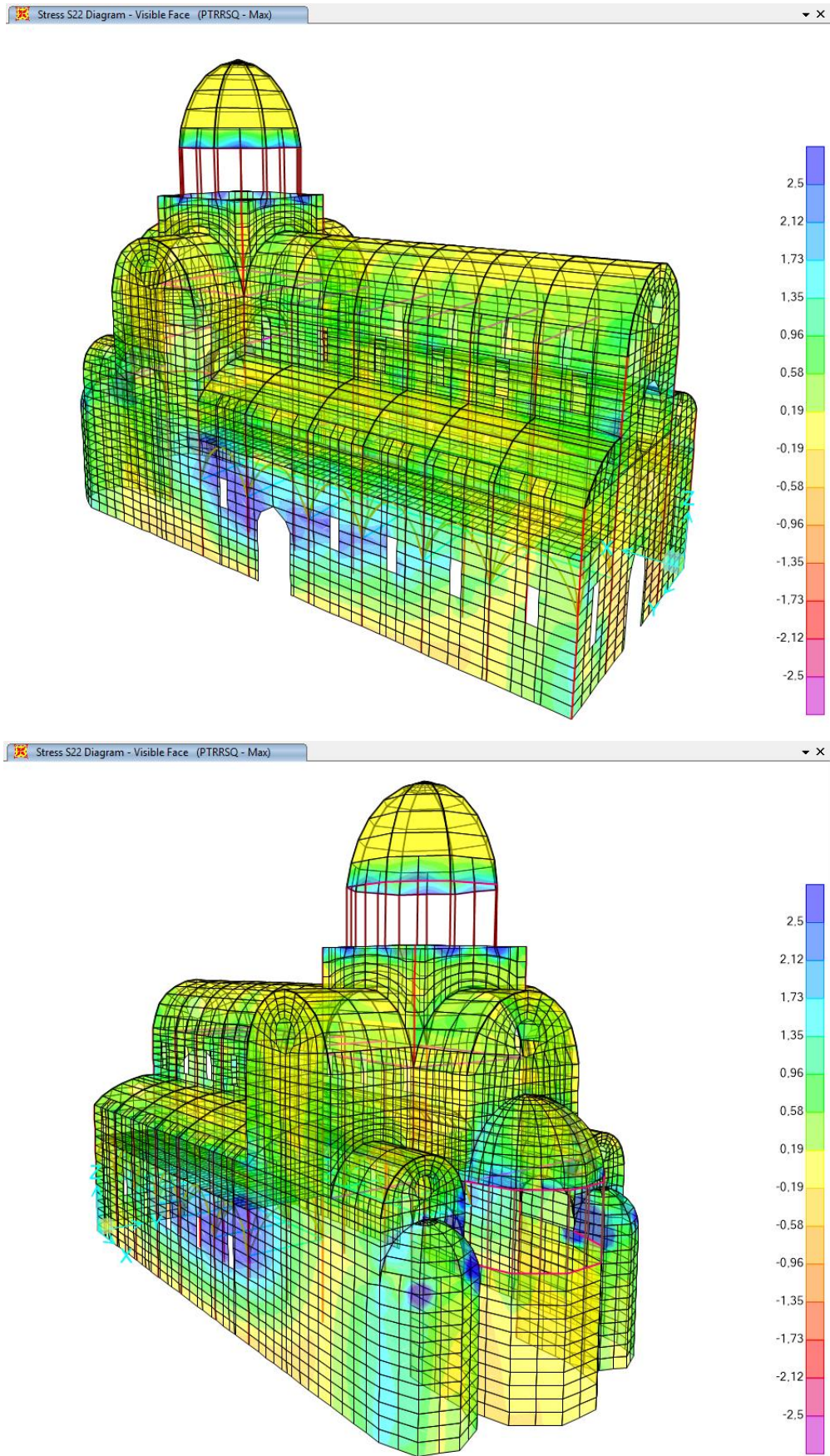
Slika 64 Prikaz naprezanja S11 plošnih elemenata (Vlastita težina)



Slika 65 Prikaz naprezanja S22 plošnih elemenata (Vlastita težina)



Slika 66 Prikaz naprezanja S11 plošnih elemenata (PTRRSQ)



Slika 67 Prikaz naprezanja S22 plošnih elemenata (PTRRSQ)

Iz prikaza naprezanja na slikama 64 - 67 moguće je primijetiti koncentraciju naprezanja na zidovima u okolini pojedinih otvora, mjestima spojeva zidova sa kupolama i svodovima te kod spoja zidova sa stupovima, odnosno okvirima prozora ispod glavne kupole. Za opterećenje vlastitom težinom u zidovima se javljaju naprezanja koja se kreću oko 1 MPa što je bilo očekivano zbog velikog presjeka zidova čija se širina u nekim dijelovima približava iznosu od 1 metra. Za potresno opterećenje su naprezanja nešto veća, no i dalje zbog velikog presjeka se čine malima. Pri interpretaciji ovih rezultata potrebno je imati na umu moguće koncentracije naprezanja koje mogu premašivati i iznose od nekoliko desetaka MPa. Navedene koncentracije naprezanja uzrokovane su raznim geometrijskim i strukturalnim imperfekcijama konstrukcije, lokalnim pukotinama i drobljenjem kamena čije primjere možemo vidjeti na slikama 68 i 69. Da bi se takve pojave mogle numerički simulirati potrebno je izraditi puno detaljniji numerički model koji uzima u obzir materijalnu i geometrijsku nelinearnost.

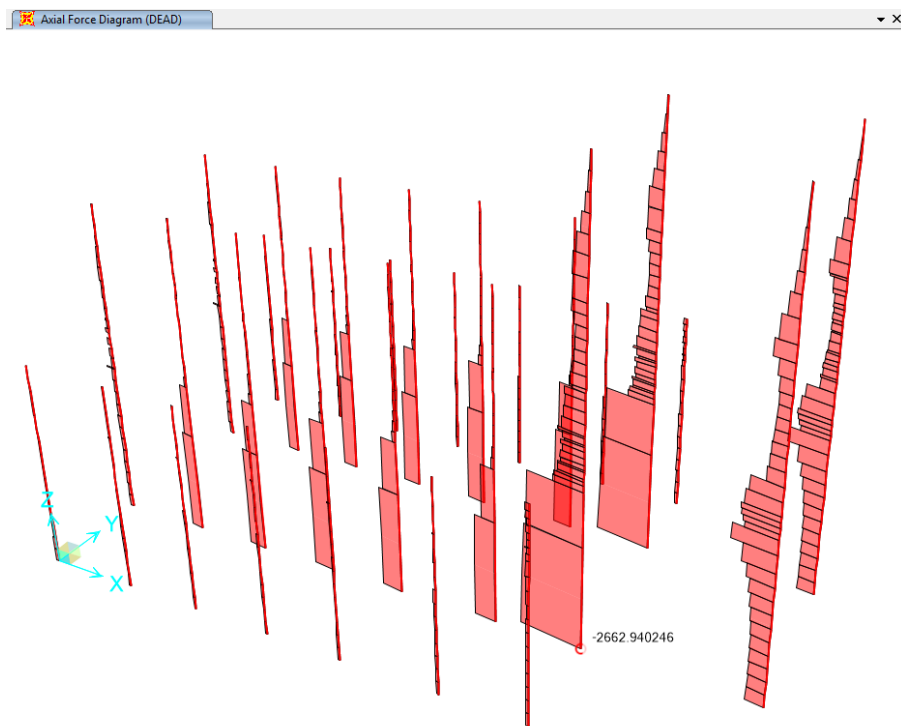


Slika 68 Pukotine na tradicionalnim kamenim stupovima s ostacima prethodnih sanacija [29]

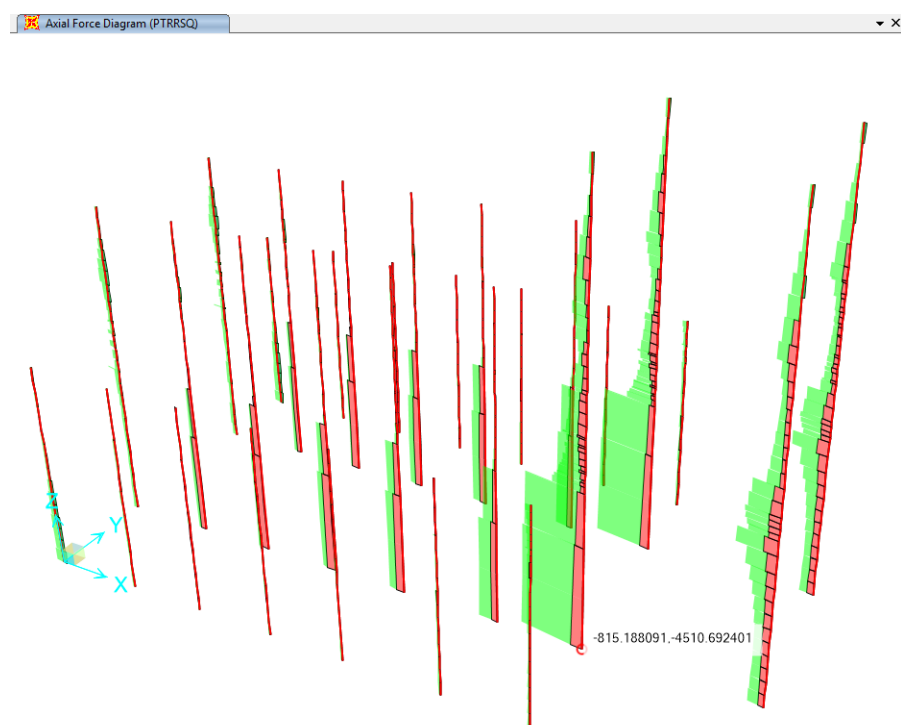


Slika 69 Detalj oštećenja - pukotine u kamenu [30]

6.6.1.4. Sile u stupovima



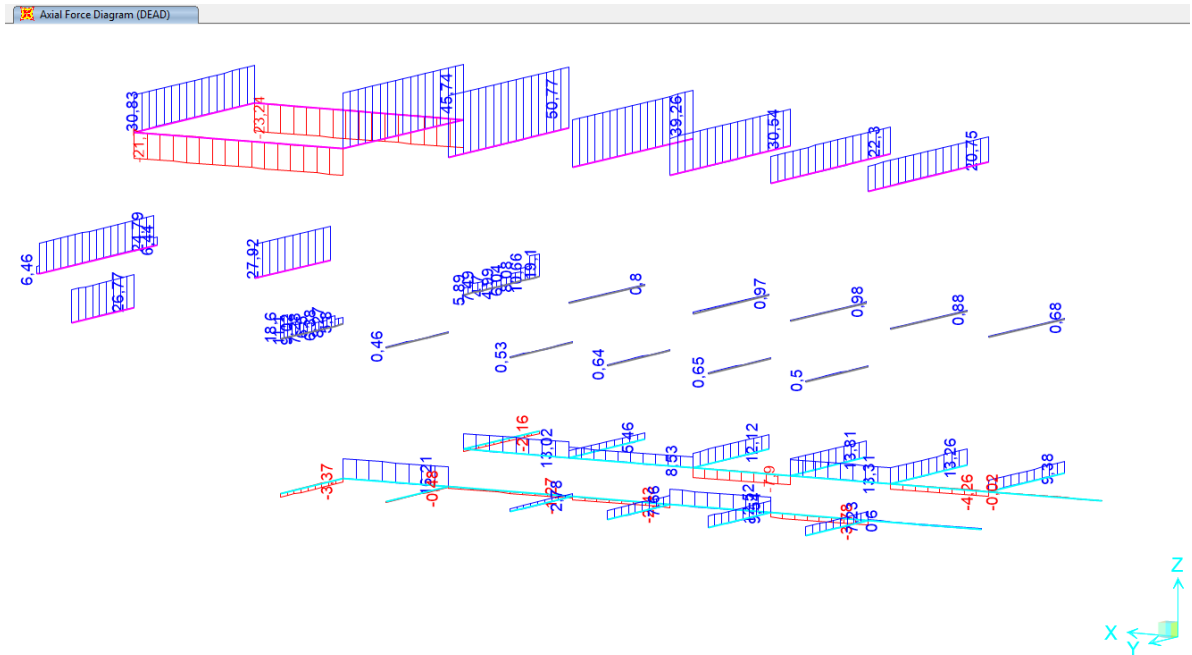
Slika 70 Prikaz raspodjele uzdužnih sila po stupovima (Vlastita težina)



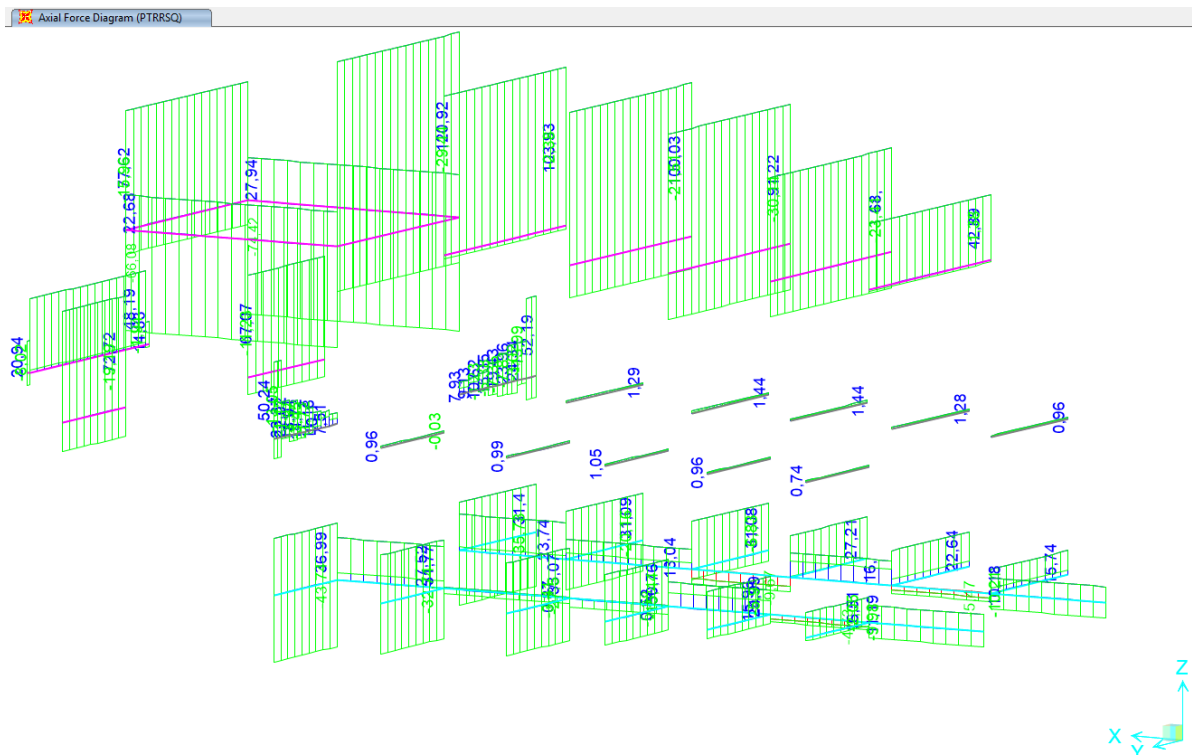
Slika 71 Prikaz raspodjele uzdužnih sila po stupovima (PTRRSQ)

Sa slika 70 i 71, na kojima su prikazane raspodjele sila u stupovima, vide se povećane koncentracije sile u stupovima ispod glavne kupole, što je i logično.

6.6.1.5. Sile u zategama



Slika 72 Prikaz raspodjele uzdužnih sila u zategama (Vlastita težina)

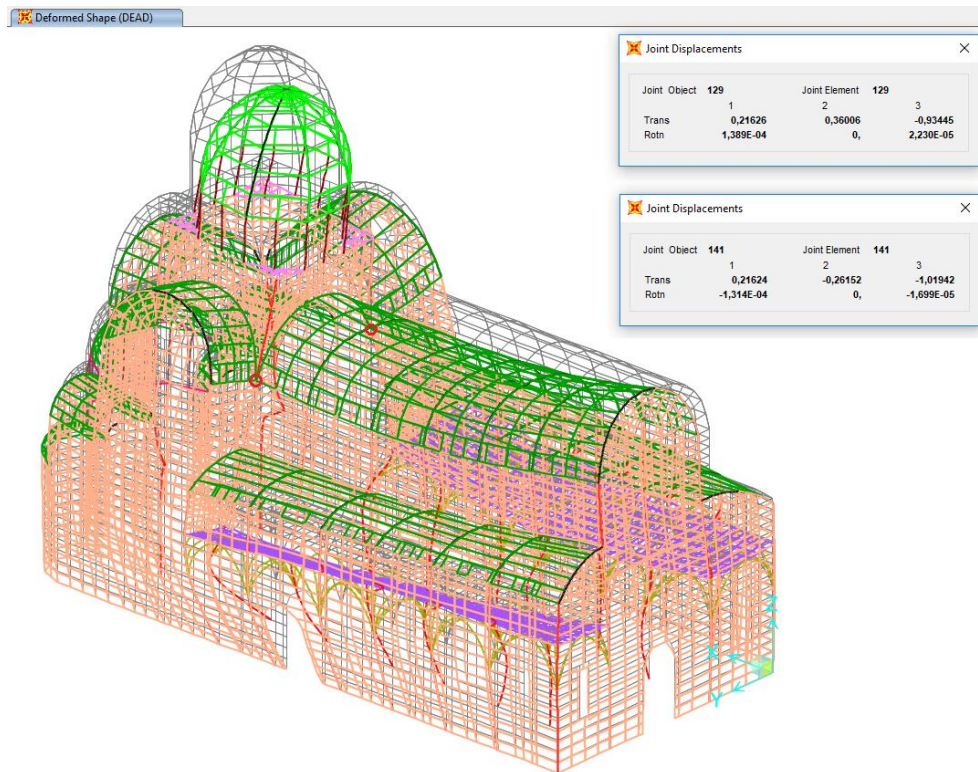


Slika 73 Prikaz raspodjele uzdužnih sila u zategama (PTRRSQ)

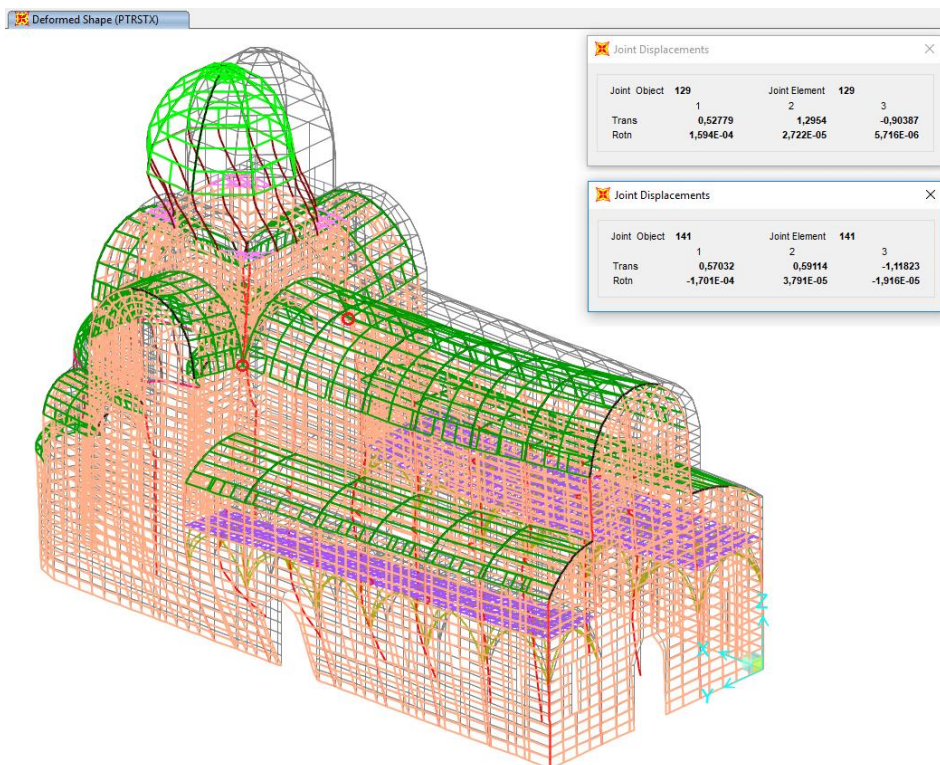
Iz prikaza sa slika 72 i 73 možemo primijetiti kako se najveća sila u zategama pojavljuje u razini R4 što ima smisla jer sjevernu i južnu stranu katedrale osim tih zatega spaja samo svod središnjeg broda.

6.6.2. Model bez zatega

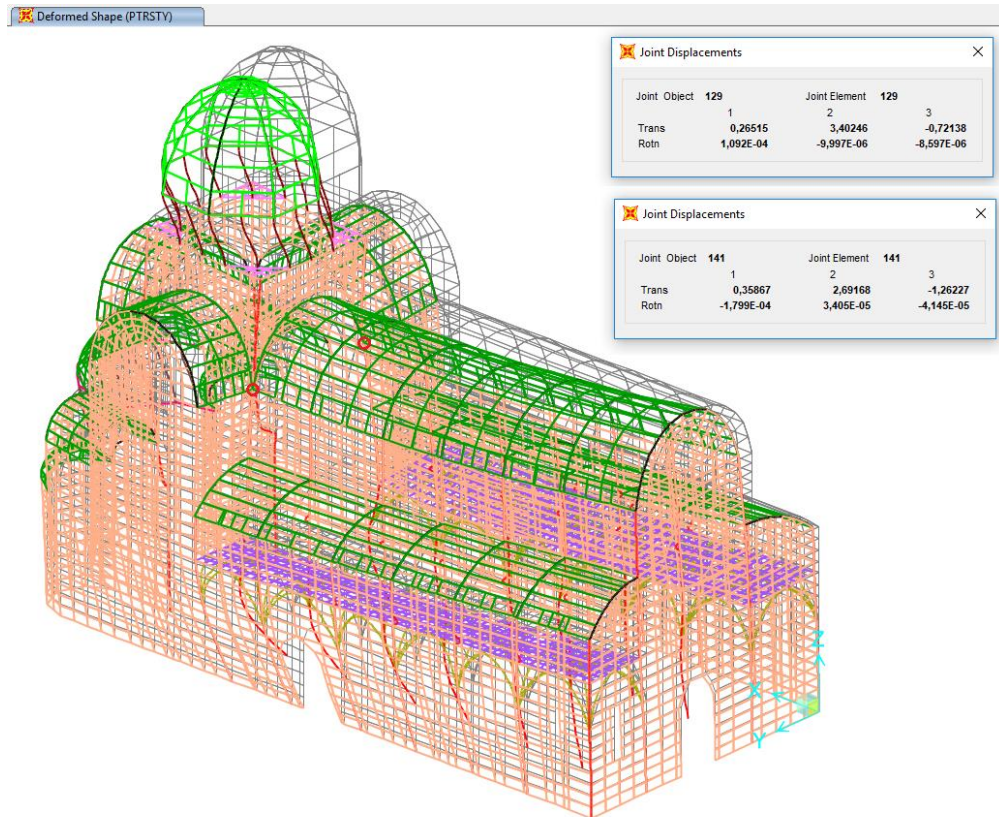
6.6.2.1. Deformacije sustava bez zatega



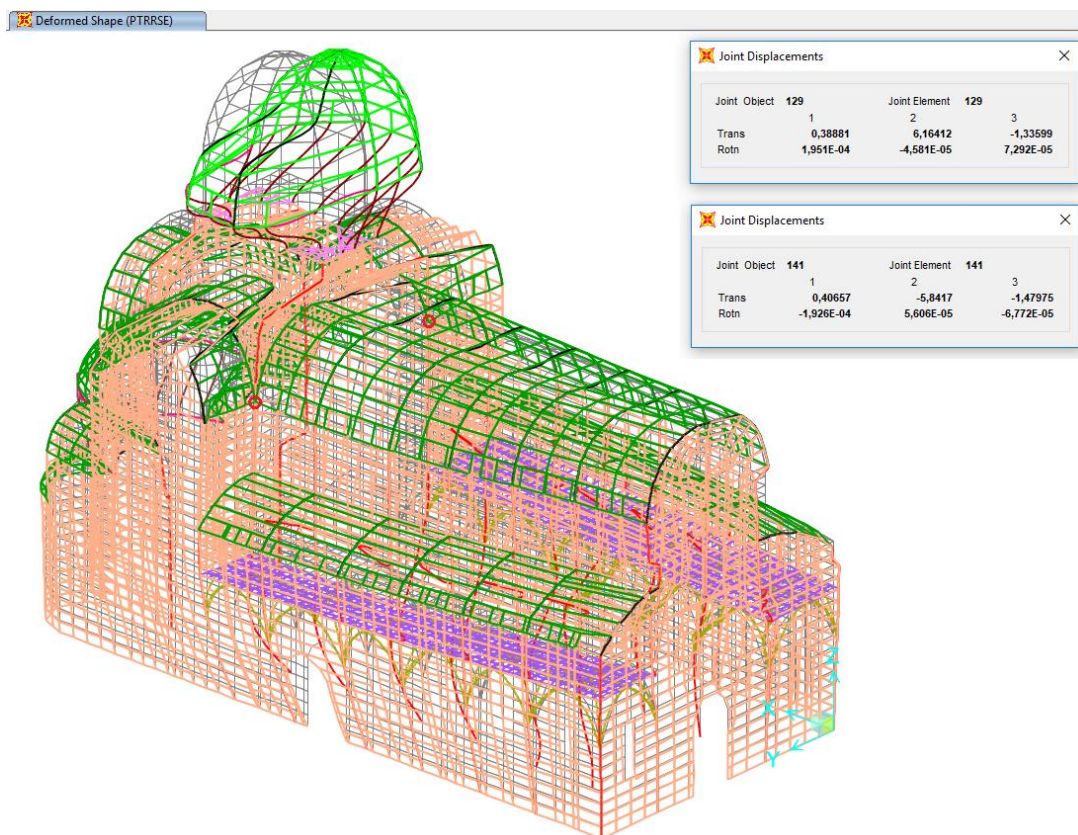
Slika 74 Deformacije od vlastite težine konstrukcije



Slika 75 Pomaci od potresnog opterećenja - proračun s bočnim silama PTRSTX



Slika 76 Pomaci od potresnog opterećenja - proračun s bočnim silama PTRSTY



Slika 77 Pomaci od potresnog opterećenja - modalni proračun primjenom elastičnog spektra odziva (RSE)

6.6.2.2. Osnovni dinamički parametri modela bez zatega

Modal Periods And Frequencies

File View Edit Format-Filter-Sort Select Options

Units: As Noted Modal Periods And Frequencies

Filter:

	OutputCase	StepType Text	StepNum Unitless	Period Sec	Frequency Cyc/sec	CircFreq rad/sec	Eigenvalue rad2/sec2
▶	MODAL	Mode	1	0,269194	3,71479083...	23,3407192...	544,789173...
	MODAL	Mode	2	0,187741	5,32649117...	33,4673310...	1120,06225...
	MODAL	Mode	3	0,169421	5,90245037...	37,0861894...	1375,38544...
	MODAL	Mode	4	0,163518	6,11554204...	38,4250839...	1476,48707...
	MODAL	Mode	5	0,123864	8,07337979...	50,7265413...	2573,18199...
	MODAL	Mode	6	0,116001	8,62060652...	54,1648682...	2933,83295...
	MODAL	Mode	7	0,110694	9,03392332...	56,7618143...	3221,90356...
	MODAL	Mode	8	0,096488	10,3639736...	65,1187672...	4240,45384...
	MODAL	Mode	9	0,095949	10,4221873...	65,4845344...	4288,22425...
	MODAL	Mode	10	0,095835	10,4346527...	65,5628567...	4298,48818...
	MODAL	Mode	11	0,095829	10,4352979...	65,5669109...	4299,01981...
	MODAL	Mode	12	0,095808	10,4375527...	65,5810779...	4300,87778...
	MODAL	Mode	13	0,095807	10,4376811...	65,5818847...	4300,98361...
	MODAL	Mode	14	0,095804	10,4380011...	65,5838952...	4301,24731...
	MODAL	Mode	15	0,095802	10,4382041...	65,5851708...	4301,41464...

Slika 78 Vlastiti periodi i frekvencije

Modal Participating Mass Ratios

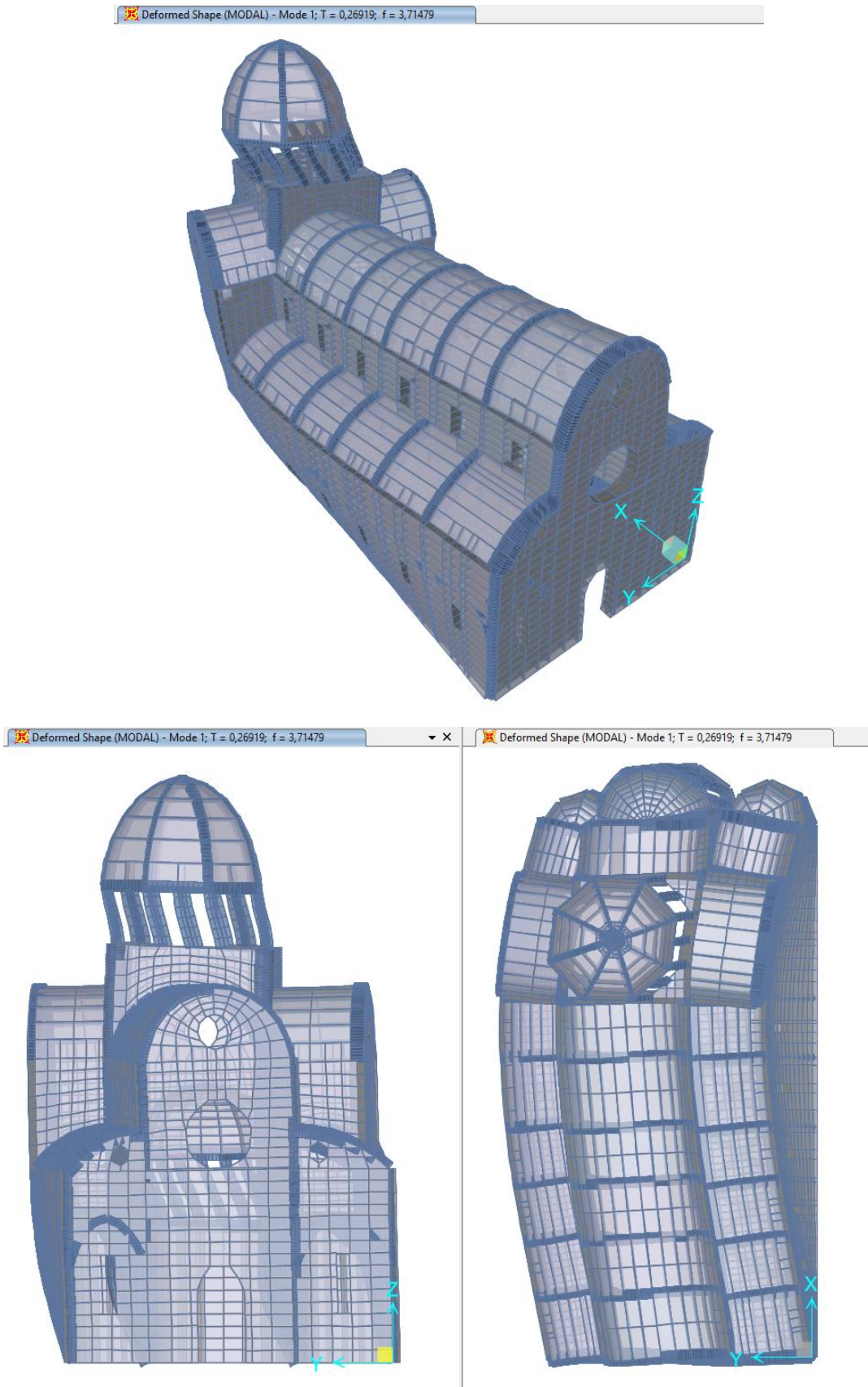
File View Edit Format-Filter-Sort Select Options

Units: As Noted Modal Participating Mass Ratios

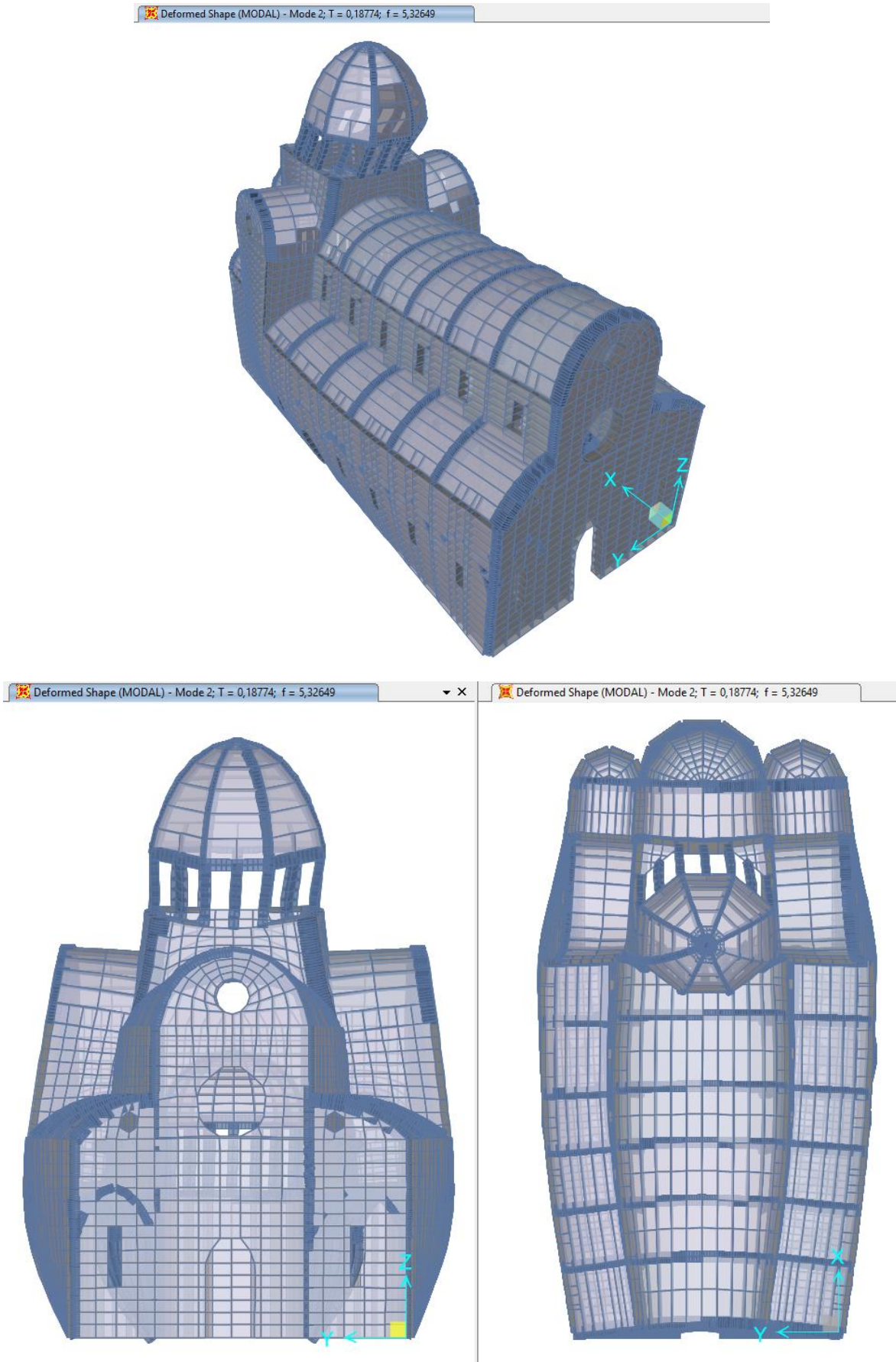
Filter:

	OutputCase	StepType Text	StepNum Unitless	Period Sec	UX Unitless	UY Unitless	UZ Unitless	SumUX Unitless	SumUY Unitless	SumUZ Unitless
▶	MODAL	Mode	1	0,269194	1,717E-06	0,6934	3,929E-06	1,717E-06	0,6934	3,929E-06
	MODAL	Mode	2	0,187741	0,00028	0,00021	0,00406	0,00029	0,69362	0,00406
	MODAL	Mode	3	0,169421	0,09419	1,503E-06	0,00034	0,09447	0,69362	0,0044
	MODAL	Mode	4	0,163518	0,00087	0,0161	1,197E-05	0,09535	0,70972	0,00441
	MODAL	Mode	5	0,123864	0,00072	0,00028	6,603E-05	0,09606	0,70999	0,00448
	MODAL	Mode	6	0,116001	0,00055	0,00551	7,165E-05	0,09662	0,7155	0,00455
	MODAL	Mode	7	0,110694	0,00964	6,311E-05	0,00119	0,10626	0,71556	0,00574
	MODAL	Mode	8	0,096488	0,00578	0,00147	3,474E-05	0,11204	0,71704	0,00577
	MODAL	Mode	9	0,095949	0,03986	8,442E-06	3,201E-05	0,1519	0,71705	0,00581
	MODAL	Mode	10	0,095835	2,139E-07	0,00016	3,952E-08	0,1519	0,7172	0,00581
	MODAL	Mode	11	0,095829	0,00053	4,539E-07	2,898E-06	0,15244	0,7172	0,00581
	MODAL	Mode	12	0,095808	1,948E-05	1,492E-06	3,652E-08	0,15245	0,71721	0,00581
	MODAL	Mode	13	0,095807	3,713E-05	3,482E-08	1,707E-06	0,15249	0,71721	0,00581
	MODAL	Mode	14	0,095804	2,208E-07	1,673E-07	5,068E-08	0,15249	0,71721	0,00581
	MODAL	Mode	15	0,095802	1,645E-05	1,234E-09	7,069E-07	0,15251	0,71721	0,00581

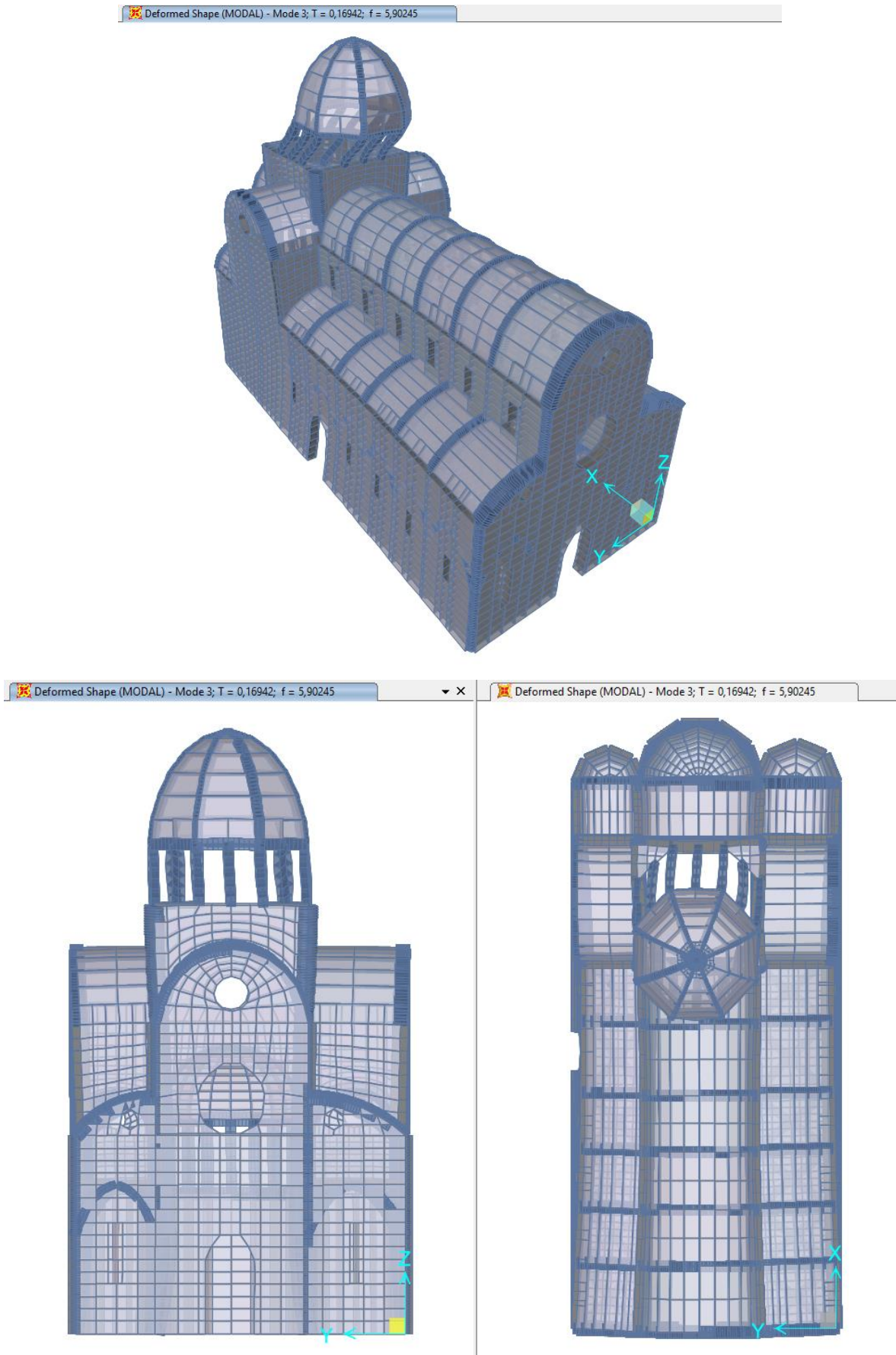
Slika 79 Aktivirana masa

Vlastiti oblici titranja

Slika 80 Trodimenzijski, bočni i tlocrtni prikaz prvog vlastitog oblika titranja (3,71 Hz)

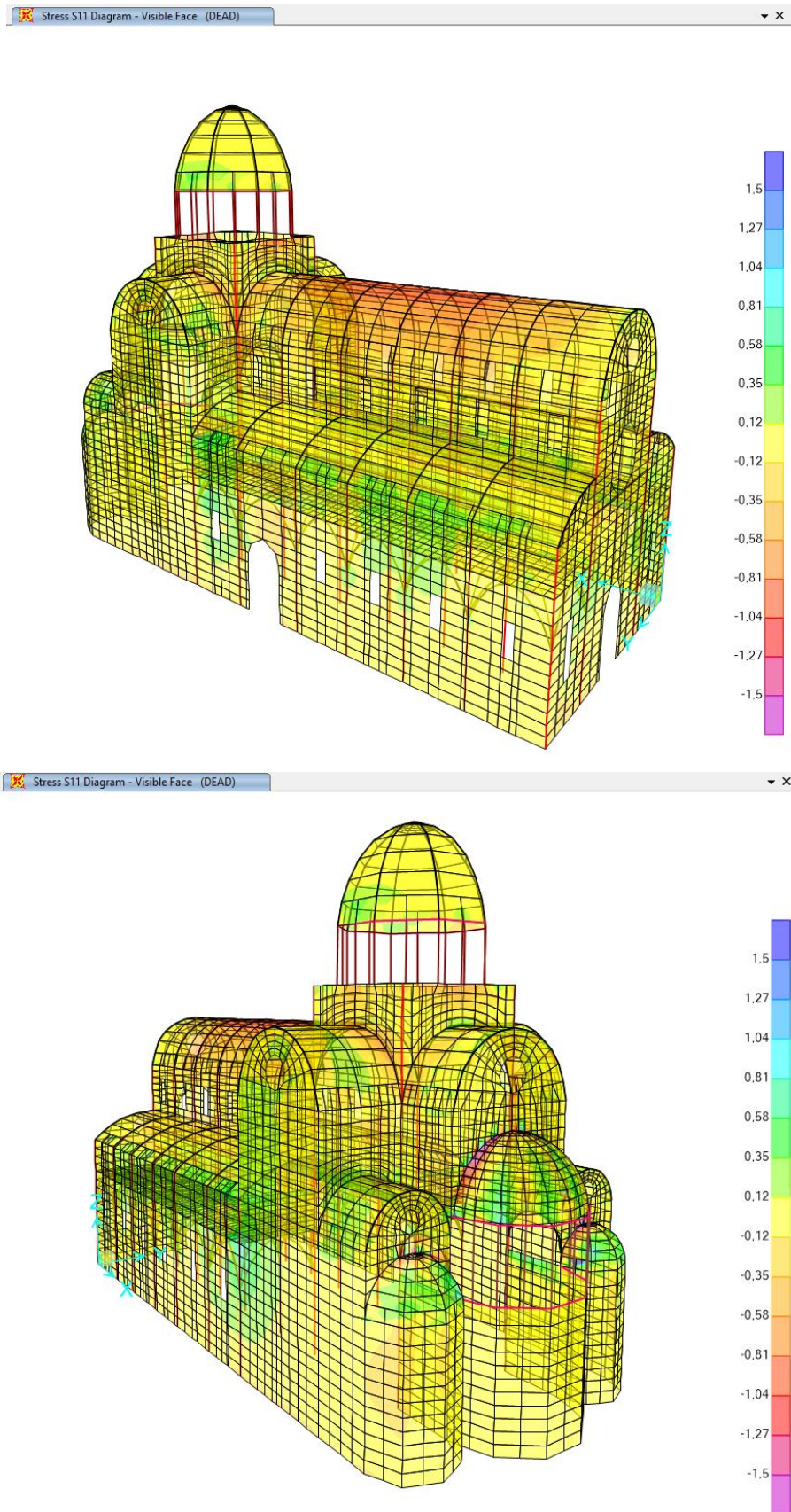


Slika 81 Trodimenzijski, bočni i tlocrtni prikaz drugog vlastitog oblika titranja (5,32 Hz)

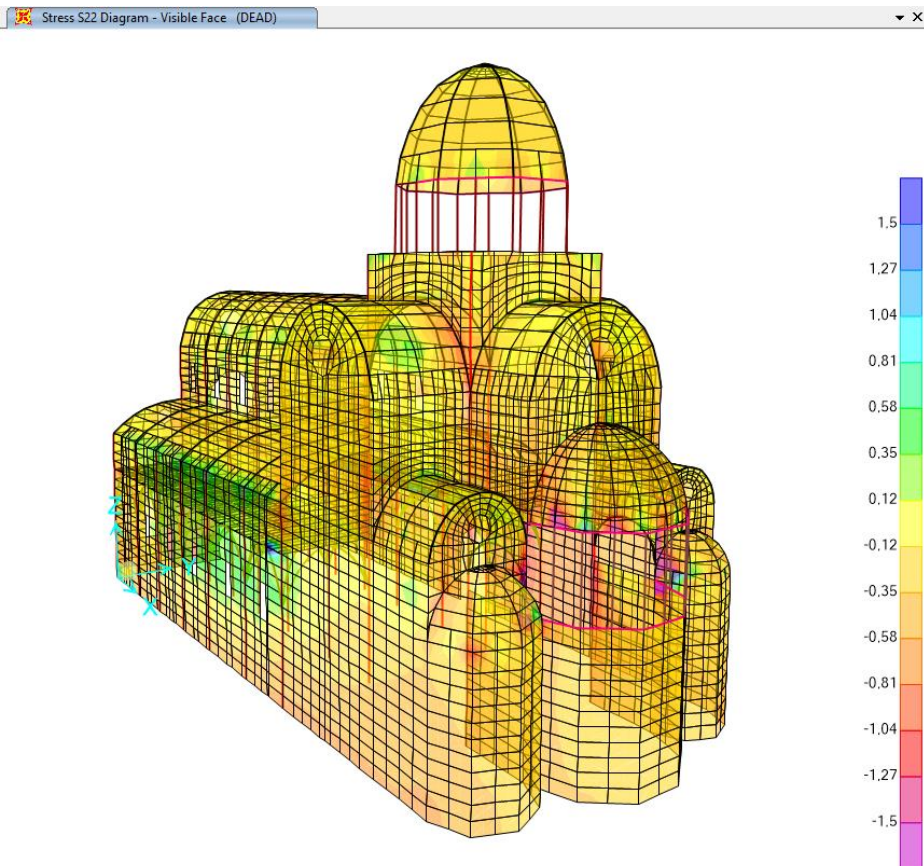
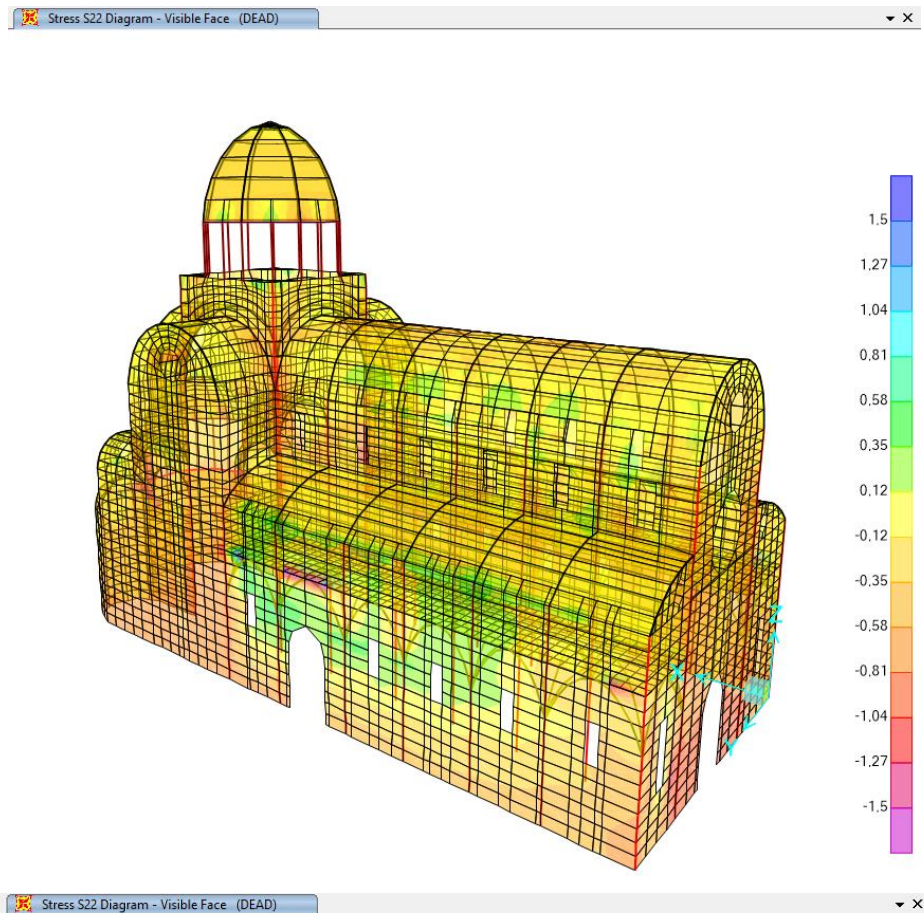


Slika 82 Trodimenzijski, bočni i tlocrtni prikaz trćeg vlastitog oblika titranja (5,9 Hz)

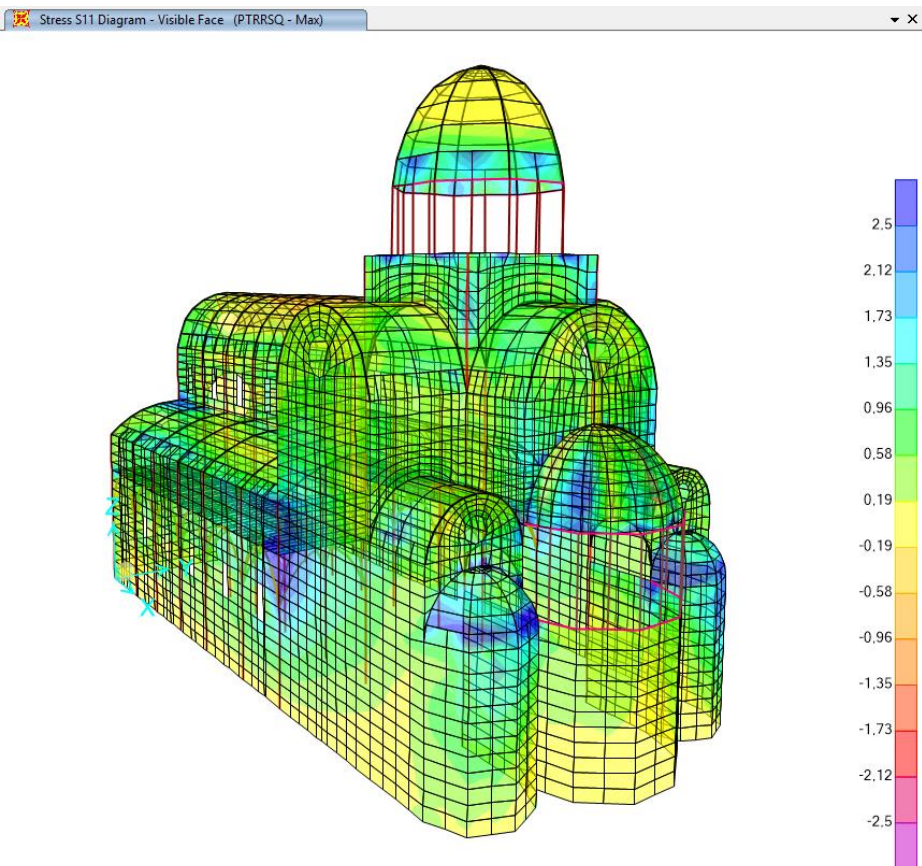
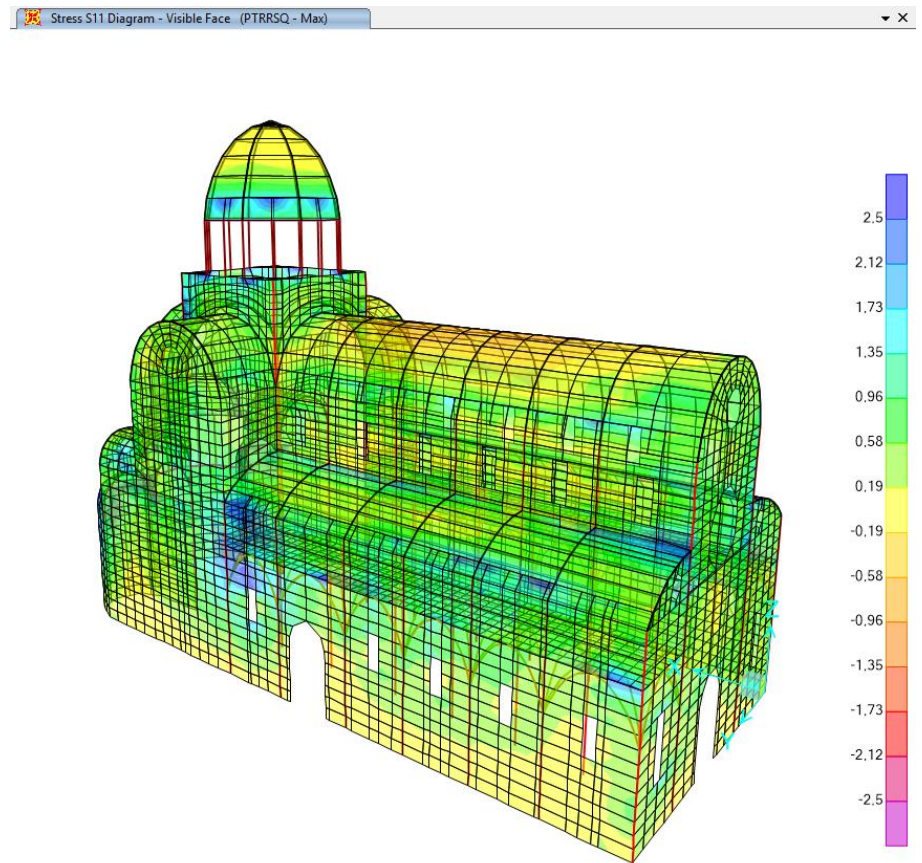
6.6.2.3. Naprezanja u plošnim elementima modela bez zatega



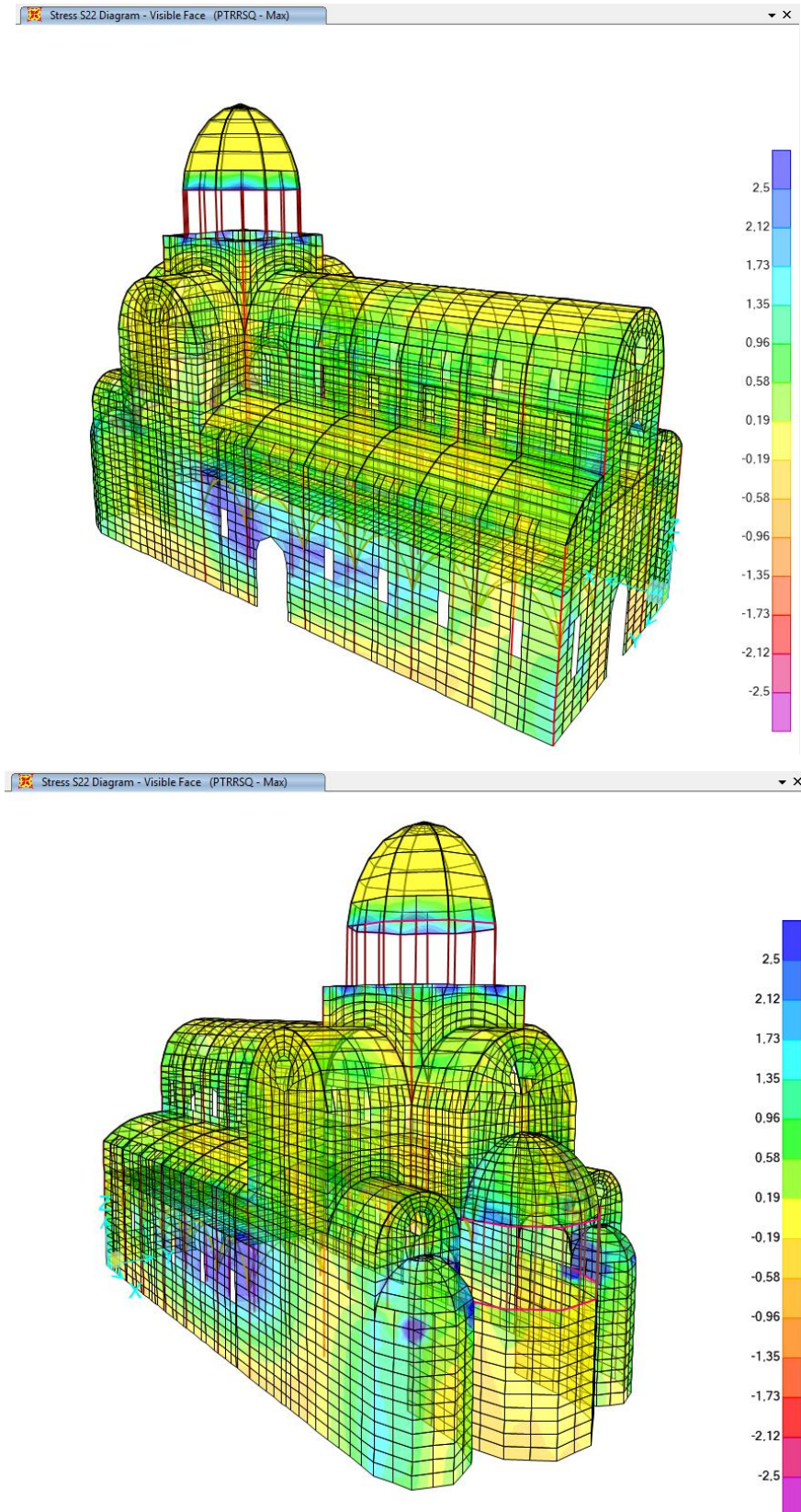
Slika 83 Prikaz naprezanja S11 plošnih elemenata (Vlastita težina)



Slika 84 Prikaz naprežanja S22 plošnih elemenata (Vlastita težina)



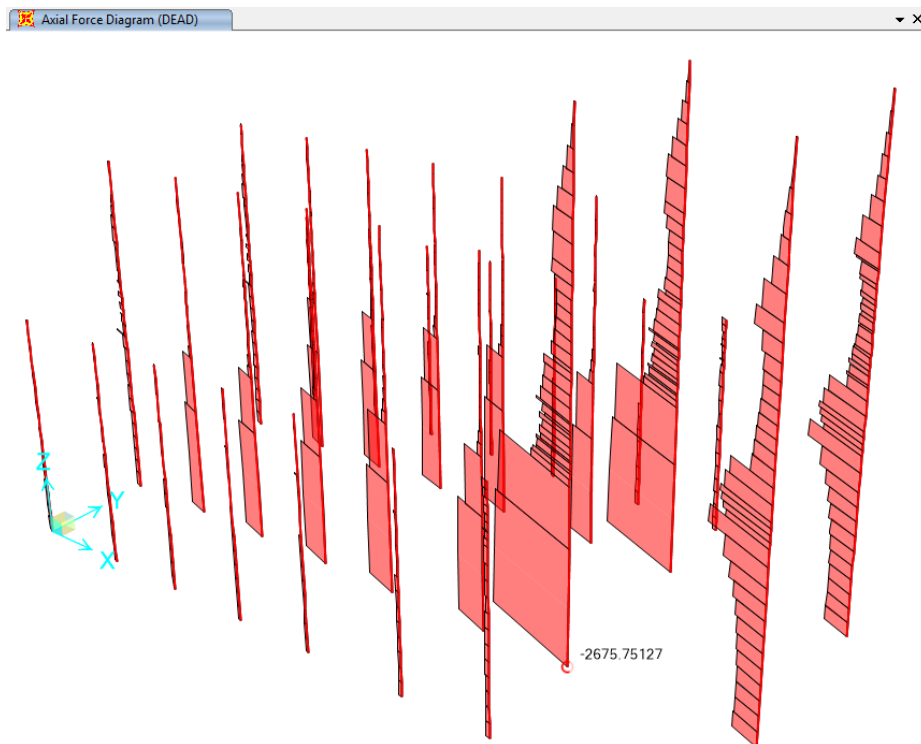
Slika 85 Prikaz naprezanja S11 plošnih elemenata (PTRRSQ)



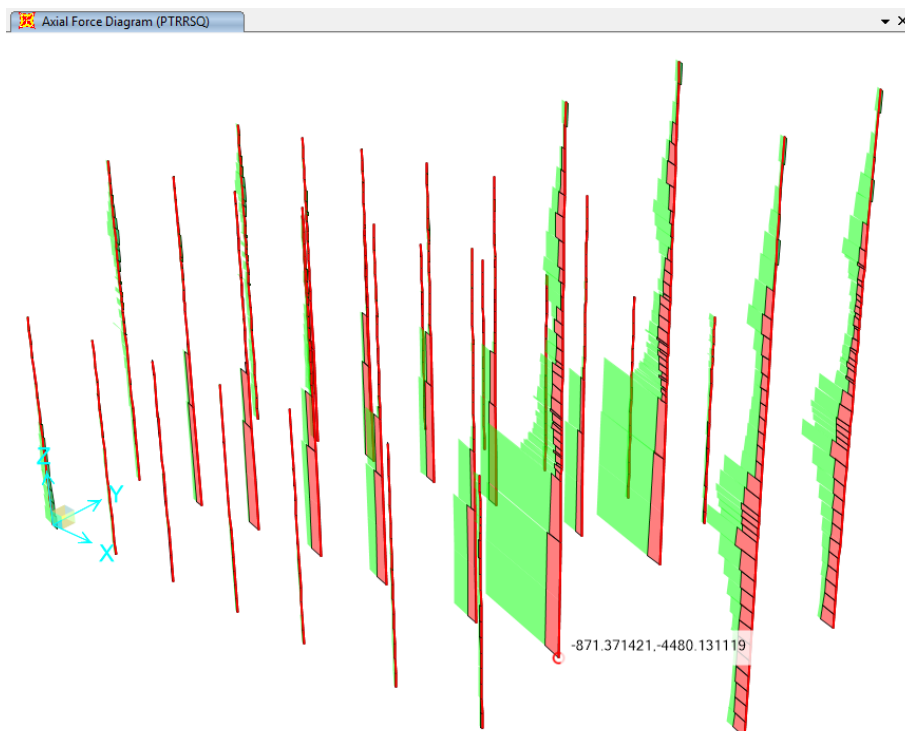
Slika 86 Prikaz naprezanja S22 plošnih elemenata (PTRRSQ)

Kao i kod modela sa zategama, na slikama 83 - 86, možemo vidjeti podjednaku raspodjelu naprezanje te koncentracije na identičnim mjestima.

6.6.2.4. Sile u stupovima modela bez zatega



Slika 87 Prikaz raspodjele uzdužnih sila po stupovima (Vlastita težina)



Slika 88 Prikaz raspodjele uzdužnih sila po stupovima (PTRRSQ)

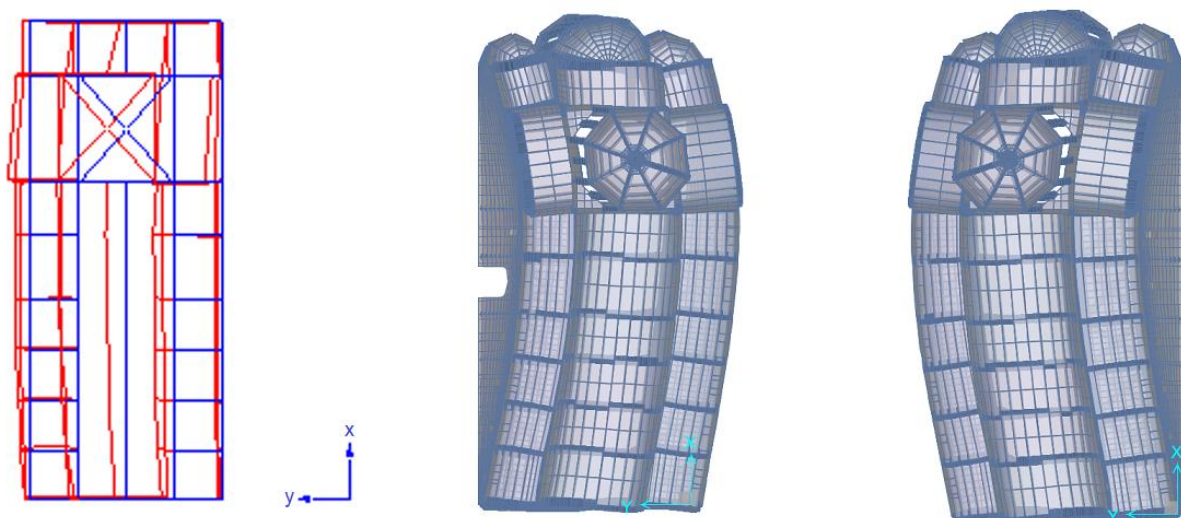
Na modelu bez zatega se u glavnim stupovima ispod središnje kupole također javljaju najveće sile, što je bilo i očekivano (Slike 87 i 88).

7. Usporedba rezultata

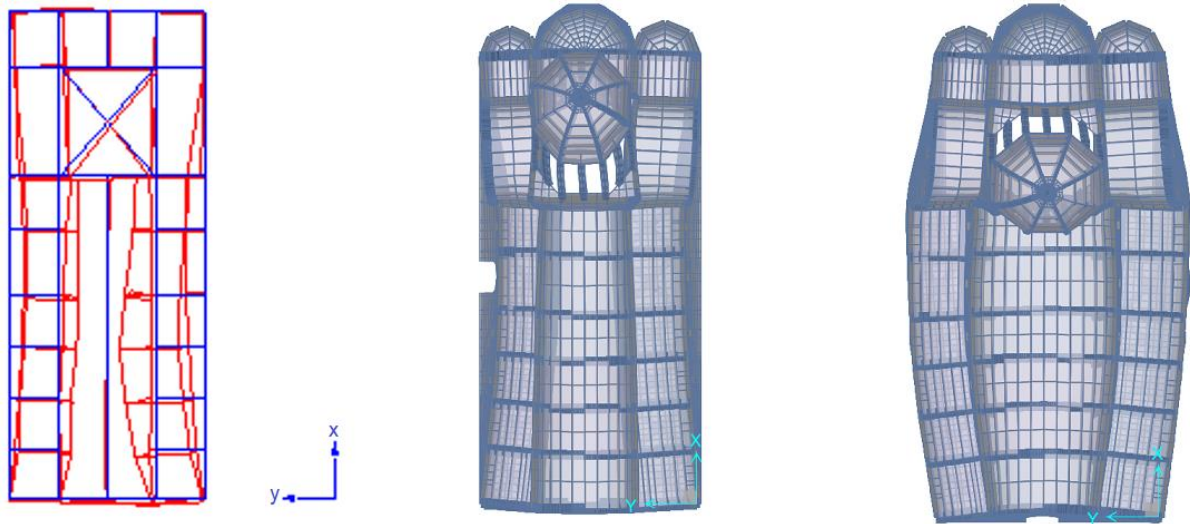
U tablici 1 prikazana je usporedba vrijednosti vlastitih frekvencija i perioda dobivenih eksperimentalnim ispitivanjem sa rezultatima numeričkih modela. Kao što je navedeno u poglavlju 6.3 uvedene su brojne pretpostavke s kojima smo krenuli u proračun. Unatoč velikom nedostatku podataka o konstrukciji, pomoću rezultata eksperimentalnih ispitivanja, na modelima izvršena je kalibracija i dobiveni rezultati su zadovoljavajući. Nadalje, u tablicama 2 do 8 prikazane su usporedbe rezultata dobivenih modelom sa zategama i modelom bez zatega.

Tablica 1 Vrijednosti vlastitih frekvencija i perioda

Vlastiti oblik	Eksperimentalno ispitivanje		Model sa zategama		Model bez zatega	
	f [Hz]	T [s]	f [Hz]	T [s]	f [Hz]	T [s]
1.	3,75	0,267	3,72	0,268	3,71	0,269
2.	5,5	0,182	5,62	0,177	5,32	0,187
3.	5,875	0,170	6,01	0,166	5,9	0,169



Slika 89 Usporedba prvog modalnog oblika (eksperimentalno ispitivanje, model sa zategama, model bez zatega)



Slika 90 Usporedba drugog modalnog oblika (eksperimentalno ispitivanje, model sa zategama, model bez zatega)



Slika 91 Usporedba trećeg modalnog oblika (eksperimentalno ispitivanje, model sa zategama, model bez zatega)

Tablica 2 Pomaci točkaka u 129 (gornji red) i 141 (donji red)

Opterećenje	Model sa zategama			Model bez zatega		
	X [mm]	Y [mm]	Z [mm]	X [mm]	Y [mm]	Z [mm]
Vlastita težina	0,191	0,282	-0,922	0,216	0,360	-0,934
PTRSTX	0,504	1,207	-0,892	0,528	1,295	-0,904
PTRSTY	0,238	3,303	-0,709	0,265	3,402	-0,721
PTRRSE	0,501	6,031	-1,348	0,389	6,164	-1,336
	0,509	-5,788	-1,472	0,406	-5,842	-1,479

Tablica 3 Najveća uzdužna sila u stupovima

Opterećenje	Model sa zategama	Model bez zatega
Vlastita težina	-2662,94 kN	-2675,75 kN
PTRRSQ	-815,19/-4510,69 kN	-871,37/-4480,13 kN

Tablica 4 Usporedba sila u zategama na razini R3 za vlastitu težinu i PTRRSQ

Zatega	Vlastita težina [kN]	PTRRSQ [kN]	Razlika [%]
B-C 2	20,7	42,9	107
B-C 3	22,3	68,0	205
B-C 4	30,5	91,2	199
B-C 5	39,3	100,0	154
B-C 6	50,8	103,9	105
B-C 7	45,7	120,9	169
B-C 8	30,8	77,6	152
B-C 9	24,8	48,2	94
7-8 B	0,0	22,7	/
7-8 C	0,0	27,9	/

Tablica 5 Usporedba sila u zategama na razini R2 u osima A-B za vlastitu težinu PTRRSQ

<i>Zatega</i>	<i>Vlastita težina [kN]</i>	<i>PTRRSQ [kN]</i>	<i>Razlika [%]</i>
A-B 2	7,2	16,5	129
A-B 3	9,5	25,0	163
A-B 4	7,7	30,8	300
A-B 5	2,8	33,1	1082
A-B 6	0,0	31,8	/
A-B 7	0,0	37,0	/
A-B 8	26,8	72,7	171

Tablica 6 Usporedba sila u zategama na razini R2 u osima C-D za vlastitu težinu PTRRSQ

<i>Zatega</i>	<i>Vlastita težina [kN]</i>	<i>PTRRSQ [kN]</i>	<i>Razlika [%]</i>
C-D 2	9,4	15,7	67
C-D 3	13,3	22,6	70
C-D 4	13,8	27,2	97
C-D 5	12,1	31,1	157
C-D 6	5,5	31,1	465
C-D 7	0,0	31,4	/
C-D 8	27,9	67,1	141

Tablica 7 Usporedba sila u zategama na razini R2 u osi B za vlastitu težinu PTRRSQ

<i>Zatega</i>	<i>Vlastita težina [kN]</i>	<i>PTRRSQ [kN]</i>	<i>Razlika [%]</i>
1-2 B	0,6	11,2	1767
2-3 B	0,0	0,0	/
3-4 B	12,5	15,7	26
4-5 B	0,0	0,5	/
5-6 B	0,0	0,9	/
6-7 B	16,2	27,5	70

Tablica 8 Usporedba sila u zategama na razini R2 u osi C za vlastitu težinu PTRRSQ

<i>Zatega</i>	<i>Vlastita težina [kN]</i>	<i>PTRRSQ [kN]</i>	<i>Razlika [%]</i>
1-2 C	0,0	10,2	/
2-3 C	0,0	0,0	/
3-4 C	13,3	16,0	20
4-5 C	0,0	0,0	/
5-6 C	8,5	13,0	53
6-7 C	13,0	23,7	82

8. Zaključak

Šibenska katedrala je jedinstven spomenik europske sakralne baštine pod zaštitom UNESCO-a, a izgrađena je isključivo od kamena i to bez uporabe vezivne žbuke u sljubnicama. Kod ovakvih građevina ne postoji mogućnost provođenja razornih ispitivanja kako bi se utvrdilo stanje i mehaničke karakteristika kamenih blokova i ziđa u cjelini. Općenito numerička simulacija zidanih građevina je izrazito kompleksna što posebno dolazi do izražaja kod povijesnih građevina za koje ne postoje dostatni podaci o ugrađenim materijalima, eventualnim oštećenjima, geometrijskim nepravilnostima, temeljenju i temeljnom tlu. itd.

U sklopu prikazanog istraživanja eksperimentalno su određeni dinamički parametri cijele konstrukcije (vlastite frekvencije i oblici titranja) na temelju mjerenja vibracija pri ambijentalnim pobudama (Operacionalna Modalna Analiza – OMA). Mjerenja su provedena na ukupno 108 mjernih mjesta po cijeloj konstrukciji i to u dva ortogonalna smjera u horizontalnoj ravnini. Ova metoda je potpuno nerazorna, a dobiveni dinamički parametri oslikavaju globalnu krutost i dinamičko ponašanje konstrukcije.

Izrađen je relativno jednostavan numerički model koji se sastoji od plošnih i linijskih konačnih elemenata, a slični modeli se uglavnom koriste u inženjerskoj praksi. Za izradu inicijalnog numeričkog modela korišteni su dostupni podaci o geometriji i 3D snimka koju je izradila tvrtka Vektra d.o.o. iz Varaždina. Kako nisu postojali vjerodostojni podaci o mehaničkim karakteristikama materijala, njihovom varijacijom unutar granica koje su poznate iz dostupne literature, model je kalibriran prema eksperimentalno određenim dinamičkim parametrima. Na kalibriranom modelu provedena je linearna statička i dinamička analiza konstrukcije. Kao kritični elementi konstrukcije detektirani su stupovi ispod glavne kupole te mjesta spojeva zidova sa kupolama i svodovima. Na navedene kritične elemente konstrukcije treba obratiti posebnu pažnju pri budućem održavanju i praćenju konstrukcije.

Na temelju prikazanih rezultata eksperimentalne i numeričke analize konstrukcije može se zaključiti kako relativno jednostavan numerički model kalibriran na temelju eksperimentalno određenih dinamičkih parametara omogućava

preliminarnu analizu ponašanja čak i vrlo složene konstrukcije poput katedrale sv. Jakova.

Eksperimentalno određene vlastite frekvencije zatega su iskorištene za procjenu sila u zategama. Proveden je nelinearan proračun na numeričkim podmodelima zatega te su iterativnim postupkom određene približne sile u zategama. Iz izvršene analize sila u zategama primjećujemo da su zatege ispod sjevernog broda katedrale te zatege uz glavnu kupolu najopterećenije. Podaci dobiveni iz eksperimentalnih ispitivanja zatega biti će korišteni kao podloga za buduće praćenje.

Literatura

- [1] Katedrala sv. Jakova – UNESCO spomenik, <http://www.sibenikregion.com/hr/kulturna-bastina/unesco> , pristupljeno 06.04.2018.
- [2] Šibenska biskupija, <http://www.sibenska-biskupija.hr/index.php/katedrala/katedrala/393-katedrala-svetog-jakova> , pristupljeno 06.04.2018.
- [3] Turistički vodič: *Šibensko kninska županija*, <https://smart-travel.hr/katedrala-svetog-jakova-sibenik/> , pristupljeno 06.04.2018.
- [4] Schwarz B., Richardson M.: *Experimental Modal Analysis*, CSI Reliability Week, Orlando, Florida, USA, 1999.
- [5] Damjanović D.: *Utjecaj temperature na dinamičke parametre građevinskih konstrukcija*, Sveučilište u Zagrebu, Građevinski fakultet, Doktorska disertacija, 2010.
- [6] Brüel & Kjær: *Vibration Transducers and Signal Conditioning*, 1998, <http://contents.kocw.net/KOCW/document/2016/wonkwang/wondaehee4/6.PDF> , pristupljeno 10.04.2018.
- [7] *Skripta – Fourierova analiza*, FER, Zagreb, http://www.fer.unizg.hr/download/repository/skripta_fourierova_analiza.pdf , pristupljeno 11.04.2018.
- [8] D. Damjanović, “*Predavanja: Ispitivanje konstrukcija*,” Zagreb, 2016.
- [9] C. P. Lamarche, P. Paultre, J. Proulx, and S. Mousseau, “*Assessment of the frequency domain decomposition technique by forced-vibration tests of a full-scale structure*,” *Earthq. Eng. Struct. Dyn. Earthq. Engng Struct. Dyn.*, vol. 37, pp. 487–494, 2008.
- [10] Brincker R., Zhang L., Andersen P.: *Modal Identification of Output-Only Systems Using Frequency Domain Decomposition*, *Smart Materials and structures*, Vol. 10., 1361-665X, 2001.

-
- [11] Herlufsen H., Andersen P., Gade S., Moller N.: *Identification Techniques for Operational Modal Analysis - an Overview and Practical Experiences*, Proceedings of the 1st International Operational Modal Analysis Conference, Copenhagen, Denmark, 2005.
- [12] Gade S., Møller N.B., Herlufsen H., Konstantin-Hansen H.: *Frequency Domain Techniques for Operational Modal Analysis*, Proceedings of the Japan Society of Automotive Engineers Annual Congress, No. 68-02, 17-20, 2002.
- [13] Rune, Andersen, Palle, and Jacobsen, "Automated Frequency Domain Decomposition for Operational Modal Analysis," 2007.
- [14] *Osnove proračuna i djelovanja na konstrukcije*, Zagreb, 2007, <http://www.grad.hr/gukov/pdf/djelovanja.pdf> , pristupljeno 18.04.2018.
- [15] Lazarević D., Atalić J., skripta iz predmeta *Plošni nosači*, Građevinski fakultet, Zagreb, 2017.
- [16] D. Damjanović, "Predavanja: Eksperimentalne metode 1," Zagreb, 2016.
- [17] Lazarević D., Šavor M., "Bilješke s predavanja: *Dinamika konstrukcija i potresno inženjerstvo*", Zagreb, ožujak, 2017.
- [18] Cunha A., Caetano E., "Experimental Modal Analysis of Civil Engineering Structures", University of Porto (FEUP), Portugal, 2006.
- [19] Avitabile P., *Structural Dynamic Modeling Techniques & Modal Analysis Methods*, review, http://faculty.uml.edu/pavitabile/22.515/MDOF_review_061904.pdf , pristupljeno 11.04.2018.
- [20] Brüel & Kjær, *Structural testing part 1: Mechanical Mobility Measurements*, Denmark, <https://bksv.com/media/doc/br0458.pdf> , pristupljeno 12.04.2018.
- [21] Brüel & Kjær, *Structural testing part 2: Modal Analysis and Simulation*, Denmark, <https://www.bksv.com/media/doc/br0507.pdf> , pristupljeno 12.04.2018.
- [22] Smoljanović H., Živaljić N., Nikolić Ž.: *Overview of the methods for the modelling of historical masonry structures*, Građevinar, 65 (2013), str. 603-618.

-
- [23] Roca P., Cervera M., Giuseppe G., Pela L.: *Structural Analysis of Masonry Historical Constructions. Classical and Advanced Approaches*, Arch Comput Methods Eng, 17 (2010), str. 299-325.
- [24] Crnković B., Šarić Lj.: *Građenje prirodnim kamenom*, II izdanje, Zagreb, Institut građevinarstva Hrvatske, 2003.
- [25] EN 1998 (2004): Eurocode 8: *Design of structures for earthquake resistance*, <ftp://ftp.norsar.no/pub/outgoing/conrad/cuba/EC8.en.1998.1.2004.pdf>
- [26] p. M. Herak, »Karta potresnih područja Republike Hrvatske«, Geofizički odsjek Prirodoslovno - matematičkog fakulteta u Zagrebu, <http://seizkarta.gfz.hr/karta.php> , pristupljeno 18.04.2018.
- [27] HRN EN 1998-1:2011/NA:2011, 1. dio: *Opća pravila, potresna djelovanja i pravila za zgrade* – Nacionalni dodatak
- [28] Dvornik J., Lazarević D.: *Manjkavosti proračunskih modela konstrukcija*, *Građevinar*, 57 (2005), str. 227-236.
- [29] Atalić J., Uroš M., Šavor M.: *Utjecaj kontaktnih naprezanja na tradicijski kameni stup*, *Građevinar*, 64 (2012), str. 891-903.
- [30] Hrvatski restauracijski zavod: *Crkva sv. Vlaha*, <http://www.h-r-z.hr/index.php/djelatnosti/konzerviranje-restauriranje/kamena-plastika/337-crkva-sv-vlahu-u-dubrovniku> , pristupljeno 02.05.2018.

Popis slika

Slika 1 Katedrala sv. Jakova u Šibeniku.....	2
Slika 2 Katedrala sv. Jakova u Šibeniku.....	3
Slika 3 Unutrašnjost katedrale sv. Jakova u Šibeniku	5
Slika 4 Krstionica	5
Slika 5 Katedrala sv. Jakova, pogled s mora.....	6
Slika 6 Funkcija odgovora konstrukcije u frekventnom području.....	7
Slika 7 Presjek kroz piezoelektrični akcelerometar (P-piezoelektrični element, R-stezni prsten, M-seizmička masa, B-baza) [6].....	11
Slika 8 Akcelerometar tipa PCB 393B31	11
Slika 9 Sustav za prikupljanje podataka i računalo.....	12
Slika 10 Rastavljanje signala u sumu sinusnih članova (DFT-FFT) [5]	14
Slika 11 Rezultat DFT-a prigušenog sinusnog signala [5]	15
Slika 12 FRF [5]	17
Slika 13 Vremenski zapis impulsne pobude	18
Slika 14 Blok dijagram FRF-a	20
Slika 15 Prikaz modalne dekompozicije [13]	22
Slika 16 Normalizirana funkcija korelacije [5]	24
Slika 17 Određivanje vlastite frekvencije brojenjem prolazaka kroz nulu [5]	24
Slika 18 Tlocrt katedrale s osima	25
Slika 19 Presjek katedrale s osima	26
Slika 20 Sidrenje zatega u galeriji	27
Slika 21 Upitni rubni uvjeti zatega u galeriji	28
Slika 22 Pobuđivanje zatege C-D 3 na titranje pomoću udarnog čekića.....	29
Slika 23 Funkcija odgovora zatege C-D 3 u frekventnom području	29
Slika 24 Prvi oblik titranja zatege C-D 3	30
Slika 25 Drugi oblik titranja zatege C-D 3.....	30
Slika 26 Treći oblik titranja zatege C-D 3	31
Slika 27 Četvrti oblik titranja zatege C-D 3	31
Slika 28 Referentni akcelerometar u točki 7-C na razini R3.....	32
Slika 29 Hidraulična dizalica	33
Slika 30 Prvi vlastiti oblik titranja (3,75 Hz).....	34
Slika 31 Drugi vlastiti oblik titranja (5,5 Hz)	34
Slika 32 Treći vlastiti oblik titranja (5,875 Hz).....	35
Slika 33 Prvi modalni oblik zatege C-D 3	36

Slika 34 Drugi modalni oblik zatege C-D 3	36
Slika 35 Treći modalni oblik zatege C-D 3.....	36
Slika 36 Četvrti modalni oblik zatege C-D 3	37
Slika 37 Model zatege C-D 3	37
Slika 38 Prva vlastita frekvencija modela zatege C-D 3 (17,38 Hz).....	38
Slika 39 Vlačno opterećenje štapa u obliku temperature (-28 °C).....	38
Slika 40 Iznos vlačne sile u zategi C-D 3 (69,33 kN)	38
Slika 41 Prva vlastita frekvencija modela zatege C-D 3 sa unesenom vlačnom silom (29,51 Hz)	38
Slika 42 3D pogled sa silama u zategama na razini R2 (prikazane sile su u kN).....	39
Slika 43 3D pogleda sa silama u zategama na razini R4 (prikazane sile su u kN).....	40
Slika 44 3D model katedrale	45
Slika 45 Geometrija katedrale za numerički model.....	46
Slika 46 Numerički model - trodimenzijski prikaz.....	47
Slika 47 Numerički model - pogled na sjeverno pročelje	48
Slika 48 Numerički model - pogledi na zapadno i istočno pročelje	48
Slika 49 Kombinacije opterećenja na konstrukciju.....	49
Slika 50 Karta potresnih područja Hrvatske (povratno razdoblje 475 godina) [26].....	50
Slika 51 Vrijednosti horizontalnih vršnih ubrzanja tla za povratne periode 95g. i 475g. [26]	51
Slika 52 Seizmičko ponašanje vezano uz faktor ponašanja [14]	52
Slika 53 Elastični spektar odziva	53
Slika 54 Proračunski spektar odziva	53
Slika 55 Deformacije od vlastite težine konstrukcije	54
Slika 56 Pomaci od potresnog opterećenja - proračun s bočnim silama PTRSTX.....	54
Slika 57 Pomaci od potresnog opterećenja - proračun s bočnim silama PTRSTY	55
Slika 58 Pomaci od potresnog opterećenja – modalni proračun primjenom elastičnog spektra odziva (RSE).....	55
Slika 59 Vlastiti periodi i frekvencije	56
Slika 60 Aktivirana masa.....	56
Slika 61 Trodimenzijski, bočni i tlocrtni prikaz prvog vlastitog oblika titranja (3,72 Hz)	57
Slika 62 Trodimenzijski, bočni i tlocrtni prikaz drugog vlastitog oblika titranja (5,62 Hz) ...	58
Slika 63 Trodimenzijski, bočni i tlocrtni prikaz trećeg vlastitog oblika titranja (6,01 Hz)	59
Slika 64 Prikaz naprežanja S11 plošnih elemenata (Vlastita težina)	60
Slika 65 Prikaz naprežanja S22 plošnih elemenata (Vlastita težina)	61
Slika 66 Prikaz naprežanja S11 plošnih elemenata (PTRRSQ).....	62
Slika 67 Prikaz naprežanja S22 plošnih elemenata (PTRRSQ).....	63

Slika 68 Pukotine na tradicijskim kamenim stupovima s ostacima prethodnih sanacija [29]	64
.....	64
Slika 69 Detalj oštećenja - pukotine u kamenu [30].....	64
Slika 70 Prikaz raspodjele uzdužnih sila po stupovima (Vlastita težina)	65
Slika 71 Prikaz raspodjele uzdužnih sila po stupovima (PTRRSQ)	65
Slika 72 Prikaz raspodjele uzdužnih sila u zategama (Vlastita težina).....	66
Slika 73 Prikaz raspodjele uzdužnih sila u zategama (PTRRSQ).....	66
Slika 74 Deformacije od vlastite težine konstrukcije	67
Slika 75 Pomaci od potresnog opterećenja - proračun s bočnim silama PTRSTX.....	67
Slika 76 Pomaci od potresnog opterećenja - proračun s bočnim silama PTRSTY	68
Slika 77 Pomaci od potresnog opterećenja - modalni proračun primjenom elastičnog spektra odziva (RSE).....	68
Slika 78 Vlastiti periodi i frekvencije	69
Slika 79 Aktivirana masa.....	69
Slika 80 Trodimenzijski, bočni i tlocrtni prikaz prvog vlastitog oblika titranja (3,71 Hz)	70
Slika 81 Trodimenzijski, bočni i tlocrtni prikaz drugog vlastitog oblika titranja (5,32 Hz) ...	71
Slika 82 Trodimenzijski, bočni i tlocrtni prikaz trećeg vlastitog oblika titranja (5,9 Hz)	72
Slika 83 Prikaz naprezanja S11 plošnih elemenata (Vlastita težina)	73
Slika 84 Prikaz naprezanja S22 plošnih elemenata (Vlastita težina)	74
Slika 85 Prikaz naprezanja S11 plošnih elemenata (PTRRSQ).....	75
Slika 86 Prikaz naprezanja S22 plošnih elemenata (PTRRSQ).....	76
Slika 87 Prikaz raspodjele uzdužnih sila po stupovima (Vlastita težina)	77
Slika 88 Prikaz raspodjele uzdužnih sila po stupovima (PTRRSQ)	77
Slika 89 Usporedba prvog modalnog oblika (eksperimentalno ispitivanje, model sa zategama, model bez zatega)	78
Slika 90 Usporedba drugog modalnog oblika (eksperimentalno ispitivanje, model sa zategama, model bez zatega)	79
Slika 91 Usporedba trećeg modalnog oblika (eksperimentalno ispitivanje, model sa zategama, model bez zatega)	79

Popis tablica

Tablica 1 Vrijednosti vlastitih frekvencija i perioda	78
Tablica 2 Pomaci točaka u 129 (gornji red) i 141 (donji red).....	80
Tablica 3 Najveća uzdužna sila u stupovima.....	80
Tablica 4 Usporedba sila u zategama na razini R3 za vlastitu težinu i PTRRSQ.....	80
Tablica 5 Usporedba sila u zategama na razini R2 u osima A-B za vlastitu težinu PTRRSQ	81
Tablica 6 Usporedba sila u zategama na razini R2 u osima C-D za vlastitu težinu PTRRSQ	81
Tablica 7 Usporedba sila u zategama na razini R2 u osi B za vlastitu težinu PTRRSQ....	81
Tablica 8 Usporedba sila u zategama na razini R2 u osi C za vlastitu težinu PTRRSQ....	82

Sažetak

Autori: Danijel Harasti, Karlo Jandrić

Naslov rada: Primjena eksperimentalno određenih dinamičkih parametara za kalibraciju numeričkog modela katedrale sv. Jakova u Šibeniku

U uvodnom dijelu rada opisana je motivacija i ciljevi prikazanog istraživanja te su dani osnovni podaci o konstrukciji katedrale sv. Jakova u Šibeniku. U nastavku su prikazane osnovne teorijske podloge za provođenje eksperimentalnog određivanja dinamičkih parametara konstrukcije. Eksperimentalno istraživanje provedeno je u svrhu određivanja osnovnih dinamičkih parametara konstrukcije u cjelini te zatega kao izdvojenih elemenata konstrukcije. Prikazana je metodologija ispitivanja kao i korištena oprema.

Na temelju eksperimentalno određenih vlastitih frekvencija zatega izvršeno je baždarenje numeričkih pod-modela zatega, na kojima je proveden nelinearan proračun te su iterativnim postupkom određene sile u zategama.

Za izradu inicijalnih numeričkih modela korišteni su dostupni podaci o geometriji. Varijacijom mehaničkih karakteristika materijala unutar granica koje su poznate iz dostupne literature, modeli su kalibrirani prema eksperimentalno određenim dinamičkim parametrima.

Na kalibriranim modelima provedena je numerička analiza djelovanja statičkog i dinamičkog opterećenja na konstrukciju kako bi se detektirali kritični elementi konstrukcije. Na temelju prikazanih rezultata i analiza može se zaključiti da relativno jednostavan numerički model kalibriran rezultatima eksperimentalnih ispitivanja omogućava preliminarnu analizu ponašanja i detekciju kritičnih elemenata čak i za vrlo složenu konstrukciju poput katedrale sv. Jakova.

Ključne riječi: eksperimentalna modalna analiza, operacionalna modalna analiza, numerički model, kalibracija

Summary

Authors: Danijel Harasti, Karlo Jandrić

Title: Application of experimentally determined dynamic parameters for the calibration of the numerical model of Cathedral of St. James in Šibenik

In the introduction a brief description of the motivation and objectives of the research together with basic data about the structure of the Cathedral of St. James in Šibenik are given. Furthermore, the basic theoretical backgrounds for experimental determination of dynamic structural parameters are presented. Experimental research was carried out in order to determine the basic dynamic parameters of the structure in whole and tension braces as separate structural elements. The methodology of experimental testing and the equipment are described.

Based on experimentally determined natural frequencies of the tension braces, the numerical sub-models were calibrated. On those sub-models nonlinear analysis was performed and using iterative procedure the forces in tension braces were determined.

Available geometry data was used for constructing initial numerical models. By variation of the mechanical characteristics of the material within the limits known from available literature, the models were calibrated according to experimentally determined dynamic parameters.

Using these calibrated models, static and dynamic numerical analysis of the structure was carried out in order to detect critical structural elements. Based on the presented results and performed analysis it can be concluded that a relatively simple numerical model calibrated by results of experimental research enables a preliminary analysis of the structural behavior and detection of critical structural elements even for a very complex structure such as the Cathedral of St. James.

Keywords: experimental modal analysis, operational modal analysis, numerical model, calibration

Zahvala

Mentoru izv. prof. dr. sc. Domagoju Damjanoviću, dipl. ing. građ. na vrijednim savjetima, izuzetnom zalaganju i strpljenju pri izvođenju eksperimentalnog istraživanja te izradi rada.

Dr. sc. Mladenku Raku, dipl. ing. građ., doc. dr. sc. Josipu Ataliću, dipl. ing. građ., doc. dr. sc. Ivanu Duvnjaku, dipl. ing. građ., Janku Koščaku, mag. ing. aedif. i Ivanu Dokozi, mag. ing. aedif., na ugodnoj radnoj atmosferi, vrijednim savjetima i pomoći pri izvođenju eksperimentalnog istraživanja i numeričkog modela.