

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU

FAKULTET ELEKTROTEHNIKE I RAČUNARSTVA

EKONOMSKI FAKULTET ZAGREB

Sven Barac

Karlo Kovačić

**Analiza utjecaja proizvodnje različitih izvora energije na
cijenu električne energije u Republici Hrvatskoj**

Zagreb, 2024.

Ovaj rad izrađen je na Zavodu za komunikacijske i svemirske tehnologije Fakulteta elektrotehnike i računarstva te Ekonomskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu, pod mentorstvom izv. prof. dr. sc. Daria Bojanjca i prof. dr. sc. Hrvoje Šimovića te je predan na natječaj za dodjelu Rektorove nagrade u akademskoj godini 2023./24.

SADRŽAJ:

1. Uvod	1
1.1. Elektroenergetski sustav u Hrvatskoj: proces od proizvodnje do kućanstva	1
1.2. „Merit Order“- krivulje ponude i potražnje na tržištu električne energije	4
2. Istraživačke metode	9
2.1. Statistička analiza	9
2.2. Izvor podataka	10
3. Detaljniji opis primijenjenih metoda analize	11
3.1. Vremenski nizovi	11
3.2. Vektorski autoregresivni modeli (VAR modeli)	12
3.3. Grangerova kauzalnost	15
4. Algoritam	17
5. Rezultati	21
5.1. 3x3 VAR model	22
5.2. 2x2 VAR model	28
6. Zaključak	36
7. Sažetak	38
8. Summary	39
Literatura	40

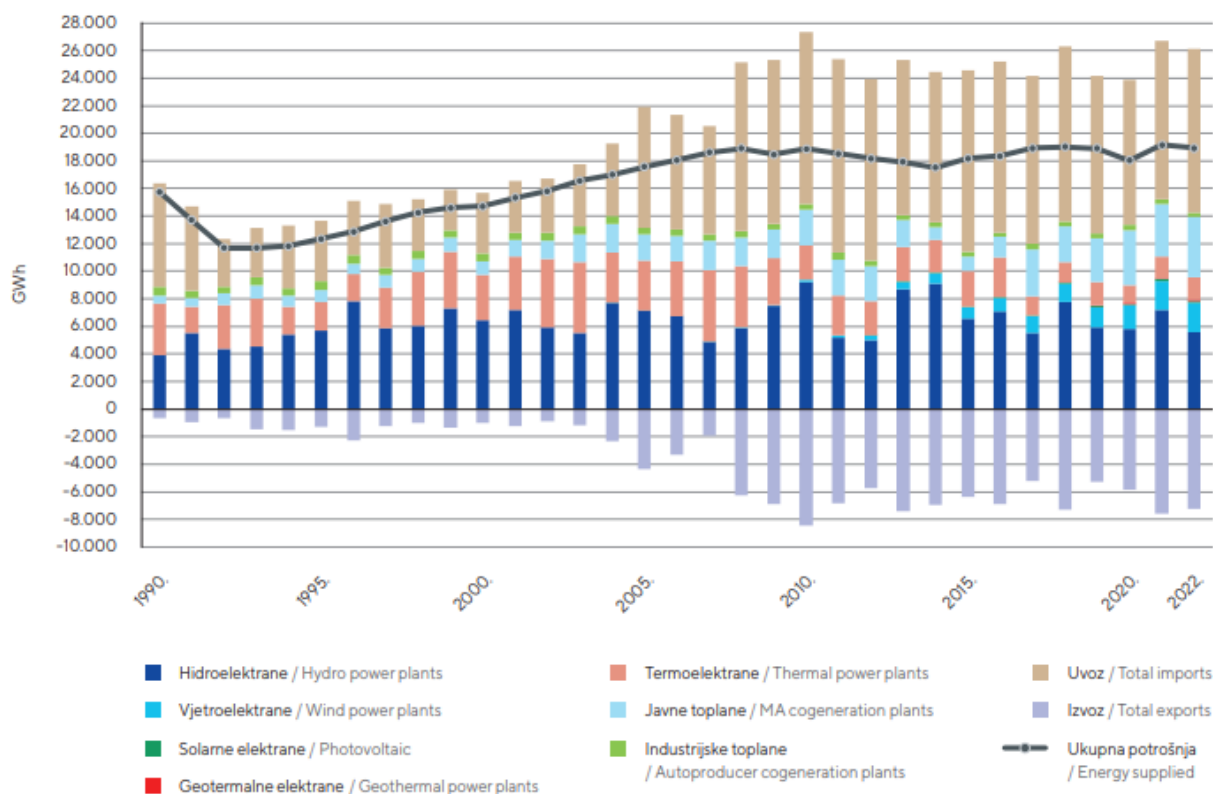
1. Uvod

1.1. Elektroenergetski sustav u Hrvatskoj: proces od proizvodnje do kućanstva

Za prijenos električne energije koriste se dvije vrste mreža; prijenosna i distribucijska mreža. Usluge prijenosne mreže uključuju prijenos električne energije na veliko za potrebe svih tržišnih sudionika i osigurava pristup prekograničnim prijenosnim kapacitetima za uvoz, izvoz i tranzit električne energije itd. [1]. Poduzeće zaduženo za upravljanje i nadgledavanje prijenosne mreže u Republici Hrvatskoj je Hrvatski operator prijenosnog sustava (HOPS- www.hops.hr). Zadatak distribucijske mreže je prijenos električne energije sa distribucijskih transformacijskih jedinica krajnjim potrošačima i taj proces nadzire operator distribucijskog sustava, u Hrvatskoj HEP-Operator distribucijskog sustava (www.hep.hr/ods). Električna energija može ući u prijenosnu mrežu putem uvoza električne energije iz inozemstva, ili iz tuzemnih proizvođača električne energije (elektrana). Strukturu izvora električne energije u Republici Hrvatskoj kao i ukupnu potrošnju u posljednjih tridesetak godina možemo vidjeti na slici 1.

Hrvatska se većinski oslanja na kombinaciju hidroelektrana koje dominiraju u proizvodnji električne energije u Hrvatskoj. U 2023. godini čine 34% izvora proizvodnje električne energije, dok 21% čine termoelektrane, 26% uvoz, a 12% obnovljivi izvori energije [2]. Može se primijetiti rast udjela obnovljivih izvora energije, posebno solarnih i vjetroelektrana, što ukazuje na prelazak prema zelenoj energiji, u skladu sa strategijom razvoja nisko-ugljične energije Republike Hrvatske [3].

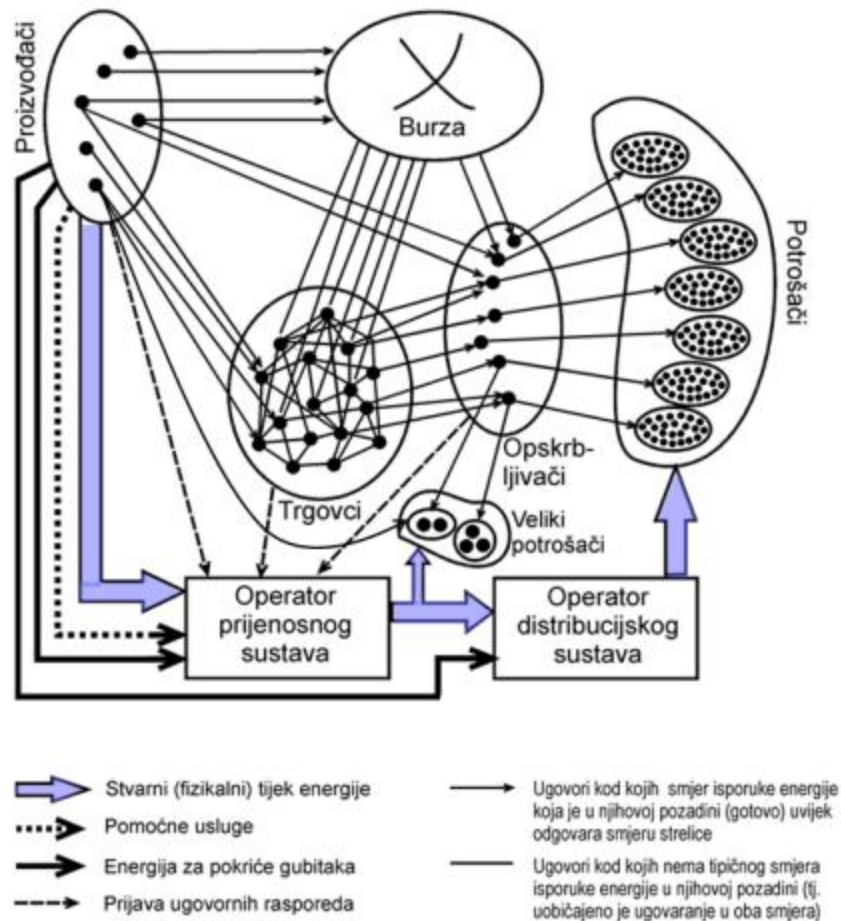
Prema strategiji, do 2050. godine očekuje se da će udio energije iz obnovljivih izvora porasti za 93% [3]. Time bi se značajno promijenila struktura elektroenergetskog tržišta, a promjene u udjelima proizvodnje električne energije mogle bi utjecati na njezinu cijenu, koja je povijesno bila više pod utjecajem električne energije proizvedene iz plina.



Slika 1: Raspoloživa električna energija u Republici Hrvatskoj [4]

Proces proizvodnje električne energije započinje kod proizvođača energije poput hidroelektrana, termoelektrana i obnovljivih izvora koji energiju isporučuju prema burzi, trgovcima, opskrbljivačima i operatoru prijenosnog sustava. Na burzi se trguje ročnicama električne energije (eng. *futures*) ili realnom energijom ako se radi o trgovanju na tržištu u realnom vremenu (eng. *spot market*). Bitno je napomenuti da se električnom energijom ne može zaista trgovati u realnom vremenu nego se trgovanje mora zatvoriti malo ranije i da se trgovanje u realnom vremenu organizira za svaki sat u svakom danu. Trgovci kupuju električnu energiju od proizvođača ili drugih trgovaca te je prodaju opskrbljivačima koji dalje prodaju električnu energiju krajnjim potrošačima. Operator prijenosnog sustava prenosi energiju kroz mrežu, brine o pokriću gubitaka i pruža usluge poput balansiranja sustava, dok operator distribucijskog sustava distribuira energiju krajnjim korisnicima.

Za detaljnije objašnjenje funkcioniranja elektroenergetskog sustava pogledati u [5]. Vizualizacija osnovnog ustroja suvremenog tržišta električne energije može se vidjeti na slici 2.



Slika 2: Osnovni ustroj suvremenog tržišta električne energije. [1]

U regulaciju elektroenergetskog sustava Hrvatske uključeno je nekoliko institucija. Kako bi se osiguralo poštivanje zakonskih zahtjeva i tržišnih normi, Hrvatska energetska regulatorna agencija (HERA) obavlja funkciju regulatora na čitavom hrvatskom tržištu energije. Sustavom poticaja za proizvodnju električne energije iz obnovljivih izvora energije upravlja Hrvatski operator tržišta energije (HROTE), koji ujedno organizira tržište plina i električne energije.

1.2. „Merit Order“- krivulje ponude i potražnje na tržištu električne energije

Kako bismo jednostavnije shvatili kako u osnovi nastaju krivulje ponude i potražnje na tržištu električne energije, najprije ćemo pretpostaviti da ukupnu ponudu električne energije na nekom tržištu čini 5 ponuđača (A, B, C, D i E) te da svaki od ponuđača nudi određenu količinu električne energije (Q) po određenoj rezervacijskoj cijeni (P). Pretpostavimo sada da su ponude proizvođača u npr. 14. satu nekoga dana sljedeće:

Tablica 1: Proizvođači, njihove cijene i količine u pojednostavljenom modelu ponude na tržištu električne energije

Proizvođač	P (€/MWh)	Q (MWh)
<i>A</i>	50	400
<i>B</i>	35	800
<i>C</i>	75	200
<i>D</i>	90	400
<i>E</i>	40	600

Primijetimo kako se jedinične cijene MWh-a razlikuju od proizvođača do proizvođača. Te jedinične cijene, sa strane proizvođača, možemo promatrati kao marginalni trošak tj. kratkoročni varijabilni trošak proizvodnje jedne dodatne jedinice električne energije (u ovom slučaju jedan MWh). Matematički ovaj koncept može se prikazati kao:

$$MC = \frac{\partial C}{\partial Q} \quad (1)$$

gdje MC označava marginalni trošak, C ukupni trošak proizvodnje, a Q proizvedenu količinu.

Krivulja ponude električne energije dizajnira se tako da se proizvođači slažu redom od proizvođača s najnižom cijenom do proizvođača s najvišom cijenom (engl. *merit order*). Za krivulju potražnje pretpostavit ćemo jednostavnosti radi da je ona savršeno neelastična, kako je prikazano na slici 3. To posebno vrijedi za zadnje tržište prije dolaska realnog vremena, zbog činjenice da potrošači, čak i kad bi htjeli, više nemaju prilike reagirati na cjenovne signale s tržišta, već žele potrošiti onoliko energije koliko im u neposredno nailazećem vremenu treba. U stvarnosti, samo rijetki veliki potrošači kupuju energiju izravno na tržištu. Potražnju svih ostalih agregiraju opskrbenje kompanije, koje vrše tržišne operacije za čitav portfelj svojih korisnika. No, na zadnjem tržištu prije realnog vremena one više nemaju nikakvu naknadnu mogućnost korekcije, te se potražnja svake od njih može modelirati kao neelastična, ukoliko cijena na tržištu nije viša od njihove rezervacijske. Ipak, s obzirom da na tržište dolazi više takvih opskrbljivača s različitim rezervacijskim cijenama i traženim količinama, ukupna tržišna krivulja potražnje ima konačnu elastičnost. U nastavku ćemo analizirati jednostavan model u kojem je cilj isporučiti ukupno traženu količinu energije, što znači da ćemo zadržati pretpostavku o krajnjoj neelastičnosti potražnje.

Primarni cilj procesa je minimizirati ukupne troškove proizvodnje, uz proizvodnju potraživane količine električne energije. Ovaj problem minimizacije ukupnih troškova može se izraziti kroz funkciju cilja:

$$\min \sum_{i=1}^n C_i(M_i) \quad (2)$$

gdje C_i predstavlja trošak proizvodnje jedinice, a M_i proizvodnju jedinice i .

Kako bi model bio definiran, potrebno je uvrstiti ograničenja potražnje i ograničenja proizvodnih kapaciteta proizvođača;

$$\sum_{i=1}^n M_i = D \quad (3)$$

$$0 \leq M_i \leq K_i \quad (4)$$

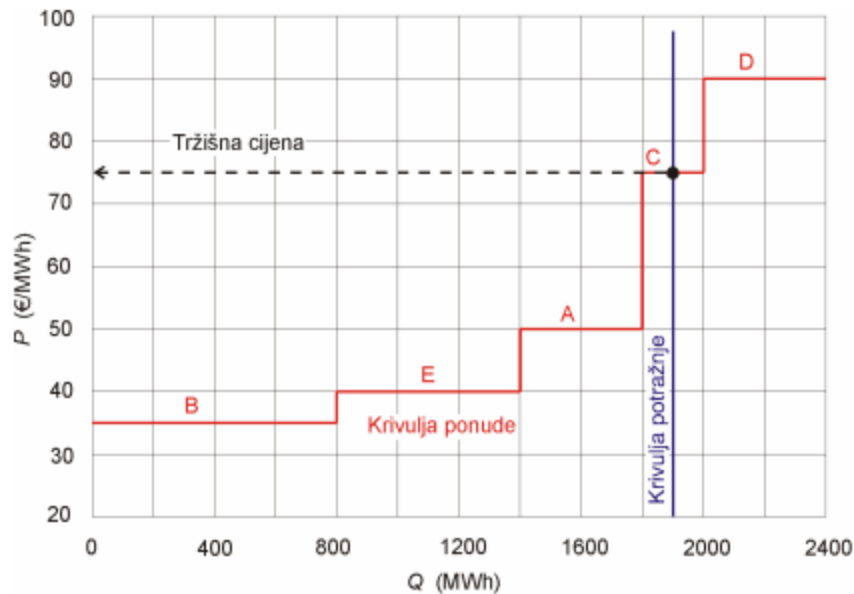
Gdje D predstavlja ukupnu potražnju za električnom energijom, a K_i kapacitet proizvodne jedinice i .

U praksi se za rješavanje ovakvih ekonomskih problema najčešće koristi Lagrangeova funkcija [6] koja u ovom slučaju izgleda ovako:

$$\mathcal{L} = \sum_{i=1}^n C_i(M_i) + \lambda \left(D - \sum_{i=1}^n M_i \right) \quad (5)$$

gdje je λ Lagrangeov multiplikator koji označava cijenu električne energije.

Uz navedene pretpostavke, zaključna cijena u našem slučaju postiže se kod 75 €/MWh (slika 3). Angažiraju se svi proizvođači koji su ponudili takvu ili nižu cijenu; B, E, A i C. Također je važno naglasiti da je prilikom izrade slike 3 pretpostavljeno da ponuda proizvođača C nije isključiva, nego da on pristaje isporučiti i manju količinu električne energije nego onu s kojom se prvobitno natjecao.



Slika 3 Formiranje tržišne cijene [1]

Na opisani način na tržište se isporučuje energija po najnižoj mogućoj cijeni ukoliko operator prijenosnog sustava računalnim simulacijama utvrdi da je ovakav vozni red održiv sa strane tehničkih ograničenja mreže. Takva ograničenja ponajprije uključuju kapacitet prijenosa energije u dalekovodima i činjenicu da operator prijenosnog sustava mora održavati tzv. N-1 kriterij u mreži, prema kojemu mreža u svakom trenutku mora imati takvu zalihost da jedan ključni kvar u sustavu ne smije prouzročiti prekid opskrbe električnom energijom..

Sada se možemo zapitati što bi se dogodilo kada bi potražnja u nekom trenutku na tržištu bila veća od ukupne ponude svih ponuđača električne energije? U takvom slučaju, autarkično tržišno područje (ono izolirano od inozemstva) ne bi moglo napraviti drugo, nego li uvesti redukcije potrošnje, što opet radi operator prijenosnog sustava prema unaprijed pripremljenim planovima. Ipak, takve su situacije vrlo rijetke, premda su u recentnijoj povijesti u nas bile zabilježene (osamdesetih godina 20. stoljeća) [7]. Tada nastaje pitanje vrijednosti propuštene isporuke energije (VOLL, eng. *Value Of Lost Load*). S obzirom da se današnja ekonomija ne može uopće zamisliti bez električne energije i s obzirom na to da električni uređaji današnjice ne mogu u kratkom vremenu ili čak nikada više, biti zamijenjeni momentalno raspoloživim tehnološkim alternativama. Uobičajeni benchmark za VOLL vrijednost dobiva se tako da se BDP neke zemlje podijeli s ukupnom potrošnjom električne energije u njoj [1]. U Hrvatskoj bi to iznosilo približno

$71.6 \text{ mlrd. €} / 18.4 \text{ TWh} = \text{cca. } 3,900 \text{ €/MWh}$, što je oko 35 puta više od trenutnih veleprodajnih tržišnih cijena [8].

Nasuprot tome, kada bi ukupna nazivna snaga priključenih trošila bila manja od trenutno angažirane proizvodnje, napon i frekvencija električne energije bi počeli rasti, pa bi se bez intervencije operatora prijenosnog sustava kućanski, uredski i tvornički uređaji počeli kvariti. Stoga elektroenergetski sustav kao tehnička cjelina, koja je u sprezi s tržištem električne energije, mora biti organiziran tako da na sumarnoj razini snaga kojom se pogone generatori točno odgovara snazi potrošnje, pri nazivnoj vrijednosti frekvencije i napona. Te nazivne vrijednosti, koje imaju vrlo male dozvoljene raspone, predstavljaju ograničenja sustava, koja moraju biti zadovoljena u svakom trenutku vremena. U protivnom, najsažetije rečeno, sustav bi se mogao „raspasti“ zbog prorada automatskih zaštita u postrojenjima, koje „paze“ da ne dođe do narušavanja tih ograničenja.

U slijedećem dijelu analizirat ćemo na koji način proizvedena količina električne energije iz različitih izvora utječe na njenu cijenu. Najprije ćemo iznijeti teorijsku pozadinu korištenog modela, opisati metodologiju istraživanja i na kraju predstaviti rezultate.

2. Istraživačke metode

2.1. Statistička analiza

U linearnim regresijskim modelima, vrijednosti zavisne varijable pokušavaju se procijeniti linearnom kombinacijom vrijednosti nezavisnih varijabli (regresora). Kako bi se saznao utjecaj određenih regresora na zavisnu varijablu, koriste se statistički testovi poput Studentove t-distribucije, koja testira na određenoj razini značajnosti je li koeficijent uz određeni regresor nula ili različit od nule. Ukoliko nije, onda se kaže da je koeficijent statistički značajan u modelu i da pridonosi predikciji zavisne varijable.

Zanimljivo je pokušati sagledati i eventualno postojanje uzročnosti između regresora i zavisne varijable. Primjerice, Granger je razvio postupak analize ne-uzročnosti [9] koji se često koristi. U znanosti, kauzalnost se ne može dokazati [10] nikakvim statističkim metodama. Međutim, ne-kauzalnost (dakle, negacija kauzalnosti) se može dokazati korištenjem činjenice da posljedica ne može prethoditi uzroku. Utoliko, Grangerov test je zapravo test ne-kauzalnosti, premda se ponekad žargonski spominje pojam Grangerove uzročnosti. Ukoliko su regresijski koeficijenti različiti od nule s prihvatljivom statističkom signifikantnošću, onda kažemo da jedan vremenski niz „Granger uzrokuje“ drugi, odnosno, uz pomoć jednog vremenskog niza možemo predvidjeti vrijednosti drugoga. No, zapravo, mislimo da primijenjenim testom nismo uspjeli dokazati da taj niz ne uzrokuje onog drugog.

2.2. Izvor podataka

Podaci koje smo koristili u ovom istraživanju su preuzeti sa ENTSO-e Transparency platforme (<https://transparency.entsoe.eu/>). To je mrežna platforma koju su osmislila i razvila Europska mreža operatora prijenosnih sustava za električnu energiju (ENTSO-e). Platforma je načinjena kako bi se ispunili zahtjevi za transparentnošću prema Uredbi (EU) br. 543/2013 o podacima na elektroenergetskom tržištu [11].

U vrijeme pisanja ovog rada, preuzeti su podaci o cijeni električne energije te proizvodnje električne energije iz različitih izvora u Republici Hrvatskoj. Podaci su iz vremenskog intervala od početka 2019.- rujna 2022.godine. Cijene električne energije bile su na dnevnoj razini, a električna energija proizvedena iz različitih izvora u MW na satnoj razini. Podaci o proizvodnji električne energije iz raznih izvora najprije su svedeni na dnevnu razinu kako bi vremenski nizovi bili koherentni u dimenziji vremena. Podatke smo sveli na dnevnu razinu tako što smo jednostavno agregirali podatke za svaki sat u određenom danu i na taj način dobili dnevne vrijednosti proizvedene količine električne energije za svaki od izvora. Također, na podacima je napravljena provjera stacionarnosti. Detaljniji opis obrade podataka opisan je u poglavlju 4.4.

3. Detaljniji opis primijenjenih metoda analize

3.1. Vremenski nizovi

Model vremenskog niza za opažane vrijednosti je zajednička distribucija niza slučajnih varijabli čije su realizacije x_t . Vremenski niz je skup opažanja x_t izvršenih u uzastopnim trenucima vremena, t . Međutim, zbog previše parametara modeli zajedničkih distribucija rijetko se koriste u praksi. Stoga se upotrebljavaju modeli koji uzimaju u obzir prethodne realizacije vremenskog niza, kao što su autoregresivni modeli. Za analizu vremenskih nizova često se koriste njihovi momenti: očekivane vrijednosti (trend) i kovarijanca (kovarijacijska funkcija) njihovih realizacija u različitim trenucima.

$$\mu_x(t) = E(X_t) \quad (6)$$

$$\gamma_{(t_1, t_2)} = Cov(X_{t_1}, X_{t_2}) = E \left[(X_{t_1} - \mu_x(t_1)) (X_{t_2} - \mu_x(t_2)) \right] \quad (7)$$

Vremenski niz je (slabo) stacionaran ako očekivana vrijednost niza ne ovisi o vremenu i ako kovarijacijska funkcija također ne ovisi o vremenu, za svaki pomak h . U ovom kontekstu kovarijacijska funkcija gleda kovarijancu između dvije realizacije vremenskog niza. Ako se uzmu dva različita trenutka i ukoliko njihova kovarijanca ne ovisi o vremenu, tada je niz stacionaran. Primjeri stacionarnih nizova su *IID* šum (engl. *Independent and identically distributed*) (niz bez trenda i sezonalnosti u kojem su opservacije nezavisne i jednako distribuirane s nultim očekivanjem) ili bijeli šum kojeg označavamo sa Z_t (niz nekoreliranih slučajnih varijabli s očekivanjem nula i određenom varijancom). Svaki *IID* šum je bijeli šum, međutim obrat ne vrijedi [12].

Autoregresivan linearan model sa stupnjem p definira se na sljedeći način:

$$X_t = \sum_{i=1}^p \phi_i X_{t-i} + Z_t \quad (8)$$

u kojem je ϕ_i skup svih koeficijenata koji stoje uz pomaknute realizacije niza, a Z_t predstavlja bijeli šum. Hiperparametar modela, p , kojeg analitičar može odabrati prije obrade, je maksimalno vrijeme zaostatka koja se uključuje u model predikcije.

3.2. Vektorski autoregresivni modeli (VAR modeli)

Zamislamo da imamo više različitih vremenskih nizova koji čine $(n \times 1)$ dimenzionalni vektor $\mathbf{Y}_t = (y_{1t}, y_{2t}, \dots, y_{nt})^T$. P – zaostao vektorski autoregresivni model VAR(p) je oblika [13]:

$$\mathbf{Y}_t = \mathbf{c} + \Pi_1 \mathbf{Y}_{t-1} + \Pi_2 \mathbf{Y}_{t-2} + \dots + \Pi_p \mathbf{Y}_{t-p} + \mathbf{Z}_t \quad (9)$$

u kojem je Π ($n \times n$) matrica koeficijenata, a $\mathbf{Z}_t$ vektor matrice bijelog šuma.

U ovom radu koristit će se bivarijantni i trivarijantni VAR(p) model. Kao primjer ilustracije modela, neka vremenski niz cijene električne energije bude $\{C_t\}$, energija proizvedena iz plina $\{P_t\}$, a energija proizvedena iz obnovljivih izvora $\{O_t\}$. Tada, trivarijantni VAR(k) model izgleda:

$$C_t = \alpha + \sum_{i=1}^k \beta_i C_{t-i} + \sum_{i=1}^k \gamma_i P_{t-i} + \sum_{i=1}^k \vartheta_i O_{t-i} + \varepsilon_{1t} \quad (10)$$

$$P_t = \dot{\alpha} + \sum_{i=1}^k \theta_i P_{t-i} + \sum_{i=1}^k \delta_i C_{t-i} + \sum_{i=1}^k \sigma_i O_{t-i} + \varepsilon_{2t} \quad (11)$$

$$O_t = \ddot{\alpha} + \sum_{i=1}^k \tau_i O_{t-i} + \sum_{i=1}^k \rho_i C_{t-i} + \sum_{i=1}^k \omega_i P_{t-i} + \varepsilon_{3t} \quad (12)$$

U bivarijatnom slučaju isključuje se utjecaj trećeg vremenskog niza, pa je za bivarijatni slučaj potrebno napraviti više modela (cijena električne energije – plin i cijena električne energije – obnovljivi).

Radi ilustracije naveden je i primjer bivarijatnog modela koji će se koristiti:

$$C_t = \alpha + \sum_{i=1}^k \beta_i C_{t-i} + \sum_{i=1}^k \gamma_i P_{t-i} + \varepsilon_{1t} \quad (13)$$

$$P_t = \dot{\alpha} + \sum_{i=1}^k \theta_i P_{t-i} + \sum_{i=1}^k \delta_i C_{t-i} + \varepsilon_{2t} \quad (14)$$

Sustav (3 x 3) je složeniji od (2 x 2) jer uključuje dodatni regresor, odnosno jedan dodatni vremenski niz. Na taj način obuhvaćen je multivarijantni odnos između varijabli jer se pretpostavlja da svi nizovi međusobno djeluju, što omogućava opis kompleksnijih sustava. Međutim, to dolazi s određenim nedostacima kao što su visoka dimenzionalnost, kompleksnija interpretacija (zbog tranzitive prirode utjecaja jedne varijable na drugu) te problemi stabilnosti zbog multikolinearnosti parametara [14]. Stoga, uz takav model za usporedbu, koristit će se i (2 x 2) model za svaki par vremenskih nizova. Prednost manjeg modela je u računalnoj jednostavnosti i lakšoj interpretaciji kada želimo direktno razumjeti ovisnosti između parova varijabli, odnosno vremenskih nizova.

Cijeli ovaj sustav jednadžbi se može zapisati kao vektorski model:

$$Y = XB + \varepsilon \quad (15)$$

gdje su **X** i **Y** matrice nezavisnih i zavisnih varijabli, **B** matrica koeficijenata, a **ε** matrica reziduala.

Koeficijenti u VAR modelu se procjenjuju na isti način kao i u linearnoj regresiji; metodom najmanjih kvadrata čiji je cilj minimizirati odstupanja odnosno reziduale:

$$\min_B \sum_{t=1}^n \varepsilon'_t \varepsilon_t \quad (16)$$

Rješenje koje se tad dobije ekvivalentno je kao i kod linearne regresije:

$$B = (X'X)^{-1}X'Y \quad (17)$$

Nakon što se model definira, potrebno je odrediti hiperparametar modela p , tj. maksimalni broj zaostalih vrijednosti niza. U literaturama [15]- [16] definirana su četiri statistička kriterija za odabir hiperparametra p : Akaikeov informacijski kriterij (AIC), Bayesov informacijski kriterij (BIC), Hannan-Quinnov informacijski kriterij (HQIC) te konačna prediktivna greška (engl. *Final predictive error*, FPE). Najbliža analogija ovim mjerama je u kontekstu linearne regresije mjera prilagođeni R^2 koja mjeri koliko dobro model (njegove nezavisne varijable) objašnjava varijabilnost u podacima te penalizira dodatno uvođenje novih varijabli. Ideja penalizacije novih regresora proširena je kroz ove selekcijske kriterije koji su definirani u univarijatnom obliku:

Tablica 2: Prikaz formula selekcijskih kriterija

Selekcijski kriteriji odabira modela	
AIC(p)	$n * \ln\left(\frac{RSS}{n}\right) + \frac{2p}{n}$
BIC(p)	$n * \ln\left(\frac{RSS}{n}\right) + p \ln(n)$
HQIC(p)	$n * \ln\left(\frac{RSS}{n}\right) + 2p \ln(\ln(n))$
FPE(p)	$\widehat{\sigma^2} * \ln\left(\frac{n+p}{n-p}\right)$

Postoje različiti pristupi pri odabiru koji selekcijski kriterij uzeti u obzir. U ovom slučaju, RSS predstavlja sumu kvadrata reziduala, p je maksimalni broj zaostalih vrijednosti, a n je broj opservacija. U svakom slučaju, uvijek se želi odabrati hiperparametar modela koji minimizira vrijednost selekcijskog kriterija. AIC preferira složenije modele. BIC kriterij ima strožu penalizaciju dodatnih regresora od AIC zbog $p \ln(n)$. Stoga BIC može pomoći u identifikaciji

stvarnih prediktora i smanjenju prenaučivosti modela. HQIC predstavlja dobar kompromis između BIC-a i AIC-a. FPE koristi maksimum izglednosti za procjenu matrice reziduala i računa grešku predikcije modela za jedan korak unaprijed, što ga čini sklonijim prenaučivim modelima.

3.3. Grangerova kauzalnost

Neka je $\{\alpha_i\}_{i=1}^p$ skup koeficijenata koji se odnose na vremenski niz (koji igra ulogu nezavisne varijable) različiti od nule (uz uvjet da je to statistički značajno), tada niz koji predviđamo ovisi o tom nezavisnom nizu i postoji međusobni odnos određen tim koeficijentima. Međutim, činjenica da jedan niz služi za predikciju drugog ne implicira nužno i njihov kauzalni odnos. U kontekstu vremenskih nizova, ako se neka varijabla A (niz) dogodi prije druge B, tada postoji mogućnost da A uzrokuje B. Odatle je potekla ideja o testu Grangerove kauzalnosti [9]. Test formalno ispituje hipotezu:

$$H_0: \alpha_i = 0, \quad \forall i \in 1, 2, \dots, p \text{ (ne postoji Grangerova kauzalnost)} \quad (18)$$

$$H_1: \alpha_i \neq 0, \quad \forall i \in 1, 2, \dots, p \text{ (postoji Grangerova kauzalnost)} \quad (19)$$

U Grangerovom testu kauzalnosti, nulta hipoteza H_0 glasi da ne postoji Grangerova kauzalnost.. Drugim riječima, svi koeficijenti u modelu nisu statistički značajni, jednaki su nula, stoga: $X \nrightarrow Y$.

Kako bi se testirana nulta hipoteza, koristi se F statistika [12]:

$$F = \frac{\frac{RSS_R - RSS_{full}}{p}}{\frac{RSS_{full}}{n - k}} \quad (20)$$

U ovom slučaju RSS_R predstavlja sumu kvadrata reziduala restriktivnog modela. Restriktivni model je model u kojem se varijabla X ne koristi kao prediktor (autoregresivni model), već postoji samo zakašnjeli Y . RSS_{full} je suma kvadrata reziduala punog modela u kojem su prisutne i varijable X i Y , pri čemu je k procijenjeni broj zakašnjenja u restriktivnom modelu. Testna statistika F u Grangerovom testu kauzalnosti izračunava se kao omjer dviju razlika u RSS-u, normaliziranih za odgovarajuće stupnjeve slobode

Ukoliko testna statistika F nadilazi kritičnu vrijednost na određenoj razini značajnosti, nulta hipoteza se odbacuje, u suprotnom, prihvaća.

Kada su vremenski nizovi stacionarni, to omogućava primjenu različitih statističkih metoda i testova, uključujući Grangerov test kauzalnosti, na način koji daje pouzdane i interpretabilne rezultate.

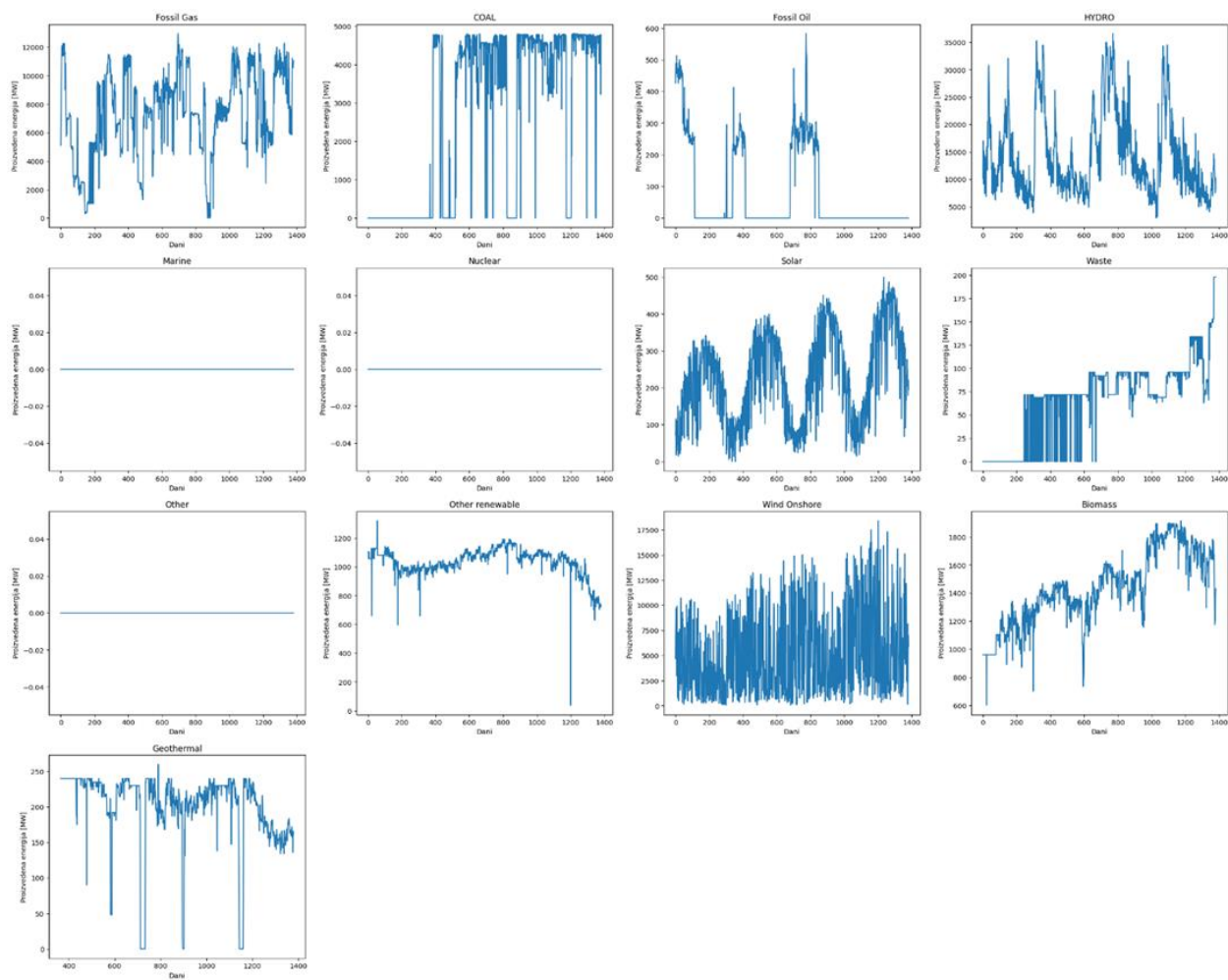
Postizanje stacionarnosti podataka može se postići primjenom različitih tehnika kao što su diferenciranje, transformacije ili uklanjanje trendova i sezonalnosti.

4. Algoritam

U nastavku se daje detaljno opisan algoritma za analizu vremenskih serija, uključujući stvaranje VAR modela i testiranje Grangerove kauzalnosti. Prvo se započinje s učitavanjem podataka. Podaci o proizvodnji energije su bili na satnoj vremenskoj razini, dok su podaci o cijeni električne energije bili na dnevnoj razini. Stoga su se podaci o proizvodnji energije preoblikovali na dnevnu razinu. U konačnici, stvorene su tri vremenska niza:

- Cijena električne energije
- Energija proizvedena iz plina
- Energija proizvedena iz obnovljivih izvora, koja je dobivena kao zbroj energija iz hidrocentrala, solarnih, vjetroelektrana, biomase te ostalih obnovljivih izvora.

Proizvodnja električne energije iz različitih izvora može se vidjeti na slici 4.:



Slika 4: Proizvodnja električne energije iz različitih izvora redom: plin, ugljen, nafta, hidroelektrane, morska energija, nuklearna, solarna, otpad, drugi izvori, drugi obnovljivi, vjetroelektrane, biomasa, geotermalna

Na grafovima se može primijetiti kako obnovljivi izvori energije prate izraženu sezonalnost, posebice solarna energija koja ima relativno čisti i jasan signal, a uz nju hidroelektrana i vjetroelektrane. Ako se pogleda graf proizvodnje električne energije, točnije njegovi vrhovi može se primijetiti rast amplitude na periodičnoj razini, najviše u danima kada su ljetni mjeseci. To odgovara povećanju kapaciteta proizvodnje električne energije u Hrvatskoj. Analizirajući rast trenda, odnosno očekivane proizvodnje, izračunalo se da su se dnevni kapaciteti, odnosno dnevna

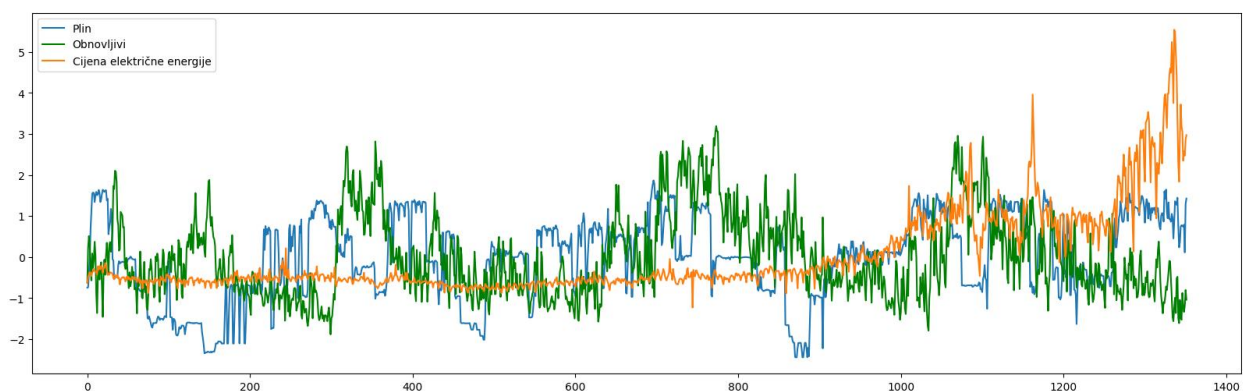
proizvedena energija iz solara povećala za 75% u periodu od 2019. do polovice 2022. Iz EHIP-a [4], ti podaci na godišnjoj razini za period od 2019 do kraja 2022. iznose 82.7%.

Sezonalnost i veću varijabilnost moguće je vidjeti na grafovima vjetro i hidro elektrana. Kod nekih izvora, poput ugljena, zapaženi su nagli padovi prema 0. To je iz razloga što u nekim danima nisu bili dostupni podaci proizvodnje, razlozi nisu navedeni, moguće je da se taj dan nije energije proizvodila, da su elektrane bile isključene ili da je greška u podacima, stoga smo te nedostajuće vrijednosti stavili na 0.

Drugi dio čini provjera stacionarnosti i standardiziranje podataka. Za provjeru stacionarnosti korišten je pojačani Dickey – Fuller (ADF) test [17]. Ovaj statistički test koristi t-statistiku za prihvatanje ili odbacivanje hipoteze stacionarnosti vremenskih serija na različitim razinama značajnosti.

Nakon utvrđivanja koje su vremenske serije stacionarne, a koje nisu, provedena je standardizacija svih vremenskih serija. Standardizacija je provedena kako bi sve serije imale očekivanje nula i varijancu jednaku jedan. Ovo je važno kako bi se osiguralo da algoritam najmanjih kvadrata (koji koristi SVD matričnu dekompoziciju) može konvergirati bez greške.

Na slici 5. nalazi se prikaz sva tri vremenska niza nakon standardizacije:



Slika 5: Prikaz kretanja nizova plina, obnovljivih izvora i električne energije nakon standardizacije

Standardizacija je očuvala oblik niza, njegov trend, sezonalnost te rezidualne, međutim sve vrijednosti su skalirane na način da očekivana vrijednost niza bude 0, a njegova standardna devijacija 1.

Vremenske serije koje nisu prošle ADF test podvrgnute su postupku diferenciranja kako bi postale stacionarne.

Postupak diferenciranja uklanja opći trend vremenskog niza, međutim važno je naglasiti da je varijabilnost u tom procesu sačuvana.

Treći dio algoritma odnosi se na pronalaženje optimalnog broja zakašnjenja. Korišteni su Akaikov informacijski kriterij (AIC), Bayesov informacijski kriterij (BIC), Hannan-Quinn informacijski kriterij (HQIC) i konačna prediktivna greška (FPE) kako bi se odredio optimalan broj zakašnjenja (p) za VAR modele. Izračun optimalnog broja zakašnjenja je opisan u poglavlju „Rezultati“.

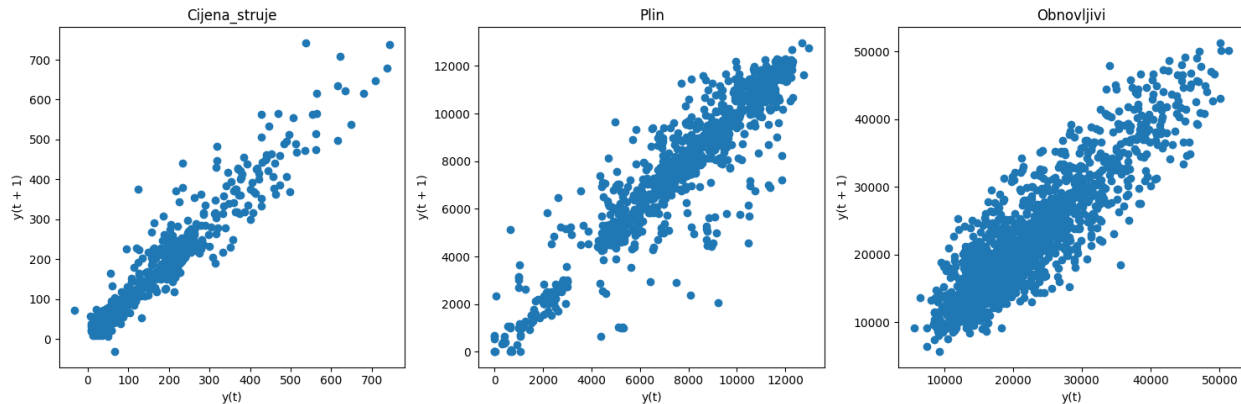
Četvrti i zadnji dio analize odnosi se na stvaranje VAR modela i testiranje Grangerove kauzalnosti. Nakon što su određeni optimalni brojevi zakašnjenja za svaki par vremenskih serija, kreirani su VAR modeli:

- (3x3) VAR model za sve tri vremenske serije
- (2x2) VAR modeli za svaki par vremenskih serija

4.2. Za svaki VAR model testirana je Grangerova kauzalnost kako bi se utvrdilo postoji li kauzalni odnos između vremenskih serija.

5. Rezultati

Kako bi se vidjelo ima li smisla modelirati linearno autoregresivne odnose, napravio se graf odnosa zakašnjelih varijabli:

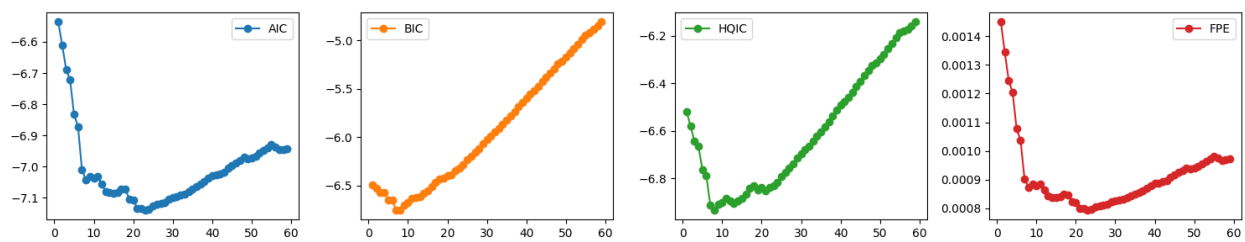


Slika 6: Prikaz točkastih grafova koji ukazuju na linearnost varijabli samih sa sobom

Na y-osi se nalazi vrijednost niza u nekom trenutku, dok na x osi je vrijednost tog istog niza, ali pomaknuto za određeni trenutak u prošlost. Iz grafa se može vidjeti linearni trend između cijene električne energije i plina, dok obnovljivi izvori energije daju izraženi eliptični oblik grafa. Što su točke bliže dijagonalnom pravcu $y = x$, to sugerira da su podaci manje nasumični. Kod obnovljivih izvora postoji veće odstupanje te podaci pokazuju eliptičan oblik što sugerira da bi imali više smisla primijeniti model koji nije linearna, već periodičan. Za ovaj rad se odlučilo primijeniti svugdje linearni model.

5.1. 3x3 VAR model

Prvo se napravio postupak selekcije optimalnog broja zakašnjenja uz pomoć selekcijskih kriterija, čiji su rezultati dani na slici 7. Na slici se nalaze karakteristični U-oblik vrijednosti selekcijskih kriterija u ovisnosti broja zakašnjenja. Može se primijetiti da vrijednosti funkcije konvergiraju do određenog minimuma, a zatim ponovno rastu čime se može pronaći optimalni broj parametra za model.



Slika 7: Rezultati optimalnog broja zakašnjenja redom: AIC, BIC, HQIC, FPE

Za optimalan broj zakašnjenja selekcijski kriteriji dali su rezultate prikazane u Tablici 3.

Tablica 3: Rezultati selekcijskih kriterija za 3x3 VAR model

AIC	BIC	HQIC	FPE
23	7	8	23

Za ovaj model ne postoji jednoznačan odgovor na pitanje koji je optimalan broj zakašnjenja. Mogu se modelirati različiti brojevi zakašnjenja i gledati na svakoj razini u kojem smjeru postoji Grangerova kauzalnost. AIC i FPE sugeriraju optimalan broj parametara od 23, što je u skladu s teorijskim očekivanjima, budući da ovi kriteriji, za razliku od BIC i HQIC kriterija, preferiraju složenije modele te ih manje penaliziraju. Zbog interpretabilnosti, računalne jednostavnosti, ne sklonosti prenaučavanju i zbog teorijskog očekivanja odnosno smislenosti podataka uzeli smo 8 kao optimalan broj.

Rezultati VAR modela dani su u Slici 8.

```

Summary of Regression Results
=====
Model:          VAR
Method:         OLS
Date:           Sun, 30, Jun, 2024
Time:           11:31:38
=====
No. of Equations: 3.00000    BIC:          -6.75265
Nobs:            1343.00    HQIC:         -6.93436
Log likelihood:  -912.398    FPE:          0.000873343
AIC:             -7.04319    Det(Omega_mle): 0.000826332
=====
Results for equation electricity_prices
=====
              coefficient      std. error      t-stat      prob
-----
const          0.002888        0.005562        0.519      0.604
L1.electricity_prices -0.178572        0.027298       -6.542      0.000
L1.gas_production  -0.006716        0.017579       -0.382      0.702
L1.renewable_production -0.026235        0.012565       -2.088      0.037
L2.electricity_prices -0.252656        0.025973       -9.728      0.000
L2.gas_production  -0.024964        0.024643       -1.013      0.311
L2.renewable_production 0.021238        0.015634        1.358      0.174
L3.electricity_prices -0.114523        0.026888       -4.259      0.000
L3.gas_production   0.001555        0.024789        0.063      0.950
L3.renewable_production 0.010515        0.015677        0.671      0.502
L4.electricity_prices -0.147251        0.026812       -5.492      0.000
L4.gas_production   0.037085        0.024807        1.495      0.135
L4.renewable_production -0.021268        0.015798       -1.346      0.178
L5.electricity_prices -0.140863        0.026942       -5.228      0.000
L5.gas_production  -0.021692        0.024758       -0.876      0.381
L5.renewable_production 0.011787        0.015815        0.745      0.456
L6.electricity_prices -0.006271        0.027095       -0.231      0.817
L6.gas_production  -0.008641        0.024713       -0.350      0.727
L6.renewable_production -0.008435        0.015685       -0.538      0.591
L7.electricity_prices 0.354108        0.026123       13.555      0.000
L7.gas_production   0.083062        0.024638        3.371      0.001
L7.renewable_production 0.057354        0.015607        3.675      0.000
L8.electricity_prices 0.098629        0.027594        3.574      0.000
L8.gas_production  -0.057805        0.017582       -3.288      0.001
L8.renewable_production -0.043177        0.012527       -3.447      0.001
=====

```

Slika 8: Sažetak 3x3 VAR modela i koefijenti modela za cijenu električne energije

Iz rezultata (slika 8) se može primijetiti sljedeće; konstanta vrijednost nema statističku značajnost na razini od 5% te ona nema utjecaj na cijenu električne energije. Prošle cijene električne energije, koje imaju zakašnjenje od jedan do pet dana, imaju negativan utjecaj na cijenu električne energije. Ovaj efekt se može opisati na način da na tjednoj razini, visoke cijene u nekom sadašnjem trenutku mogu dovesti do nižih cijena u budućnosti i obrnuto. Cijene električne energije prije sedam i osam dana imaju pozitivan i značajan utjecaj na trenutačnu cijenu električne energije te one ukazuju na potencijalne sezonalnosti i cikluse u oscilacijama u cijeni električne energije.

Nadalje, statistički značajni pozitivan utjecaj ima proizvodnja energije iz plina sa zakašnjenjem od sedam dana dok negativan ima od osam dana. Postoji niz potencijalnih razloga zašto bi to moglo biti. Neki od njih su sezonalnost i cikličnost na tjednoj razini, sama tržišna dinamika gdje

proizvodnja plina jedan dana zbog opskrbe, ponude i potražnje može imat utjecaj na drugi dan. Međutim, treba naglasiti da ovakvi rezultati mogu biti posljedica volatilnosti podataka i statističke slučajnosti koja ne nužno odražava stvarne ekonomske i fizičke principe elektroenergetskog tržišta.

Kod proizvodnje obnovljivih izvora energije postoji statistički značajan i negativan utjecaj sa zakašnjenjem od jednog i osam dana unazad, dok na razini tjedan dana prije postoji značajan i pozitivan utjecaj. Negativan utjecaj se može objasniti na način da proizvodnja iz obnovljivih izvora energije smanjuje cijenu električne energije jer po „merit orderu“ se cijena formira na temelju marginalnog troška elektrana, koji je kod obnovljivih izvora najmanji.

Objašnjenje za pozitivan utjecaj prije sedam dana je isti kao i kod plina. Ovdje bi se mogla potencijalno nadodati kao razlog i velika varijabilnost u proizvodnji iz obnovljivih izvora energije. Primjerice, jedno od objašnjenja za ovaj pozitivan efekt bi mogao biti da se cijena električne energije smanji zbog visoke ponude, međutim ukoliko se tijekom tjedna ponuda smanjuje zbog varijabilnosti proizvodnje cijena se na kraju sedmog dana povećava.

S obzirom na to da se rad bazira na analizi utjecaja izvora na električnu energiju, izostaviti će se ista analiza za ostale izvore, ali radi upotpunjenosti navesti ostali rezultati:

Results for equation gas_production				
	coefficient	std. error	t-stat	prob
const	-0.000545	0.008702	-0.063	0.950
L1.electricity_prices	0.035869	0.042710	0.840	0.401
L1.gas_production	0.980080	0.027505	35.633	0.000
L1.renewable_production	-0.036879	0.019660	-1.876	0.061
L2.electricity_prices	-0.010155	0.040637	-0.250	0.803
L2.gas_production	-0.131098	0.038556	-3.400	0.001
L2.renewable_production	0.035224	0.024461	1.440	0.150
L3.electricity_prices	-0.073758	0.042070	-1.753	0.080
L3.gas_production	0.021319	0.038784	0.550	0.583
L3.renewable_production	-0.015967	0.024528	-0.651	0.515
L4.electricity_prices	0.014358	0.041950	0.342	0.732
L4.gas_production	0.020665	0.038813	0.532	0.594
L4.renewable_production	-0.020509	0.024718	-0.830	0.407
L5.electricity_prices	-0.121400	0.042153	-2.880	0.004
L5.gas_production	-0.015405	0.038736	-0.398	0.691
L5.renewable_production	-0.005713	0.024744	-0.231	0.817
L6.electricity_prices	-0.003321	0.042393	-0.078	0.938
L6.gas_production	0.076216	0.038666	1.971	0.049
L6.renewable_production	0.030381	0.024541	1.238	0.216
L7.electricity_prices	0.139654	0.040873	3.417	0.001
L7.gas_production	0.132370	0.038548	3.434	0.001
L7.renewable_production	0.030347	0.024418	1.243	0.214
L8.electricity_prices	-0.002602	0.043173	-0.060	0.952
L8.gas_production	-0.128702	0.027508	-4.679	0.000
L8.renewable_production	-0.023054	0.019601	-1.176	0.240

Slika 9: Sažetak 3x3 VAR modela za plin i njegovi koeficijenti

```

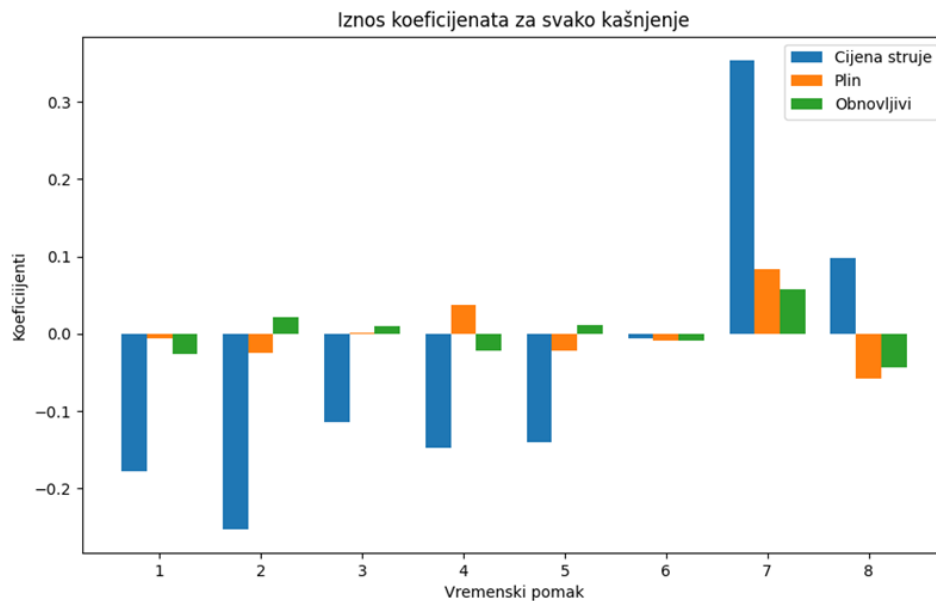
Results for equation renewable_production
=====
               coefficient      std. error      t-stat      prob
-----
const          -0.001208        0.012202      -0.099      0.921
L1.electricity_prices  0.020464        0.059887       0.342      0.733
L1.gas_production    0.016951        0.038566       0.440      0.660
L1.renewable_production  0.756540        0.027567     27.444      0.000
L2.electricity_prices -0.041839        0.056980     -0.734      0.463
L2.gas_production    -0.065539        0.054063     -1.212      0.225
L2.renewable_production -0.121333        0.034299     -3.537      0.000
L3.electricity_prices -0.040005        0.058989     -0.678      0.498
L3.gas_production    0.004306        0.054382       0.079      0.937
L3.renewable_production  0.175363        0.034393      5.099      0.000
L4.electricity_prices -0.046514        0.058821     -0.791      0.429
L4.gas_production    -0.009061        0.054423     -0.166      0.868
L4.renewable_production  0.032294        0.034659       0.932      0.351
L5.electricity_prices -0.074708        0.059106     -1.264      0.206
L5.gas_production    -0.013245        0.054315     -0.244      0.807
L5.renewable_production -0.006899        0.034695     -0.199      0.842
L6.electricity_prices  0.001106        0.059443       0.019      0.985
L6.gas_production    0.072168        0.054217       1.331      0.183
L6.renewable_production  0.011425        0.034410       0.332      0.740
L7.electricity_prices  0.096542        0.057311       1.685      0.092
L7.gas_production    0.083927        0.054051       1.553      0.120
L7.renewable_production  0.150493        0.034239       4.395      0.000
L8.electricity_prices  0.003112        0.060537       0.051      0.959
L8.gas_production    -0.064284        0.038571     -1.667      0.096
L8.renewable_production -0.059162        0.027483     -2.153      0.031
=====

Correlation matrix of residuals
               electricity_prices  gas_production  renewable_production
electricity_prices               1.000000      0.074228      -0.014460
gas_production                   0.074228      1.000000      -0.090857
renewable_production             -0.014460     -0.090857      1.000000

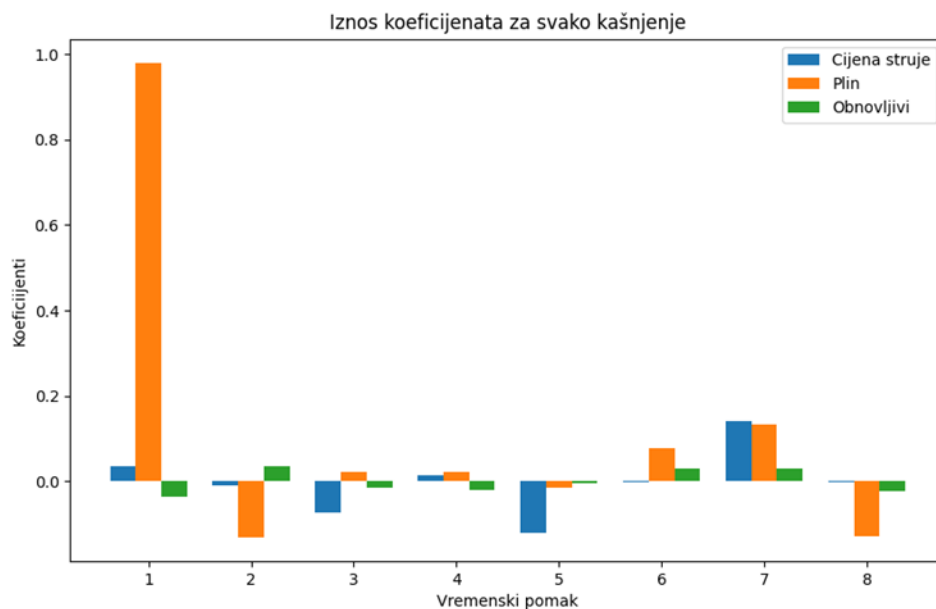
```

Slika 10: Sažetak 3x3 VAR modela za obnovljive izvore i njegovi koeficijenti

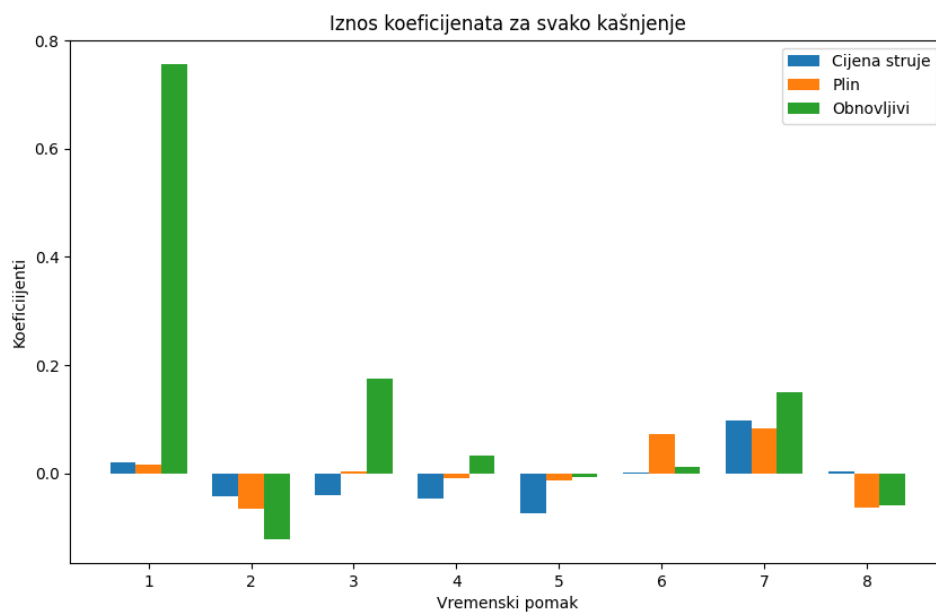
Kako bi se jasnije stekla predodžba o samom modelu, vizualizirali su se koeficijenti za svako vremensko zakašnjenje.



Slika 11: Iznos koeficijenata za električnu energiju

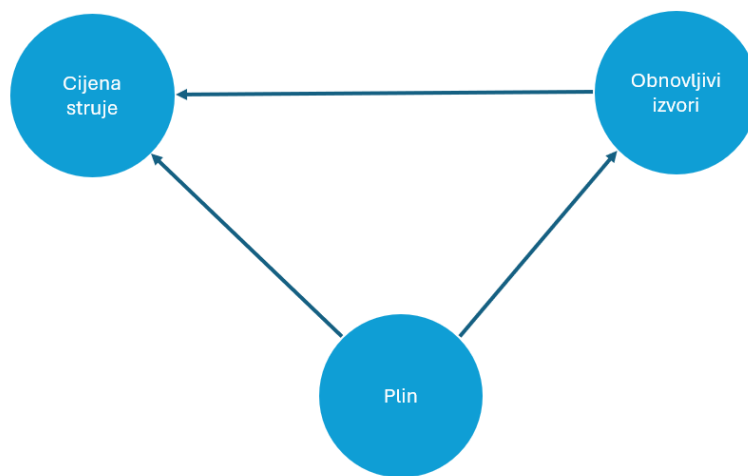


Slika 12: Iznos koeficijenata za plin



Slika 13: Iznos koeficijenata za obnovljive izvore

Iz grafova može se vidjeti kako najviše doprinosa prediktivnosti niza imaju prethodne realizacije istog. Takav rezultat je očekivan i prirodan za vremenske nizove zbog visoke autokorelacije nizova samih sa sobom. Primjerice, cijena električne energije danas je blisko povezana sa cijenom od jučer. Obzirom da VAR model minimizira grešku najmanjih kvadrata, gdje se minimizira kvadratno odstupanje od stvarnih i predviđenih vrijednosti, koeficijenti koji su vezani za svoje vlastite prošle realizacije su stoga i veće zbog navedenog postupka. Koeficijenti ostalih nizova su manji, međutim testiranjem Grangerove kauzalnosti se pokazalo na razini značajnosti od 5% da postoji utjecaj.



Slika 14: Rezultat Grangerove kauzalnosti za 3x3 VAR model

Nakon što se napravio VAR(8) model za 3 varijable, testirala se Grangerova kauzalnost koristeći [javno dostupnu knjižnicu](#). Za svaki smjer u modelu se testirala značajnost te su rezultati prikazani na slici iznad. Prema ovom modelu može se vidjeti da proizvodnja energije iz plina na razini od 8 dana, Granger uzrokuje cijenu električne energije i proizvodnju obnovljivih izvora energije. Uz to, obnovljivi izvori energije Granger uzrokuju cijenu električne energije i to sve skupa na razini značajnosti od 5%.

5.2. 2x2 VAR model

Sada će se razmotriti rezultati 2x2 VAR modela. Prvo se provjerilo kako proizvodnja energije iz plina utječe na cijenu električne energije.

Tablica 4: Rezultati selekcijskog kriterija za 2x2 VAR model

AIC	BIC	HQIC	FPE
24	8	23	24

S obzirom na to da se u modelu sa 3 varijable koristio maksimalan broj zakašnjenja od 8, zbog istih razloga, ali i za usporedbu rezultata i ovdje se odlučilo za isti maksimalan broj zakašnjenja.

U nastavku je dana slika koja prikazuje rezultate modela cijena električna energija–proizvodnja plina:

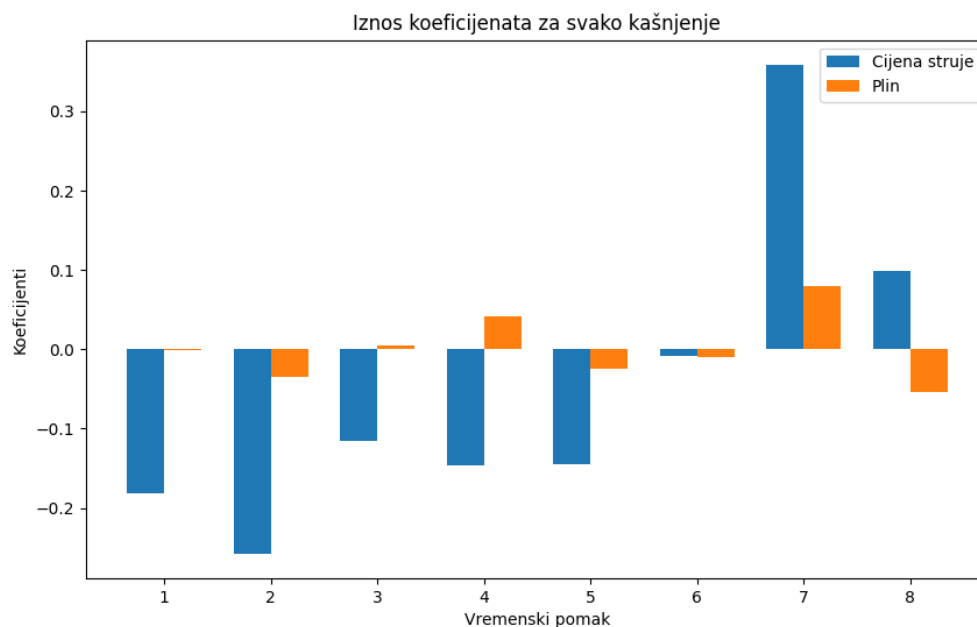
```

Summary of Regression Results
=====
Model:                VAR
Method:               OLS
Date:                 Sun, 30, Jun, 2024
Time:                 11:31:52
-----
No. of Equations:     2.00000    BIC:                -5.30523
Nobs:                 1343.00    HQIC:               -5.38760
Log likelihood:       -126.364    FPE:                0.00435280
AIC:                  -5.43694    Det(Omega_mle):     0.00424466
-----
Results for equation electricity_prices
=====
              coefficient      std. error      t-stat      prob
-----
const          0.002906         0.005599         0.519       0.604
L1.electricity_prices -0.182014         0.027365        -6.651      0.000
L1.gas_production -0.001661         0.017557        -0.095      0.925
L2.electricity_prices -0.257458         0.026035        -9.889      0.000
L2.gas_production -0.035393         0.024691        -1.433      0.152
L3.electricity_prices -0.115648         0.026979        -4.287      0.000
L3.gas_production  0.004888         0.024852         0.197      0.844
L4.electricity_prices -0.145654         0.026904        -5.414      0.000
L4.gas_production  0.041864         0.024874         1.683      0.092
L5.electricity_prices -0.145102         0.027004        -5.373      0.000
L5.gas_production -0.024001         0.024842        -0.966      0.334
L6.electricity_prices -0.008523         0.027149        -0.314      0.754
L6.gas_production -0.009674         0.024799        -0.390      0.696
L7.electricity_prices  0.358932         0.026176        13.712      0.000
L7.gas_production  0.079159         0.024698         3.205      0.001
L8.electricity_prices  0.098402         0.027630         3.561      0.000
L8.gas_production -0.053834         0.017524        -3.072      0.002
=====

```

Slika 15: Sažetak 2x2 modela cijene električne energije i koeficijenti

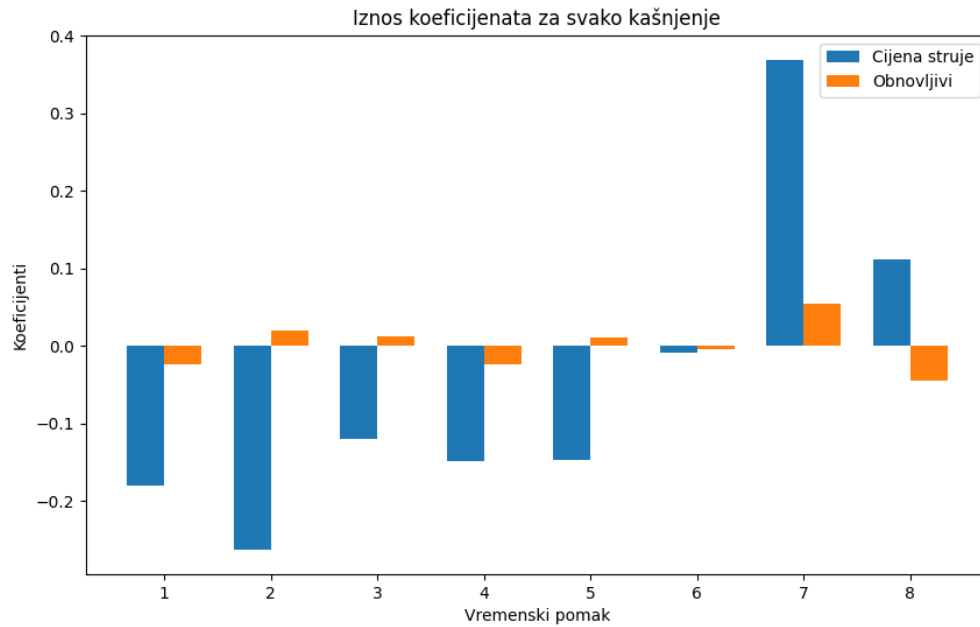
Vizualizacija navedenih koeficijenata je isto dana u nastavku:



Slika 16: Prikaz koeficijenata za 2x2 model cijene električne energije i plina

Ako se uspoređuju koeficijenti u 3x3 u odnosu na 2x2 VAR(8) model, može se primijetiti sličnost koeficijenata za cijenu električne energije i proizvodnje energije iz plina uz sadržavanje istih oblika i smjerova amplituda kao i statističke značajnosti.

Nakon toga se napravio drugi model u kojem se ispitaio odnos cijene električne energije i proizvodnje električne energije iz obnovljivih izvora. Od selekcijskih kriterija, uz iste navedene razloge odabrao se osam kao maksimalan broj zakašnjenja. U nastavku je dan prikaz sažetka modela cijena električne energije–proizvodnja iz obnovljivih izvora energije.



Slika 17: Prikaz koeficijenata za 2x2 model cijene električne energije i obnovljivih izvora

Također, i ovdje se može primijetiti sličnost u koeficijentima kao i u 3x3 VAR modelu.

Na kraju, gledao se odnos između proizvodnje iz plina i obnovljivih izvora energije. Isto se uzeo osam kao maksimalan broj zakašnjenja.

Na slikama 18 i 19 prikazan je sažetak uz pripadnu vizualizaciju modela plin-obnovljivi izvori energije.

```

Summary of Regression Results
=====
Model:          VAR
Method:         OLS
Date:           Sat, 06, Jul, 2024
Time:           20:22:57
-----
No. of Equations: 2.00000    BIC: -3.72700
Nobs:             1343.00    HQIC: -3.80937
Log likelihood:   -1186.14    FPE: 0.0210952
AIC:              -3.85871    Det(Omega_mle): 0.0205711
-----

Results for equation gas_production
=====

```

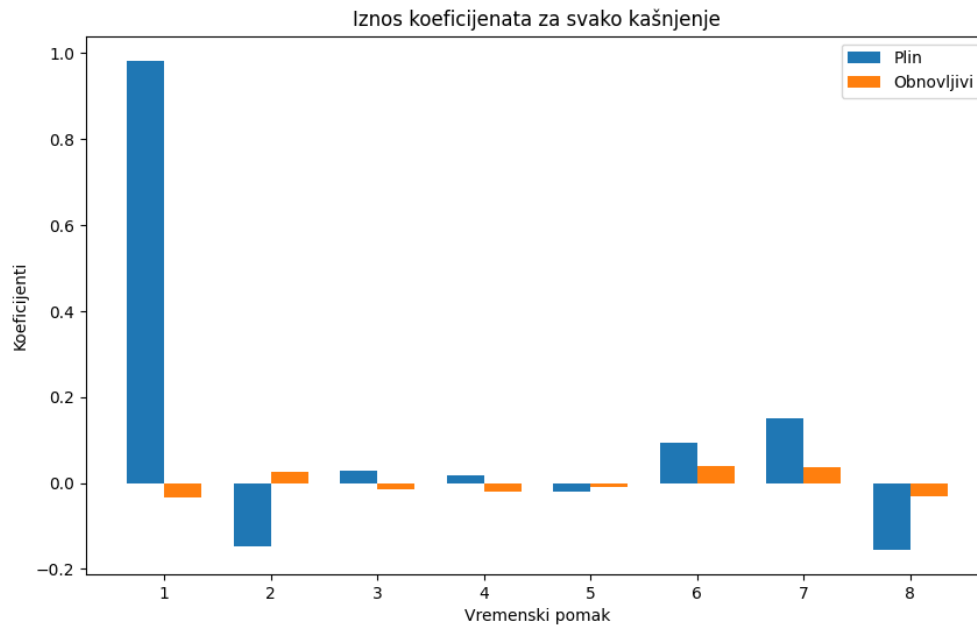
	coefficient	std. error	t-stat	prob
const	-0.000548	0.008786	-0.062	0.950
L1.gas_production	0.982953	0.027168	36.180	0.000
L1.renewable_production	-0.033557	0.019753	-1.699	0.089
L2.gas_production	-0.148249	0.038192	-3.882	0.000
L2.renewable_production	0.026783	0.024612	1.088	0.276
L3.gas_production	0.029635	0.038578	0.768	0.442
L3.renewable_production	-0.013295	0.024685	-0.539	0.590
L4.gas_production	0.019061	0.038631	0.493	0.622
L4.renewable_production	-0.020188	0.024908	-0.810	0.418
L5.gas_production	-0.020160	0.038608	-0.522	0.602
L5.renewable_production	-0.010531	0.024919	-0.423	0.673
L6.gas_production	0.094121	0.038592	2.439	0.015
L6.renewable_production	0.039576	0.024711	1.602	0.109
L7.gas_production	0.151695	0.038465	3.944	0.000
L7.renewable_production	0.036050	0.024576	1.467	0.142
L8.gas_production	-0.154739	0.027296	-5.669	0.000
L8.renewable_production	-0.031475	0.019696	-1.598	0.110

```

=====

```

Slika 18: Sažetak 2x2 VAR modela za proizvodnju energije iz plina



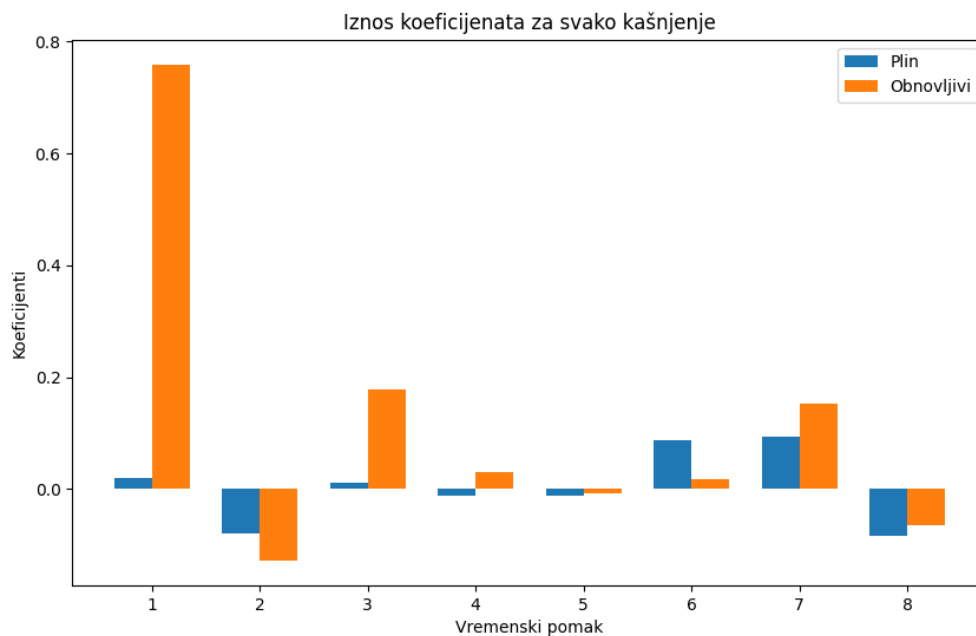
Slika 19: Prikaz koeficijenata za proizvodnju energije iz plina

Ako uzmemo granicu statističke značajnosti, onda niti jedan koeficijent uz obnovljive izvore energije na razini značajnosti od 5% ne utječe na proizvodnju iz plina.

Na slikama 20 i 21 prikazani su koeficijenti za obnovljive izvore energije uz pripadnu vizualizaciju modela.

Results for equation renewable_production				
	coefficient	std. error	t-stat	prob
const	-0.001347	0.012192	-0.110	0.912
L1.gas_production	0.019130	0.037698	0.507	0.612
L1.renewable_production	0.758646	0.027409	27.679	0.000
L2.gas_production	-0.079836	0.052994	-1.507	0.132
L2.renewable_production	-0.127031	0.034150	-3.720	0.000
L3.gas_production	0.011494	0.053529	0.215	0.830
L3.renewable_production	0.177187	0.034252	5.173	0.000
L4.gas_production	-0.012461	0.053603	-0.232	0.816
L4.renewable_production	0.031130	0.034562	0.901	0.368
L5.gas_production	-0.011609	0.053571	-0.217	0.828
L5.renewable_production	-0.007853	0.034576	-0.227	0.820
L6.gas_production	0.087134	0.053549	1.627	0.104
L6.renewable_production	0.018354	0.034288	0.535	0.592
L7.gas_production	0.094357	0.053373	1.768	0.077
L7.renewable_production	0.152846	0.034100	4.482	0.000
L8.gas_production	-0.084153	0.037874	-2.222	0.026
L8.renewable_production	-0.065007	0.027329	-2.379	0.017
Correlation matrix of residuals				
	gas_production	renewable_production		
gas_production	1.000000	-0.076509		
renewable_production	-0.076509	1.000000		

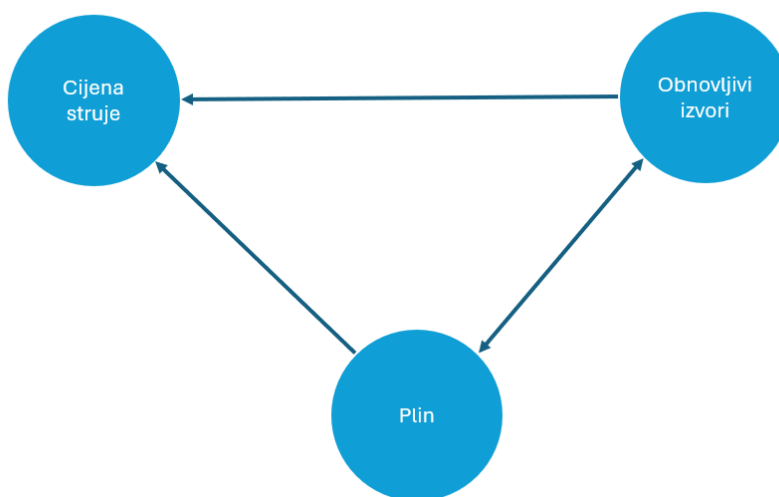
Slika 20: Sažetak 2x2 VAR modela za proizvodnju energije iz obnovljivih izvora



Slika 21: Prikaz koeficijenata za proizvodnju energije iz obnovljivih izvora

Iz slike 21. može se vidjeti da na proizvodnju energije iz obnovljivih izvora utječe proizvodnja iz plina za zakašnjenjem od osam dana na razini značajnosti od 5%.

Nakon toga se provela analiza Grangerove kauzalnosti na razini značajnosti od 5% te su rezultati međusobnih odnosa dani na slici:



Slika 22: Rezultat Grangerove kauzalnosti za 2x2 VAR model

Na grafu mogu se vidjeti isti smjerovi Grangerove kauzalnosti, međutim, jedina razlika je u odnosu smjera proizvodnje električne energije iz OIE (Obnovljivi izvori energije) proizvodnje električne energije iz plina. Tu se na razini značajnosti od 5% nalazi obostrana veza, odnosno obnovljivi izvori energije mogu poboljšati predikciju proizvodne količine električne energije iz plina isto kao što i proizvodnja električne energije iz plina može poboljšati predikciju proizvodnje električne energije iz obnovljivih izvora. Obrazloženje ovog odnosa dano je u zaključku.

S obzirom na to da obnovljivi izvori energije i plin Granger uzrokuju cijenu električne energije, odlučilo se testirati za sve izvore proizvodnje električne energije Grangerova kauzalnost.

Postupak je proveden na bivarijatnoj razini za svaki izvor energije te su rezultati dani u nastavku u tablici. Rezultati se gledaju u smjeru *Izvor* → *Cijena struje*. Za svaki model je proveden izračun optimalnog broja zakašnjenja.

Tablica 5: Rezultati Grangerove kauzalnosti za pojedine izvore energije

Izvor	Rezultat
Ugljen	Ne-Granger uzrokuje
Nafta	Ne-Granger uzrokuje
Hidroelektrane	Granger uzrokuje
Solarna energija	Ne-Granger uzrokuje
Energija iz otpada	Ne-Granger uzrokuje
Ostali obnovljivi	Granger uzrokuje
Vjetroelektrane	Granger uzrokuje
Biomasa	Ne-granger uzrokuje
Geotermalna	Ne-granger uzorkuje

S obzirom na to da hidroelektrane čine najveći udio proizvodnje električne energije u Hrvatskoj, smisleno je da one utječu na cijenu električne energije. Također, značajnu proizvodnju u udjelima imaju i vjetroelektrane te ostali obnovljiv izvori energije stoga oni imaju i utjecaja na samu cijenu električne energije. Ostali izvori energije nisu toliko značajno zastupljeni.

6. Zaključak

U ovome radu pokušali smo utvrditi Granger utjecaj vremenskih serija proizvodnje električne energije iz različitih oblika energije na vremenske serije cijena električne energije u Republici Hrvatskoj. Vremenske serije o cijeni električne energije te proizvodnji električne energije preuzeli smo sa ENTSO-e Transparency platforme. Vremenske serije su u intervalu od početka 2019 do 22. rujna 2022. godine te su sve vremenske serije usklađene da budu na dnevnoj razini. Korištenjem Akaikovog informacijskog kriterija (AIC), Bayesovog informacijskog kriterija (BIC), Hannan-Quinn-ovog informacijskog kriterija (HQIC) i konačne prediktivne greške (FPE) odredili smo optimalan broj zakašnjenja od 8.

Nakon što smo definirali 3x3 VAR(8) model i testirali Grangerovu kauzalnost, došli smo do zaključka da proizvedena količina električne energije iz OIE i proizvedena količina električne energije iz plina Granger-uzrokuju cijenu električne energije u Republici Hrvatskoj.

Načinili smo također i 2x2 VAR(8) model za sve kombinacije parova između cijene električne energije, proizvedene količine električne energije iz OIE i proizvedene količine električne energije iz plina. Iz takvog se modela također dalo zaključiti da proizvedena količina električne energije iz OIE i proizvedena količina električne energije iz plina Granger-uzrokuju cijenu električne energije u Republici Hrvatskoj.

Također smo izračunali da proizvedena količina električne energije iz plina Granger uzorkuje proizvedenu količinu električne energije iz OIE u 3x3 VAR(8) modelu. U 2x2 VAR(8) izračunali smo da proizvedena količina električne energije iz plina Granger uzorkuje proizvedenu količinu električne energije iz OIE i obratno (obostrana veza).

Plin se u Republici Hrvatskoj koristi za proizvodnju električne energije jedino tijekom ogrjevnice sezone kada se primarno koristi za grijanje te se u tom procesu posljedično proizvodi i električna energija. Primjerice, u mjesecima ogrjevnice sezone manje se proizvodi električne energije iz hidroelektrana zbog toga što se u funkciju stavljaju plinske elektrane. Hidroelektrane se u tom razdoblju i dalje koriste za balansiranje sustava u Republici Hrvatskoj međutim ukupna proizvedena električna energija iz hidroelektrana je manja. Zbog tog odnosa proizvodnja električne energije iz plina može Granger uzrokovati proizvodnju električne energije iz OIE.

U daljnjim istraživanjima, možemo podijeliti podatke na skup za učenje i validaciju te analizirati prediktivnu sposobnost i uspješnost njihova predviđanja koristeći različite evaluacijske metrike. Također, jedan od idućih koraka može biti usporedba VAR modela s ostalim modelima iz domene strojnog i dubokog učenja. Pored toga, u daljnjem radu bi trebali ući u detaljniju i opširniju analizu individualnih komponenti koji su dio elektroenergetskog sustava te statistički analizirati njihove doprinose.

7. Sažetak

Rad se bavi ispitivanjem Grangerove kauzalnosti na podacima s tržišta električne energije u Hrvatskoj. Glavno istraživačko pitanje je u kojoj mjeri različiti izvori energije utječu na cijenu električne energije. Autori analiziraju vremenske nizove podataka, konkretno cijenu električne energije i proizvodnje iz različitih izvora. Primijenjene su statističke metode, uključujući vektorske autoregresivne (VAR) modele i Grangerov test kauzalnosti, kako bi se utvrdilo postoji li uzročna veza između tih varijabli. Podaci su preuzeti s ENTSO-e platforme i analizirani za period od 2019. do polovice 2022. godine. Rezultati ukazuju na međusobnu povezanost između različitih izvora energije i cijene električne energije, što može pomoći u predviđanju cijena na tržištu.

8. Summary

The paper examines Granger causality using data from the electricity market in Croatia. The main research question is how different energy sources impact electricity prices. The authors analyze time series data, specifically electricity prices and production from various sources. Statistical methods, including vector autoregressive (VAR) models and the Granger causality test, are applied to determine if there is a causal relationship between these variables. Data were obtained from the ENTSO-E platform and analyzed for the period from 2019 to mid-2022. The results indicate an interrelationship between different energy sources and electricity prices, which may help in forecasting market prices.

Literatura

- [1] D. Sabolić, Državna regulacija industrije, Zagreb: Udžbenici Sveučilišta u Zagrebu, lipanj 2018..
- [2] HEP Opskrba, 2023. [Mrežno]. Available: <https://www.hep.hr/opskrba/trziste-elektricne-energije/trziste/izvori-energije/1385>.
- [3] »Energetska strategija Republike Hrvatske,« Veljača 2020. [Mrežno]. Available: <https://mingo.gov.hr/o-ministarstvu-1065/djelokrug-4925/energetika/energetska-politika-i-planiranje/strategije-planovi-i-programi-2009/2009>. [Pokušaj pristupa 2024].
- [4] E. i. H. Požar, »Publikacije: Energija u Hrvatskoj 2022,« 2023.. [Mrežno]. Available: https://eihp.hr/wp-content/uploads/2024/01/Energija-u-HR-22_WEB-novo.pdf. [Pokušaj pristupa 13. Kolovoz 2024.].
- [5] S. Stoft, Power System Economics: Designing Markets for Electricity, New York: IEEE Press and Wiley-Interscience, 2002.
- [6] D. S. G. Kirschen, Fundamentals of Power System Economics, Wiley, 2004.
- [7] M. A. Ivanović, »Tržište i politika cijena električne energije u vrijeme energetske i ekonomske krize u Jugoslaviji,« 27 Listopad 1988. [Mrežno]. Available: <https://hrcak.srce.hr/file/332966>. [Pokušaj pristupa 13 Kolovoz 2024].
- [8] »Cropex,« HROTE d.o.o. & HOPS d.o.o., 10 Kolovoz 2024. [Mrežno]. Available: <https://www.cropex.hr/hr/>. [Pokušaj pristupa 13 Kolovoz 2024].
- [9] C. W. J. Granger, »Investigating causal relations by econometric models and cross-spectral methods,« *The Econometric Society*, svez. 37, br. 3, pp. 424-438, 1969.
- [10] J.-L. Lin, 27 Svibanj 2008. [Mrežno]. Available: <http://faculty.ndhu.edu.tw/~jlin/files/causality.pdf>. [Pokušaj pristupa 5 Kolovoz 2024].
- [11] »EUR-Lex,« 14 Lipanj 2013. [Mrežno]. Available: <https://eur-lex.europa.eu/legal-content/HR/ALL/?uri=CELEX:32013R0543>. [Pokušaj pristupa 8 Kolovoz 2024].
- [12] P. D. Gujarati DN, Basic Econometrics. 5th ed., New York: McGraw-Hill Irwin, 2009.
- [13] E. Zivot, 5 Travanj 2005. [Mrežno]. Available: <https://faculty.washington.edu/ezivot/econ584/notes/varModels.pdf>. [Pokušaj pristupa 8 Kolovoz 2024].
- [14] H. e. a. Cho, »High-dimensional time series segmentation via factor-adjusted vector autoregressive modeling,« *Journal of the American Statistical Association*, pp. 1-13, 2023.

- [15] G. Schwarz, »Estimating the dimension of a model,« *he Annals of*, svez. 6, br. 2, pp. 461-464, 1978.
- [16] H. Akaike, »Fitting autoregressive models for prediction,« *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, svez. 21, br. 1, pp. 243-247, 1976.
- [17] D. A. D. & W. A. Fuller, »Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root,« *Journal of American Statistical Association*, svez. 74, br. 366, pp. 427-431, 1979.
- [18] H. Akaike, »A new look at the statistical model identification,« *IEEE Transactions on Automatic Control*, svez. 19, br. 6, pp. 716-723, 1974.
- [19] E. J. H. a. B. G. Quinn, »he determination of the order of,« *Jurnal of the Royal Statistical Society: Series B*, svez. 41, br. 2, pp. 190-195, 1979.
- [20] M. g. i. o. razvoja, »STRATEGIJA NISKOUGLIČNOG RAZVOJA REPUBLIKE HRVATSKE DO 2030. S POGLEDOM NA 2050. GODINU,« Lipanj 2021. [Mrežno]. Available: https://ec.europa.eu/clima/sites/lts/lts_hr_hr.pdf. [Pokušaj pristupa 2024].