



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE I RAČUNARSTVA

Marin Belamarić**, Bruna Brozović**, Patricija Dovijanić**, Eleonora Đaković**, David Glavaš*, Ivan Glogar**, Karlo Grgičin*, Lovro Horvat**, Matej Ivaniček**, Ana Marić*, Lucija Markotić*, Ema Nekić*, Petar Prenc**, Tvrtko Puškarić*, Matko Šimić**, Ana Vinković*, Paula Žitković**

RADDAR radionice iz matematike i programiranja
za učenike osnovnih škola

* Fakultet elektrotehnike i računarstva

** Prirodoslovno-matematički fakultet

Zagreb, lipanj 2022.

Ovaj rad izrađen je pri Fakultetu elektrotehnike i računarstva pod vodstvom

Izv. prof. dr. sc. Željke Marije Bošnjak

Izv. prof. dr. sc. Domagoja Kovačevića

Izv. prof. dr. sc. Ane Sušac

Izv. prof. dr. sc. Dejana Škvorca

Prof. dr. sc. Vesne Županović

i predan je na natječaj za dodjelu Rektorove nagrade u akademskoj godini 2021./2022.

POPIS KRATICA KORIŠTENIH U TEKSTU

RADDAR – rad + dar

FER – Fakultet elektrotehnike i računarstva

PMF – Prirodoslovno-matematički fakultet

EU – Europska unija

HRZZ – Hrvatska zaklada za znanost

prof. dr. sc. – redoviti profesor/redovita profesorica

izv. prof. dr. sc. – izvanredni profesor/izvanredna profesorica

doc. dr. sc. – docent/docentica

dr. sc. – doktor/doktorica znanosti

LAPOST – Laboratorij za podvodne sustave i tehnologije

LISP – Laboratorij za računalnu sigurnost i privatnost

SGLab – Laboratorij za napredne elektroenergetske mreže

Sadržaj

1	Uvod	1
2	Cilj i svrha radionica	5
3	Radionice na FER-u i posjeti laboratorijima	6
3.1	Posjet Laboratoriju za napredne elektroenergetske mreže	6
3.2	Posjet Laboratoriju za podvodne sustave i tehnologije	9
3.3	Posjet Laboratoriju za informacijsku sigurnost i privatnost.....	13
3.4	Radionica iz astronomije	19
3.5	Posjet Zavodu za elektroničke sustave i obradbu informacija	30
4	Matematičke radionice u XV. gimnaziji	34
4.1	Radionice za 5. razred	34
4.2	Radionice za 6. razred	44
4.3	Radionice za 7. razred	54
4.4	Radionice za 8. razred	63
5	Radionice iz programiranja u Pythonu u XV. gimnaziji	74
5.1	Radionice za početnike – 5. i 6. razred	74
5.2	Radionice na srednjoj razini – 7. razred.....	85
5.3	Radionice za napredne – 8. razred	97
6	Korist za obrazovnu i širu zajednicu	105
7	Zaključak	107
8	Literatura korištena na radionicama.....	108
9	Sažetak.....	110
10	Summary.....	112
11	Zahvale	114
12	Prilozi	115

1 Uvod

Program se odvija u suradnji *Fakulteta elektrotehnike i računarstva i Prirodoslovno-matematičkog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu, XV. gimnazije Zagreb, Hrvatskog matematičkog društva i Udruge Mladi nadareni matematičari Marin Getaldić* te je namijenjen učenicima od 5. do 8. razreda osnovne škole.

Glavni nositelji programa su studenti FER-a i PMF-a, autori ovog rada. Program RADDAR sastoji se od matematičkih radionica, informatičkih radionica i posjeta Fakultetu elektrotehnike i računarstva. Na slici 1 prikazan je plakat za promociju aktivnosti koji je izrađen u suradnji s učenicima XV. gimnazije.



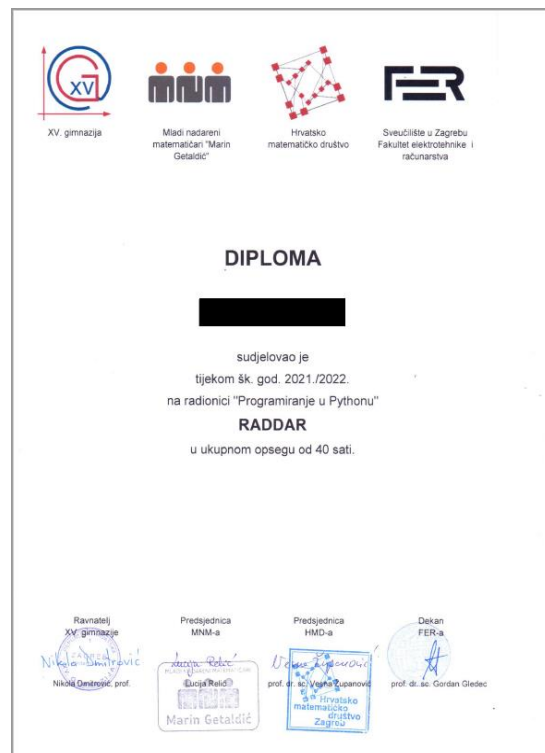
Slika 1. Plakat za promociju RADDAR programa među učenicima

U učionicama XV. gimnazije tijekom ove akademske godine održali smo 12 matematičkih radionica i 12 informatičkih radionica, svaka u trajanju dva školska sata. Matematičke

radionice održavali smo u 4 grupe, po razredima od 5. do 8. razreda. Informatičke grupe su ovisile o razini znanja programiranja u Pythonu te su postojale 3 grupe. Nama studentima, voditeljima radionica, pomažu srednjoškolci koji su već prošli program te žele nastaviti u ulozi pomoćnika voditelja. Iskusni nastavnici pružaju nam pedagošku pomoć i usmjeravaju nas u radu s učenicima. Posjete laboratorijima FER-a održali smo 5 puta, pri čemu su učenici posjetili jedan ili više laboratorija u kojima je za njih pripremljen program- prezentacija, razgledavanje opreme, eksperiment, a često i praktični rad. Profesori FER-a pripremaju program na kojem su prisutni učenici i voditelji, srednjoškolci koji nam pomažu te nastavnici iz škola. Uz subotnji posjet laboratoriju FER-a održavaju se i matematičke odnosno informatičke radionice u 4 grupe u trajanju od 3 školska sata.



Slika 2. Diploma za matematičke radionice



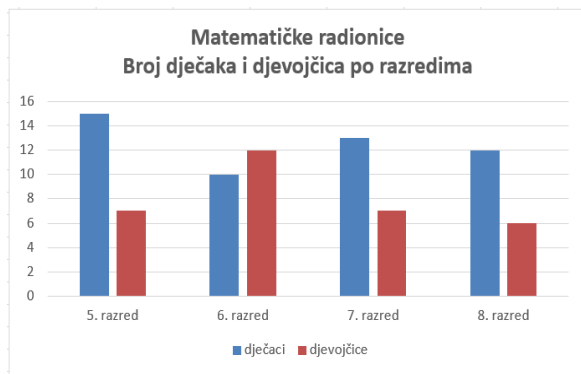
Slika 3. Diploma za informatičke radionice

U našem programu je sudjelovalo 157 učenika i to 79 učenika na matematičkim radionicama i 62 učenika na informatičkim radionicama (Programiranje u Pythonu), te 16 učenika samo na subotnjim radionicama. Učenici su na završnoj svečanosti po razredima dobili diplome za pohađanje programa (slike 2 i 3). Osim zanimljivim programima, učenike motiviramo različitim stupnjevima diploma, ovisno o redovitosti pohađanja programa pa i sitnim poklonima. Na svakoj radionici na FER-u učenici se međusobno družu tijekom rada, tijekom posjeta laboratorijima, a posebno tijekom pauza uz kekse i sokove (slika 4).

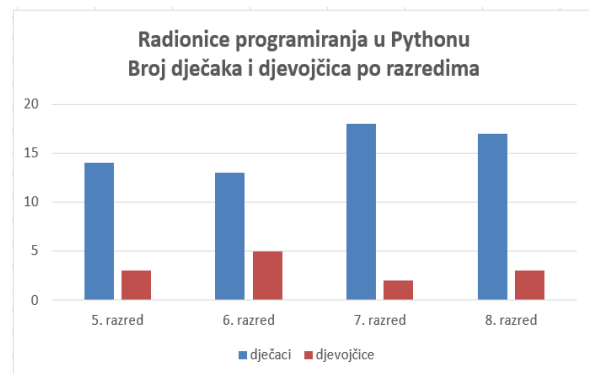


Slika 4. Priprema druženja i okrepe u pauzi tijekom radionica na FER-u

Aktivnost ima i socijalnu komponentu druženja i povezivanja učenika različitih škola koji dijele slične interese. Na radionicama su sudjelovali učenici iz 39 osnovnih škola i to najviše iz Grada Zagreba, ali i iz Zagrebačke i Varaždinske županije. Na radionicama je sudjelovalo više dječaka nego djevojčica što se može vidjeti iz prikaza broja učenika prema spolu i razredu posebno za matematičke radionice i posebno za informatičke radionice (slike 5 i 6).

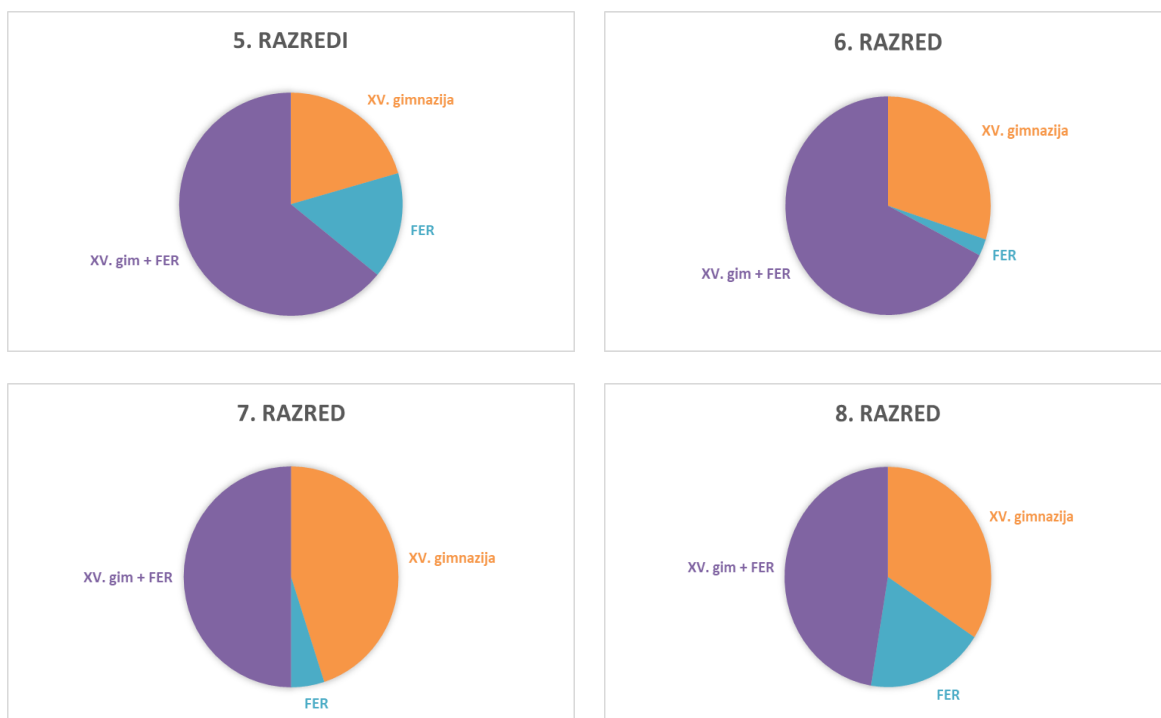


Slika 5. Raspodjela učenika prema razredima i spolu za matematičke radionice



Slika 6. Raspodjela učenika prema razredima i spolu za informatičke radionice

Uočili smo da neki učenici pohađaju samo matematičke radionice i/ili informatičke radionice koje se održavaju u XV. gimnaziji, a neki sudjeluju samo na radionicama koje se održavaju subotama na FER-u, dok većina učenika pohađa odabranu radionicu u XV. gimnaziji i subotnje radionice na FER-u. Udio pojedinih kategorija učenika za svaki razred prikazan je grafikonima (slika 7).



Slika 7. Udio pojedinih kategorija učenika za svaki razred

2 Cilj i svrha radionica

Svrha matematičkih i informatičkih radionica programa RADDAR je pobuđivanje ranog interesa za STEM područje kod učenika osnovnih škola kroz zabavu, učenje i pokazne demonstracije. Radionice imaju nekoliko ciljeva:

- matematičko i informatičko obrazovanje mladih u neformalnom okruženju;
- obrazovanje kroz spoznaju o primjeni matematike u informatici, elektrotehnici i fizici unutar izvanškolskih i izvannastavnih aktivnosti;
- unaprjeđenje vještine matematičkog modeliranja realnih problema na razini osnovne škole te njihovo rješavanje računalom;
- popularizacija znanosti i tehnike te poticanje sklonosti za stvaralaštvo u tehnici i matematici, kroz upoznavanje s novim znanstvenim i tehničkim dostignućima;
- uključivanje cijele obrazovne vertikale u obrazovanje osnovnoškolaca, od nastavnika osnovnih škola, srednjoškolskih i sveučilišnih nastavnika, do studenata prirodoslovlja i tehnike te srednjoškolaca;
- usmjeravanje učenika za izbor zanimanja u području tehnike i prirodoslovlja;
- poticanje uključivanja studenata i srednjoškolaca u izvanškolski obrazovni proces, u ulozi mentora, čime se utječe i na njihov izbor zanimanja;
- suradnja studenata različitih fakulteta, poticanje interdisciplinarnosti.

Osim doprinosa u popularizaciji znanosti, ovaj program doprinosi suradnji između škola i sveučilišta te ranom upoznavanju djece sličnih interesa i međugeneracijskoj suradnji.

Postoje primjeri prijateljstava koja su započela na RADDAR-u, obitelji čije više djece ide na RADDAR, jer su roditelji program prepoznali kao vrlo kvalitetan i inovativan. Neki od nas voditelja su kao učenici bili polaznici programa. Neki bivši voditelji studenti, sada su nastavnici u školama te ističu da im je ovaj program pomogao u njihovom sadašnjem radu.

Unutar projekta okupljaju se učenici skloni matematici, znanosti, tehnici. Ime RAD+DAR poručuje da samo dugotrajan rad može dovesti do željenih rezultata. Spoznaja da u pozadini tehničkih „igračaka“ koje učenici razgledavaju leži matematika i fizika, dodatni je motiv da se učenici posvete rješavanju zadataka.

3 Radionice na FER-u i posjeti laboratorijima

Uz tjedne radionice u prostoru XV. gimnazije, tijekom školske godine organizirano je i pet radionica na FER-u. Radionice na FER-u dopuna su tjednim radionicama i traju 3 sata. Odvijaju se subotom, a osim rada sa studentima, autorima ovog rada, redovito su popraćene i posjetom nekom od laboratorija ili istraživačkih grupa na FER-u. Posjet i organizaciju boravka u laboratorijima FER-u organiziraju nastavnici FER-a.

3.1 Posjet Laboratoriju za napredne elektroenergetske mreže

U okviru programa RADDAR u subotu 23. listopada 2021. zajedno sa 70 učenika posjetili smo *Laboratorij za napredne elektroenergetske mreže (Smart Grid Laboratory – SGLab, <https://sglab.fer.hr>)*. Posjet su organizirali mentori ovog rada zajedno s autorima Marinom Belamarićem, Ivanom Glogarom i Eleonorom Đaković te s voditeljem Laboratorija prof. dr. sc. Hrvojem Pandžićem.

Područje rada Laboratorija je znanstveno-istraživački i stručni rad te edukacija iz područja naprednih elektroenergetskih sustava. Aktivnosti SGLaba prvenstveno su usmjerene na istraživanje utjecaja obnovljivih izvora energije i distribuirane proizvodnje na elektroenergetski sustav s povećanim zahtjevima fleksibilnosti zbog naprednih tehnologija kao što su: jedinice za pohranu energije, električna vozila i njihove punionice, sinkronizirane mjerne jedinice, agregiranje odgovora na potražnju, strukturiranje mikromreža, višegeneracijski sustavi, itd.

Umrežavanje i upravljanje velikim brojem raznih uređaja postiže se primjenom ICT rješenja. SGLab ima dugogodišnju suradnju s industrijom u primijenjenom istraživanju u području naprednih energetskih sustava. Od 15 ljudi koji čine Laboratorij, 8 je mladih doktoranada. Ne treba posebno isticati društvenu korist i važnost ovakvog laboratorija u današnje vrijeme.

Prof. dr. sc. Hrvoje Pandžić sa suradnicima dr. sc. Mateom Beusom i Marijom Čuljak pokazao je učenicima malu FER-ovu hidroelektranu sa svim podsustavima koji se mogu vidjeti i na pravoj hidroelektrani.

S obzirom na veliki broj učenika, posjetili su laboratorije u 4 grupe. SGLab nalazi se u velikoj prostoriji u prizemlju FER-a u kojoj su učenici mogli vidjeti malu hidroelektranu koja koristi bazen smješten ispod te prostorije.

Učenici su posjetili i laboratorij koji je dizajniran kao pametna kuhinja smješten unutar Zavoda za visoki napon i energetiku te su se na njima prihvatljiv način upoznali s problemima elektroenergetske mreže. Imali su puno ideja kao unaprijediti pametnu kuhinju Laboratorija.

Osim posjeta laboratoriju održali smo i matematičku radionicu. Radionicu za 5. razred je održala Eleonora Đaković, 6. razred Marin Belamarić, 7. razred Ivan Glogar, a s 8. razredom je radio izv. prof. dr. sc. Domagoj Kovačević.

Radionica na FER-u i posjet Laboratoriju za napredne elektroenergetske mreže zabilježeni su na slikama 8 do 12.



Slika 8. Radionica na FER-u i posjet Laboratoriju za napredne elektroenergetske mreže



Slika 9. Radionica na FER-u i posjet Laboratoriju za napredne elektroenergetske mreže



Slika 10. Radionica na FER-u i posjet Laboratoriju za napredne elektroenergetske mreže



Slika 11. Radionica na FER-u i posjet Laboratoriju za napredne elektroenergetske mreže



Slika 12. Radionica na FER-u i posjet Laboratoriju za napredne elektroenergetske mreže

3.2 Posjet Laboratoriju za podvodne sustave i tehnologije

U subotu 27. studenog 2021. zajedno s 55 učenika posjetili smo *Laboratorij za podvodne sustave i tehnologije* (LAPOST, <https://labust.fer.hr/labust>) koji vodi prof. dr. sc. Nikola Mišković.

Učenici su pogledali prezentaciju o radu Laboratorija te sudjelovali u timskom natjecanju u upravljanju podmornicama koje su organizirali asistenti FER-a Vladimir Slošić i Ivo Kutleša te studenti Marin Belamarić, Patricija Dovijanić, Eleonora Đaković, Ivan Glogar i Matej Ivaniček uz pomoć mentora ovog rada.

LAPOST se bavi istraživanjem i razvojem podvodnih sustava i tehnologija, edukacijom u domeni plovidbe, vođenjem i upravljanjem bespilotnim pomorskim plovilima, površinskim i podvodnim, promicanje visoke tehnologije u održivom razvoju i iskorištavanju mora, podmorja, rijeka, jezera, kao i u pomorskoj sigurnosti. Laboratorij je u svjetskim razmjerima respektabilan u autonomnim morskim sustavima, senzorskoj obradi i podvodnoj akustici za znanost o moru, pomorsku arheologiju, pomorsku sigurnost, energetski sektor na moru i druge primjene. Počeci LAPOST-a sežu do kasnih 1960-ih godina kada je osnovana istraživačka skupina na FER-u. Tijekom 1970-ih i 1980-ih intenzivna je suradnja s Brodarskim institutom u Zagrebu i brodogradilištima. U 1990-ima se fokus istraživanja okreće prema brodskim vozilima bez posade. Istraživački laboratorij LAPOST osnovan je u prosincu 2011. godine. LAPOST je trenutno jedini istraživački laboratorij s istraživačkim i razvojnim i inovacijskim mogućnostima za podvodne sustave i tehnologije na istočnoj obali Jadranskog mora.

Laboratorij je do 2019. godine vodio prof. dr. sc. Zoran Vukić, a od tada prof. dr. sc. Nikola Mišković koji je od 2018. prodekan za znanost FER-a. Od 15 ljudi koji čine Laboratorij, 9 je mladih doktoranada kojima u znanstveno-istraživačkom radu pomaže i 12 alumnijsa LAPOST-a.

LAPOST je vrlo aktivan u popularizaciji znanosti jer ga čine inovativni mladi ljudi, a ima i komparativne prednosti, bazen s atraktivnim plovilima kojima se može upravljati na daljinu.

Nizom dobro financiranih EU i HRZZ projekata LAPOST je unaprijedio svoju opremu, pa je sad smješten u novo uređenim prostorima u stražnjem dijelu dvorane Martinovka, gdje su ih učenici i studenti posjetili.

Pri posjetu Laboratoriju nakon pogledane prezentacije timovi učenika su s ruba bazena upravljali plovilicom koja je trebala obići prepreke na vodi, patkice, labudove i bove te se mjerilo vrijeme u kojem to uspije prijeći. S obzirom na veliki broj učenika, posjetili su laboratorij u 4 grupe.

Sudjelovali su timovi: Čupavci, Brzi, Montessori, MB, Blokovi, Voda, Pametni ljudi, Neznam, Sramežljive cure, Nindža kornjače, Žuti, Momci, Nemam pojma, Imam posla i Električne jegulje. Prvo mjesto su osvojili Pametni ljudi koji su za 44 sekunde uspjeli obaviti zadatak, Sramežljive cure za 46 sekundi, a Čupavci za 47 sekundi.

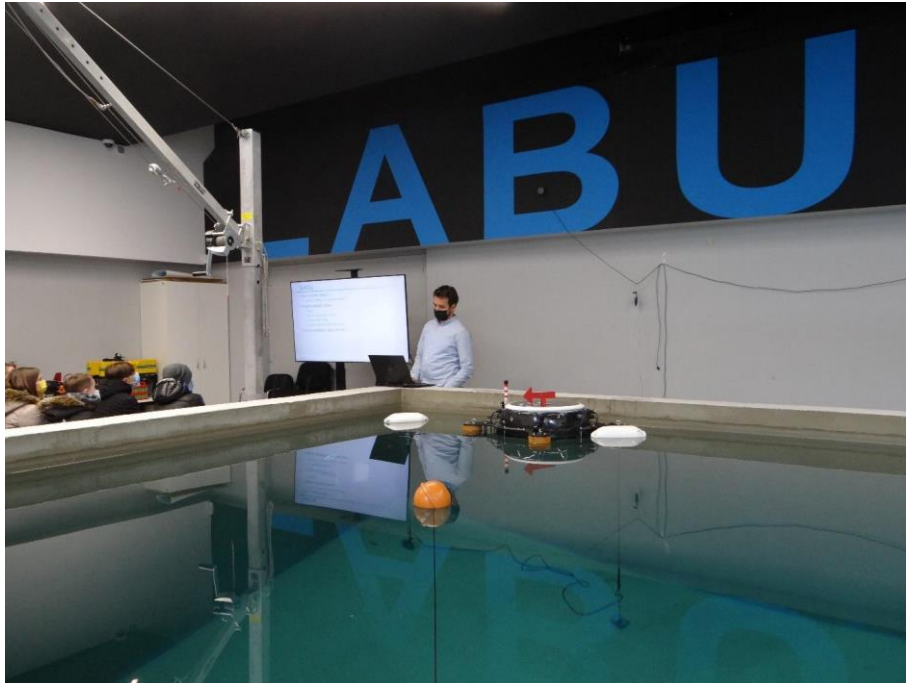
Nakon natjecanja podijeljene su nagrade ovim najuspješnijim timovima. Od Hrvatskog matematičkog društva stigla je donacija časopisa Matka, a nabavljena je i sitna računalna oprema kao poklon učenicima.

Osim posjeta laboratoriju održali smo i matematičku radionicu. Radionicu za 5. razred je održala Eleonora Đaković, 6. razred Marin Belamarić i Patricija Dovijanić, 7. razred Ivan Glogar i Matej Ivaniček, a s 8. razredom je radio izv. prof. dr. sc. Domagoj Kovačević.

Radionica na FER-u i posjet Laboratoriju za podvodne sustave i tehnologije zabilježeni su na slikama 13 do 18.



Slika 13. Radionica na FER-u i posjet Laboratoriju za podvodne sustave i tehnologije



Slika 14. Radionica na FER-u i posjet Laboratoriju za podvodne sustave i tehnologije



Slika 15. Radionica na FER-u i posjet Laboratoriju za podvodne sustave i tehnologije



Slika 16. Radionica na FER-u i posjet Laboratoriju za podvodne sustave i tehnologije



Slika 17. Radionica na FER-u i posjet Laboratoriju za podvodne sustave i tehnologije



Slika 18. Radionica na FER-u i posjet Laboratoriju za podvodne sustave i tehnologije

3.3 Posjet Laboratoriju za informacijsku sigurnost i privatnost

U subotu 12. veljače 2022. održali smo informatičku radionicu na FER-u i posjet *Laboratoriju za informacijsku sigurnost i privatnost (LISP)*, <https://www.fer.unizg.hr/lisp>) koji vodi doc. dr. sc. Stjepan Groš. Radionicu i posjet Laboratoriju organizirali su mentori ovog rada zajedno s autorima Davidom Glavašem, Petrom Prencom, Anom Vinković, Anom Marić, Emom Nekić, Matkom Šimićem, Tvrtkom Puškarićem i Karlom Grgičinom te zamjenikom voditelja Laboratorija izv. prof. dr. sc. Marinom Vukovićem. Na radionici su bila 52 učenika.

Laboratorij za informacijsku sigurnost i privatnost na FER-u osnovan je 2014. godine. Okuplja znanstvenike na FER-u čija su djelatnost i interesi u području informacijske, odnosno digitalne sigurnosti i privatnosti. Zadaća Laboratorija je okupljati istraživače i stručnjake s FER-a radi zajedničkog nastupa u projektima, edukaciji i umrežavanju. Također, zbog širokog opsega koji pokriva digitalna sigurnost, ali i primjena drugih područja u digitalnoj sigurnosti i privatnosti, Laboratorij djeluje kao katalizator koji omogućava povezivanje s drugim područjima istraživanja i edukacije na FER-u, ali i Sveučilištu u Zagrebu te u industriji. Cilj Laboratorija je uspostaviti jaku i prepoznatljivu istraživačku i edukacijsku grupu u području digitalne sigurnosti i privatnosti, dobro umreženu s industrijom i drugim istraživačkim institucijama. Laboratorij djeluje u dva glavna pravca: u pravcu istraživačke i inovacijske djelatnosti te u pravcu edukacijske djelatnosti.

U sklopu inovacijske i istraživačke djelatnosti, Laboratorij se bavi primjenom metoda strojnog učenja u rješavanju problema sigurnosti, primjenom optimizacijskih metoda u poboljšanju kriptografskih primitiva, sigurnošću aplikacija, sigurnošću mrežne komunikacije, sigurnošću ugradbenih i upravljačkih sustava, analizom zloćudnog koda, analizom sigurnosti komunikacijskih protokola, primijenjenom kriptografijom, kibernetičkom sigurnošću, upravljačkom sigurnošću, sigurnosnim politikama, upravljanjem rizicima, razvojem anonimizirajućih protokola i njihovom primjenom, razvojem novih modela za analizu sigurnosti i privatnosti, razvoj novih metoda za poboljšanje sigurnosti i privatnosti te organizacijom i sudjelovanjem na znanstvenim i stručnim konferencijama u regiji, posebice na MIPRO ISS.

U sklopu edukacijske djelatnosti, aktivnosti Laboratorija su razvijanje svijesti o sigurnosti i osposobljavanje kompetentnih inženjera u području informacijske sigurnosti kroz predmete iz područja sigurnosti u preddiplomskoj i diplomskoj nastavi, razvijanje svijesti o privatnosti,

cjeloživotno obrazovanje te stvaranje specijalista iz područja informacijske sigurnosti putem specijalističkog studija informacijske sigurnosti, održavanje edukativnih predavanja i radionica profesionalcima i korisnicima, organizacija ljetnih škola te povezivanje sa sličnim studijima u inozemstvu radi poboljšanja kvalitete obrazovanja.

Tijekom posjeta Laboratoriju, zamjenik voditelja izv. prof. dr. sc. Marin Vuković održao je interaktivno predavanje o sigurnosnim prijetnjama i zaštitama od prijetnji i prijevara na Internetu. Učenici su se upoznali s postupcima odabira teško probojnih, a istovremeno lako pamtljivih lozinki, razlikovanjem autentičnih i lažnih web stranica koje izgledaju vizualno jednako, načinima prepoznavanja lažnih profila na društvenim mrežama i prepoznavanjem sumnjivih poruka elektroničke pošte. Za svaku od nabrojanih prijevara, učenicima su pokazane metode samozaštite ili ispravno postupanje u slučaju da samopomoć nije dovoljna zaštita.

Učenici su pokazali veliko zanimanje za problematiku računalne sigurnosti i privatnosti, a kroz aktivnu diskusiju s predavačem demonstrirali vlastito shvaćanje važnosti zaštite, kao i informiranost o poznatim sigurnosnim incidentima koji su se nedavno dogodili. Posjet laboratoriju završen je kvizom znanja gdje su učenici imali priliku propitati vlastite prosudbe tijekom postupanja u slučaju sigurnosnog incidenta.

Osim posjeta Laboratoriju, održana je i informatička radionica. Učenici 5. i 6. razreda rješavali su zadatke s informatičkog natjecanja Dabar, dok je za učenike 7. i 8. razreda održana radionica o kriptiranju podataka.

Radionicu za 5. razred vodile su studentice Ema Nekić i Ana Marić, a radionicu za 6. razred studentica Ana Vinković. Učenici su rješavali zadatke s natjecanja Dabar. Zadaci s natjecanja posebno su namijenjeni za razvijanje logičkog i računalnog razmišljanja. Kako bi bila prikladna i za polaznike programa RADDAR koji ne pohađaju tjedne informatičke radionice u XV. gimnaziji, radionica nije zahtijevala znanje programiranja u programskom jeziku, a umjesto na računalima, izvedena je uz pomoć prezentacijske opreme uz rješavanje problemskih zadataka na papiru.

Radionicu za 7. razred vodio je student Petar Prenc, a za 8. razred studenti Matko Šimić i Karlo Grgičin. Učenici su najprije odslušali kratku prezentaciju o kriptografiji, upoznali su se s osnovnim sustavima tradicionalne kriptografije - kriptiranjem s pomakom, Vigenereovim kriptiranjem i transpozicijskim kriptiranjem, te su nakon toga rješavali zadatke s kriptiranjem odnosno dekriptiranjem koristeći naučeno. Učenike smo podijelili u timove čime smo ih

poticali na međusobnu suradnju te smo razvijali timski i natjecateljski duh. Ekipe koje su prve riješile postavljene zadatke izabrale su predstavnika koji je na ploči objasnio kako doći do rješenja. Proveli smo i kratku pauzu za okrijepu te smo nakon završenog natjecanja i proglašenja pobjednika izdvojili vrijeme za međusobno upoznavanje te smo saznali planove za nastavak obrazovanja naših polaznika. Većina grupe se izjasnila da planira nastaviti svoje srednjoškolsko obrazovanje u XV. gimnaziji, a nakon toga pohađati fakultete STEM područja. Učenici su aktivno postavljali pitanja vezana uz srednjoškolsko obrazovanje čime su pokazali zrelost u razmišljanju i akademske ambicije.

Radionica na FER-u i posjet Laboratoriju za podvodne sustave i tehnologije zabilježeni su na slikama 19 do 24.



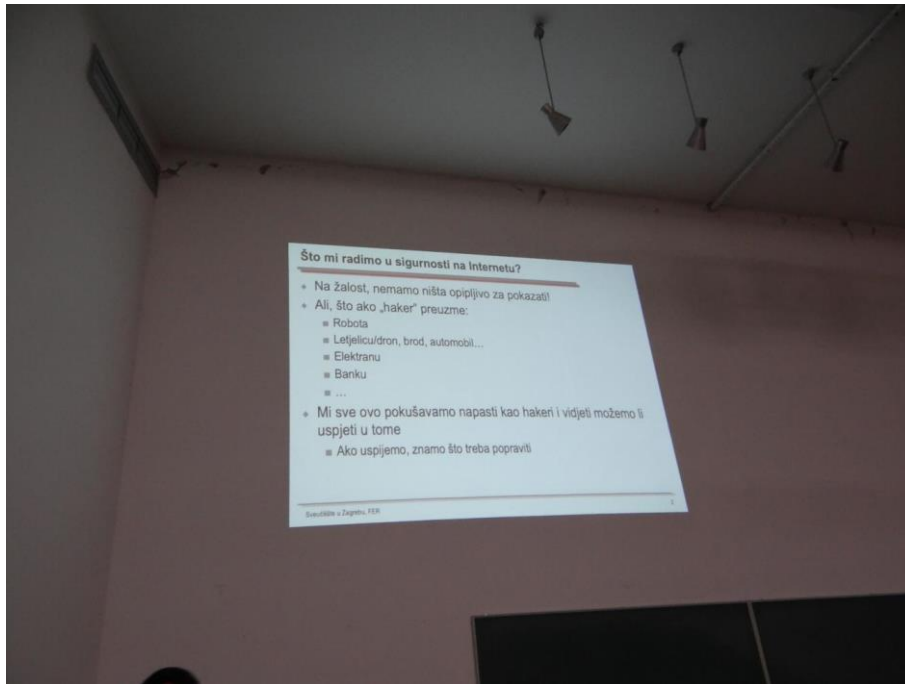
Slika 19. Radionica na FER-u i posjet Laboratoriju za informacijsku sigurnost i privatnost



Slika 22. Radionica na FER-u i posjet Laboratoriju za informacijsku sigurnost i privatnost



Slika 23. Radionica na FER-u i posjet Laboratoriju za informacijsku sigurnost i privatnost



Slika 24. Radionica na FER-u i posjet Laboratoriju za informacijsku sigurnost i privatnost

3.4 Radionica iz astronomije

U subotu 12. ožujka 2022. zajedno s 60 učenika sudjelovali smo na radionici iz astronomije. Radionicu su organizirali mentori ovog rada, Zvonimir Drvar, direktor planetarija Tehničkog muzeja Nikola Tesla te studenti autori rada Marin Belamarić, Ivan Glogar i Matej Ivaniček. Sudjelovale su i asistentice FER-a Marina Furkes sa Zavoda za primijenjenu matematiku i Petra Maruševac sa Zavoda za primijenjenu fiziku te nastavnice iz škola.

Ova radionica osim rada u učionici uključuje i kinestetičku dimenziju učenja: učenici su na podu u auli FER-a nacrtali model planetarnog gibanja u Sunčevom sustavu (za Mars, Veneru i Merkur) uz vodstvo Zvonimira Drvara. Ovakav trodimenzionalni model planetarija se radi počevši od planetarnih položaja nacrtanih duž orbita. Na orbite su stavljene oznake za konstantne vremenske intervale, koji predstavljaju treću dimenziju - vrijeme. Učenici raspoređeni na različite orbite čine jedan korak u jednom vremenskom intervalu kojeg označava voditelj. Eliptična orbita planeta je postavljena uz pomoć užeta: lociranje pozicija duž orbite je omogućeno uz konstantan zbroj udaljenosti točke na elipsi od dva fokusa elipse. Na planetarnoj mapi se koristi astronomska jedinica za udaljenost (1 AU = srednja udaljenost između Zemlje i Sunca), koja se stavlja u određeni omjer sa realnim udaljenostima na nacrtanoj mapi. Aktivnosti povezane sa ovakvim planetarijem omogućuju interaktivno uvođenje zakona nebeske mehanike, usporedbu različitih tipova orbita, i značenje zakona gravitacije.

Osnovna ideja vezana uz planetarnu mapu nacrtanu u auli bila je da učenici razumiju oblik orbita. U učionicama su uz pomoć RADDAR voditelja također rješavali jednostavne matematičke probleme povezane s kretanjem planeta i konstrukcijom elipse. Svaki razred je radio na problemima prikladnim njihovoj dobi.

5. razred

S učenicima petog razreda promatrali smo pojednostavljene kružne orbite temeljem zadataka koje je sastavio Marin Belamarić. Problemi su bili otvorenog tipa koji traže da učenik istraži i i obrazloži mogućnosti koje se javljaju. U skladu su s današnjim trendovima istraživački orijentirane nastave matematike, fizike, tehnike, ali i drugih područja.

Zadaci za 5. razred – Udaljenosti planeta

Pretpostavimo da planeti kruže na fiksnoj udaljenosti od Sunca, kao što je prikazano na slici 25. Približne udaljenosti su izražene u desecima milijuna kilometara.

Merkur je udaljen od Sunca približno 60 milijuna kilometara. Udaljenost između Merkura i Sunca je onda 6 j, gdje je $j = 10\,000\,000\text{ km}$.

Udaljenosti planeta od Sunca:

- Merkur 6 j
- Venera 10 j
- Zemlja 15 j
- Mars 23 j
- Jupiter 78 j
- Saturn 143 j
- Uran 287 j
- Neptun 449 j



Slika 25. Primjer zadatka iz astronomije za učenike 5. razreda – udaljenosti planeta

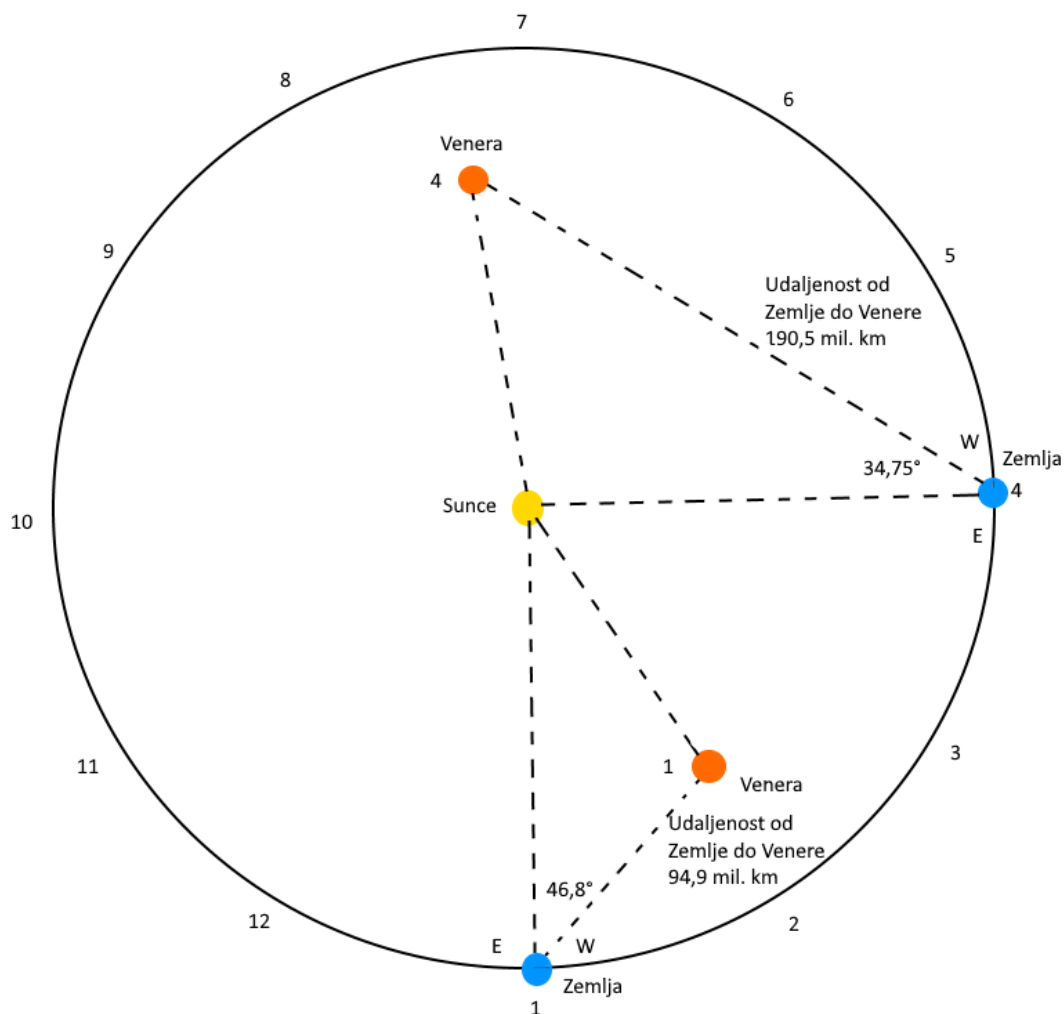
1. dio
 - a) Kolika je udaljenost između Zemlje i Merkura?
 - b) Kolika je udaljenost između Zemlje i Venere?
 - c) Koji je planet od ovih bliži Zemlji?
2. dio
 - d) Koja je udaljenost veća: Mars – Merkur ili Mars – Zemlja?
3. dio
 - e) Kada možemo reći da je planet A uvijek bliže planetu B nego što je to planetu C?
 - f) U kojem su odnosu planeti A, B i C?

6. razred

Učenici šestog razreda crtali su orbite u auli FER-a direktno pod vodstvom Zvonimira Drvara. Kad su završili i vratili se u učionicu rješavali su zadatke povezane s praktičnim radom čiji je autor također Zvonimir Drvar.

Zadaci za 6. razred – Crtanje orbita planeta

Potrebni materijali za svakog učenika: milimetarski papir, kutomjer, ravnalo, olovka, gumica



Slika 26. Primjer zadatka iz astronomije za učenike 6. razreda – orbite planeta

Zadatak:

Na milimetarskom papiru nacrtano je Sunce i orbita Zemlje oko Sunca. Mjerilo iznosi 1 cm = 20 milijuna km. U tablici 1, brojkama od 1 do 24 označeni su karakteristični položaji Zemlje dok kruži oko Sunca. Na svakoj točki izvršeno je mjerenje položaja planeta Marsa. Za točan položaj potrebno je odrediti kutnu udaljenost planeta od Sunca gledano sa Zemlje u stupnjevima i udaljenost planeta od Zemlje u milijunima km. Potrebni podaci upisani su u tablicu koja je priložena ovome zadatku. Na slici 26 prikazan je način rada na primjeru Venere.

Tablica 1. Primjer zadatka iz astronomije za učenike 6. razreda – karakteristični položaji
Zemlje dok kruži oko Sunca

POLOŽAJ ZEMLJE		MARS
1	Kutna udaljenost u °	79,7 E
1	Udaljenost od Zemlje (mil. km)	188,6
2	Kutna udaljenost u °	69 E
2	Udaljenost od Zemlje (mil. km)	228,4
3	Kutna udaljenost u °	59,7 E
3	Udaljenost od Zemlje (mil. km)	264,3
4	Kutna udaljenost u °	49,5 E
4	Udaljenost od Zemlje (mil. km)	302,1
5	Kutna udaljenost u °	39,7 E
5	Udaljenost od Zemlje (mil. km)	334,9
6	Kutna udaljenost u °	30 E
6	Udaljenost od Zemlje (mil. km)	363,1
7	Kutna udaljenost u °	20,5 E
7	Udaljenost od Zemlje (mil. km)	383,5
8	Kutna udaljenost u °	10,7 E
8	Udaljenost od Zemlje (mil. km)	396,4
9	Kutna udaljenost u °	1 E
9	Udaljenost od Zemlje (mil. km)	400
10	Kutna udaljenost u °	9,7 W
10	Udaljenost od Zemlje (mil. km)	394,8
11	Kutna udaljenost u °	20,3 W
11	Udaljenost od Zemlje (mil. km)	380

12	Kutna udaljenost u °	30,7 W
12	Udaljenost od Zemlje (mil. km)	357,2
13	Kutna udaljenost u °	41,5 W
13	Udaljenost od Zemlje (mil. km)	326,8
14	Kutna udaljenost u °	52,2 W
14	Udaljenost od Zemlje (mil. km)	291,5
15	Kutna udaljenost u °	61,5 W
15	Udaljenost od Zemlje (mil. km)	256,2
16	Kutna udaljenost u °	71 W
16	Udaljenost od Zemlje (mil. km)	218,5
17	Kutna udaljenost u °	79,5 W
17	Udaljenost od Zemlje (mil. km)	183,9
18	Kutna udaljenost u °	88,3 W
18	Udaljenost od Zemlje (mil. km)	151
19	Kutna udaljenost u °	97,8 W
19	Udaljenost od Zemlje (mil. km)	122,4
20	Kutna udaljenost u °	111 W
20	Udaljenost od Zemlje (mil. km)	96
21	Kutna udaljenost u °	131,3 W
21	Udaljenost od Zemlje (mil. km)	74,2
22	Kutna udaljenost u °	162,8 W
22	Udaljenost od Zemlje (mil. km)	62,4
23	Kutna udaljenost u °	157,3 E
23	Udaljenost od Zemlje (mil. km)	70
24	Kutna udaljenost u °	127,8 E
24	Udaljenost od Zemlje (mil. km)	96

Za svaki položaj Zemlje od 1 do 24 potrebno je ucrtati gdje se u tom trenutku nalazi planet Mars. Po završetku olovkom spajaju se dobivene točke (položaj planeta) kako bi se dobilo putanju planeta oko Sunca.

Oznaka W označava da se planet nalazi zapadno (desno) od Sunca, a oznaka E označava da se planet nalazi istočno (lijevo) od Sunca. Kada se na mm papir unose podatci iz tablice treba imati na umu da se papir okreće za svaki novi položaj Zemlje tako da broj uvijek gleda prema učeniku.

Pitanja:

1. Kakvog je oblika putanja planeta?
2. Možete li odrediti najveću i najmanju udaljenost Marsa od Sunca?
3. Okreće li se brže oko Sunca Zemlja ili Mars?

7. razred

S učenicima sedmog razreda Ivan Glogar i Matej Ivaniček crtali su položaje planeta temeljem podataka zadanih od strane Zvonimira Drvara.

Zadaci za 7. razred – Jupiterovi sateliti

Sa Zemlje promatramo tri Jupiterova satelita Io, Europu i Ganimed kako se okreću oko Jupitera. Promatranja vršimo svakih 5 do 6 sati. Prilikom svakog promatranja zabilježimo njihov položaj i izmjerimo koliko se u kilometrima istočno ili zapadno (lijevo ili desno) od Jupitera oni nalaze. Podaci o vremenu opažanja i položajima satelita uneseni su u tablicu 2. Zadatak je da se na milimetarskom papiru formata A3 napravi koordinatni sustav. Cijelom dužinom sredine papira povuče se x-os. Na x-os unosimo vremena promatranja. 1 cm pri tom predstavlja razmak od 5 sati promatranja. Odmaknemo se 1 cm od lijevog ruba i cijelom dužinom povučemo y-os. Na y-os unosimo položaje satelita oko Jupitera. 1 cm predstavlja udaljenost od 100 000 km. To je prividna udaljenost satelita od Jupitera kakvu opažamo sa Zemlje. U slučaju kad je ta udaljenost jednaka nuli, to znači da se satelit nalazi točno ispred ili iza Jupitera. Na dobivenu koordinatnu mrežu za svaki satelit unosimo točke. Nakon što smo unijeli sve točke, spajamo ih bojicom. Postupak ponovimo za preostale satelite. Tako dobivamo tri krivulje iz kojih možemo iščitati podatke. Od učenika se traži:

1. Odrediti vrijeme revolucije svakog pojedinog satelita oko Jupitera.
2. U kojem su međusobnom omjeru vremena revolucije?
3. Koji se satelit okreće najbrže, a koji najsporije?

Za one koji žele znati više može se spomenuti kako su vremena revolucije satelita oko Jupitera i njihova udaljenost povezani 3. Keplerovim zakonom.

Tablica 2. Primjer zadatka iz astronomije za učenike 7. razreda – vremena opažanja i položaji Jupiterovih satelita

	Vrijeme promatranja u satima (unosimo na x-os)	5	11	16	21	27	32	37	43
Prividna udaljenost od Jupitera u 100000 km (E ili W)	Io	4,3 W	3,1 W	0	-3,1 E	-4,3 E	-3,1 E	0	3,1 W
	Europa	0	2,6 W	4,8 W	6,3 W	6,8 W	6,3 W	4,8 W	2,7 W
	Ganimed	2,1 W	4,3 W	5,9 W	7,6 W	8,9 W	9,9 W	10,5 W	10,7 W

	Vrijeme promatranja u satima (unosimo na x-os)	48	53	58	64	69	74	80	85
Prividna udaljenost od Jupitera u 100000 km (E ili W)	Io	4,3 W	3,1 W	0	-3,1 E	-4,3 E	-3,1 E	0	3,1 W
	Europa	0	-2,7 E	-4,8 E	-6,3 E	-6,8 E	-6,3 E	-4,8 E	-2,7 E
	Ganimed	10,5W	9,9 W	8,9 W	7,6 W	5,9 W	4,3 W	2,1 W	0

	Vrijeme promatranja u satima (unosimo na x-os)	90	95	101	106	112	117	122	128
Prividna udaljenost od Jupitera u 100000 km (E ili W)	Io	4,3 W	3,1 W	0	-3,1 E	-4,3 E	-3,1 E	0	3,1 W
	Europa	0	2,7 W	4,8 W	6,3 W	6,8 W	6,3 W	4,8 W	2,7 W
	Ganimed	-2,1 E	-4,3 E	-5,9 E	-7,6 E	-8,9 E	-9,9 E	-10,5 E	-10,7 E

Tablica 3. Primjer zadatka iz astronomije za učenike 7. razreda – vrijeme revolucije Jupiterovih satelita

	Vrijeme revolucije oko Jupitera u satima (unosimo na x-os)	133	138	143	149	154	159	165	170
Prividna udaljenost od Jupitera u 100000 km (E ili W)	Io	4,3 W	3,1 W	0	-3,1 E	-4,3 E	-3,1 E	0	3,1 W
	Europa	0	-2,7 E	-4,8 E	-6,3 E	-6,8 E	-6,3 E	-4,8 E	-2,7 E
	Ganimed	-10,5 E	-9,9 E	-8,9 E	-7,6 E	-5,9 E	-4,3 E	-2,1 E	0

Rad s učenicima 7. razreda tijekom radionice iz astronomije zabilježen je na slici 27.



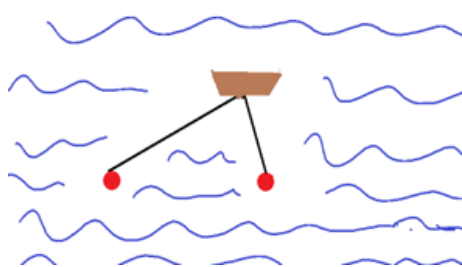
Slika 27. Radionica iz astronomije na FER-u za učenike 7. razreda

8. razred

Za učenike osmog razreda cilj nam je bio da temeljem realnog problema učenici dođu do konstrukcije elipse, pri čemu je korišten metodički pristup razvijen unutar projekta MERIA (<https://meria-project.eu>). Učenici su radili po grupama na pojednostavljenom problemu iz realnog svijeta.

Zadaci za 8. razred – Konstrukcija elipse

Odredite područje u kojem se može kretati brod sa skice.



Slika 28. Primjer zadatka iz astronomije za učenike 8. razreda

Slika predstavlja čamac povezan sa dvije bove. Potrebno je odrediti područje unutar kojeg se može gibati čamac uz konstantnu duljinu užeta. U prvom dijelu se određuje niz točaka određenih udaljenošću od bova. Ove točke nalaze se na elipsi. U prvoj fazi scenarija, u skladu s metodičkom teorijom koju primjenjujemo, učitelj objašnjava problem i odgovara na pitanja učenika. Za vrijeme adidaktičke faze, formulacije i izvođenja, interakcija učenika se odvija bez upletanja učitelja. U didaktičkoj fazi učitelji su moderatori [9].

Nakon diskusije, učenici svih razreda su svoje prijedloge rješenja problema mogli provjeriti kretanjem po orbitama planeta nacrtanim u auli.

Zanimljivo je primijetiti da je scenarij imao dva cilja, prvi cilj je bio skicirati, odnosno konstruirati područje u kojoj se može kretati čamac. To su učenici dobro riješili, a ali ne bez problema jer su pretpostavili da je užo vezano na čamcu na način da je fiksno i ne može kliziti kroz rupu ma čamcu (obično na pramcu). Tek kad su shvatili da užo može kliziti kroz rupu preko koje je vezano, došli su do rješenja.

Drugi potencijalni cilj je bio da se dođe da jednadžbe elipse, ali znali smo da bi to moglo biti preambiciozno za učenike 8. razreda koliko god oni bili nadareni za matematiku. To je

zahtjevno i za srednjoškolce. Zaista, učenici nisu uspjeli izvesti jednadžbu elipse, ali bili su vrlo zadovoljni ovim načinom rada. Posebno su bili zadovoljni kad su hodali po elipsi u auli Fakulteta.

Rad s učenicima 8. razreda tijekom radionice iz astronomije zabilježen je na slikama 29 do 32.



Slika 29. Radionica iz astronomije na FER-u za učenike 8. razreda



Slika 30. Radionica iz astronomije na FER-u za učenike 8. razreda



Slika 31. Radionica iz astronomije na FER-u za učenike 8. razreda



Slika 32. Radionica iz astronomije na FER-u za učenike 8. razreda

3.5 Posjet Zavodu za elektroničke sustave i obradbu informacija

U subotu 9. travnja 2022. zajedno s 50 učenika posjetili smo Zavod za elektroničke sustave i obradbu informacija koji nam je predstavio prof. dr. sc. Mario Cifrek. Zavod za elektroničke sustave i obradbu informacija (<https://www.zesoi.fer.hr>) jedan je od najvećih zavoda na FER-u koji se bavi područjima analize, razvoja i konstrukcije elektroničkih sustava, obradbe signala i slika, teorije električnih mreža i sustava, elektroničkih mjerenja i instrumentacije, biomedicinske elektronike, bioinformatike, računalnih mreža i modernih informacijskih i komunikacijskih sustava.

Prof. dr. sc. Mario Cifrek nas je uveo u područje mjerenja i obrade signala u biomedicini na primjeru površinske *elektromiografije*. Nakon kratkog uvodnog predavanja o metodi mjerenja mišićnih signala (elektromiografiji), profesor Cifrek nam je pokazao kako se može mjeriti napon mišića pomoću senzora koji se postavljaju na površinu kože.

Učenici su i sami mogli isprobati mjerenje napona na svojim mišićima. Uočili su značajne razlike u izmjenom naponu kada su mišići bili opušteni i aktivni tijekom dizanja bučica za vježbanje. Također su opazili razlike u signalu između pojedinih učenika i s profesorom Cifrekom su raspravljali o različitim svojstvima izmjerenih signala. Na kraju su neki učenici mjerili napon svojih mišića tijekom igre „obaranja ruke“.

Osim mjerenja površinskog mjerenja mišićnih signala, profesor Cifrek i Matea Čunović, studentica 3. godine na smjeru Elektrotehnika i informacijska tehnologija na FER-u, demonstrirali su nam i kako radi *elektrostimulacija mišića*. Bilo je dojmljivo vidjeti kako se propuštanjem struje na točno određenim mjestima na podlaktici može pomicati pojedine prste na ruci.

S obzirom na to da smo htjeli svim učenicima omogućiti mjerenje napona mišića, posjetili su laboratorij u 4 grupe. Sve grupe bile su izuzetno aktivne i zainteresirane za mjerenja biomedicinskih signala.

Uz posjet laboratoriju, održali smo i matematičku radionicu. Voditeljica 5. razreda je bila nastavnica Ladislava Bunjački, 6. razred su vodili studenti Marin Belamarić i Patricija Dovijanić, 7. razred Ivan Glogar, a 8. razred Bruna Brozović i Eleonora Đaković.

Radionica na FER-u i posjet Zavodu za elektroničke sustave i obradbu informacija zabilježeni su na slikama 33 do 38.



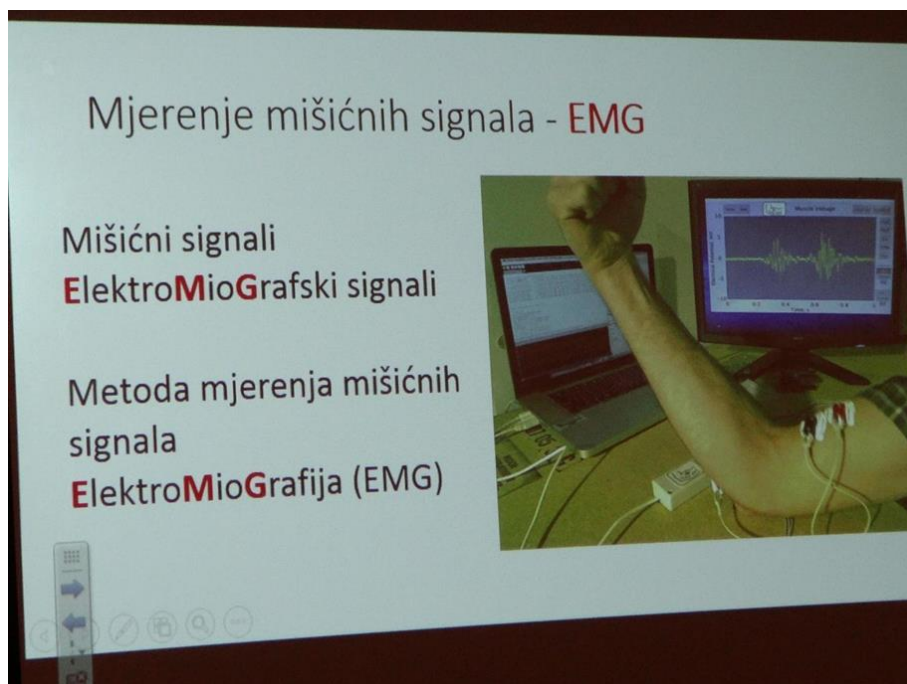
Slika 33. Radionica na FER-u i posjet Zavodu za elektroničke sustave i obradbu informacija



Slika 34. Radionica na FER-u i posjet Zavodu za elektroničke sustave i obradbu informacija



Slika 35. Radionica na FER-u i posjet Zavodu za elektroničke sustave i obradbu informacija



Slika 36. Radionica na FER-u i posjet Zavodu za elektroničke sustave i obradbu informacija



Slika 37. Radionica na FER-u i posjet Zavodu za elektroničke sustave i obradbu informacija



Slika 38. Radionica na FER-u i posjet Zavodu za elektroničke sustave i obradbu informacija

4 Matematičke radionice u XV. gimnaziji

Cilj matematičkih radionica u okviru programa RADDAR bio je pružiti mladim vještim matematičarima priliku da dodatno razviju svoje matematičke sposobnosti i logičko zaključivanje te produbiti njihovu ljubav prema matematici. Na radionicama smo radili po zadacima primjerenim dodatnoj nastavi matematike, no ponekim smo učenicima pristupali individualno sa zahtjevnim zadacima.

4.1 Radionice za 5. razred

Voditeljice radionica za 5. razred bile su studentice Lucija Markotić i Paula Žitković, a pomagala im je učenica Ika Jančiković iz American International School of Zagreb, koja je i sama kao osnovnoškolka pohađala program RADDAR. Program je redovito pohađao 21 učenik.

18. listopada 2021.

Prva radionica RADDAR-a održana je 18. listopada, a započeli smo je kratkim upoznavanjem te konzultiranjem učenika vezano uz teme koje njih zanimaju kako bi ih mogli ukomponirati u buduće radionice. Zbog promjene nastavnog kurikulumu zadnjih godina, raspravljali smo o gradivu koje su polaznici do tada obradili kako bi mogli prilagoditi program ne samo njihovim željama, već i potrebama. Nastavili smo radionicu sa prvom nastavnom cjelinom, skupovima. Prvo smo im pokazali kako možemo prepoznati skupove u stvarnom životu na primjeru učenika kojima je zajednička osobina pripadnost istom razredu te da oni time tvore jedan skup. Objasnili smo im kako skupovi u matematici funkcioniraju na isti način te zadali zadatak koji je glasio: „Iz navedenog niza brojeva (1, 6, 234, 325, 877, 3, 424, 86) izdvojite skup neparnih brojeva.“. Taj zadatak nije predstavljao velik problem pa smo nastavile sa kompleksnijim zadacima. Pokazali smo im značenje znakova vezanih uz skup ($\{ \}$), prazan skup (\emptyset) uniju (\cup), presjek (\cap), podskup (\subset), itd. Pokazali smo im Vennove dijagrame i njihovu funkcionalnost u rješavanju težih zadataka. Nadalje, obradili smo cjelinu prirodnih brojeva N te im je, nakon par riješenih zadataka, ta lekcija bila jasna. Za one koji su htjeli znati više, ukratko smo pokazale skupove cijelih (Z), racionalnih (Q) i iracionalnih (I) brojeva.

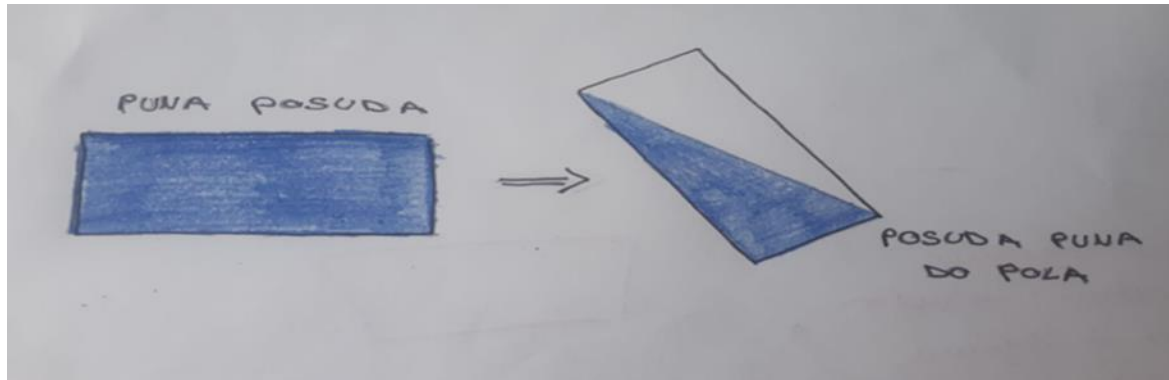
15. studenog 2021.

U ponedjeljak 15. studenog održali smo drugu radionicu. S obzirom na to da se gradivo u osnovnim školama obrađuje slobodnim redosljedom znali smo da ćemo teško postići nadograđivanje naučenog gradiva, već bismo bile primorane vraćati se i nekolicini učenika objašnjavati osnove svake pojedine teme. Također smo bili svjesni da su to učenici koji iza sebe imaju dvije jako nestabilne pandemijske školske godine iz kojih su sigurno izašli sa nekim zaostacima. Zato smo se nakratko odlučili vratiti u četvrti razred i ponoviti te nadograditi gradivo koje su svi zasigurno obradili. Znanja iz prijašnjih razreda ujedno su i važan temelj na koji će kasnije nadograđivati gradivo u višim razredima. Ponovili smo pojmove poput djelatelja i djeljenika, rastavljanje brojeva na dekadске vrijednosti te usput naučili rastavljati brojeve na proste faktore. S obzirom na to da gradivo nije bilo previše zahtjevno, nakon svake cjeline kroz koju smo prošli, zadali smo niz zadataka koje su učenici zapisali u bilježnicu te riješili. Rezultat je prezentirao na ploči onaj tko je zadatak riješio najbrže ili imao najbolje objašnjenje rješenja. Kako se na ploči ne bi izmjenjivala samo nekolicina učenika, ohrabivali smo na javljanje i one koji su bili nešto sramežljiviji. Što se tiče samih zadataka, naglasak smo stavili na one nešto zahtjevnije koji bi bili dio dodatne nastave u nižim razredima (pr. „*Koliko stranica ima knjiga ako je za označavanje svih stranica upotrijebljeno 350 znamenaka?*“). Na kraju predavanja kad smo to istaknuli došlo je do općeg oduševljenja među učenicima od kojih neki nisu vjerovali da su u stanju riješiti zahtjevnije zadatke samostalno. To je probudilo dodatni entuzijazam prema matematici koji se mogao vidjeti na radionicama koje su slijedile.

29. studenog 2021.

Na radionici održanoj 29. studenog odlučili smo testirati razvijenost apstraktnog mišljenja učenika. Naime, djeca do jedanaeste godine života nemaju razvijenu sposobnost konkretnog mišljenja te mogu operirati samo na konkretnim primjerima. Upravo zato smo izabrali temu pitalica i mozgalica putem kojih smo kombinacijom konkretnih primjera i apstraktnih pojmova htjeli vidjeti koliko djece je razvilo tu sposobnost. Znali smo da će nam to saznanje pomoći u daljnjem radu. Jedna pitalica, koja je zadala dosta muke, glasila je: „*Imamo pravokutnu posudu do vrha napunjenu vodom. Kako iz posude izliti točno pola tekućine bez korištenja mjernih pomagala ili drugih posuda?*“ Učenici su imali broj zanimljivih odgovora među kojima su nas neki nasmijali, ali nažalost nisu samostalno uspjeli doći do točnog odgovora. Odgovor smo najlakše prikazali ilustracijom te smo detaljno objasnili zašto je taj prikaz jedini točan odgovor

te kako doći do njega pomoću matematike. (rješenje: Naime, posudu je potrebno pozicionirati tako da se voda izlije točno do dijagonale. Točnije, okrenuti je tako da stoji na rubu. Tada će posuda biti podijeljena na dva jednaka, sukladna, trokuta od kojih će svaki, jedan pun drugi prazan, zauzimati jednako volumena od početne količine vode.)



Slika 39. Primjer zadatka s matematičke radionice za učenike 5. razreda

Ostatak zadatka bio je mnogo lakši i do odgovora se dolazilo uz minimalne dodatne naputke. Jedan takav glasio je: „Koliko je najmanje vremena potrebno da se isprže tri odreska ako je svaki od njih potrebno pržiti 10 minuta, sa svake strane po pet? U obzir treba uzeti da na raspolaganju imamo jednu tavu u koju mogu istovremeno stati dva odreska.“. Odgovor glasi: „Potrebno je minimalno 15 minuta. Nakon što se pekao pet minuta jedan odrezak izvadimo iz tave i stavimo na njegovo mjesto treći. Nakon deset minuta prvi će odrezak biti gotov, a druga dva će se još morati popržiti pet minuta s druge strane.“.

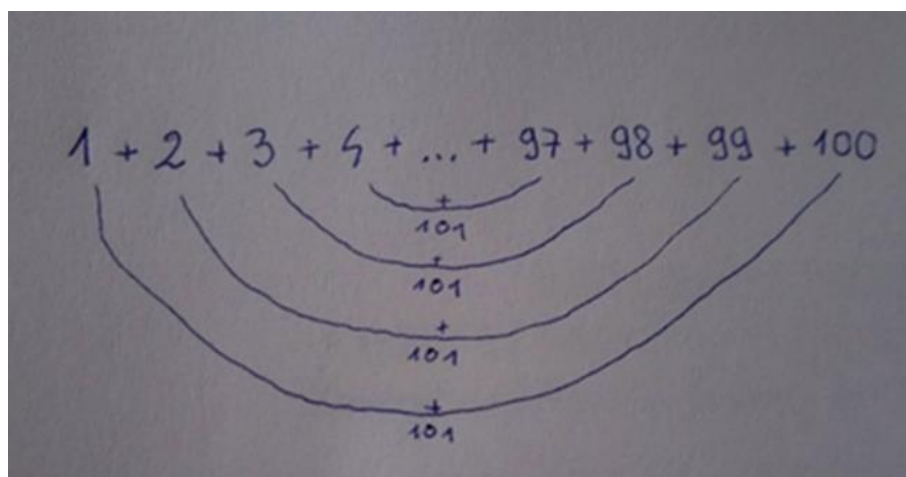
13. prosinca 2021.

Zadnju radionicu prije praznika, 13. prosinca odlučili smo odraditi u blagdanskom okruženju. S obzirom na oduševljenje prikazano radionicom prije nastavili smo s pitalicama, ali ovaj put prigodne tematike. Uz to smo organizirali igru „Adventski kalendar“ u sklopu koje je svaki od učenika izabrao jedan od brojeva u nizu od 1 do 25. Svakome od tih brojeva bio je pridodan unaprijed osmišljen zadatak koji su se temeljili do sada njima poznatim zadacima među kojima su pojedini bili nešto složenije forme. Među njima su bili zadaci riječima, računski zadaci sa većim brojem zagrada i oni u kojima se kombinira veći broj računskih operacija. Nakon izbora zadatka među kojima je bio $i : 253 + 252/4 - 100$ izdvojili bismo potrebno vrijeme za rješavanje zadatka te bi tada učenik koji je izabrao zadatak riješio isti na ploči. Nisu svi zadaci bili jednako kompleksni te je došlo do poteškoća prilikom rješavanja nekih od njih. To je bila odlična prilika da učenik vođen našim pitanjima i uputama samostalno dođe do rješenja na licu mjesta. Taj je

proces pomogao i učenicima koji su sjedili na svome mjestu da dođu do rješenja te nauče nešto o strpljivosti i ustrajnosti te kako svatko od njih pamti drukčijim ritmom i ima vlastiti način upravljanja shemama. Radionicu smo završili želeći svima sve najbolje u novoj godini sa napomenom da je preko praznika potrebno dobro odmoriti, ali ne i zaboraviti tragati za matematikom koja nas okružuje u svakodnevnim životnim zadacima.

10. siječnja 2022.

Peta radionica RADDAR-a održana je 10. siječnja. Započeli smo je s popularnom pričom o mladom nestašnom Carlu Friedrichu Gaussu kojem je učitelj za kaznu zadao da zbroji prvih 100 brojeva. Nakon što smo dali razredu par minuta da probaju smisliti brz način kako zbrojiti te brojeve, odustali su. Nakon toga smo im pokazale kako je to Gauss riješio po formuli $\frac{n \cdot (n+1)}{2}$ te nacrtale sljedeću sliku kako bismo podrobnije objasnili smisao i ideju formule:


$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 97 + 98 + 99 + 100$$

+
101
+
101
+
101
+
101

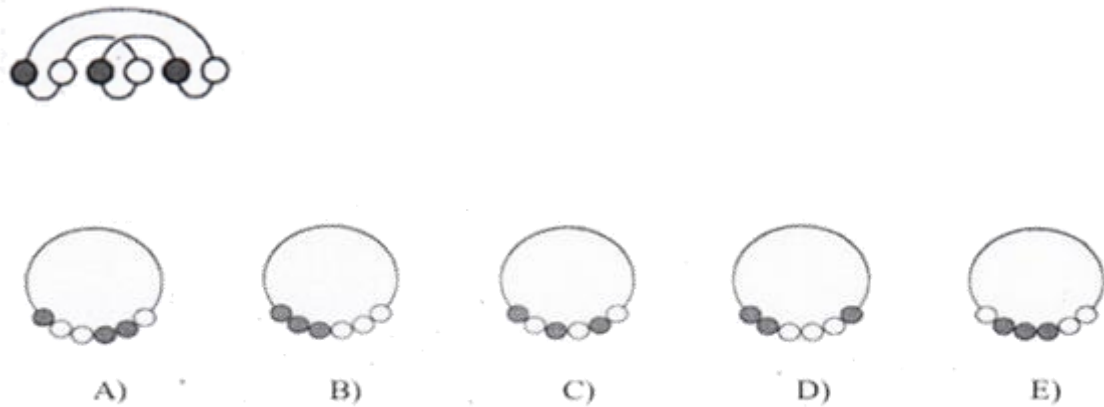
Slika 40. Primjer zadatka s matematičke radionice za učenike 5. razreda

Uz pomoć slike su uspjeli zaključiti da postoji 50 parova brojeva koji daju zbroj 101 te su uz kratko pojašnjenje shvatili kako formula funkcionira. Nakon toga smo riješili još nekoliko zadataka za koje je bilo potrebno koristiti Gaussovu dosjetku te niti nijedan od tih zadataka nije predstavljao problem.

24. siječnja 2022.

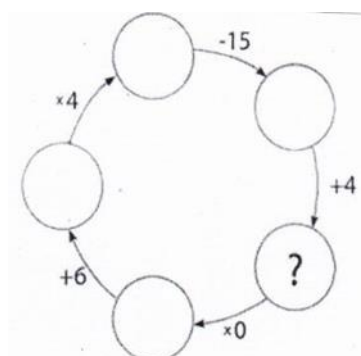
Dana 24. siječnja odlučili smo se pozabaviti zadacima sa natjecanja Klokana iz 2017. godine. Cilj je bio pripremiti učenike za to, ali i ostala natjecanja koja se odvijaju u kasnu zimu i početkom proljeća. Trik sa zadacima iz Klokana je u tome što nisu iznimno komplicirani, ali zahtijevaju razvijenu vizualnu percepciju i razvijene predispozicije apstraktnog razmišljanja.

Naime, većina njih sadrži neku sliku i temelje se na prebrojavanju i uspoređivanju oblika. Jedan od zadataka koji je zadao ponešto problema bio je: *Na gornjoj slici je ogrlica sa šest perlica. Koja je ogrlica na donjoj slici ista kao ona na gornjoj slici?*



Slika 41. Primjer zadatka s matematičke radionice za učenike 5. razreda

Dio učenika imao je veliki problem sa rasuđivanjem kako perlice idu po redu, a dio toga problema ležao je u tome što ogrlica sa početne slike nema jasno izražen početak ili kraj. Također je problem bio i u tome što veliki broj učenika ne može dovoljno dugo zadržati koncentraciju prilikom prebrojavanja te bi se izgubili nadomak točnom rješenju i morali bi krenuti ispočetka. Još jedan zadatak koji je potvrdio našu sumnju problema zadržavanja koncentracije bio je: *Koji bi broj trebalo napisati u kružić s upitnikom tako da svi računi budu točno (znak + označava zbrajanje, znak – oduzimanje, a znak \times množenje)?*



Slika 42. Primjer zadatka s matematičke radionice za učenike 5. razreda

Prilikom rješavanja ovoga zadatka učenici također nisu znali odakle krenuti, ali kad bi isprobali više različitih kombinacija često su se znali pronaći u petlji gdje su samima sebi iznova zadavali istu kombinaciju na kojoj su probavali rješenja ne shvaćajući da se vrte u krug i da su pojedine kombinacije ostale neisprobane. Nakon što smo uvidjeli njihovu brzopletost, istaknuli smo im

je kao problem. Pokazali smo im neke tehnike disanja kako bi se smirili kad uvide da su se izgubili prilikom rješavanja zadataka te im objasnili razlog potrebne provjere rješenja kompleksnih zadataka i pribranosti prilikom njihovog rješavanja.

7. veljače 2022.

U drugome mjesecu, točnije 7. veljače, odlučili smo se vratiti na redovno gradivo u nadi da ga je bar dio učenika već obradio, a za one koje nisu pripremili smo kratki uvod u temu gdje smo objasnili osnove. Taj smo dan obradili razlomke koje smo potkrijepili nizom ilustrativnih primjera koji su vrlo entuzijastično prihvaćeni. Prilikom obrađivanja ovog gradiva uvelike smo obratili pozornost da svaki korak jednostavnijih računskih operacija bude svima jasan jer razlomci su im nužno potrebni ne samo za daljnja gradiva već i u stvarnome životu. Zato smo gradivo podijelili na zbrajanje, oduzimanje, množenje i dijeljenje te smo svaku od operacija odradili zasebno te nakon toga postepeno kombinirali više njih u složenije zadatke. Jedan od složenijih zadataka glasio bi primjerice: $\frac{2}{5} + \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9} = ?$. Tokom ovog sata posebno su nas zabavili komentari učenika koji u školi još nisu započeli sa obrađivanjem razlomaka te nisu nikada razmišljali o tome da postoje racionalni brojevi te da su toliko široko primjenjivi u svakodnevnom životu. Kao zadatak za zadaću zadali smo da svako od njih do iduće radionice zapamti jednu od situacija u kojima su u međuvremenu prepoznali razlomke. Odgovori koje smo dobili mjesec dana kasnije uglavnom su bili vezani za hranu, primjerice dijeljenje torti na kriške ili opažanja kako su pizze često rezane na jednak broj komada. Jedan od učenika iznenadio nas je odgovorom da je razlomke zapazio kad je promatrao zgradu u izgradnji. Naime, svaka dva tjedna odlazi u posjet kod bake koja stanuje blizu gradilišta. Prilikom svakog od tih posjeta, duže vrijeme, je promatrao kako se grade novi katovi. Kada je konstrukcija zgrade bila dovršena zaključio je kako je svaki od katova upravo $\frac{1}{5}$ zgrade i kako se tokom gradnje zbrajaju katovi sve dok ne dođe do $\frac{5}{5}$, to jest cijele zgrade.

7. ožujka 2022.

Osmu radionicu RADDAR-a, koja se održala 7. ožujka, posvetili smo decimalnim brojevima. Prvo smo učenike pitali jesu li se i gdje susreli sa decimalnim brojevima, na što oni isprve nisu znali odgovoriti, ali su se nakon malo dužeg razmišljanja sjetili da su cijene u trgovini prikazane kao decimalni brojevi. Počeli smo s jednostavnim zadacima i pojašnjenjem kako se zbrajaju i oduzimaju decimalni brojevi. Primjer zadatka iz ovoga dijela jest: $2.5 + 3.2 - 1.44 = ?$. Na

početku su problem predstavljali brojevi s različitim brojem decimalnih mjesta, no nakon što su usvojili kako treba postaviti brojeve te da decimalna točka uvijek mora biti iznad decimalne točke drugog broja, više nije bilo velikih problema. Također smo obradili i množenje prilikom kojeg smo morali objasniti povezanost između zbrajanja i množenja. Mnogi od njih su to smatrali zanimljivim i zadatke su više manje svi savladali uz minimalne smjernice. Nakon toga smo gradivo upotpunili sa par zadataka koji su spojili sve što smo prošli taj dan. Jedan takav zadatak bio je: $8.3 - 2.8 \cdot 1.6 + 15.2 = ?$. Radionicu smo završili sa zanimljivom debatom: „Jesu li u pravu oni koji koriste decimalni zarez ili oni koji koriste decimalnu točku?“. Rezultati su bili poprilično podijeljeni pa smo im objasnili u kojim područjima znanosti se češće koristi decimalni zarez, a u kojim decimalna točka.

21. ožujka 2022.

Sljedeća, deveta, radionica održana je 21. ožujka te smo ju posvetile broju π čiji je dan bio tjedan dana ranije, 14. ožujka. Prvo smo pitali učenike znaju li kako glasi broj π i znaju li koliko znamenaka ima. Nakon svakojakih šarolikih odgovora, složili smo se da je za svrhe rješavanja naših zadataka dovoljno znati da je $\pi = 3.14$, ali da broj π ima beskonačno mnogo znamenaka. Nakon saznanja da broj π ima beskonačan broj znamenaka, prisjetili su se i povezali da smo im na prvoj radionici spomenuli π kao iracionalan broj. Nakon toga smo kratko prošli kroz povijest broja π , tj. tko je prvi izračunao značajan broj znamenki, koliko nam ih je danas poznato i koliko je znamenaka potrebno koristiti kad želimo dobiti precizne izračune u pojedinim područjima. Učenici su bili impresionirani kad su saznali da NASA-i za uspješne kalkulacije treba samo prvih 15 znamenaka, dok za prilično točan izračun opsega svemira trebamo samo prvih 40 znamenaka broja π . Krenuli smo dalje sa zadacima za računanje opsega i površine kruga. Jedan takav zadatak glasio je: „*Koliko iznosi opseg torte čiji promjer iznosi 10 centimetara?*“. Sami zadaci nisu bili previše zahtjevni, ali su učenicima predstavljali velik problem, jer su prilikom rješavanja morali koristiti tek nedavno obrađene decimalne brojeve. Također, dijelu učenika nije još dobro sjeo pojam jednadžbe i bilo im je teško pojmiti kako poistovjetiti i povezati neko slovo s brojem, što ima veze sa razvojem apstraktnog mišljenja spomenutog ranije. Zato smo malo zastali i bavili se više slikovnim primjerima te smo svaki zadatak obavezno potkrijepili skicom.

4. travnja 2022.

Na desetoj radionici održanoj 4. travnja bavili smo se problemskim zadacima vezanim za gradivo obrađeno na prethodnim radionicama. Kombinirali smo zadatke sa decimalnim brojevima i razlomcima koji im više nisu zadavali probleme, jer su tada to već obradili na redovnoj nastavi. Pokazali smo kako pretvoriti decimalne brojeve u razlomke i obrnuto što je omogućilo rješavanje daljnjih zadataka. Taj dio je mnogima bio iznimno zanimljiv pa smo se na njemu zadržali dovoljno dugo tako da svatko tko želi dobije priliku riješiti zadatak. Zadatke su učenici preferirali rješavati na način da sve vrste brojeva pretvore u razlomke te kasnije rezultat pretvore natrag u decimalni broj, kao na primjer

$$0.63 \cdot 54.4 = \frac{63}{100} \cdot \frac{544}{10} = \frac{63 \cdot 544}{1000} = \frac{34272}{1000} = 34.272$$

Dodali smo i nekoliko zadataka riječima koji nisu predstavljali nikakav problem, a uglavnom su se bazirali na zbroju decimalnih brojeva, npr.:

Milka je za kolač upotrijebila 0.3 kg šećera, 0.5 kg keksa i 0.25 kg margarina. Kolika je ukupna masa kolača?

2. svibnja 2022.

Za zadnju radionicu, 2. svibnja, pripremili smo zadatke sa Klokana bez granica iz 2014. godine. Bila je potrebna velika koncentracija za te zadatke, što je bilo poprilično teško postići na kraju školske godine, no svi smo se dodatno potrudili. Počeli smo sa lakšim zadacima za zagrijavanje.

Ivan želi umetnuti znamenku 3 negdje između znamenaka broja 2014. Gdje mora umetnuti znamenku 3 kako bi dobio najmanji mogući peteroznamenkasti broj?

- A) ispred broja 2014
- B) između znamenaka 2 i 0
- C) između znamenaka 0 i 1
- D) između znamenaka 1 i 4
- E) iza broja 2014

Isprve su svi mislili da samo treba dodati broj na mjesto jedinica i da su time gotovi sa zadatkom, no nakon što smo im rekli da malo bolje pogledaju zadatak i brojeve, shvatili su da to nije točan odgovor. Uskoro je stiglo točno rješenje (D) nakon isprobavanja umetanja broja 3 na sve moguće pozicije i uspoređivanja dobivenih brojeva. Sljedeći je zadatak bio kompleksan, ali nije bio prevelik problem za polaznike jer su si sve napisali i nacrtali u bilježnice i pomoću toga riješili dosta naporan zadatak.

Adam je izgradio manje pješćanih od Martina, ali više nego Suzana. Lucija je izgradila više pješćanih kula od Adama i Martina. Diana je izgradila više pješćanih kula od Martina, ali manje od Lucije. Tko je od njih izgradio najviše pješćanih kula?

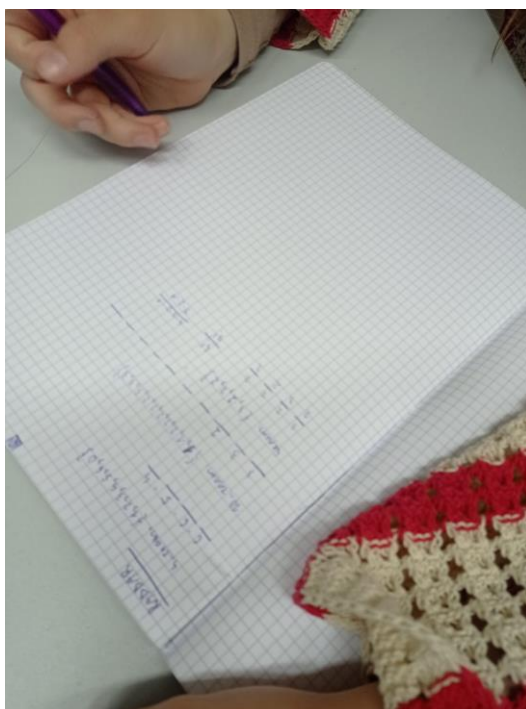
- A) Martin,
- B) Adam,
- C) Suzana
- D) Diana
- E) Lucija

16. svibnja 2022.

Na radionici 16. svibnja podijelili smo diplome i zabavili se uz igre i grickalice te se pozdravili do sljedeće školske godine. Završna matematička radionica za 5. razred u XV. gimnaziji i podjela diploma polaznicima zabilježeni su na slikama 43 do 45.



Slika 43. Završna matematička radionica za 5. razred u XV. gimnaziji na dan dodjele diploma



Slika 44. Završna matematička radionica za 5. razred u XV. gimnaziji na dan dodjele diploma



Slika 45. Završna matematička radionica za 5. razred u XV. gimnaziji na dan dodjele diploma

4.2 Radionice za 6. razred

Na matematičkim radionicama za 6. razred ove smo godine obradili razne matematičke teme. Neke od njih bile su zahtjevnije, neke malo lakše; neke su više bile usmjerene na matematička natjecanja, neke manje; neke su bile povezane s gradivom u školi, a neke su bile nešto sasvim drugačije. Potrudili smo se osmisliti što raznolikiji program ne samo kako bismo pokrili što više zanimljivosti iz svijeta matematike, nego i kako bismo se prilagodili svim našim učenicima. Naime, ne rade svi učenici po istim školskim udžbenicima, pa smo morali paziti da ili sačekamo da svi obrade određeno gradivo u školi, ili im ga ukratko objasniti. Također, nisu svi učenici došli s istim ciljem - primjerice, neki su bili ozbiljni natjecatelji, dok se neki uopće nisu natjecali. Kroz timski rad nas triju voditelja: studenata Marina Belamarića i Patricije Dovijanić te učenice XV. gimnazije Tene Radoš, uspjeli smo svim učenicima pružiti program koji im je zanimljiv, poučan, ali i zabavan. Radionice je redovito pohađao 21 učenik.

18. listopada 2021.

Započeli smo s matematičkim igrama na našoj prvoj radionici 18. listopada. Odabrali smo igre za koje je bio potreban timski rad kako bismo na taj način postigli da se učenici međusobno upoznaju i druže, ali i da ih mi voditelji bolje upoznamo.

Prva matematička igra bila je *Nim*. Učenici su se podijelili u parove te je svaki par dobio 16 čačkalica. Pravila igre bila su sljedeća: igrači naizmjenice s hrpice od 16 čačkalica miču po 1, 2 ili 3 čačkalice, a pobjednik je onaj tko makne posljednju čačkalicu s hrpe. Pustili smo učenike da igraju i nakon nekoliko odigranih partija pitali smo ih misle li da je bitno tko igra prvi, a tko drugi. To ih je potaklo na razmišljanje te je kroz daljnju igru postupno sve više i više parova došlo do zaključka da drugi igrač ima prednost. Zatim smo zajedno osmislili pobjedničku strategiju: drugi igrač si može osigurati pobjedu ako svaki potez prvog igrača nadopuni do 4. Primjerice, svaki put kad prvi igrač makne jednu čačkalicu, drugi igrač mora maknuti tri. Na taj način drugi igrač uvijek pobjeđuje. Ova igra bila je dobro zagrijavanje, ali i izvrstan alat za upoznati učenike s pojmom smišljanja pobjedničke strategije koji je čest u matematičkim natjecanjima na višim razinama.

Druga igra bila je *Crveni i plavi*. Svakom smo učeniku na leđa naljepili crvenu ili plavu naljepnicu te im dali zadatak da se poslože u vrstu na način da su prvo poredani svi učenici jedne boje, i onda svi učenici druge boje - naravno, bez da jedni drugima kažu koje su im boje naljepnice na leđima. Nakon raznih pokušaja slaganja u vrstu i osmišljavanja načina kako

zaobići pravilo o zabrani komunikacije npr. tajnim signalima, znakovnim jezikom i slično, dali smo im hint da se pokušaju složiti u vrstu jedan po jedan. Uskoro su zajedničkim snagama shvatili što treba. Osoba koja prva ide u vrstu ne može pogriješiti, već samo stane gdje želi. Isto vrijedi za drugu osobu koja samo stane pokraj prve. Treća osoba mora pogledati u leđa prvih dviju osoba: ako su iste boje, treba stati na rub vrste, a ako su različite boje, treba stati između njih. Na taj način treća osoba sigurno nije narušila traženi izgled vrste. Isti postupak ponavljaju ostali: ako su svi oni koji su do sada u vrsti iste boje, trebaju stati na rub, a ako su različite, treba stati na granicu dvije boje. Ova je igra učenicima bila najzabavnija i uslijedilo je opće veselje kad su se uspješno složili u vrstu. Njena pouka je da je često korisno matematičke probleme početi rješavati na jednostavnijem slučaju, a zatim ih nadograđivati dok ne uočimo nekakvo pravilo.

Posljednja i najteža igra bila je *Tajna plavih očiju* koja slovi za jednu od najtežih zagonetki. Učenici su se zamislili u ulozi stanovnika pustog otoka. Na otoku svi imaju plave ili smeđe oči te svi vide boju očiju drugih ljudi, ali ne i vlastitu. Naravno, nitko im ne smije reći koje su im boje oči i zabranjeno im je gledati u reflektivne površine. Ako netko otkrije da ima plave oči, spašen je i sutradan smije napustiti pusti otok i vratiti se svom domu. Ključno je da znaju da postoji barem jedna osoba plavih očiju na otoku. Uz malo navođenja od strane voditelja učenici su shvatili da i ovom problemu treba pristupiti s nadograđivanjem lakših slučajeva. Stanovnici otoka moraju se dogovoriti da se svaku večer nađu na sastanku i sjednu u krug tako da svatko vidi boju očiju svih ostalih. Ako je osoba jedini stanovnik otoka, onda ona zna da je baš ona plavooka i sutradan je spašena. Ako postoje dva stanovnika na otoku, oni čekaju sljedeće jutro. Ako je jedna od osoba napustila otok i spasila se, znači da je vidjela da druga osoba ima smeđe oči i znala da će se ona spasiti. Ako se nitko nije spasio, znači da su obje osobe vidjele da ona druga ima plave oči, pa će se zajedno spasiti spasiti drugog dana. Ovo pravilo uspješno smo poopćili na proizvoljan broj stanovnika otoka i time zaključili prvu radionicu.

15. studenog 2021.

Na drugoj radionici 15. studenog krenuli smo sa zadacima o nejednakosti trokuta. Učenici su ponovili algebarsku i geometrijsku interpretaciju nejednakosti trokuta i pokazali da je dobro razumiju, pa smo se odmah bacili na zadatke s natjecanja u kojima se ona koristi. Jedan od zadataka bio je s općinskog natjecanja 2016. u kojem je trebalo odrediti sve trokute s cjelobrojnim duljinama stranica izraženim u centimetrima koji imaju opseg 15 centimetara. Tu je bilo bitno da pri popisivanju svih mogućnosti izbace one koje ne zadovoljavaju nejednakost

trokuta. Na drugom satu radili smo logičke zadatke kako bismo s učenicima vježbali i razvijali matematičko razmišljanje bez da tražimo neko posebno predznanje. To je bilo bitno jer su učenici iz različitih škola do te točke obradili sasvim različite dijelove gradiva na nastavi, pa smo htjeli sačekati da se malo usklade.

29. studenog 2021.

Treća radionica 29. studenog bila je cijela u znaku razlomaka. S učenicima smo radili računske zadatke, ali i zadatke riječima za čije je rješavanje bilo potrebno znati postaviti zadatak pomoću razlomaka. Jedan dio učenika već je na nastavi bio gotov s razlomcima, a drugi dio ih još nije bio u cijelosti obradio, pa smo pazili da sve detaljno objasnimo. Puno je pomoglo što imamo nekoliko voditelja jer smo se mogli svakom učeniku ponaosob posvetiti, doći do njega, vidjeti kako mu ide i pomoći ako je negdje zapeo. Kada su svi ili većina učenika riješila neki zadatak, neki od dobrovoljaca bi, uz našu pomoć, pokazao rješenje na ploči. Poticali smo ih da se javljaju na ploču kako bi poboljšali svoje vještine prezentiranja rješenja i stekli samopouzdanje. Ovakav princip rada pokazao se jako uspješnim u svim održanim radionicama. Uvijek smo puštali učenicima da sami i svojim tempom pokušaju riješiti zadatak i da nas pozovu kad im treba bilo kakva pomoć.

13. prosinca 2021.

U četvrtoj radionici 13. prosinca, ujedno i posljednjoj u polugodištu, htjeli smo objediniti pripremu za nadolazeće općinsko natjecanje i blagdanski duh. Zbog toga smo se na prvom satu posvetili zadacima s natjecanja koji su se temeljili na podjeli rada: radnici koji zajedno grade zgradu, prijatelji koji zajedno prevode tekst, cijevi koje zajedno pune bazen, ... Takvi zadaci jako su česti na natjecanjima u 6. razredu, ali su učenicima dosta teški. Zbog toga smo postupno krenuli s lakšim zadacima tog tipa. Jedan od njih bio je sljedeći zadatak s općinskog natjecanja 2012. *Jedna cijev može napuniti bazen za 5 sati, a druga cijev za 3 sata. Za koliko bi vremena (sati, minuta i sekundi) bazen napunile obje cijevi ako bazen pune zajedno?* Ključ za rješavanje ovakvih zadataka je prepoznati da ako cijev napuni cijeli bazen za 5 sati, tada u jednom satu napuni $\frac{1}{5}$ bazena, odnosno ako joj trebaju 3 sata, da u jedan sat napuni $\frac{1}{3}$ bazena. Odatle se jednostavno dobije jednadžba za računanje koliki udio bazena je napunjen u jednom satu kad obje cijevi pune zajedno: $\frac{1}{5} + \frac{1}{3} = \frac{8}{15}$. Dakle, cijeli bazen napuni se u $\frac{15}{8} = 1 \frac{7}{8}$ sati, tj. u 1 sat, 52 minute i 30 sekundi.

Međutim, teže zadatke s podjelom posla ostavili smo za sljedeću radionicu. Naime, na drugom satu bilo je vrijeme za blagdansku matematiku! Na ploči smo nacrtali veliko božićno drveće i zatim nacrtali kuglice koje su bile posložene na drveće baš onako kako nam je trebalo za Pascalov trokut: u prvom redu jedna kuglica, u drugom dvije, itd. Krenuli smo u kuglice upisivati brojeve i učenici su vrlo brzo uočili pravilo: broj u svakoj kuglici je zbroj brojeva u dvjema kuglicama iznad nje. Poticali smo ih da traže još uzoraka, i našli su ih jako puno - primjerice, da je naše božićno drveće simetrično, da je suma brojeva u svakom retku potencija broja dva, i slično. Do kraja radionice postali su pravi mali znalci o Pascalovom trokutu.

10. siječnja 2022.

Na našem sljedećem susretu na petoj radionici 10. siječnja prisjetili smo se zadataka s podjelom posla i riješili neke teže takve zadatke. Zatim smo krenuli na zadatke s natjecanja iz skroz drugačijeg područja: teorija brojeva. Naslov radionice bio je “*Ja volim samo TB*”, a sadržaj je bio šarolik: učenici su ponovili pravila o djeljivosti, zapis broja preko njegovih znamenaka, što su to prosti brojevi, rastav broja na proste faktore, ... Uz minimalnu pomoć voditelja samostalno su dolazili do rješenja zadataka i uspješno su ponovili sve osnovne alate potrebne za njihovo rješavanje.

24. siječnja 2022.

Na sljedećoj, šestoj radionici, održanoj 24. siječnja, bili su spremni za nešto teže zadatke iz teorije brojeva. Posebno je bitno što su naučili rješavati osnovne diofantske jednadžbe. Reprezentativni zadatak tog tipa je odrediti cijele brojeve n za koje je razlomak $\frac{n+3}{n-5}$ cijeli broj. Nakon što smo im pokazali na jednom primjeru da treba nazivnik “prepisati” u brojnik i izraz zapisati u obliku mješovitog razlomka bez nepoznanice u brojniku, u ovom slučaju $\frac{n+3}{n-5} = \frac{n-5+8}{n-5} = 1 + \frac{8}{n-5}$ odmah su znali što treba dalje raditi i preostale diofantske jednadžbe riješili su bez ikakvih problema. Na kraju radionice uspjeli su riješiti i jedan zadatak sa županijskog natjecanja 2014. za sedmi razred! Bili su jako iznenađeni kad smo im otkrili da je to zadatak za sedmaše, pogotovo sa županijskog natjecanja, ali i ponosni na sebe što su ga uspjeli riješiti. Zadatak je glasio ovako: *Dokaži da jednadžba $n(n-5)=408408408$ nema rješenje u skupu cijelih brojeva.* Ovaj naizgled težak zadatak lagano rješava jednostavna činjenica da znamenka jedinica umnoška nekog cijelog broja i broja za 5 manjeg od njega ne može završavati s 8. Nekim učenicima smo trebali dali hint da treba promatrati posljednju znamenku, ali do

konačnog zaključka većina njih došla je samostalno, što nas je jako razveselilo. Također, naučili su da se ne treba bojati zadataka koji sadrže riječ “dokaži” :)

7. veljače 2022.

Na sedmoj radionici 7. veljače odradili smo finalne pripreme za općinsko natjecanje uz mnoštvo geometrijskih zadataka. Poznato je da učenici relativno teško usvajaju vještine iz planimetrije, nekima to ide prirodno lako dok je drugima teško vidjeti neke metode rješavanja. To se primjećuje i po raspodjeli broja bodova na geometrijskim zadacima na natjecanjima, gdje učenici vrlo često imaju gotovo sve ili gotovo nikakve bodove, stoga se da zaključiti da ti zadaci često odlučuju natjecanja. Kako preko polovice naših učenika na njih ide bilo je važno to s njima vježbati. Ovdje izdvajamo zgodan primjer zadatka:

„Dani su kvadrati ABCD i BEFG kao na slici pri čemu je duljina stranice manjeg kvadrata 1dm, a duljina stranice većeg kvadrata 20 cm izračunajte površinu trokuta DEG. “

U ovom je zadatku ključno to da je izravno računanje površine trokuta DEG netrivialno, međutim valja uočiti da je njegova površina razlika ovih površina.

Ono što je ovdje zapravo napravljeno je sljedeće: učenici moraju primijetiti da se površina dvaju kvadrata zapravo zbroj površina dva mala pravokutna trokuta (GCD i EFG), velikog pravokutnog trokuta EAD, te trokuta DEG koji nije pravokutan, a kojeg upravo tražimo. Princip nadopunjavanja čest je i u geometriji i u drugim poljima matematike pa je važno da učenici to usvoje.

7. ožujka 2022.

U sljedećoj radionici 7. ožujka polako smo prešli na pripreme za županijsko natjecanje, te smo započeli s nastavkom obrađivanja tema iz teorije brojeva. Zadaci sa znamenkama i djeljivosti vrlo su važni za učenike. Djeljivost s elementarnim prostim brojevima su stvari koje učenici uglavnom znaju, iako rijetko kad dokazuju. Djeljivosti brojevima koji su umnošci tih prostih faktora određuju djeljivost složenim brojevima. Zato je princip rastava na proste faktore ključan za naučiti. Također vrlo važna stvar je veza brojeva i znamenki, tako broj $abcd$ u dekadskom sustavu zapisujemo kao $a \cdot 10^3 + b \cdot 10^2 + c \cdot 10^1 + d \cdot 10^0$.

Uz znanje ovih svojstava učenici su bili spremni za zadatke. Primjer zadatka je sljedeći “Razlika između dva recipročna broja iznosi 3 i $29/90$. Koji su to brojevi?”

$$a/b - b/a = 299/90$$

Ideja u zadatku je isprobavanje, kao što to često je s prirodnim brojevima. $a > b$ je zaključak koji je vrlo bitan za donijeti, što učenici (neki uz mali hint) vide jer je desna strana pozitivna. Pedagoški način za isprobavanje je identičan onome kako radi računalo. Fiksiramo a i mičemo b :

$$2/1 - 1/2 = 3/2 < 299/90$$

$$3/1 - 1/3 = 8/3 < 299/90$$

$$3/2 - 2/3 = 5/6 < 299/90$$

$$4/1 - 1/4 = 15/4 > 299/90$$

$$4/2 - 2/4 = 3/2 < 299/90$$

Uviđamo sljedeće: za 4 i 1 broj je prevelik, za 4 i 2 već je premali. Ključno je uočiti da se proces prekine kad vidimo da je neka razlika manja od tražene i ide na novi a . Na primjer $6/2 - 2/6 < 299/90$, mijenjamo a na 7. Takvim se procesom na kraju dobiju $a=18$ i $b=5$, ili $a=-5$ i $b=-18$.

21. ožujka 2022.

S pripremama smo nastavili i na devetoj radionici koja se održala 21. ožujka. Oko 1/4 grupe naših učenika plasiralo se na županijsko natjecanje, dok ih je oko 1/2 sudjelovalo u prvom krugu natjecanja. Važno je napomenuti da RADDAR radionice nemaju za glavnu svrhu pripremiti učenike za natjecanja, nego ih naučiti razumijevanju matematike i operativnosti u primjeni matematike. Zadaci na natjecanjima vrlo često imaju nekakav zanimljiv oblik, pa je vrlo često korisno znati npr. i rastav tekuće godine na proste faktore.

Jedan od takvih zanimljivih zadataka bio je i naš odabrani zadatak. „Koliko ima troznamenastih brojeva djeljivih s 18, a da im je zbroj znamenaka 18?“

Ovdje je prvi zaključak za učenike da je broj djeljiv s 18 ako je djeljiv s 9 i 2. To znači da mu je zbroj znamenaka djeljiv s 9, a zadnja znamenka parna. Tako smo uveli ograničenje na zadnju znamenku c .

Ako je broj abc , a $c=0$, tada je $a+b=18$, što daje $a=b=9$, pa je prvi naš broj 990. Ako je $c=2$, tada je $a+b=16$, što ostavlja mogućnosti $a, b=7, 9$, $a, b=8, 8$, $a, b=9, 7$.

Analognim postupkom se dođe do kraja. Ovdje vidimo koliko je važno da se učenici nauče sistematičnom pristupu. Na primjer, mogao bi netko izvući broj 576 iz rukava, međutim ovakav pristup isključuje mogućnost da se išta zaboravi, a i za proizvoljno veće brojeve gore opisani postupak može izvršiti računalo.

4. travnja 2022.

Nakon županijskog natjecanja opet je došlo vrijeme za malo zabave na našoj desetoj radionici 3. travnja. Krenuli smo s malo kombinatorike. Dirichletov princip, kolokvijalno poznat i kao "najgori slučaj", neizostavna je tema većine natjecanja za učenike. Radi se o sljedećem: ako primjerice imamo 7 krletki i 8 ptica, u jednoj će sigurno biti bar 2 ptice. Kažemo: u najgorem slučaju, prvih 7 ptica otići će svaka u svoju krletku, a zatim će 8. otići u krletku u kojoj je već ptica, pa će tamo biti dvije. Zgodan zadatak bio je sljedeći, jer u njemu nije bilo odmah očito što su „krletke“ a što „ptice“.

„Dokažite da među 51 prirodnim brojem postoje dva broja čija je suma 100.“ Prvi korak je najteži, što je za učenike često obeshrabrujuće. Brojeve do 100 podijelimo u 50 parova koji daju zbroj 100. (1 i 99, 2 i 98...). Sad treba zaključiti da su parovi zapravo krletke, a brojevi ptice, odnosno ako su brojevi u istom paru zbroj je 100. Tako da možemo izabrati 50 brojeve koji su u različitim parovima, međutim 51. je u istom te s nekim od ovih 50 daje u zbroju 100.

Kao što je vidljivo ovi zadaci nisu šablonski zato što su na početku teži, te je potrebno dosta truda kako bi ih učenici riješili.

Matematičke igre su za učenike jedan od najzabavnijih načina učenja. Na drugom satu igrali smo igru $2/3$ prosjeka. Igra se tako da sudionici daju nasumične brojeve do 100, a zatim onaj čiji je broj najbliži $2/3$ prosjeka svih brojeva pobjeđuje. Učenici su prvo davali relativno nasumične brojeve pa je prosjek bio oko 50, a najbliži pogodak oko 30. Očekivano je da kako igra odmiče brojevi bivaju sve manji, dok je krajnji status igre da svi daju broj 0, i svi pobjede. Međutim, to se nije dogodilo zato što učenici nisu imali pravu motivaciju, u vidu neke nagrade, da pobjede, pa su nastavili s nasumičnim brojevima, ili čak namjerno davali 100 kako bi oduzeli prednost onima koji su davali manje brojeve. Zaključili smo da su najčešće pobjeđivali brojevi između 20 i 35. To se poklapa i s eksperimentalnim rezultatima na većoj skali: primjerice,

pobjednički broj u danskom istraživanju sa skoro 20 000 ispitanika bio je 21. 6. Važno je primijetiti, o čemu smo i raspravili s učenicima, da se igra može igrati na dva načina: onaj u kojem pobjednik ili pobjednici (koji su svi igrači u slučaju da svi kažu 0) dobiju uvijek isti iznos, ili da postoji fiksni iznos koji se dijeli s brojem pobjednika. Učenici su zaključili da je u prvom slučaju jasno da će reći 0, dok je drugi zapravo prilično nejasan i nama - sve ovisi s kime igramo. Nadopune rekursivnih nizova česta su tema zabave u matematičkim i u ostalim STEM krugovima, a i naši su učenici bili oduševljeni kada smo se posvetili takvim zadacima na jedanaestoj radionici održanoj 2. svibnja.

2. svibnja 2022.

Kod rekursivno zadanih nizova treba naglasiti da se misli na one nizove koji zaista jesu funkcije, odnosno da točno određeni broj dolazi na sljedeće mjesto (jer je teoretski i posve zamisliv niz čiji je kriterij npr. samo broj veći od prethodnog, pa to nije funkcija). Primijetimo da čak i kod rekursivno zadanih nizova koji jesu funkcije u principu rekursivna formula nije jasna nakon konačno mnogo članova. Primjer niz 1, 2, 4... je najočitije niz potencija broja 2, međutim može biti i dobiven kao niz prostih brojeva umanjen za 1. Međutim sljedeći članovi su 8 za prvi 6 za drugi pa tu preklapanje staje. Zato smo u zadavanju pazili da zadamo dovoljno članova.

Jedan zanimljiv primjer 3, 12, 27, 48... Uz hint da izluče broj 3 niz postaje $3 \cdot (1, 4, 9, 16...)$ pa je vidljivo da je to niz trostrukih kvadrata, a sljedeći broj 75.

Poznati niz 1, 1, 2, 3, 5, 8... poznat je i kao Fibonaccijev niz, kod njega ni nema analitičke formule, no kako je učenicima ove dobi puno lakše razmišljati rekursivno nisu imali problema s time da nađu sljedeći član kao 13.

Još jedan vrlo zanimljiv niz bio je 3, 5, 11, 17... Učenici su odmah primijetili da se radi o prostim brojevima, premda ne svim. Zatim su započeli proces odgonetanja kriterija koji isključuje/uključuje pojedine brojeve. Zatim je jednom učeniku pala na pamet ideja da su to „prosto-prosti brojevi“, što je bila šaljiva, no zapravo točna opaska koja je riješila problem. Ideja je da svi prosti brojevi koji su napisani imaju prost indeks. 3 je 2. prosti broj, 5 je 3. , 11 je 5. itd. Niz je nastavljao 31 kao 11. prosti broj.

16. svibnja 2022.

Zagonetke su bile predviđene za posljednju radionicu 16. svibnja jer smo znali da će to biti najzabavniji sat za učenike. Neke su zagonetke logičko-matematičke, dok neke uključuju i znanje iz drugih područja. U svakom slučaju zagonetke su se rješavale uz jako puno promišljanja, no zahvaljujući velikom broju pokušaja mnoge su bili riješene. Zagonetka u kojoj se treba spasiti od požara na gorućem otoku, primjer je zagonetke koja nije usko vezana uz matematiku. Međutim, način zaključivanja je sličan kao i u zadacima. „Što treba učiniti kako teren više ne bi mogao izgoriti?“ Uz bazično iskustvo realnih situacija nameće se odgovor „zapaliti ga“. Izvlačenje ingenioznih rješenja u svim poljima jako se dobro uči učenjem matematike.

Još jedna zanimljiva zagonetka koju učenici nisu uspjeli riješiti bila je sljedeća; Matematičar ima troje djece i prijatelj ga pita koliko su ti stara djeca, na što on odgovara zbroj njihovih godina jednak je kućnom broju, a umnožak 72. Dobar prvi korak, kad god se spominje umnožak je rastaviti broj na proste faktore, što su učenici prepoznali. $72=2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$. Sada trebamo grupirati ove faktore tako da imamo tri faktora, to je učenicima bilo teže sistematično napraviti.

Prvo postoje kombinacije gdje se 5 prostih faktora prikaže kao 1 složen i 2 prosta, gdje je složen broj umnožak 3 faktora. Složen broj može biti $2 \cdot 2 \cdot 2$, $2 \cdot 2 \cdot 3$ ili $2 \cdot 3 \cdot 3$

$$72=8 \cdot 3 \cdot 3$$

$$72=12 \cdot 3 \cdot 2$$

$$72=18 \cdot 2 \cdot 2$$

Zatim postoje kombinacije gdje se 5 prostih faktora prikaže kao 2 složena i prost. Ovi složeni brojevi sad imaju 2 faktora, pa to mogu biti $2 \cdot 2$, $2 \cdot 3$ ili $3 \cdot 3$.

$$72=4 \cdot 6 \cdot 3$$

$$72=4 \cdot 9 \cdot 2$$

$$72=6 \cdot 6 \cdot 2$$

Treća je opcija rastaviti 72 samo na dva faktora i još pomnožiti brojem 1

$$72=9 \cdot 8 \cdot 1$$

$$72=18 \cdot 4 \cdot 1$$

$$72=36 \cdot 2 \cdot 1$$

$$72=72 \cdot 1 \cdot 1$$

Sad najjači zaključak cijele zagonetke: Kako to da je informacija da postoji najstarije dijete uopće bila nužna? To znači sljedeće dvije kombinacije imaju isti zbroj, pa kućni broj nije dovoljan za znati. Jedine dvije kombinacije za koje to vrijedi su: 8, 3, 3 i 6, 6, 2 a kućni broj je 14. Međutim znanjem informacije da postoji najstarije dijete dolazimo do odgovora 8, 3, 3.

Primijetimo da smo i samo uz informaciju “potreban je još jedan podatak za odgonetnuti zagonetku”, mogli doći do toga da je odgovor ili 8, 3, 3 ili 6, 6, 2. Tako da se vuku zaključci iz podatka da je potreban još jedan podatak! Ove fora zagonetke sjetila se Laura Petan, studentica FER-a.

Dodjelom diploma zaključili smo posljednju ovogodišnju radionicu. Učenici su se kroz RADDAR upoznali s raznim zanimljivim matematičkim temama, a mi voditelji stekli smo poučno i zabavno iskustvo rada s djecom. Nadamo se da ćemo sve to moći ponoviti dogodine.

Završna matematička radionica za 6. razred u XV. gimnaziji i podjela diploma polaznicima zabilježeni su na slikama 46 i 47.



Slika 46. Završna matematička radionica za 6. razred u XV. gimnaziji na dan dodjele diploma



Slika 47. Završna matematička radionica za 6. razred u XV. gimnaziji na dan dodjele diploma

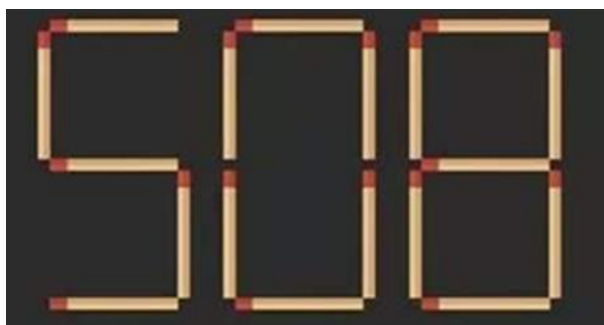
4.3 Radionice za 7. razred

Voditelji radionica za 7. razred bili su studenti Ivan Glogar i Matej Ivaniček, a radionice je redovito pohađalo 20 učenika. Uvodna radionica održana 18. listopada ima za svrhu upoznavanja učenika i predavača, ali i učenika međusobno. Ona služi za razbijanje početne nervoze i opuštanje učenika. Iznimno je bitno pokazati učenicima da ove radionice nisu ekvivalent klasičnoj nastavi kakva se odvija u većini hrvatskih škola. Prema tome, učenici nisu izloženi pritisku za dobivanje najbolje ocjene, a neznanje ili nesavršeno znanje nema utjecaj na to kako su percipirani od strane profesora i svojih prijatelja iz razreda.

18. listopada 2021.

Radionicu smo započeli s nekoliko zagonetki i mozgalica koje ne obuhvaćaju nužno nikakvo definirano gradivo matematike, ali su nam zato omogućile da prepoznamo one glasne i energične učenike koje nije strah podijeliti svoje mišljenje, kao i one kojima treba dati priliku za odgovor koju sami ne bi tražili. Primjeri ovakvih zadataka su zadaci s magičnim kvadratima, logičke zagonetke u obliku priča, a posebno bih izdvojio zadatak s preslagivanjem šibica:

„Presložite dvije šibice tako da dobijete najveći mogući broj.“



Slika 48. Primjer zadatka s matematičke radionice za učenike 7. razreda

Ovaj zadatak uspio je i pobuditi natjecateljski duh u našim mladim matematičarima jer posjeduje brojna rješenja od kojih je optimalno ono gdje gornju i donju šibicu iz nule presložimo u jedinicu te stavimo na kraj dobivajući broj 51181.

Učenici se s vremenom počinju i sami javljati kada shvate da nema posljedica zbog netočnih odgovora, a kako je ovo nastava dodatne matematike, očekuje se puno krivih odgovora koji nam pomažu u nalaženju točnih rješenja.

15. studenog 2021.

Nakon pauze zbog blagdana na radionici 15. studenog, pažnju smo posvetili prvom dijelu gradiva koje obuhvaćaju udžbenici sedmog razreda, a to su racionalni brojevi i koordinatni sustav u ravnini. Svi učenici ne prolaze kroz gradivo pomoću istog udžbenika, ni istim redoslijedom. Tako je kroz godinu potrebno svako novo gradivo detaljno objasniti kako bi svi bili upoznati s njime. Zbog promjene u kurikulumu koja je nastupila ove godine, svi učenici su već bili upoznati s gradivom racionalnih brojeva pošto su ga već obrađivali u šestom razredu. Tako smo ovaj dio gradiva posvetili manje čistom računu, s kojim učenici vješto barataju, i pažnju dali matematičkoj definiciji racionalnih brojeva. Zgodan test razumijevanja te definicije je zadatak tipa: „Dokažite da broj $\sqrt{2}$ nije racionalan broj“. Na primjeru ovakvoga zadatka učenike je korisno upoznati s konstrukcijom matematičkih dokaza i što znači biti matematičar. Pri rješavanju zadataka učenicima je dopušteno (i ohrabrivano) da riješe zadatak na ploči ukoliko su samostalno došli do rješenja. Kada učenici rješavaju na ploči, bitno je tražiti od njih da jasno formuliraju svoj odgovor kako bi razumljivo objasnili ostalima.

Drugi dio radionice posvećen je početku obrade gradiva koordinatnog sustava u ravnini. Počeli smo sa objašnjenjem osnovnih pojmova koordinatnog sustava poput koordinatnih osi i točaka

u koordinatnom sustavu. Učenicima je dodijeljen niz manjih zadataka da probaju sami riješiti. Tip zadatka koji je ovdje korisno spomenuti glasi ovako:

„Ako se možemo gibati samo po jedan kvadratić desno ili gore, na koliko načina možemo doći od točke (0,0) do točke (3,2)?“

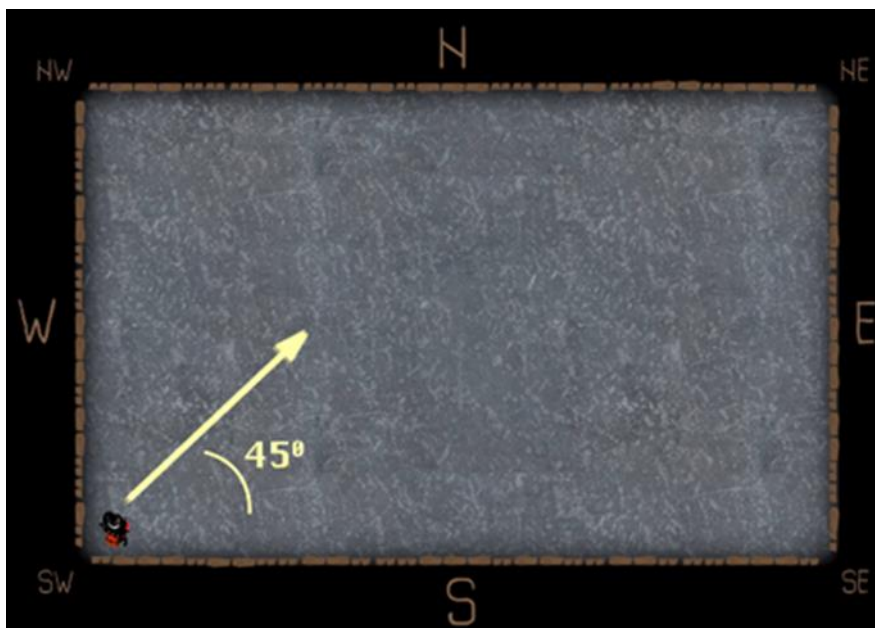
Ovakav zadatak otvara mogućnost vraćanja na njega na kraju godine kada obradimo gradivo kombinatorike, te usporedbe brzine rješavanja zadatka na oba načina.

29. studenog 2021.

Racionalni brojevi i koordinatni sustav u ravnini su bili tema radionice 29. studenog.

Ovu radionicu započeli smo zagonetkom:

„Pravokutna soba sadrži 3 disko kugle u kutovima osim donjeg lijevog. Svjetlo ulazi kroz taj kut kao na slici. Ako su dimenzije sobe 7m x 8m, u koju će disko kuglu svjetlost prvo udariti?“



Slika 49. Primjer zadatka s matematičke radionice za učenike 7. razreda

Učenicima je pružena pomoć na način da im je rečeno da zadatak postave u koordinatni sustav s ishodištem u donjem lijevom kutu te im je objašnjeno kako se svjetlo odbija od zidova. Nakon toga dano im je vrijeme da sami pokušaju doći do rješenja. Ovakve zagonetke nije lako riješiti jer često sadrže specifičan trik za rješenje, no korisne su za promatranje načina razmišljanja individualnih učenika.

Kada smo djecu pitali što su to racionalni brojevi, dobili smo odgovor da su to razlomci. Skrenuli smo pažnju da to nije u potpunosti točan odgovor jer nije istina da je svaki razlomak racionalan broj (npr. $\frac{\pi}{2}$). Predavanje smo započeli formalnom definicijom racionalnih brojeva kao skupom svih brojeva oblika $\frac{a}{b}$ gdje je $a \in Z$ i $b \in N$. Komentirali smo zašto i b nije cijeli broj i zaključili da u nazivniku ne smije biti nula s obzirom da razlomačka crta predstavlja dijeljenje, a minus iz nazivnika možemo prebaciti u brojnik pa je dovoljno da je b prirodan broj. Zatim smo učili da više racionalnih brojeva može predstavljati isti broj i da do njih možemo doći proširivanjem, tj. Skraćivanjem. Uočili smo da su svi decimalni brojevi koji imaju konačan broj decimala racionalni, a oni koji imaju beskonačan mogu, a i ne moraju biti racionalni ovisno o tome imaju li neki period koji se ponavlja. Pokazali smo kako se zapisuje u obliku razlomka decimalan broj koji počinje s 0 i zatim se periodički ponavljaju decimale. Na primjer $0.151515\dots = \frac{15}{99}$, a $0.123123123\dots = \frac{123}{999}$. Objasnili smo da se to radi tako da se u brojnik napišu decimale koje se ponavljaju, a u nazivnik stavimo broj koji ima devetki koliko je period decimala bio dugačak.

13. prosinca 2021.

Na radionici 13. prosinca bavili smo se omjerima.

Izraz oblika $a:b$ koji čitamo „*a naprama b*“ nazivamo omjer i označava odnos među veličinama. Omjere možemo doživljavati kao razlomke pa ih proširivanjem i skraćivanjem znamo drugačije zapisati. Na primjer $\frac{3}{5} : \frac{7}{10} = 6:7$, a jednakost omjera možemo gledati kao jednakost razlomaka pa je $a:b = c:d$ zapravo $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, odnosno $a \cdot d = b \cdot c$. Veličine koje promatramo mogu biti proporcionalne ili obrnuto proporcionalne. Primjerice, ako proučavamo odnos između broja jabuka i iznosa koji moramo platiti za te jabuke, možemo primjetiti da ako se jedna veličina poveća, povećati će se i druga, tj. ako uzmemo više jabuka, povećat će se iznos koji moramo platiti. Za veličine koje se tako ponašaju kažemo da su proporcionalne. S druge strane, ako promatramo odnos između broja radnika i vremena potrebnog za obaviti neki posao, možemo primjetiti kako se s povećanjem broja radnika potrebno vrijeme za obavljanje nekog posla smanjuje. Za takve veličine kažemo da su obrnuto proporcionalne.

„Ako 10 radnika neki posao obave za 6 dana, koliko bi radnika obavilo isti posao za 10 dana?“

<i>Broj radnika</i>	<i>Broj dana za obaviti posao</i>
↓ 10	6 ↑
X	10

Kad je problem obrnuto proporcionalan, strelice postavljamo u suprotnim smjerovima, te prema njima postavljamo omjer $10 : x = 10 : 6$

„Mjerilo zemljopisne karte je 1:200 000. Ako su mjesta stvarno udaljena 25 km, kolika je udaljenost njihovih prikaza na toj karti?“

<i>Udaljenost na karti</i>	<i>Stvarna udaljenost</i>
↓ 1 cm	200000 cm ↓
X cm	2500000 cm

Kad je problem proporcionalan, strelice postavimo u istom smjeru, te prema njima postavimo omjer $1 : x = 200000 : 2500000$.

10. siječnja 2022.

Na radionici 10. siječnja učenici su izrazili želju da prolazimo zadatke s natjecanja, pa smo ovo predavanje posvetili takvim zadacima. Neki od zadataka su bili:

„Usporedi razlomke $\frac{58762010}{58762011}$ i $\frac{73452011}{73452012}$ obrazloži dobiveni zaključak.“

Ideja ovog zadatka je da razlomke zapišemo kao $\frac{58762010}{58762011} = \frac{58762011-1}{58762011} = 1 - \frac{1}{58762011}$, $\frac{73452011}{73452012} = \frac{73452012-1}{73452012} = 1 - \frac{1}{73452012}$. Znamo da je $\frac{1}{58762011} > \frac{1}{73452012}$ jer uz isti brojnik veći je onaj s manjim nazivnikom pa je $1 - \frac{1}{58762011} < 1 - \frac{1}{73452012}$.

„Duljine dviju stranica trokuta su 7 cm i 2.5 cm. Kolika može biti duljina treće stranice, ako je njezina duljina izražena u centimetrima prirodan broj?“

Ovdje smo ponovili nejednakost trokuta. Odnosno, da bi trokut mogao postojati mora vrijediti da je zbroj svake dvije stranice strogo veći od treće preostale.

24. siječnja 2022.

U ponedjeljak 24. siječnja pažnju smo posvetili problemskim zadacima iz omjera i racionalnih brojeva. Najzanimljivi zadaci bili su:

„Koliki kut zatvaraju velika i mala kazaljka u 8 sati i 19 minuta?“

Da bismo riješili ovaj zadatak moramo znati kako izračunati koliko se mala kazaljka pomakne kada prođe 19 minuta. Problem vrlo jednostavno rješavamo preko omjera jer znamo da za 60 minuta mala kazaljka napravi pomak od $\frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$.

„Odredi sve cijele brojeve x takve da je $\frac{5x-7}{x-2}$ ponovo cijeli broj.“

Kada bi brojnik bio neki fiksni broj koji znamo kako izgleda, tada bismo nazivnik namjestili tako da nam se izračuna u djelitelje tog broja. Glavna je ideja ovog zadatka da razlomak upravo tako možemo napisati $\frac{5x-7}{x-2} = \frac{5(x-2)+3}{x-2} = \frac{5(x-2)}{x-2} + \frac{3}{x-2} = 5 + \frac{3}{x-2}$, pa $x-2$ može imati vrijednosti $\pm 1, \pm 3$, odnosno x je 3, 1, 5, -1.

7. veljače 2022.

Kroz radionicu 7. veljače pokušali smo učenicima približiti pojam postotka, proporcionalnosti i obrnute proporcionalnosti. Kako su svi učenici posjedovali znanje koji nadmašuje većinu njihovih vršnjaka, nije bilo potrebno opširno objašnjavati. Usprkos tomu, svo gradivo je nužno detaljno objasniti i pojasniti na primjerima zbog dijela učenika koji nisu upoznati s gradivom ili nemaju hrabrosti postaviti pitanje pred ostatkom grupe. Nakon nekoliko lakših primjera riješenih na ploči pomoću učenika volontera, prešli smo na složenije zadatke. Zadaci su bili složeni od više manjih podzadataka uzimajući u obzir sve vrste prikaza zadanih podataka (omjeri, postotci,...). Ovi zadaci nisu uključivali samo standardne zadatke iz proporcionalnosti (npr.: „10 radnika obavi posao za 5 sati. Za koliko sati posao obavi 5 radnika?“) već i druge dijelove gradiva s kojima bi učenici trebali biti upoznati. Primjer takvog zadatka bio bi:

„Trokut u koordinatnom sustavu čine točke (0,0), (0,3) i (5,0). Kakve bi trebale biti koordinate druge dvije točke, da bi faktor proporcionalnosti duljina novog i starog trokuta bio 3? Koji je faktor proporcionalnosti njihovih površina ako stranice povećamo n -terostruko?“

Ovakvi zadaci imali su također svrhu podsjećanja učenika na gradivo s početka godine zbog skorog održavanja školskog natjecanja. Smatramo da je bitno na ovaj način učenicima približiti različito gradivo u istim zadacima zbog razumijevanja da zasebno gradivo nije ograničeno na samo par stalnih tipova zadataka koji se provlače kroz udžbenike.

7. ožujka 2022.

Nakon duže pauze zbog školskih praznika, radionicu 7. ožujka započeli smo grupnim rješavanjem nekoliko zadataka sa školskog natjecanja održanog 15. veljače. Učenici koji su prisustvovali školskom natjecanju, već su velikom većinom proučili rješenja natjecanja. Kako ta rješenja mi sami nismo vidjeli, iskoristili smo tu priliku da učenicima predočimo primjer logičkog razmišljanja i kritičkog pristupa zadacima, rezultatno rješavajući zadatke na djelomično drugačiji pristup, nego što je to riješeno u rješenjima. Ovo pomaže učenicima u razumijevanju da svi zadaci nemaju nužno samo jedan ispravan način rješavanja.

Nakon toga, pažnju smo posvetili proučavanju teme kamatnog računa. Određen dio učenika poznao je potrebne pojmove, no oslanjao se na znanje gotovih formula pri rješavanju zadataka. Stoga smo pri uobičajenom početnom objašnjavanju gradiva veću pažnju posvetili značenju i razumijevanju formula, te zašto su one sastavljene tako kako jesu. Kroz interakciju s učenicima, oni su bili sposobni sami složiti i objasniti prirodu formula koje su koristili. Da bismo testirali njihovo razumijevanje slaganja formula kao refleksija logičkih zaključaka o funkcioniranju sustava, uz jednostavnih kamatni račun, koji su učenici obrađivali na redovitoj nastavi, ukratko smo im objasnili prirodu i složenog kamatnog računa. Tada smo im kao kratku vježbu dali zadatak da probaju sami složiti formule za takav sustav na primjeru jednostavnog kamatnog računa. Bez puno poteškoća, učenici su uspjeli riješiti problem još jednom dokazujući svoju sposobnost za hvatanje u koštac s problemima izvan predviđenog obuhvata gradiva.

21. ožujka 2022.

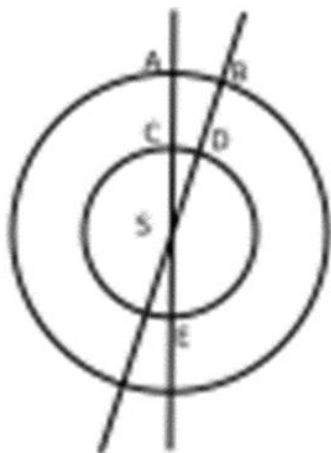
Kako je 21. ožujka do županijskog natjecanja ostalo tek nekoliko dana, u planu je bio dio vremena odvojiti na rješavanje zadataka s prošlih natjecanja, a tu želju je i izrazilo nekoliko učenika. Kako je za takve tipove zadataka predviđeno nešto dulje vrijeme, nego što ga imamo na radionici, zadaci su zadani učenicima kao cjelina, te su im postupno davani savjeti tijekom rješavanja ukoliko nitko ne bi napredovao u pronalaženju rješenja. Na ovaj način skraćeno je vrijeme rješavanja zadataka, no svejedno je dana prilika učenicima da promisle o problemu.

Nakon toga, pažnju smo posvetili osobno sastavljenim zadacima koji pokrivaju gradivo županijskog natjecanja. Posebna pažnja posvećena je zadacima s omjerima i proporcionalnosti, no u kombinaciji s geometrijom ili statistikom.

Primjer takvog tipa zadatka glasi:

„Koncentrične kružnice presječene su dvjema pravcima koji prolaze središtem kružnica kao na slici 50. Izračunajte površinu lika ABCD ako je površina većeg kruga 50.24, omjer duljina dužina SD i SA je 1:4, a veličina kuta DSE čini 70% kuta CSE.

Površina kruga se računa po formuli $P=r \cdot r \cdot \pi$ (uzmite $\pi = 3.14$).“



Slika 50. Primjer zadatka s matematičke radionice za učenike 7. razreda

Ovaj tip zadatka učenike tjera na improvizaciju i logičko razmišljanje. Naime, lik ABCD nije lik čiju površinu mogu izračunati formulom, te moraju na neki način primijeniti znanje koje imaju (postotke, omjere, površine likova za koje imaju formule) da bi pronašli rješenje.

4. travnja 2022.

Radionicu 4. travnja proveli smo proučavajući zadnje poglavlje predviđeno za kraj školske godine, a to je kombinatorika i vjerojatnost. Većina se učenika do tada nije susrela s ovim pojmovima pa su novi koncepti posebno detaljno i pažljivo objašnjeni. Kako je ovakve pojmove i zadatke najlakše shvatiti preko primjera, donijeli smo špil karata kao izvor provjerljivih zadataka. Najprije je učenicima postavljeno pitanje: „Koliko je vjerojatnost da izvlačenjem 5 karata iz špila, izvučemo točno jedan par?“, na koje se zahtijevao relativno brzi odgovor na temelju intuicije. Nakon toga, proveden je eksperiment izvlačenja 5 karata nekoliko puta. Rezultati eksperimenta su zabilježeni te smo proveli i matematičku analizu problema. Rezultate te analize smo usporedili s rezultatima eksperimenta koji su bili u relativno dobrom slaganju. Odlični rezultati eksperimenta u ovome slučaju manje su bitni naspram razumijevanju učenika da će se oni, pri dovoljno velikom broju ponavljanja, poklopiti s rezultatima računa.

2. svibnja 2022.

Ovu radionicu posvetili smo raznim kraćim zadacima i Monty-Hall problemu. Monty-Hall problem poznati je logički kombinatorni problem koji glasi:

„Voditelj game showa pokazuje natjecatelju troja vrata. Iz dva od njih nalazi se npr. koza (nepoželjna opcija), a iza trećih auto (poželjna opcija). Natjecatelj tada bira jedna vrata, a voditelj otvara jedna od preostalih, iz kojih je nužno koza. Je li povoljnije promijeniti izbor na treća vrata, ili ostati pri prvom izboru?“

Ovakav zadatak poučno je rješavati na sličan način kao prije, tako da učenici prvo nagađaju točan odgovor i sami argumentiraju. Točan odgovor je da treba promijeniti izbor na treća vrata koja imaju auto iza sebe s vjerojatnošću od 67%, no velika većina učenika kaže da su šanse 50-50. Učenici su tada suočeni s matematičkom analizom problema na kraju koje su i sami odabrali točan odgovor.

16. svibnja 2022.

Taj ponedjeljak smo podijelili diplome, poželjeli učenicima uspješan kraj školske godine i najavili da se vidimo i dogodine. Završna matematička radionica za 7. razred u XV. gimnaziji i podjela diploma polaznicima zabilježeni su na slikama 51 i 52.



Slika 51. Završna matematička radionica za 7. razred u XV. gimnaziji na dan dodjele diploma



Slika 52. Završna matematička radionica za 7. razred u XV. gimnaziji na dan dodjele diploma

4.4 Radionice za 8. razred

Radionice za 8. razred vodili su Bruna Brozović, Lovro Horvat i Eleonora Đaković, a radionice je redovito pohađalo 17 učenika. Slijedi prikaz radionica napisan od strane voditelja.

18. listopada 2021.

S prvom ovogodišnjom radionicom krenuli smo 18. listopada 2021. na kojoj je bilo u planu upoznati se s našim učenicima te im поближе pojasniti koji je cilj ovakvih radionica. Nakon što su se voditelji predstavili i rekli ponešto o sebi, na red su došli i učenici. Smatramo da je to vrlo važan dio radionice jer učenici moraju biti opušteni za vrijeme nastave kako ne bi imali problema s postavljanjem pitanja ukoliko nešto ne razumiju ili žele znati više. Iz našeg iskustva u radu s djecom primijetili smo da je učenicima često teško priznati da im zadatak, to jest

rješenje, nije jasno, ako su okruženi učenicima koje ne poznaju. Upravo iz tog razloga važno je od početka stvoriti ugodnu atmosferu i naglasiti svima poznato zlatno pravilo: „*Nema glupih pitanja.*“ Vrlo je zanimljivo primijetiti da, iako je bio tek listopad velika većina učenika je već znala koju srednju školu namjeravaju upisati ili su barem okvirno znali koje škole dolaze u obzir. Nakon kratkog razgovora o srednjim školama i našem iskustvu, krenuli smo s radionicom. Budući da je većina učenika prvi put sudjelovala na radionicama ovakvog tipa, odlučili smo za početak krenuti s nekim jednostavnijim i zabavnim zadacima te logičkim zagonetkama. Ponekad kod takvih zagonetki bude izazov pronaći takvu da je zabavna, a u isto vrijeme da nitko od 18 učenika u razredu nije čuo za nju. Zagonetke su također odličan alat za upoznavanje učenika jer nakon inicijalne nelagode ubrzo započnu navikavanja s različitim odgovorima. Često ti odgovori nisu ni točni, no to i je poanta jer inače bi zagonetka bila prelagana, no još važnije od toga, učenici mogu vidjeti da nije sramotno dati krivi odgovor, te da ponekad i krivi odgovor uz malo navođenja može dovesti do točnog rješenja.

Tijekom radionica pokušavali smo pratiti tempo kojim učenici rade po nastavnom planu u svojim osnovnim školama, kako bismo uštedjeli vrijeme na objašnjavanje osnova određenog poglavlja. Tu smo naišli na malu prepreku, jer nisu svi učenici radili po istom planu, tako da smo poneka poglavlja morali ukratko objasniti učenicima koji to gradivo još nisu odradili u školi, kako bi mogli kvalitetno pratiti radionicu. Na sreću, svi učenici su bili veoma bistri i nadareni tako da su vrlo brzo shvatili potrebne osnove gradiva. Na radionicama bi voditelji prvo napisali par zadataka na ploču te zatim dali dovoljno vremena učenicima da ih riješe. Za to vrijeme voditelji bi hodali po učionici te pomagali učenicima koji bi "zapeli". Učenicima nikad ne bi dali konačno rješenje, već samo neku ideju ili primjer kako lakše riješiti zadatak. Učenici koji bi riješili zadatak pozvali bi jednog od voditelja, koji bi onda ili potvrdio njihovo rješenje ili im ukazao na grešku koju su napravili. Nakon što bi većina učenika riješila zadatak ili nakon određenog vremena, voditelji bi upitali želi li netko riješiti zadatak na ploči te bismo obično prednost dali učenicima koji još nisu imali priliku biti na ploči ili onima koji su zadatak riješili prvi.

Nakon što bi učenik riješio zadatak na ploči uz svoje objašnjenje, voditelji bi uvijek još jednom prošli kroz ključne dijelove i uvjerali se da zaista svi razumiju rješenje. U slučaju da nitko od učenika nije znao riješiti zadatak, jedan od voditelja bi ga riješio uz detaljno objašnjavanje svakog koraka rješenja zadatka i naglašavajući teže dijelove i ideje koje će im koristiti i u budućnosti.

15. studenoga 2021.

Četiri tjedna nakon prve radionice, zbog blagdana Svih svetih, održana je 15. studenoga 2021. druga po redu RADDAR radionica. Naravno nisu svi uspjeli prisustvovati prvoj radionici pa smo nakon kratkog upoznavanja s novopridošlim sudionicima, krenuli s rješavanjem prvih pravih zadataka. Prvo poglavlje koje smo obradili bilo je *Kvadriranje*. Kvadriranje nismo trebali posebno objašnjavati učenicima jer su to poglavlje svi već odradili u školama. Prvo smo krenuli sa zadacima u kojima su samo brojevi, no ubrzo smo prešli na zadatke s nepoznanicama, budući da im je prva vrsta zadataka bila prelagana. Očekivano, kod zadataka s računanjem vrijednosti nekog izraza (na primjer: $(0.16)^2 \cdot (1\frac{1}{24})^2 \cdot (-2.25)^2 \cdot (3\frac{1}{9})^2 = ?$) bilo je par domišljatih učenika koje su došli pripremljeni s kalkulatorima, no ubrzo su se razočarali kad su saznali da im se rješenja bez korektnog postupka neće priznati, kako u školi i na natjecanjima, tako i ovdje. Naravno bilo je par pokušaja opravdanja korištenja kalkulatora, kao što su: „Pa uvijek u životu imam kalkulator sa sobom na mobitelu, zašto ga ne bi mogao i ovdje koristiti...“ i opravdanja slična tome. Mi takve "raspravice" čak i podupiremo jer dodatno opuštaju atmosferu u učionici. Vrlo je važno kada se započne raditi kvadriranje s učenicima, stalno naglašavati da moraju paziti na razliku između $(a^2 \pm b^2)$ i $(a \pm b)^2$. Tu razliku posebno smo naglasili na početku radionice, ali i na kraju kako bi im to ostalo u glavi, po mogućnosti i do sljedeće radionice.

29. studenoga 2021.

Treća radionica održana je po planu 29. studenoga 2021. te smo radili *Algebarske izraze*. Cilj radionice bio je rješavati zadatke primjenom formula za kvadriranje razlike i zbroja te razlike kvadrata. Pomoću tih formula te pritom pazeći na distribuciju množenja prema zbrajanju i oduzimanju, učenici su reducirali brojevine izraze, pokušavajući ih što više pojednostaviti. Očekivano, najčešća greška je bila upravo ono na što smo zadnji put naglašavali. Dakle učenici su često izraze $(a^2 \pm b^2)$ i $(a \pm b)^2$ poistovjećivali. Prvi zadatak smo pustili učenike da rješavaju bez napomene da ti izrazi nisu isti, jer iz iskustva smo vidjeli da učenici bolje pamte ako par puta naprave istu grešku na koju ih netko upozori, nego ako im svaki put prije zadatka naglasimo na što moraju paziti. Time smo samo potvrdili svim poznatu izreku: „Na greškama se uči.“ Nakon prvobitnih uzdaha kada su vidjeli svoju grešku, učenici su nastavili s rješavanjem zadatka. Na ovoj radionici većina učenika se i prvi put susrela s novim tipom zadatka u kojem moraju nešto i dokazati. Konkretno, trebalo je dokazati da je izraz

$(9n + 4)^2 - (4 - n)^2$ djeljiv sa 160 za svaki prirodni broj n . Iako je zadatak relativno jednostavan, prvi susret s novim tipom zadatka to nipošto nije. Zbog toga smo dobar dio sata proveli objašnjavajući što točno znači nešto dokazati ili možda čak opovrgnuti.

13. prosinca 2021.

Na četvrtoj i zadnjoj radionici te kalendarske godine, 13. prosinca 2021. na red su došli *Algebarski razlomci*. Poglavlje je usko povezano s algebarskim izrazima koji su obrađeni na prošloj radionici. Zadaci su se uglavnom sastojali od skraćivanja razlomaka pazeći pritom na osnovne zakone postupanja s razlomcima, a izrazito na kvadriranje te postupak rastavljanja na faktore kvadratnog trinoma. Rastavljanje na kvadratni trinom je dio koji se ne obrađuje na nastavi, no može bit vrlo koristan na natjecanjima, što puno znači našim učenicima jer većina njih planira sudjelovati na raznim matematičkim natjecanjima, a uz to bit će u prednosti kada će se to gradivo učiti u srednjoj školi. Jedan od bitnijih i težih zadataka na toj radionici bio je skraćivanje razlomka

$$\frac{x^2 - 25}{x^2 + 7x + 10}$$

Bit zadatka bio je prepoznati razliku kvadrata u brojniku, te izraz u nazivniku svesti na $(x + 5)(x + 2)$, što je bio teži dio. Naime, izraz u nazivniku možemo zapisati i kao $x^2 + 5x + 2x + 10$ te je zatim ostatak zadatka trivijalan. Kao i svaki put do sada, još jednom smo ponovili koja je razlika između izraza za razliku kvadrata i kvadrat razlike, te s tim zaključili radionice za tu godinu, zaželjeli svim sudionicima ugodne blagdane te da se odmore od školskih obaveza, ali da ih ne zanemare u potpunosti.

Nakon algebarskih razlomaka i izraza, krenuli smo s korjenovanjem. Cilj ove radionice bio je naučiti učenike računati vrijednosti izraza u kojima se pojavljuju kvadratni korijeni, zbrajati, oduzimati, množiti, dijeliti i kvadirati izraze u kojima se nalaze korijeni, te racionalizirati nazivnike razlomaka. Kako bi učenici shvatili pojam korjenovanja, te njihovu primjenu, krenuli smo s lakšim zadacima poput računanja izraza

$$\sqrt{\left(\frac{1}{x} - x\right)^2} + \sqrt{x + \frac{11}{x}}$$

ako je zadano da je $\frac{1}{x} = 0.2$. Nakon što su se učenici pomoću lakših zadataka uhodali u postupak korjenovanja, prešli smo na teže zadatke poput

$$(18 - 6\sqrt{7})(\sqrt{9 + 3\sqrt{2}} + \sqrt{9 + 3\sqrt{2}}),$$

te smo radionicu završili sa zadacima u kojima je cilj racionalizacija nazivnika razlomaka. Jedan od tih zadataka bio je racionaliziranje izraza

$$\frac{2}{\sqrt{12} - \sqrt{10}} + \frac{1}{3 + \sqrt{10}} - \frac{3}{\sqrt{12} - 3}$$

gdje su učenici morali u jednom zadatku nekoliko puta primijeniti postupak racionalizacije nazivnika. Nakon korjenovanja, krenuli smo na kvadratne jednadžbe. Odmah na početku radionice, učenicima smo ukazali na čestu grešku koja se događa prilikom rješavanja kvadratnih jednadžbi, a to je izostavljanje jednog rješenja (npr. ako je $x^2=9$ onda je $x = \pm 3$), te smo tako minimalizirali javljanje te greške na radionicama. Nakon toga, krenuli smo s rješavanjem nepotpunih kvadratnih jednadžbi, te smo kasnije prešli na rješavanje potpunih kvadratnih jednadžbi i to dopunom do potpunog kvadrata. Jedna od takvih jednadžbi bila je $x^2 + 2x - 24 = 0$ gdje su učenici morali naslutiti kako je to zapravo $(x - 2)^2 = 16$ i s time je zapravo najteži dio zadatka bio gotov. Zadnji tip zadataka koji smo rješavali vezano za kvadratne jednadžbe bilo je rješavanje kvadratnih jednadžbi rastavljanjem kvadratnog trinoma na faktore. Ovdje su učenici morali faktorizirati kvadratne jednadžbe tipa $x^2 - 12x + 27 = 0$ do izraza $(x - 9)(x - 3) = 0$. Kada su dobili taj izraz, ključno je bilo da shvate da je navedeni izraz jednak nuli ako je barem jedna zagrada nula.

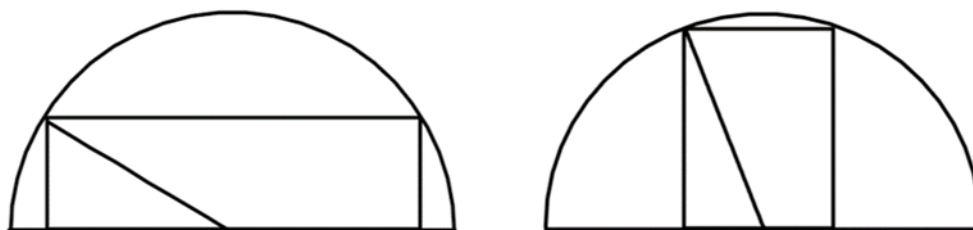
10. siječnja 2022.

Na sljedećoj radionici 10. siječnja 2022. krenuli smo s Pitagorinim poučkom. Ovdje smo došli do male prepreke, a to je da neki učenici na satovima matematike u svojoj školi kasne s gradivom za ostalima pa još nisu bili niti čuli za Pitagorin poučak. Ali tu prepreku smo lako uklonili tako da smo ukratko objasnili formulu, te pokazali njezinu primjenu na lakšim primjerima. Nakon što su učenici shvatili značenje formule, krenuli smo na konkretnije zadatke poput računanja površine pravokutnog trokuta kojemu je zadan zbroj kateta (6.2 cm) i duljina hipotenuze (5 cm). U tom zadatku, primjenom Pitagorinog poučka izračunale su se duljine kateta trokuta koje su nam bile bitne upravo za računanje površine istog trokuta. Nakon

računanja opsega, površina, omjera stranica, visina i težišnica u pravokutnom trokutu, krenuli smo i na primjenu Pitagorina poučka na pravokutnik, romb i trapez. Ovdje smo učenicima pokazali kako nije uvijek jasno izrečeno da se negdje nalazi pravokutni trokut, te kako ga sami moraju pronaći i upotrijebiti Pitagorin poučak da bi mogli riješiti zadatak. Jedan od takvih zadataka bio je računanje površine trapeza ABCD kojemu su duljine osnovica 80 mm i 32 mm, a duljine krakova 35 mm i 29 mm. Učenici su u tom zadatku trebali spustiti visine iz vrhova na dulju osnovicu te pomoću Pitagorinog poučka (uz dodatno logičko razmišljanje i zaključivanje) izračunati njihovu duljinu.

Još jedan zanimljiv zadatak s ove radionice glasio je: U polukrug radijusa 4 upisan je pravokutnik kojemu dva vrha pripadaju luku, a ostala dva vrha promjeru. Duljine stranica pravokutnika odnose se kao 1:2. Izračunaj opseg i površinu pravokutnika.

Česta greška koja se javljala u ovome zadatku bila je to da su učenici previdjeli jedno rješenje. Naime, skica je bila ključna za ovaj zadatak jer se kvadrat može na dva načina upisati u polukrug:



Slika 53. Primjer zadatka s matematičke radionice za učenike 8. razreda

Zanimljivo je bilo to što su neki učenici nacrtali na jedan način, a drugi na drugi način pa smo i po tome mogli primijetiti individualnost učenika i njihovih razmišljanja.

24. siječnja 2022.

Na sljedećoj radionici, 24. siječnja 2022. i dalje smo se bavili Pitagorinim poučkom, no ovaj put smo ga primjenjivali na trokute u kojima su poznate veličine kutova (30° , 60° ili 45°). U ovim zadacima učenicima nismo spominjali da im je bitan Pitagorin poučak, te da bi ga trebali upotrijebiti, nego smo ih pustili da sami dođu do tog zaključka. Naravno, ukoliko je učeniku bila potrebna pomoć, jedan od voditelja uvijek je došao do njega i usmjerio ga u pravilno rješavanje zadatka, no prvo smo ih pustili da sami probaju riješiti što više toga mogu kako bi razvijali svoje logičko razmišljanje i opažanje.

7. veljače 2022.

Nakon toga, 7. veljače 2022. ideja nam je bila utvrditi gradivo Pitagorinog poučka primjermom na kompliciranije zadatke, te zadatke zadane u koordinatnom sustavu. Jedan primjerih takvih zadataka bio bi izračunati površinu kvadrata ABCD, čija točka A ima koordinate (4, 2), te stranica CD leži na pravcu čija je jednadžba $y = x + 3$. Rješavajući zadatke poput ovog, učenike smo upućivali na važnost skice za lakše shvaćanje zadatka. Bitno je bilo točno crtanje pravca i pronalaženje preostalih vrhova kvadrata i nakon toga je sve išlo bez problema. Ovaj zadatak bio je samo zagrijavanje za idući:

Zadan je pravac $y = ax + b$ kojemu je koeficijent smjera pozitivan realan broj. Pravac prolazi točkom T (-3, 1), a površina trokuta koji zatvara s koordinatnim osima je 8. Kako glasi jednadžba tog pravca?

Prvo na što smo uputili učenike bilo je značenje „pozitivnog koeficijenta smjera“, kako bi im bila jasnija pozicija pravca u koordinatnom sustavu, iako je većini to od prije bilo poznato. Zadatak se rješava koristeći kvadratnu jednadžbu, stoga su na kraju dobivena dva različita rješenja, tj. dva različita pravca.

7. ožujka 2022. i 21. ožujka 2022.

Nakon Pitagore, 7. ožujka 2022. i 21. ožujka 2022. odlučili smo riješiti neke zadatke s prijašnjih natjecanja iz matematike. Zadatke smo birali nasumično s različitih razina, te različitih težina. Bilo je par učenika koji su do tada već samostalno ili sa svojim školskim profesorima riješili većinu prijašnjih natjecanja. Za njih smo pripremili dodatne zadatke, da se ne bi dosađivali.

Paralelno uz natjecanja riješili smo i par, po našoj procjeni zahtjevnijih, zadataka s prijemnih ispita za XV. gimnaziju, budući da nas je nekolicina učenika zamolila da im pomognemo s pripremom.

4. travnja 2022. i 2. svibnja 2022.

Na radionicama nakon, 4. travnja 2022. i 2. svibnja 2022. odradili smo zadatke iz cjelina *preslikavanja ravnine, točke, pravci i ravnine*, te *kocka*. Cilj je bio naučiti i primijeniti translaciju, rotaciju, te osnu i centralnu simetriju u zadacima. Također smo im objasnili kako odrediti ortogonalnu projekciju točke na ravninu, pronaći udaljenost točke od ravnine i

probodišta pravca i ravnine. Tada su bili spremni i računati obujme i oplošja kocke primjenom formula te izračunati duljinu prostorne i plošne dijagonale kocke.

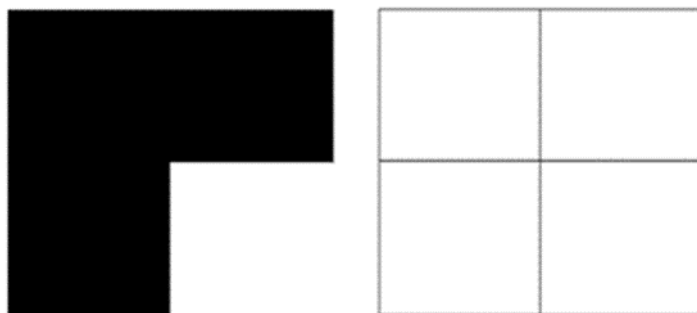
Jedan od zanimljivijih zadataka, koji zapravo nije bio težak za riješiti, samo je bilo potrebno doći do točne ideje, glasilo je: *Geometrijsko tijelo sastoji se od kocaka koje imaju tri različite veličine. Kocke su poslagane jedna na drugoj tako da su poravnate u lijevom uglu, najveća je na dnu, a najmanja na vrhu. Stranice kocaka se odnose kao 4:3:2. Ako je oplošje tog tijela 37 dm^2 , koliki mu je obujam?*

Ovdje smo učenicima objasnili kako raditi s odnosima, tj. uvođenje nekog realnog broja k kojim ćemo stranice opisati kao $2k$, $3k$ i $4k$. Za računanje oplošja dali smo im pomoćnu uputu: „Pogledajte tijelo sa svih strana“. Kad su uočili da je obujam tijela zapravo zbroj obujma triju kocaka oplošje su lako izrazili kao zbroj oplošja gledanih odozgo, odozdo, od naprijed, straga te slijeva i zdesna, zadatak je riješen.

16. svibnja 2022.

Smatramo da bi bilo korisno istaknuti jedan zadatak koji smo obradili na posljednjoj radionici, 16. svibnja 2022. ujedno i na našem pozdravljanju s učenicima 8. razreda, budući da su od iduće godine srednjoškolci i više neće sudjelovati na RADDAR radionicama.

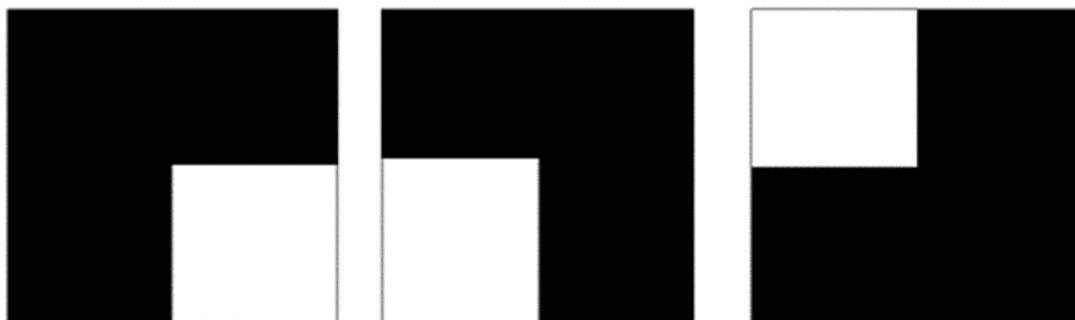
Zadatak je više vizualnog tipa, stoga pogledajmo skicu na slici 54. Želimo popločiti 2×2 kvadrat danim oblikom tako da jedan kvadrat ostane neispunjen (bijeli). Očito, to možemo napraviti. Pitanje glasi možemo li to napraviti ako imamo 1024×1024 kvadrata?



Slika 54. Primjer zadatka s matematičke radionice za učenike 8. razreda

Ovaj zadatak izazvao je dosta zbunjenih lica, bilo je čak i par učenika koji su probali crtati dok ne dođu do 1024×1024 . Neki su tražili poveznice s djeljivošću s brojem tri, sve dok dio njih nije otkrio poveznicu brojeva 2×2 i 1024×1024 . To su potencije broja 2. Točnije, imamo $2^1 \times$

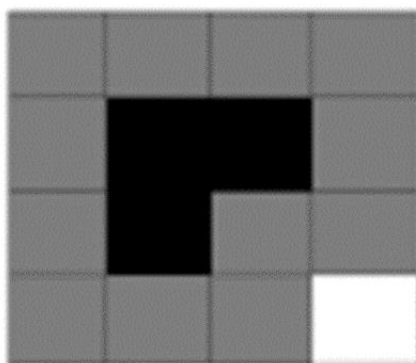
2^1 i $2^{10} \times 2^{10}$. Zajedno smo došli do ideje s primjenom rotacije. Uzmemo četiri 2×2 kvadrata popločena tako da donji desni kvadrat ostane prazan. Prvog ne rotiramo, drugog zaokrenemo za 90 stupnjeva, trećeg za 180, četvrtog također ne rotiramo (jednak je prvom), zatim ih spojimo u jedan kvadrat. Skica na slici 55 prikazuje dobiveni rezultat.



Slika 55. Primjer zadatka s matematičke radionice za učenike 8. razreda

Sada smo dobili $2^2 \times 2^2$ kvadrate, uočivši da prazne kvadrate u sredini ponovo možemo popločiti, ostaje nam točno jedan prazan. U ovom primjeru vidjeli smo odličnu priliku za objasniti koncept matematičke indukcije učenicima. Kao bazu imamo $2^1 \times 2^1$ kvadrata za koje vrijedi tvrdnja da se mogu popločiti tako da točno jedan ostane prazan.

Zatim smo pretpostavili da to vrijedi i za $2^n \times 2^n$. U konačnom koraku iskoristivši to da tvrdnja vrijedi za $2^n \times 2^n$, ponovo rotacijom kao za manje brojeve i spajanjem zarotiranih kvadrata dobili smo da tvrdnja vrijedi i za $n+1$.



Slika 56. Primjer zadatka s matematičke radionice za učenike 8. razreda

Naše radionice smo tako zaključili naprednim objašnjavanjem srednjoškolskog gradiva matematičke indukcije i društvenim igrama. Učenicima su dodijeljene diplome za uspješno sudjelovanje u radionicama, a mi mentori stekli smo korisno radno iskustvo.

Završna matematička radionica za 8. razred u XV. gimnaziji i podjela diploma polaznicima zabilježeni su na slikama 57 do 59.



Slika 57. Završna matematička radionica za 8. razred u XV. gimnaziji na dan dodjele diploma



Slika 58. Završna matematička radionica za 8. razred u XV. gimnaziji na dan dodjele diploma



Slika 59. Završna matematička radionica za 8. razred u XV. gimnaziji na dan dodjele diploma

5 Radionice iz programiranja u Pythonu u XV. gimnaziji

Cilj radionica iz programiranja u okviru programa RADDAR je poticanje algoritamskog načina razmišljanja i sposobnost strukturiranog rješavanja problema kod učenika. Izabran je programski jezik Python koji je zbog svojih sintakasnih svojstava i velikog broja pratećih programskih knjižnica s pedagoškog i didaktičkog gledišta najpogodniji kao programski jezik za početno programiranje. Radionice su se odvijale na tri razine: početna razina za učenike 5. i 6. razreda, srednja razina za učenike 7. razreda te napredna razina za učenike 8. razreda.

5.1 Radionice za početnike – 5. i 6. razred

Voditeljice radionica za početnike bile su studentice Ana Vinković, Ana Marić i Ema Nekić. Program su redovito pohađala 22 učenika.

19. listopada 2021.

Na početku prve radionice upoznali smo se s polaznicima te čuli njihova očekivanja i prethodno iskustvo u programiranju i računalnom razmišljanju. Većina polaznika je već ranije sudjelovala na međunarodnom natjecanju iz informatike i računalnog razmišljanja DABAR, no gotovo nitko do sada nije programirao u Pythonu. Neki su prethodnih godina već bili na matematičkim radionicama ili su im braća i sestre sudjelovali u projektu. Na početku su bili poprilično suzdržane prirode, no razvojem događaja kroz sat svi su se opustili i oslobodili te tako i aktivno sudjelovali u raznim zadacima i izazovima.

Za upoznavanje s programskim jezikom Python napravili smo unaprijed interaktivnu igru s ciljem da korisnik izvede kornjaču iz labirinta (slika 60). *Kornjačina grafika* je zanimljiv i jednostavan način za učenje osnovnih programerskih koncepata. Svaki je polaznik imao priliku izvesti kornjaču pomoću tipki sa strelicama, a nakon što smo ulovili njihovu pažnju i zainteresirali ih za takav razvoj programa, naučili smo ih neke funkcije za crtanje jednostavnih crteža kako bi mogli pomoću naredbi kroz interaktivno sučelje simulirati kornjaču izvan labirinta. Bili su poprilično uspješni u tome, a kada bi zaboravili koju naredbu, pozvali bi nas ili se konzultirali s polaznikom do sebe.



Slika 60. Primjer zadatka s informatičke radionice za početnike – kretanje kornjače labirintom

Kada su svi uspješno obavili zadatak, prešli bi na učenje novih funkcija i na prezentiranje idućeg zadatka. Na taj način su do kraja sata nacrtali kuću s brojnim elementima i okućnicom, po predlošku sa slike 61. Ono s čime su se najviše mučili bilo je crtanje krova budući da nisu bili dovoljno upoznati s veličinama kutova, ali nakon objašnjenja im je i to bilo jasno.



Slika 61. Primjer zadatka s informatičke radionice za početnike – crtanje

Na kraju radionice ponovili smo naučeno taj dan i odgovorili na pitanja koja su postavili učenici.

16. studenoga 2021.

Na drugoj radionici na temelju znanja većine učenika počeli smo s osnovnim funkcijama za upisivanje i ispisivanje. Upoznali smo ih s dvije funkcije *print()*, *input()*. Za početak smo naučili funkciju *print()*, ispisivanjem „Hello World“ na ekran. Zatim smo pokazali kako funkcionira znak pridruživanja „+“ i znak umnožavanja „*“ unutar *print()* funkcije prilikom ispisivanja *string* vrijednosti. Potom smo objasnili funkciju *input()* i pokazali primjer korištenjem obje funkcije: Upisati ime i osnovnu školu te ispisati rečenicu s unesenim podacima.

Nakon pokazivanja osnovnih primjera, zadali smo zadatke upisivanja imena, najdražeg predmeta i ocjene iz njega te ispisivanje rečenice s unesenim podacima. Ono što je mučilo dio grupe jest funkcija *input()*. Mnogi su odmah prilikom pisanja koda upisivali ime u polje argumenta funkcije *input()*, a ne nakon pokretanja programa, no nakon dodatnog pojašnjenja većini je bila jasna razlika.

Zatim smo objasnili kako spremiti brojeve vrijednosti i upravljati njima korištenjem funkcije *int(input())* i pokazali primjer rješavanja matematičkog zadatka korištenjem osnovnih aritmetičkih operatora. Istaknuli smo razliku korištenja znakova „+“ i „*“ prilikom unosa cjelobrojnog tipa podataka (*integer*) i *string* tipa. Nakon toga smo prikazali ispisivanje više podataka korištenjem „ , “ i pokazali kako se tada mogu kombinirati različiti tipovi podataka. Pomoću tih primjera uvodimo pojam varijable koji će detaljnije biti objašnjen na sljedećoj radionici. Na kraju smo zadali zadatak za samostalan rad koji je obuhvaćao sve naučeno s toga sata. Većina učenika je samostalno riješila zadatak, dok je nekima trebala minimalna pomoć.

30. studenoga 2021.

U trećem tjednu radionica za početak smo upoznali učenike s jednostavnim tipovima podataka u Pythonu – niz znakova (*string*), cijeli brojevi (*integers*) te realni brojevi (*float*). Tijekom radionice fokusirali smo se na rad s cijelim i realnim brojevima. Pokazali smo kako se izračunavaju izrazi s osnovnim aritmetičkim operatorima poput zbrajanja, oduzimanja, množenja, cjelobrojnog i realnog dijeljenja te ostatka pri dijeljenju. Također smo obradili redoslijed i prioritete računskih operacija te smo spomenuli Python funkciju apsolutne vrijednosti broja (*abs*). Učenici su zatim samostalno rješavali nekoliko vrlo jednostavnih zadataka vezanih uz primjenu aritmetičkih operacija na programiranje i geometriju, primjerice

1. Napisati programski kod koji učitava dva broja te ispisuje njihov zbroj, razliku, umnožak, količnik i ostatak pri dijeljenju.
2. Napisati program koji učitava vrijednost stranice a kao realan broj i ispisuje kolika je površina kvadrata čija je stranica a.

Drugi dio ove radionice sastojao se od učenja sintakse naredbe odlučivanja *if* te složenog oblika naredbe (*if - elif - else*) i njihovoj primjeni na par jednostavnih primjera (npr. provjeri je li broj djeljiv s 3, je li broj a veći od broja b itd.). Nakon obrađenih primjera učenici su dobili dva samostalna zadatka:

1. Napisati programski kod koji učitava cijeli broj x te ga ispisuje ako je paran, a ako je neparan program ispisuje znak X.
2. Napisati programski kod koji učitava dva broja, uspoređuje ih te ispisuje prikladne poruke s obzirom na rezultat (npr. „Broj x je veći od y.“ ili „Jednaki su.“)

Nakon samostalnog rješavanja zadataka detaljno smo ih analizirali na ploči s tim da smo angažirali učenike koji su točno riješili zadatak da na ploči demonstriraju i objasne kako su napisali svoj kod te smo potom isprobali sva rješenja.

Za kraj radionice smo napravili kratko ponavljanje naučenog gradiva.

14. prosinca 2021.

Na početku radionice ponovili smo dosad naučeno gradivo postavljanjem kratkih pitanja i prozivanjem na ploču. Na početku se samo par učenika javljalo, ali nakon par pitanja više ih je počelo sudjelovati. Ponovili smo znakove jednakosti „==“ i nejednakosti „!=“ te istaknuli da se prilikom unosa razlikuju velika i mala slova (primjerice Zagreb i zagreb).

Zatim smo za utvrđivanje prethodnog gradiva zadali dva samostalna zadatka s grananjem.

1. Napisati program koji će na temelju unesene dobi osobe ispisati nalazi li se ona u vrtiću, osnovnoj, srednjoj školi ili fakultetu.
2. Napisati program koji će unijeti 2 broja te ispisati je li suma paran broj, ako nije ispitati je li umnožak djeljiv s 3. Za svaku situaciju ispisati odgovarajuću poruku.

U prvom zadatku bio je važan poredak ispitivanja uvjeta da se ispisuje samo odgovarajuća poruka.

U drugom zadatku neki su umjesto korištenja *if-elif-else*, koristili samo *if*-odluku, no tada bi se ako je suma parna i umnožak djeljiv s 3 ispisale obje poruke umjesto jedne, što nije zadano u zadatku.

Oba zadatka su na kraju objašnjena na ploči s isticanjem uočenih grešaka prilikom rješavanja poput miješanja znaka pridruživanja „=“ i jednakosti „==“.

Za kraj je zadan zadatak s nagradama za prva tri mjesta (bomboni). Potrebno je bilo napisati program koji od korisnika traži da upiše dvije ocjene i željenu ocjenu iz predmeta te ispituje je li trenutni prosjek dviju ocjena veći ili jednak željenoj ocjeni uz ispisanu prikladnu poruku. Mnogi su za spremanje cjelobrojne varijable koristili *input()* umjesto *int(input())* pa smo ponovili razliku *integer* i *string* varijabli. Zadatak je uspješno riješen i najbrži su bili nagrađeni.

11. siječnja 2022.

Na početku radionice ponovili smo naredbu *if* i dodatna grananja naučena prošli put s par kraćih zadataka s relacijskim operatorima. Primjer zadatka je gdje korisnik unese tri broja i ako je njihov zbroj jednak 10 ispisuje se 'Zbroj je jednak 10', a ako nije onda se ispisuje 'Zbroj je različit od 10', također i za veće ili jednako i manje. Drugi primjer je bio gdje su korisnici unijeli broj bodova i prema unaprijed zadanom konceptu dobili povratnu informaciju o ocjeni koju su ostvarili. Najčešće greške koje su tu radili bilo je zaboravljanje dvotočke na kraju naredbe i uvlačenje linija koje se odnose na ispunjeni uvjet pa smo im još nekoliko puta ponovili zašto to mora funkcionirati na taj način. Zatim smo uveli složenije naredbe s dodatnim logičkim operatorima *and* i *or*. To su brzo shvatili kroz primjere zadataka:

1. Omogućite unos dva broja 0 ili 1, ako su unesene obje nule ispišite 'Neispravno', ako su unesene obje 1 ili različiti brojevi ispišite 'Ispravno'.
2. Unesite tri broja i provjerite je li trokut jednakostraničan ili raznostraničan.

Nakon toga smo uveli petlju *for*, programsku strukturu koja omogućava višestruko ponavljanje određenog dijela programskog koda. Upoznali smo ih sa strukturom petlje koja uključuje oznaku i koja označava brojač petlje, *range* koji označava naredbu i dio *range*-a u zagradama oblika (a, b, c) gdje a označava početnu vrijednost brojača, b završnu vrijednost brojača te k korak brojača. Učenici su se javljali dolaziti na ploču kako bi samostalno prošli kroz primjer takve petlje i odredili koji će ispis biti. Bili su uporni te nisu odustajali čak i ako bi se zabunili.

Zatim su dobili zadatak da samostalno na računalima 10 puta ispišu 'Ovo je broj x', gdje x označava brojeve od 1 do 10. Trebalo im je nekoliko

primjera da zapamte da for petlja u Pythonu počinje brojati od zadane početne vrijednosti, ali ne ubraja završnu vrijednost zadanu u petlji pa da to mogu dodati i ručno kao $i+1$.

Na kraju sata su svi dobili zadatak gdje su prve tri osobe koje su ga točno riješile bile nagrađene bombonima te smo još jednom ponovili sve što smo napravili taj dan i odgovorili na pitanja.

25. siječnja 2022.

Na šestoj radionici smo nastavili s gradivom vezanim uz petlju *for*. Tijekom cijele radionice bavili smo se primjenom stečenog znanja iz programiranja na matematičko modeliranje. Ponovili smo osnovnu sintaksu za petlju, a potom smo znanje utvrdili pomoću grafičkog sučelja *Turtle* gdje smo za početak učili crtati jednostavne geometrijske likove (pravokutnik, kvadrat, jednakostranični trokut) uz pomoć petlje *for*.

U drugom dijelu obradili smo „petlju u petlji“, odnosno na primjeru smo pogledali kako nacrtati n kvadrata gdje je n bilo koji prirodni broj veći od jedan, konkretno, ako je $n=3$, zadatak je bio nacrtati tri kvadrata duljine stranice 5 u grafičkom sučelju *Turtle*. Zatim su učenici dobili samostalan zadatak napisati sličan programski kod, ali umjesto kvadrata su crtali trokute. Najuspješniji učenik je svoje rješenje demonstrirao na ploči pred ostalima. Također smo se bavili crtanjem pravilnih n -terokuta, što je napredno gradivo iz matematike, ali učenicima nije predstavljalo značajan problem već su s lakoćom usvojili pojam mnogokuta što će im olakšati kasniji susret s povezanim matematičkim gradivom u višim razredima osnovne škole.

Za kraj smo ponovili pojam prostog broja, diskutirali kako matematički odrediti je li broj prost na što su učenici pokazali zavidno znanje. Zatim smo im postavili pitanje kako bi oni napisali program u Pythonu koji ispisuje sve proste brojeve u intervalu od 1 do nekog proizvoljnog prirodnog broja n uz pomoć petlje *for*. Nakon kratkog vremena za razmišljanje i međusobnu diskusiju učenici su iznijeli svoje ideje, koje smo zajednički komentirali i usporedili sa standardnim algoritmom.

8. veljače 2022.

U sedmom tjednu radionice nastavili smo s naredbama ponavljanja, ovaj put fokusirajući se na petlju *while*. Za početak sata, izabrali smo jednog učenika da ponovi što smo radili zadnji put na radionici. Ponovili smo pojmove varijabla, naredbe grananja i logičke operatore. Zatim smo krenuli na učenje sintakse i obrađivanje par pokaznih primjera upotrebe petlje *while* te smo napravili mali rezime kada je prikladno koristiti pojedinu vrstu petlje. Također smo skrenuli posebnu pozornost učenicima na važnost ispravnog postavljanja uvjeta izvršenja petlje i pokazali smo primjer jedne „beskonačne“ petlje, odnosno što se dogodi kad uvjet nije dobro postavljen.

Učenici su dobili nekoliko zadataka za samostalni rad povezani uz primjenu petlje *while*, primjerice

1. Učitavati brojeve sve dok se ne upiše nula. Ispisati zbroj svih učitanih brojeva.
2. Učitati prirodne brojeve sve dok se ne upiše nula. Izračunati kvadrat svakog od upisanog broja i ispisati rezultat.

Učenici koji su najuspješnije riješili pojedini zadatak prezentirali su svoje rješenje pred grupom te smo detaljnom analizom programskog koga proveli diskusiju drugačijih, ali jednako točnih i prihvatljivih rješenja.

Učenicima je u početku bilo malo zahtjevnije shvatiti kako pisati ispravne logičke uvjete izvršenja petlje, ali do kraja radionice uz individualni pristup voditelja, učenici su pokazali puno veće razumijevanje.

Na kraju radionice prezentirali smo unaprijed napisane zadatke za ponavljanje kojima je nedostajao dio koda te smo učenicima zadali da napišu dio koji nedostaje, što su u velikom broju slučajeva i uspješno odradili.

8. ožujka 2022.

Na osmoj smo radionici na zahtjev učenika dovršili DABAR radionicu s prethodnog sata. Podijelili smo ih u nove grupe kako bi se upoznali s drugim sudionicima radionice. Svi su zajednički rješavali zadatke u grupi. Završetkom svakog pitanja prozivali smo učenike iz grupe koje su točno odgovorili na pitanja da pred svima objasne zadatak. Tako su morali verbalizirati svoj način rješavanja zadatka i objasniti ga kako bi drugima bilo jasno. Svidio im se timski rad

u grupama i bili su više motivirani na rješavanje zadataka zbog natjecateljskog dijela radionice. Zadaci su bili kratki i ispitivali logičko razmišljanje.

Nakon dovršene DABAR radionice, svatko je samostalno rješavao kviz. On se sastojao od Python pitanja vezanih za dotad naučeno gradivo, od osnovnih funkcija do *while* petlje. Kviz je bio dobro riješen i najbolji su bili nagrađeni.

22. ožujka 2022.

Radionicu smo započeli kratkim ponavljanjem gdje su učenici rekli što smo radili zadnji put. Nejasnoća nije bilo pa smo uveli novi operator za dijeljenje s ostatkom, `%`. To su odmah shvatili i isprobali na svojim računalima da vide je li broj koji korisnik unese paran ili neparan. Također smo još jednom ponovili koncept varijabli budući da je jedan učenik bio malo nesiguran s njezinim pojmom. Varijablu smo definirali kao memorijsku lokaciju simbolična imena u koju se sprema vrijednost nekog podatka te smo ju usporedili s pernicom i olovkom koja je podatak koji se sprema u nju. Učenici su zatim nabrojali glavne postulate varijable; da njezino ime smije sadržavati samo brojeve, velika i mala slova engleske abecede i donju crticu `_`, da ime ne smije početi brojem te da Python razlikuje velika i mala slova. A jedan učenik je bio kolegijalan i posebno naglasio da dvostruko jednako predstavlja operator usporedbe pa da treba paziti. Ostatak sata rješavali smo zadatke kako bi ponovili, uvježbali i objedinili do tada naučeno gradivo. Neki zadaci koji su se rješavali bili su:

1. Omogućiti proizvoljan unos brojeva, zatim unijeti te brojeve te na kraju ispisati koliko je brojeva bilo parnih, a koliko neparnih. (for, grananje)
2. Ispisati koje učenike nastavnik ispituje ako ispituje svakog n -tog u imeniku, a n je prirodan broj koji korisnik unosi kao i ukupan broj učenika. (for petlja)
3. Program gdje korisnik unosi broj učenika te zatim visine svih tih učenika, a na kraju ispisuje visinu najnižeg i najvišeg učenika.
4. Program koji učitava temperature zraka u posljednjih 10 dana i zatim ispisuje srednju temperaturu iznad i ispod nule.

Pogreške koje su radili bile su uglavnom ili izostavljanje nekog od uvjeta zadatka ili zaboravljanje sintakse. Učenici su bili jako zainteresirani za tematiku te im javljanje i postavljanje pitanja nije predstavljalo problem.

Nakon što su svi uspješno riješili sve zadatke, imali smo kratki Kahoot kviz s ponavljanjem teorije i pitanjima poput što će se ispisati ovim programom ili što je neispravno. Kahoot kviz je ono čemu su se najviše veselili te su u njemu aktivnije sudjelovali i više se međusobno družili, a pobjednici su bili nagrađeni slatkišima, iako su svi dobili po jedan za sudjelovanje.

5. travnja 2022.

Na početku radionice zadan je kratak zadatak za ponavljanje koristeći prethodno naučenu *while* petlju. Potrebno je bilo napisati program koji će tražiti od korisnika da upiše šifru sve dok ona nije točna. Zadatak je uspješno riješen od većine. Greška koja se pojavljivala je krivo postavljen uvjet, no nakon dodatnog pojašnjenja ona je ispravljena.

Nakon ponavljanja upoznali smo se s novom strukturom podataka - listama. Objasnili smo načine inicijaliziranja lista i dodavanja elemenata u nju. Na temelju jednog primjera liste objasnili smo indeksiranje lista s početka i s kraja, ispisivanje cijele liste i od određene pozicije (*slicing*). Također, učenike smo upoznali s korisnim svojstvom programskog jezika Python koji dozvoljava da lista sadrži elemente različitih podatkovnih tipova. Za objašnjenje tog svojstva koristili smo primjer skupine pasa različitih pasmina, prema ilustraciji na slici 62.



Slika 62. Ilustracija koncepta liste u Pythonu koja sadrži elemente različitih podatkovnih tipova

Nakon upoznavanja s osnovnim karakteristikama listi, zadan je zadatak kako bi potvrdili razumijevanje. Potrebno je bilo napraviti program koji dok se ne upiše znak X dodaje u jednu listu ime učenika, a u drugu ocjenu. Zatim ispisati imena učenika koji su ostvarili ocjenu 3. Česta greška koju je koju su činili je bio krivi redoslijed naredbi, tj. dodatno upisivanje imena s kojim se gubi prethodno zapisano, stoga je taj zadatak dodatno objašnjen svima na ploči.

Na kraju njihovo znanje je bilo ispitano Kahoot kvizom koji se sastojao od pitanja vezana za liste, varijable i petlje *for* i *while*. U zadacima je trebalo znati karakteristike funkcija *print()*, *input()* i struktura podataka *list()*, ispravno inicijaliziranje varijabli i korištenja varijabli različitih tipova podataka. Kviz je većinom bio dobro riješen i natjecateljsko raspoloženje je više potaknulo samostalno razmišljanje i rješavanje zadataka

3. svibnja 2022.

Na ovoj radionici odlučili smo riješiti složeni zadatak. Učenici su program postepeno nadograđivali novim interaktivnim funkcionalnostima. Započeli smo s listama koje smo radili prethodni sat. Jedan učenik je pokazao zavidno znanje pa predvodio ponavljanje aktivnim sudjelovanjem i odgovaranjem na pitanja. Nakon toga su svi napravili svoju listu u koju su dodali neke *Integer* vrijednosti. Nakon toga trebali su omogućiti da korisnik unese svoje ime i e-mail adresu. Ukoliko nije bila unesena ispravna e-mail adresa, program je trebao tražiti korisnika ponovni unos sve dok ne unese ispravnu. Ispravnu adresu odredili smo tako da mora sadržavati znak '@' i imati najmanju duljinu znakova 4. Na taj način ponovili smo iteriranje kroz *string* i petlje. Nakon toga uveli smo funkciju *lower* koja pretvara cijeli niz znakova u mala slova. Program korisniku postavlja 5 pitanja, od kojih prva dva zahtijevaju tekstualan oblik odgovora. Odgovor mora biti točan neovisno o velikim i malim slovima. Ako korisnik odgovori točno dobiva 2 boda, ako odgovori netočno oduzima mu se 0.75 bodova od ukupnog broja bodova te ukoliko unese znak 'x' preskače pitanje, a broj bodova mu ostaje isti. Preostala 3 pitanja zahtijevala su poznavanje *Integer* vrijednosti i funkcija za upravljanje njima kao što su cjelobrojno dijeljenje i dijeljenje s ostatkom. Kada su dobili ukupan broj bodova koje je korisnik ostvario, trebali su ispisati njegovo ime, e-mail, broj bodova koje je ostvario i od koliko drugih korisnika ima bolji rezultat. Zadnji faktor su dobili tako što su iterirali kroz početno napravljenu listu i uspoređivali korisnikov broj bodova s njezinim elementima.

Učenici su bili jako sretni i zadovoljni kada su vidjeli cijeli program u pogonu i što su sve uspjeli stvoriti samostalnim radom i naučenim do sada. Postavljali su mnogo manje pitanja koja su se ticala starog gradiva i uglavnom ih je zanimala funkcionalnost ili kako nešto izvesti optimalnije.

17. svibnja 2022.

Na zadnjoj radionici učenicima smo pripremili zadatke za razvijanje logičkog razmišljanja. Učenici su se podijelili u timove te su s veseljem rješavali postavljene zadatke. Zadaci su bili inspirirani klasičnim zadacima s natjecanja DABAR.

Radionica je završila podjelom diploma polaznicima (slika 63). Prije same dodjele svjedodžbi, napravili smo usmenu anketu kako bismo saznali dojmove i prijedloge učenika što bi željeli naučiti sljedeće godine. Svi su rekli kako bi voljeli pohađati radionice i sljedeće školske godine te nisu krili razočaranje kada su čuli da je projekt završio za tekuću školsku godinu. Retrospektivno, prisjećajući se prvog sata, atmosfera je bila vidljivo življa, a polaznici opušteniji. Uvjereni smo da su stvorili lijepa poznanstva i prijateljstva te ne sumnjamo da će svoja prijateljstva nastaviti njegovati narednih godina i tijekom svojeg srednjoškolskog obrazovanja. Prilikom dodjele svakog polaznika smo nagradili velikim pljeskom i nagradnim slatkišem. Bilo je iznimno lijepo raditi s polaznicima i sigurni smo da će im stečeno znanje olakšati naredno učenje programiranja u Pythonu.



Slika 63. Dodjela diploma polaznicima informatičkih radionica za 5. i 6. razred

5.2 Radionice na srednjoj razini – 7. razred

Voditelji radionica na srednjoj razini bili su studenti Tvrtko Puškarić, Karlo Grgičin i David Glavaš. Program je redovito pohađao 21 učenik.

19. listopada 2021.

Prvu radionicu započeli smo upoznavanjem s učenicima kako bismo ih lakše uveli u predviđeni program, nakon čega smo krenuli s utvrđivanjem njihova predznanja. Započeli smo s vrlo jednostavnim primjerima kojima smo provjerili poznavanje osnovnih pojmova i načela poput varijabli, unosa i ispisa te tipova podataka. Zaključili smo kako su učenici u našoj grupi vrlo različiti po pitanju njihova predznanja te smo zbog toga prilagodili pristup i pristupili uvodnim napomenama na individualni način. Cilj nam je bio uvesti osnovne pojmove kako bi sve učenike doveli na približno istu početnu razinu znanja.

Uz razliku između korištenja naredbi u terminalu i samog programiranja pomoću uređivača koda, temeljni pojam koji je bilo potrebno dobro objasniti, jer je vrlo bitan za ikakav daljnji rad u sklopu radionica, su varijable. Učenicima smo ih probali dočarati primjerom imenovanih kutija u koje možemo pohraniti bilo što. Nakon toga smo objasnili kako međudjelovanjem tih kutija možemo baratati spremljenim podacima.

Prošavši uvod i jednostavnije zadatke, kojima smo utvrdili osnovno znanje, krenuli smo s prvom tematikom novom za većinu učenika, grananjem. Nakon kratkog objašnjenja o radu naredbe „if“ („elif“, „else“) te uvođenja osnovnih komparatora (veće, manje, jednako...) razumijevanje učenika provjerili smo početnim zadacima. Provjeravanje jesu li brojevi, znakovi ili riječi jednake te uspoređivanje brojeva po veličini neki su od problema kojima su se učenici pozabavili. Dodavanjem uvjeta za određene primjere pokušali smo razjasniti kako najbolje iskoristiti višestruko grananje. Također smo se trudili naprednijim polaznicima radionice omogućiti stjecanje novih znanja, te smo onima za koje smo ustanovili kako imaju više predznanja objašnjavali složenije primjere i zadavali zahtjevnije zadatke.

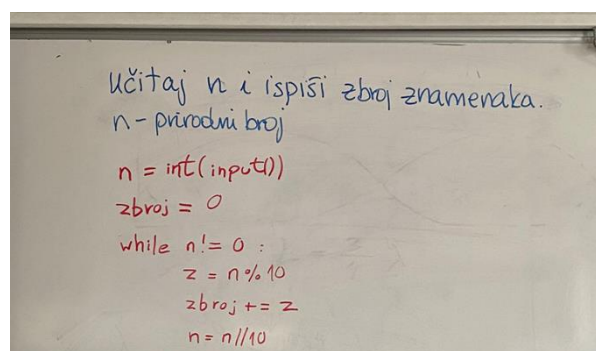
16. studenoga 2021.

Između prve i druge radionice protekla je povećana količina vremena, što se odrazilo na količini usvojenog znanja koje je polaznicima ostalo. Kako bismo mogli nastaviti s predviđenim temama morali smo se pomoću nekoliko primjera ukratko prisjetiti gradiva prošle radionice.

Ponovili smo temeljne pojmove i osnovne naredbe te grananje, nakon čega smo prešli na naprednije uporabe istih. Uveli smo dodatne operatore koji se koriste unutar uvjeta pri grananju kao što su modulo (ostatak pri dijeljenju, %) i operator cjelobrojnog dijeljenja (//). Razmotrili smo na koje nam sve načine i koliko često ti operatori mogu biti korisni te riješili par jednostavnih zadataka, kao što su ispitivanje parnosti brojeva i pronalazak znamenki desetica.

U sljedećem dijelu radionice zadali smo par zadataka koji od učenika zahtijevaju ponavljanje određenih dijelova programa, najjednostavniji od kojih je bio pronalazak sume cijelih brojeva. Potrebitost ponavljanja iskoristili smo kako bi uveli pojam petlje. Kao prvi primjer petlje predstavili smo for petlju koju su polaznici radionice uz našu pomoć iskoristili za olakšano rješavanje već navedenih problema. Novi bitan pojam koji je bilo potrebno paralelno usvojiti je brojač. Promotri smo mogućnosti koje nam funkcija „range“ nudi, kao što su različiti početni i konačni uvjeti te veličina i smjer koraka. Novonaučeno smo iskoristili kako bi pronašli sume i umnoške brojeva zadanih proizvoljnim uvjetima, na primjer parnih ili djeljivih određenim brojem, unutar različitih intervala.

Učenici su sami zamijetili kako ne možemo uvijek unaprijed znati koliko puta se petlja mora izvršiti, što smo mi iskoristili kao razlog za uvođenje „while“ petlje. Osnovni problemi koje smo predstavili kao povod za korištenje ove petlje su oni u kojima se ponavljanje završava kada se zadovolji određeni uvjet. Jednostavniji zadaci koje smo riješili su upisivanje i zbrajanje neparnih brojeva prije nego što se upiše nula ili množenje upisanih brojeva dok umnožak ne prijeđe proizvoljni maksimum. Najzahtjevniji zadatak koji su učenici riješili jest pronalazak sume znamenki višeznamenkastog broja pri čemu su morali iskoristiti sve dosad usvojeno znanje. Rješavanje tog zadatka prikazano je na slici 64.



```
Učitaj n i ispiši zbroj znamenaka.  
n - prirodni broj  
n = int(input())  
zbroj = 0  
while n != 0 :  
    z = n % 10  
    zbroj += z  
    n = n // 10
```

Slika 64. Primjer zadatka s informatičke radionice na srednjoj razini – programsko rješenje izračuna zbroja znamenki nekog broja

30. studenoga 2021.

Treću radionicu smo htjeli iskoristiti kako bismo polaznicima pokazali konkretnu primjenu dosad naučenog. Odlučili smo proučiti problem pronalaska prostih brojeva. Kako bismo se uopće mogli početi baviti danim problemom morali smo se prisjetiti matematičkih načela iza prostih brojeva. Učenike smo odlučili zainteresirati crticama iz povijesti matematike. Objasnili smo važnost prostih brojeva za drevne civilizacije te kako nam oni mogu koristiti i danas. Kako bi učenici što bolje usvojili osnovne koncepte iskoristili smo većinu vremena kako bismo se posvetili jednom konkretnom problemu. Zajedno smo napisali najjednostavnije rješenje koje se temelji na teoriji do koje su, uz našu pomoć, oni sami došli. Broj smo odlučili dijeliti svim prethodnicima kako bi u slučaju kad niti s jednim nije djeljiv mogli zaključiti da je prost. Trebali smo se prisjetiti petlji, uvjeta funkcije „range“ i grananja. Također smo morali uvesti pojam pomoćnih varijabli kako bismo mogli pratiti je li dosad pronađen neki djelitelj. Nakon što smo zajedno proučili najjednostavnije rješenje primijetili su kako postoji mnogo mjesta za unaprjeđenje. Prvo su zamijetili kako nema smisla s nastavkom izvršavanja petlje ako smo već ustanovili kako broj nije prost. Kako bi naš program prilagodili uveli smo naredbu „break“ koju bismo koristili u slučaju kad pronađemo prvog djelitelja danog broja. Drugo što su, ovaj put uz našu pomoć, zamijetili jest kako ne moramo provjeravati je li broj djeljiv sa svim svojim prethodnicima već je dostatno provjeriti samo pola njih.

Za kraj predavanja smo se nakratko odlučili osvrnuti na par drukčijih problema u kojima smo uvidjeli potrebu za uvođenjem jednostavnim ulančanih struktura, odnosno lista. Objasnili smo teoretsku podlogu liste te njenu implementaciju kako se bi se na sljedećem predavanju mogli pozabaviti zadacima.

14. prosinca 2021.

Za početak smo se prisjetili teoretskog uvoda u liste s kraja prethodne radionice. Ponovili smo što su točno liste, kada bi nam mogle biti korisne te što su indeksi članova liste. Započeli smo s jednostavnim zadacima pomoću kojih smo se pobliže upoznali s osnovnim metodama. Naučili smo kako se liste spajaju, kako se dodaju i oduzimaju elementi te kako odrediti proizvoljni član liste. Prilikom obilaska liste pomoću „for“ petlje važno je bilo zamijetiti razliku između korištenja funkcije „range“, odnosno obilaska po indeksima, te uporabe samog iteratora za pristup određenom elementu. Isti princip će se kasnije moći primijeniti kod savladavanja drugih složenih struktura poput skupova.

Kako bismo produbili novostečeno znanje zajedno smo riješili nekoliko različitih zadataka. Učenici su s lakoćom usvojili nove pojmove te smo ih stoga poticali da vlastita točna rješenja napišu na ploču kako bi ih svi zajedno mogli prokomentirati. Nakon uvodnih zadataka promislili smo što je točno „string“ i zaključili smo kako je to u stvari niz znakova. To smo iskoristili kako bi neke zadatke iz prijašnjih radionica mnogo lakše riješili, kao što je naprimjer problem pronalaska zbroja znamenki koji sad postaje izrazito jednostavan.

Proučili smo i jednostavan zadatak sortiranja liste na primjeru imenika u kojem su učenici raspoređeni uzlaznim abecednim poretkom. Ako se u zamišljenoj grupi nalaze učenici čija su imena Zrinka, Alan, Ana i Barbara htjeli bismo ih sortirati po imenima kako bismo na kraju dobili raspored Alan, Ana, Barbara, Zrinka. Učenicima smo za rješavanje ovog problema predstavili uspoređivanje riječi po leksikografskom poretku pomoću „if“ blokova te algoritam sortiranja zamjenom susjednih elemenata (*bubble sort*) koji se temelji na uspoređivanju svakog člana liste s onima iza njega po poretku, prema ilustraciji na slici 65. Učenici su brzo shvatili zadatak, što se od njih traži te su uspjeli doći do rješenja.



Slika 65. Primjer zadatka s informatičke radionice na srednjoj razini – sortiranje zamjenom susjednih elemenata (engl. *bubble sort*)

11. siječnja 2022.

Radionicu smo započeli promišljanjem o stvarnim prilikama ljudi koji se bave programiranjem. Pričali smo o tome kako se njihov posao svodi na velike projekte na kojima sudjeluje još veći broj ljudi zbog čega dolazi do potrebe za svojevrsnom organizacijom koda. Ovdje smo kao najosnovniji način za postizanje tog cilja uveli pojam funkcije, nakon čega smo raspravljali o tome što je to funkcija u matematici, a što bi bila funkcija u programiranju. Razmišljali smo o svim načinima na koje se funkcije mogu koristiti isto kao i o slučajevima u kojima nam funkcije ipak ne bi bile toliko korisne. Prije prelaska na primjere i zadatke ukratko smo prošli sintaksu funkcija.

Krenuli smo s najjednostavnijim zadacima u kojima smo pomoću funkcija računali opseg, prvo trokuta, a zatim raznih mnogokuta. Morali smo se potruditi dobro objasniti svrhu funkcija jer smo primijetili kako nekim učenicima sam koncept nije bio dovoljno intuitivan kako bi ga s lakoćom shvatili. Zbog toga smo se učestalo trebali prisjećati teoretske osnove funkcija i objasniti mnogo jednostavnih primjera poput implementacije raznih matematičkih funkcija i teorema.

Proizvod zapisan pomoću
dva elementa

Mlijeko : 1 ; Jabuka : 5 ; Kruh : 1 ; Čokolada : 2 ; Mlijeko : 1

novi : 1

dobavaj : 5 + 1 = 6 *makni : 5 - 1 = 4*

Slika 66. Primjer zadatka s informatičke radionice na srednjoj razini – rad s listama

Kako bismo ponovili gradivo prošle radionice u nastavku smo proučili zadatak gdje smo objedinili gradivo funkcija i listi. Ako zapisujemo proizvode koje je potrebno kupiti pomoću liste možemo zamijetiti kako nije uvijek najbolje koristiti neku od ugrađenih funkcija, poput funkcije „append,“ jer u slučaju kad pokušavamo održati nekakav redoslijed moramo umetnuti ili maknuti članove na specifičan način. Zato smo definirali novu funkciju koja kao argumente prima zadanu listu, novi član i poseban argument u obliku podatka tipa „string“ kojim se određuje što želimo da funkcija učini. Lista nam je u obliku uzastopnih parova članova gdje prvi označava proizvod, a drugi količinu. Funkciju smo modelirali na način ako se odabere mogućnost „dobavaj“ element se dodaje tako da se poveća iznos postojećeg člana količine zadanog predmeta ako je on već u listi ili se dodaje na kraj s novom količinom koja iznosi jedan ako ne postoji, analogno smo ugradili mogućnost „makni“ koja smanjuje količinu predmeta

ako je to moguće ili miče predmet ako količina dosegne nulu. Za kraj smo omogućili i uporabu riječi „novi“ koja će u svakom slučaju dodati predmet kao novi član liste, neovisno o tome nalazi li se već u listi.

25. siječnja 2022.

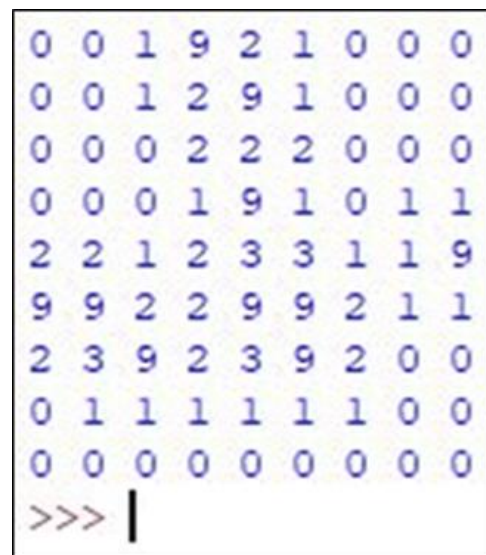
Kako smo prelazili na naprednije teme učenike je bilo potrebno dodatno motivirati i zainteresirati. Pokazali su veliki interes za igru „Minolovac“ (engl. *Minesweeper*) te smo stoga odlučili pokušati dio igre izraditi sami. Ono što nam je bilo potrebno kako uspjeli u tom naumu su metode i teme koje su nam se nalazile u programu radionica.

Prvi element igre koji je bilo potrebno samostalno izraditi jest dvodimenzionalno polje u koje ćemo spremati takozvane mine. Dosad se nismo susreli s takvom strukturom, no učenici su vrlo brzo zaključili kako se radi o listi u koju spremamo niz drugih listi kako bi postigli efekt matrice. Uz malo pomoći svi su uspjeli izraditi prazno polje namijenjeno za igru. Time smo usvojili osnovni način obilaska matrice pomoću dvije petlje.

Drugi dio igre koji smo odlučili dodati postojećem polju su nasumično generirane mine. Kako bismo to postigli bilo je potrebno upoznati se s bibliotekom „Random“ koja nam pruža korisne funkcije pomoću kojih možemo generirati pseudo nasumične brojeve. Njima smo izradili matematičku formulu kojom smo uspješno popunili prazno polje minama.



Slika 67. Izvorni izgled igre „Minolovac“
(engl. *Minesweeper*)



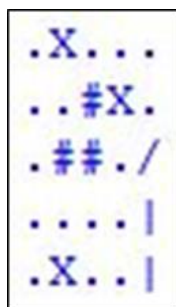
Slika 68. Ispisana matrica mina i okolnih
polja koju su izradili učenici

Treći korak koji smo uspješno proveli jest upotpunjavanje praznih polja brojem okolnih mina. Mine smo odlučili označiti brojem 9, dok su ostala polja mogla poprimiti vrijednosti od 0 do 8. Neispunjeno polje poprima jednu od tih vrijednosti ovisno o broju mina koje se nalaze na okomito, vodoravno i dijagonalno susjednim poljima. Kako bi jednostavno mogli izračunati vrijednost za sva polja odlučili smo iskoristiti znanje o funkcijama koje smo stekli na prošloj radionici.

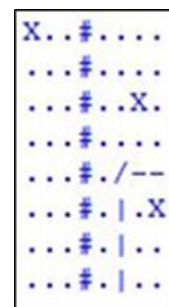
Usporedni prikaz izvorne igre „Minolovac“ (engl. *Minesweeper*) i njezine realizacije na informatičkoj radionici koju su izradili učenici prikazani su na slikama 67 i 68. Iako su zadaci bili relativno zahtjevni, učenici su si međusobno pomagali te su uspjeli stvoriti zamišljeno polje. Na kraju radionice smo promišljali što bi još sve trebali izraditi kako bi igra bila funkcionalna.

8. veljače 2022.

Prvobitni plan rada za ovu radionicu svodio se na nastavak proučavanja problema s prethodne radionice, odnosno namjeravali smo nastaviti s izrađivanjem vlastite inačice igre „Minolovac“. Ipak, kako bi se prilagodili učenicima koji nisu prisustvovali prošli put, odlučili smo probleme s kojima bi se susretali po zamišljenom programu proučiti pomoću zadataka za koje nije potreban dodatan kontekst.



Slika 69. Jednostavan primjer karte na kojoj
[.] predstavlja prazan prostor, [X] skriveno
blago, [#] planine, a [/] i [|] rijeku



Slika 70. Primjer karte gdje nije svejedno iz
koje točke se kreće

Učenicima smo predstavili zadatak pronalaska skrivenog blaga pomoću obilježene karte s koje se mogu očitati raznolike prepreke, pomoću kojeg smo uveli problem širenja po dvodimenzionalnom polju iz neke određene točke (slike 69 i 70). Prvo što su učenici zamijetili jest kako nam nije svejedno koju točku na karti izaberemo kao početnu. Očito ako je karta podijeljena na dva područja odvojena planinom ili rijekom mi krenuvši s jedne, odnosno druge

strane možemo pronaći samo skrivena blaga na strani s koje smo započeli pretragu. Tako je učenicima bilo lako shvatiti zašto ne možemo jednostavno proći matricu dvjema petljama kao i dosad.

Učenici su lako shvatili kako bi se kretali po karti ako bismo je sagledali kao koordinatni sustav. Intuitivno je kako se kretanje sastoji od niza koraka koji su u stvari vodoravni ili okomiti pomaci, te smo zbog toga odlučili prvo proučiti jedan zasebni korak i što je u njemu moguće. Svi su lako shvatili u kojim se smjerovima možemo i kada kretati, kako moramo paziti na prepreke i veličinu karte te kako moramo sa strane pratiti broj pronađenih blaga za što ćemo koristiti pomoćnu varijablu.

Najzahtjevniji koncept koji su učenici usvojili jest ulančavanje niza koraka čime se postiže rekurzivno obilaženje dijela matrice. Pojam rekurzije i primjenu odlučili smo ostaviti za kasnije, kako bismo je što bolje objasnili te smo zasad odlučili što jednostavnije objasniti trenutni problem. Učenici su uz malo pomoći došli do ideje kako bismo mogli pratiti već posjećena polja te smo ih naveli da razmisle kako bismo funkcije mogli iskoristiti za rješenje ovog problema. Na kraju smo uspješno zajedno izveli programsko rješenje pri čemu smo učenike poticali da jedni drugima pomažu kako bi što bolje usvojili znanje. Iako su učenici uspješno savladali dane koncepte odlučili smo se u daljnjim radionicama baviti malo jednostavnijim problemima kako bi polaznici radionice usvojili više znanja.

8. ožujka 2022.

U sklopu osme radionice odlučili smo se ponovno pozabaviti prostim brojevima, no ovaj put na drukčiji način kako bi učenici iskoristili nova znanja koja su stekli. Za početak smo ponovili kako smo dosad tražili proste brojeve te smo poticali učenike da razmisle o tome što bismo sve mogli primijeniti kako bismo prilagodili prijašnje rješenje. Došli su na ideju kako bismo na neki način mogli iskoristiti liste i u njih spremati već pronađene brojeve jer bi nam oni mogli pomoći u pronalasku novih prostih brojeva. Nakon što smo ukratko prokomentirali rastavljanje brojeva na proste faktore, uveli smo ideju Eratostenovog sita i odgovarajućeg polja kojim se ono ostvaruje (slika 71). Iako smo zamijetili kako bismo u stvari mogli listom u koju bismo zapisivali pronađene proste brojeve mogli izraditi jednostavno Eratostenovo sito koje bi za svaki novi broj ispitivalo djeljivost s članovima liste. Nakon danih objašnjenja učenici nisu imali problema s ovim zadatkom.

U nastavku radionice odlučili smo riješiti problem rastava proizvoljnog broja na proste faktore. Traženu funkcionalnost učenici su izradili unutar posebne funkcije koja kao argument prima broj čiji se rastav na proste faktore traži. Zaključili smo kako bi bilo korisno da modelirana funkcija ima pristup prethodno izrađenoj listi prostih brojeva jer bismo obilaskom mogli pomoću nje lako pronaći sve proste faktore. Morali smo se prisjetiti rada „while“ petlje kako bismo obilazili listu sve dok ne pronađemo sve proste faktore broja, što smo izveli zapisom broja u pomoćnu varijablu te zamjenom te vrijednosti novim rezultatom dijeljenja te vrijednosti s pronađenim prostim faktorom sve dok vrijednost ne bi postala jednaka jedan, nakon čega smo sigurni kako smo pronašli sve proste faktore. Prilikom rada funkcije ispisivali smo pronađene proste faktore.

/	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Slika 71. Primjer zadatka s informatičke radionice na srednjoj razini – Eratostenovo sito za prirodne brojeve do 100

22. ožujka 2022.

Na devetoj radionici učili smo o skupovima. Započeli smo s razgovorom o tome što su skupovi u matematici. Skupove smo zornije prikazali uz pomoć Vennovih dijagrama (slika 72) te smo naučili neke osnovne operacije nad skupovima. Kako bismo bili sigurni da su svi učenici shvatili novo gradivo svaki od njih je riješio po jedan zadatak na ploči. Zadaci su bili jednostavni, ali su ispitivali sve što smo do tad naučili o skupovima.

Nakon što su se učenici upoznali sa skupovima krenuli smo pričati o skupovima u programiranju. Učenici su naučili kako skupovi, za razliku od lista, nemaju redosljed te zbog toga ni indeks te kako se u skupu ne mogu nalaziti dva jednaka elementa. Odmah su uvidjeli kako nam to može biti korisno u mnogo različitih zadataka. Prije daljnjih primjera bilo je

potrebno ponoviti kako se pomoću „for“ petlje strukture mogu obići bez indeksa članova, što je važno za baratanje skupovima.



Slika 72. Primjer zadatka s informatičke radionice na srednjoj razini – prikaz skupova Vennovim dijagramima

Rješavali smo nekoliko zadataka sa skupovima kako bismo mogli vidjeti na koje sve načine ih možemo koristiti. Učenici su vidjeli kako na vrlo lagan način, uz pomoć skupova, možemo iz neke liste maknuti sve elementi koji se ponavljaju i time značajno ubrzati naš program. Kako smo rješavali zadatke učenici su primijetili kako im skupovi ne koriste uvijek te da ih ne trebamo uvijek koristiti. Primjer jednog vrlo jednostavnog zadatka sa skupovima jest određivanje učenika čiji je prosjek pet-nula ako su dani sljedeći podatci; iz matematike odličnu ocjenu imaju: Jura, Sven Tea, Petar, Sanja i Ivan; iz informatike odličnu ocjenu imaju: Ana, Mislav, Tea, Edi, Petar i Sanja; iz fizike odličnu ocjenu imaju: Marko, Ivan, Edi, Petar i Sanja.

Učenike je najviše mučilo to što skupovi nemaju redoslijed i što ne možemo znati redoslijed elemenata u skupu. Nakon nekoliko zadataka shvatili su da prvo moraju dobro shvatiti što zadatak od njih traži i prepoznati je li potrebno zadržati redoslijed elemenata te nakon toga krenuti s rješavanjem. Učenici su tijekom rješavanja zadataka aktivno sudjelovali te su cijelo vrijeme doprinisili svojim idejama i mišljenjima. Zbog toga smo cijelo vrijeme diskutirali kako bi na kraju, svi zajedno, uspješno stigli do rješenja.

5. travnja 2022.

Na početku radionice ukratko smo se prisjetili što smo do sada naučili. Prisjetili smo se funkcija, čemu one služe i kako one rade. Potom smo se zapitali što bi se dogodilo kada bi funkcija pozivala samu sebe. Nazvali smo to rekurzijom te smo razmislili kada bi nam to moglo

biti korisno, jesmo li u nekim prijašnjim zadacima koristili rekurzije te gdje se sve one mogu pronaći.

Započeli smo s jednostavnim primjerom koji smo već poznavali. Htjeli smo izračunati sumu svih znamenki nekog višeznamenkastog broja. Ovaj puta smo to radili uz pomoć rekurzije kako bismo bolje shvatili kako ona radi. Na ploči smo proučili nekoliko primjera te smo ih prošli korak po korak kako bi svi dobro razumjeli što to zapravo je.

S obzirom na to da smo sve dobro naučili krenuli smo s nešto težim zadatkom. Zanima nas koji broj se nalazi na nekom proizvoljnom mjestu i Fibonaccijevom nizu. Za početak smo se trebali upoznati s time što to je Fibonaccijev niz i kako bi uopće odredili neki proizvoljan član toga niza. Potom smo to i isprogramirali. Program je točno radio, ali smo također uvidjeli kako bi mogao raditi i puno bolje te smo ga odlučili optimizirati. Neke brojeve smo do sada morali određivati nekoliko puta, što je zahtijevalo mnogo vremena. Umjesto toga kada bismo odredili neki član niza spremili bismo ga u listu i time značajno poboljšali rad našeg programa.

Učenici su uspješno naučili što je to rekurzija te su shvatili kako i kada se koristi. Također su primijetili da ponekad uporabom rekurzije nailazimo na probleme te da je ne možemo koristiti u svakoj situaciji. Važno je uvidjeti kada je poželjno koristiti rekurzije, ali i u kojim slučajevima nam one nisu potrebne.

3. svibnja 2022.

Na našoj pretposljednjoj radionici odlučili smo ponoviti sve gradivo koje smo naučili kroz cijelu godinu. Na samom početku prisjetili smo se našeg prvog predavanja i što smo sve od tada naučili. Uspjeli smo od varijabli te jednostavnog upisa i ispisa doći sve do funkcija i rekurzija.

```
1 1 2 3 5 8 13 21 34 55
1 1 2 3 5 8 13 21 34 55
2 2 4 6 10 16 26 42 68 110
3 3 6 9 15 24 39 63 102 165
5 5 10 15 25 40 65 105 170 275
8 8 16 24 40 64 104 168 272 440
13 13 26 39 65 104 169 273 442 715
21 21 42 63 105 168 273 441 714 1155
34 34 68 102 170 272 442 714 1156 1870
55 55 110 165 275 440 715 1155 1870 3025
>>> |
```

Slika 73. Primjer zadatka s informatičke radionice na srednjoj razini – Fibonaccijev niz

Nakon tog kratkog uvoda počeli smo rješavati zadatke. Krenuli smo od jednostavnih zadataka prema kompliciranima te smo ih s lakoćom sve svladavali uvidjevši napredak koji smo uspjeti postići. Zadatke smo rješavali zajedno, pomažući jedni drugima kada je to bilo potrebno.

Posljednji zadatak je bio i najzahtjevniji te je on objedinio sve što smo radili u sklopu naših radionica. Dobili smo matricu kojoj su u prva dva polja, u prva dva retka bile upisane jedinice, a ostatak matrice je bilo potrebno ispuniti Fibonaccijevim nizovima (slika 73). To je zahtijevalo da se prisjetimo dvodimenzionalnih polja, ali i rekurzije. Učenici su zadatak radili u grupama gdje su diskutirali i surađivali kako bi zajedno stigli do rješenja. Uspješno su odradili zadatak uz minimalnu pomoć s naše strane. Na kraju smo zamijetili veliki napredak koji smo uspjeti postići od početka godine.

17. svibnja 2022.

Posljednjom radionicom odlučili smo se u veselom duhu oprostiti od naših učenika. Za kraj smo organizirali prijateljsko, među-učeničko natjecanje unutar naše grupe, s nagradama za sve sudionike.



Slika 74. Rad s polaznicima informatičkih radionica za 7. razred

Polaznici su se natjecali u rješavanju brojnih kratkih zadataka koji su obuhvaćali sve naučeno gradivo s naglaskom na što manji broj linija koda u samom programu, čime smo poticali

kreativnost i kritičko razmišljanje. Ovim zabavnim natjecanje stvorili smo opuštenu atmosferu u kojoj smo mogli za kraj porazgovarati s učenicima i tako saznati njihove dojmove, postignuća na dosadašnjim natjecanjima i radionicama te planove za budućnost. Većina učenika se izjasnila kako će se nastaviti baviti programiranjem, kako im se radionica svidjela te kako se namjeravaju vratiti i sljedeće godine. Dok su se neki učenici natjecali, drugi su paralelno rješavali raznolike zadatke, kao što je naprimjer programiranje igre „kamen, škare, papir“ te smo im mi odgovarali na bilo kakva pitanja koju su možda za nas imali.

Na samom kraju smo na prigodan način sudionicima radionice uručili njihove diplome, pozvali ih da se pridruže radionici i sljedeće godine te se oprostili. Dio pozitivnog ozračja s jedne od informatičkih radionica za 7. razred zabilježen je na slici 74.

5.3 Radionice za napredne – 8. razred

Voditelji radionica na naprednoj razini bili su studenti Petar Prenc i Matko Šimić. Program je redovito pohađalo 19 učenika.

19. listopada 2021.

Prva radionica uvijek bude najzahtjevnija - nama mentorima jer još uvijek nismo upoznati sa znanjem učenika, razmišljamo o odgovarajućoj težini predavanja, pristupu učenicima, ali isto tako i samim učenicima, u ovoj dobi često sramežljivi pred nepoznatim vršnjacima. Zato smo odlučili otvoriti radionicu upoznavanjem, svatko od učenika predstavio se imenom, školom te rekao par riječi o svom iskustvo s programiranjem i očekivanjima o radionici tijekom godine. Započinjemo *brainstormingom* – pitali smo učenike kakve sve tipove podataka očekuju da bi bilo dobro spremati u Pythonu te odgovore zapisujemo na ploču. I dok neki učenici, slabije upoznati sa programiranjem daju odgovore neuobičajene za programiranje, drugi upoznati s drugim programskim jezicima poput jezika C daju „prespecifične“ odgovore kao što su *cijeli brojevi*, *decimalni brojevi* – tipove podataka koje Python ne raspoznaje. Na kraju zaokružujemo one tipove podataka koji su u Pythonu implementirani te započinjemo s pisanjem prvih programa. Prvi program napisan, kao i uvijek, bilo je ispisivanje „*Hello, World!*“. Nakon toga učimo i unositi podatke te spremati ih u varijable. Učenicima odlično savladavaju zadatke, većina ih je već bila na Raddar radionicama ili je programirala u školama

pa odmah krećemo na *if-else* grananja i petlje. Nažalost zbog dugog uvoda nismo imali puno vremena, ali teme nastavljamo na idućim radionicama.

16. studenoga 2021.

Nakon prve radionice i utvrđivanja znanja učenika, odlučili smo se u prvom dijelu radionice utvrditi temelje vezane uz grananje i petlje, a u drugom dijelu započeti sa spajanjem znanja iz matematike s onima iz programiranja. Još uvijek se vidjela i osjetila razlika u znanju među učenicima. Dok su neki s lakoćom svladavali jednostavnije zadatke poput ispisa prvih 100 brojeva, određivanja sume/prosjeka n brojeva, prebrojavanja pojavljivanja zadane riječi u rečenici i sličnih, drugi su se mučili sa konceptom brojača (iteratora) u *for petlji*. Odlučili smo se za individualni pristup pa je jedan dio učenika nastavio s naprednijim zadacima, dok smo drugom dijelu učenika objašnjavali, na njima pristupan način, motivaciju iza uvođenja petlje u programskim jezicima, koncept brojača i pravilan način upotrebe nakon čega su uspješno riješili sve jednostavnije zadatke. Za to vrijeme napredniji učenici su rješavali nešto teže zadatke poput ispisivanja kvadrata ili „*božićnog drvca*“ sastavljenog od zadanih simbola na ekran te uz našu pomoć uspjeli riješiti zadatke.

S obzirom na to da će nam lako određivanje djelitelja nekog broja biti vrlo važno u narednim radionicama u nastavku predavanja smo s učenicima razmotrili kako na računalu odrediti dijeli li jedan broj drugi. Nakon nekoliko ideja učenici su se sjetili matematike nižih razreda osnovne škole te zaključili da je korisno promatrati ostatke pri dijeljenju. Naučili su baratati operatorom modulo (%) u *Pythonu* te smo spojili znanje o prethodno obrađenoj temi petlji s nekoliko zadataka tipa određivanje svih djelitelja zadanog broja. Za kraj predavanja pozabavili smo se pronalaskom maksimuma/minimuma upisanih brojeva. Neki učenici, koji su se već bavili natjecanjima iz programiranja, s ovim zadatkom nisu imali problema, idejno rješenje im je već bilo poznato. Na naš poticaj učenici su počeli surađivati te su oni upoznati s rješenjem većinom objasnili kolegama koji su sjedili pored njih te ih tako naučili kako baratati pomoćnim varijablama i održavati minimum/maksimum nekog skupa.

30. studenoga 2021.

Na radionici smo nastavili sa zadacima vezanim uz baratanje s brojevima. Zadaci su ovaj put bili nešto složeniji, pa su prva dva zadatka bila pronalaženje najvećeg zajedničkog djelitelja dva broja i najmanjeg zajedničkog višekratnika dva broja. Prva rješenja provjeravala su brojeve

redom od 1 do broja koji zadovoljava tražena svojstva. Učenici su se morali prisjetiti znanja stečenih prošlog tjedna o provjeravanju djelitelja, *for petljama*, osnovnim logičkim operacijama (i, ili). Nakon implementiranja rješenja, usporedili smo ih sa „ručnim“ algoritmom koji se uči u osnovnoj školi. Uspoređivali smo koliko pojedini algoritam obavlja računskih operacija i komentirali zašto bi jedan bio bolji od drugog. Uočili smo da se u zadacima često pojavljuje problem provjere prostih brojeva, to nas je motiviralo za uvođenje koncepta funkcija u programskim jezicima. Jednom napisana funkcija za provjeru prostih brojeva lako nam omogućava kopiranje dijelova koda za različite zadatke. Preradili smo dosadašnja rješenja koristeći novo napisane funkcije.

14. prosinca 2021.

S obzirom na to da se učenici većinom nisu susretali s pisanjem funkcija u Pythonu, predavanje smo započeli ponavljanjem sintakse. Nakon početnog negodovanja zbog pisanja funkcija, motivirali smo učenike podsjećajući ih na važnost ponovne upotrebe koda (npr. funkcija koja provjerava je li broj prost s prethodne radionice). Objasnili smo im princip rada na većim projektima i u većim programerskim tvrtkama (podjela poslova) nakon čega su prihvatili funkcije kao sastavni dio alata koje trebaju savladati. Postavljamo novi problem – spremanje i baratanje s n brojeva. Učenici uočavaju da ne možemo ručno stvoriti n varijabli pa uvodimo novu strukturu podataka - *liste*. Za uvod nekoliko jednostavnih zadataka – pronaći sumu svih članova u listi, pronaći maksimalni član liste, izbacivanje duplikata iz liste, pronalazak zajedničkih elemenata dvije liste. Dvoje učenika s lakoćom savladava zadatke te razgovorom saznajemo da su pohađali već neke radionice i natjecali se iz informatike stoga im dajemo zahtjevan problem za razmišljanje. Pronalazak elementa u sortiranoj listi bez prolaska po svim članovima liste (*binary search*). Bili su na tragu rješenja, no bez većeg uspjeha. Uz neke primjere zajednički smo došli do rješenja, učenicima je još ostala implementacija. Nažalost zbog nedostatka vremena, nisu stigli dovršiti implementaciju algoritma, no dali smo im poveznice na materijale i ostatak zadatka kao dobrovoljnu zadaću za zimske praznike.

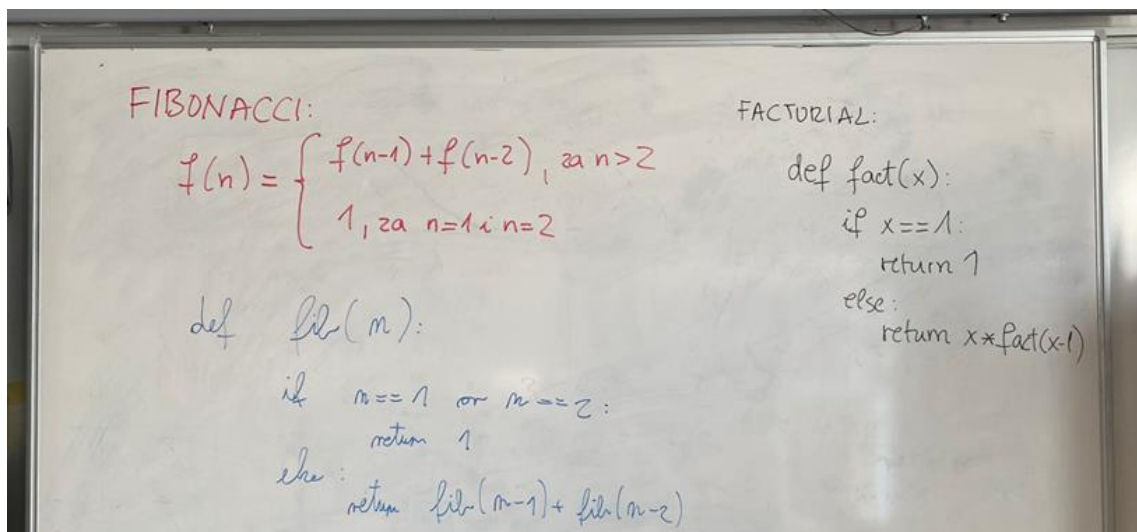
11. siječnja 2022.

Zbog zimskih praznika vraćamo se nakon duge pauze pa krećemo nešto laganijim tempom uz više ponavljanja. Učenici pričaju svoje dojmove s praznika te je atmosfera nešto opuštenija nego inače. Počinjemo s ponavljanjem vezanim uz liste, osnovne metode za baratanje s listama, zadaci poput pronalazak minimalnog člana liste i slični. Nakon toga krećemo sa *stringovima*.

Zadaci su ovaj put nešto više tehnički nego inače. Učenici trebaju prebrojati pojavljivanje nekog znaka u zadanoj riječi, zamijeniti zadani znak drugim, umetati nešto na kraj zadane riječi. Naglasak je na upoznavanju sa što većim brojem metoda vezanih uz *stringove* u Pythonu. Posljednji i najzahtjevniji zadatak bio je provjeriti je li zadani *string* palindrom. Učenici su dali zanimljivu ideju – prolazak s dvije petlje, jednom unaprijed, drugom unazad po *stringu* i provjeravanju jednakosti odgovarajućih znakova. Predložili smo im optimizaciju ideje, prolaskom samo jednom petljom i provjerom znakova na odgovarajućim indeksima ($i, n - i$).

25. siječnja 2022.

Učenici su se teoretski upoznali s rekurzijom kao dosad najsloženijim konceptom u programiranju kroz klasičan primjer Fibonaccijevih brojeva. Ponovila se izrada funkcija u Pythonu. Napredniji učenici su već bili upoznati s matematičkom logikom rekurzija. Uvodni zadatak bio je napisati rekurziju već zadanu formulom ($f(n) = f(n - 1) + f(n - 2)$ za $n > 2$; $f(n) = 1$ za $n = 1$; $f(n) = 1$ za $n = 2$). Drugi zadatak je bio napisati program koji će računati potenciju zadanog broja na zadani eksponent. Na primjer, ukoliko bi se upisao uređeni par (2, 8), program bi trebao ispisati 256. Sljedeći je zadatak bio napraviti program koji računa faktorijel zadanog broja. Glavni program koji je trebalo kodirati je primjena teorijskog dijela ovoj radionice, odnosno, izrada programa koji će za zadani broj n ispisati prvih n Fibonaccijevih brojeva (slika 75).



Slika 75. Primjer rješavanja zadatka s informatičke radionice za napredne – Fibonaccijev niz i faktorijeli

8. veljače 2022.

Učenici se upoznaju s konceptom liste. Učenici koji su imali predznanje iz nižih programskih jezika poput C su bili iznenađeni s činjenicom da Python lista može prihvatiti različite tipove podataka. Učenici su naučili osnovne metode prilikom korištenja listi poput `append`, `sort`, `reverse` i `index`. Unatoč spoznaji o postojanju potrebnih metoda, učenicima je bilo zadano napisati bubble sort algoritam za sortiranje liste koji je teoretski bio objašnjen. Nadalje, bilo je potrebno pronaći na kojem se mjestu u listi nalazi zadani broj. Ukoliko zadani broj nije u listi, napisati odgovarajuću poruku.

8. ožujka 2022.

Današnja radionica bila je pomalo specifična jer smo prvi puta učenicima zadali mali projekt. Projekt je bio sinteza dosadašnjeg rada, a zadatak je bio napraviti verziju kalkulatora. Učenici su dobili dva niza brojeva i računsku operaciju te su trebali napraviti program koji izvršava računsku operaciju nad brojevima član po član (npr. zbraja prvi broj u prvom nizu s prvim brojem u drugom nizu, drugi s drugim itd.). Nakon toga započeli smo raditi sa rječnicima. Upitali smo učenike kako bi oni napravili „bazu podataka“ koja za svakog učenika pamti prosjek ocjena u školi. Jedna od ideja bila je u listi stringova ta dva podatka odvojiti zarezom (*ime prezime, ocjena*), međutim tada nemamo lako dostupne podatke u obliku koji su nam potrebni. Druga ideja bila je napraviti dvije liste, jednu sa imenima i prezimenima te drugu, koja na istim indeksima pamti prosjek ocjena. Pojavljuje se problem sortiranja takvih parova (npr. po prosjeku ocjena). Zato smo im objasnili da u Pythonu postoji ugrađena struktura podataka – rječnik, čiji je zadatak pamtit i niz parova oblika *ključ – vrijednost*. Počeli smo rješavati zadatke, očekivano neke učenike mučilo je određivanje ključa u zadatku, a neke iteriranje po rječniku. Za primjer smo izradili mali hrvatsko – engleski rječnik, a zatim je uslijedilo pitanje učenika – „Što ako jedna hrvatska riječ ima više engleskih?“, misleći na sinonime. Odlično pitanje pružilo nam je priliku za dodatni napredak, pokazivanjem da ključu pripadna vrijednost može biti i složeniji tip podataka poput liste te smo time završili radionicu.

22. ožujka 2022.

Cilj današnje radionice bio je bolje shvatiti pojam algoritma. Učenici su se već susretali s pojmom algoritma na nastavi informatike, a na radionici su sada imali priliku implementirati neke već poznate algoritme. S obzirom na to da smo na radionici održanoj na FER-u 12. veljače

2022. kriptiranje Cesarovom šifrom obradili samo rukom na papiru, započeli smo upravo s implementacijom tog algoritma. Učenici su morali napraviti dvije funkcije, onu za kriptiranje i onu za dekriptiranje teksta. Nakon toga su međusobno testirali programe, tako da je jedna grupa učenika tekst kriptirala te takav kriptirani tekst davala drugoj grupi na dekriptiranje. Drugi zadatak bio je implementirati Eratostenovo sito, algoritam za određivanje svih prostih brojeva manjih od nekog unaprijed zadanog broja.



Slika 76. Primjer rješavanja zadatka s informatičke radionice za napredne – Eratostenovo sito

Za rješavanje ovog zadatka iskoristili smo postupak prikazan na slici 76. Algoritam počinje od broja 2 i zaokruži ga kao prost broj. Zatim križa sve njegove višekratnike te ponavlja postupak od idućeg neoznačenog broja. Nakon uspješne programske implementacije algoritma, priveli smo kraju još jednu radionicu.

5. travnja 2022.

Nakon što smo s učenicima prošli različite metode obrade podataka, preostalo je obraditi pojam datoteka te rad s datotekama. Prošle su se funkcije stvaranja datoteka, unos podataka u datoteke i čitanje iz datoteka. Nakon teorijskog dijela sata, zadani su jednostavni zadaci. Bilo je potrebno pomoću Pythona stvoriti tekstualnu datoteku te upisati brojeve nasumično. Sljedeći je zadatak bio učitati danu tekstualnu datoteku te u novu datoteku upisati kvadrate prethodno upisanih brojeva redom pomoću for petlje. Glavni zadatak je bio stvoriti tekstualnu datoteku u koju se ručno zalijepio scenarij animiranog filma *Shrek* te je bilo potrebno napraviti program u Pythonu koji će pročitati sadržaj datoteke te pronaći riječ koja se najčešće ponavlja u scenariju (slika 77).

```
#Pronalazak najduže riječi u tekstualnoj datoteci

tekst = open('tekst1.txt', 'r') #otvaramo tekstualnu datoteku, parametar "r" označava čitanje
rijeci = tekst.read() #čitamo sadržaj datoteke
lista = rijeci.split(',')
maks = -1

for i in lista:
    if len(i) > maks:
        string = i

tekst2 = open('tekst2.txt', 'w') #otvaramo tekstualnu datoteku, parametar "w" označava pisanje
tekst2.write(string) #zapisujemo najdužu riječ u datoteku

tekst.close() #OBAVEZNO ZATVARAMO DATOTEKE!
tekst2.close()
|
```

Slika 77. Primjer rješavanja zadatka s informatičke radionice za napredne – izrada Python programa za pronalazak riječi koja se najčešće ponavlja u zadanom tekstu

3. svibnja 2022.

Učenicima je teorijski predstavljen rad servera te pojam JSON (JavaScript Object Notation) datoteke. Obraden je unos podataka i različite mogućnosti unosa. Predstavljena je usporedba dictionary tipa podataka u Pythonu s JSON formatiranjem podataka. Zadatak je bio u unaprijed kreiranu JSON datoteku unijeti ime, razred i popis najdražih predmeta u školi koristeći odgovarajući tip podataka. Sljedeći zadatak je bio stvoriti JSON datoteku i pretvarati se da pravimo registraciju korisnika. Bilo je potrebno unijeti korisničko ime, lozinku te provjeriti ako je korisnik trenutno online koristeći boolean tip podataka. Učenici su proizvoljno unosili True ili False u JSON datoteku.

17. svibnja 2022.

Na zadnjoj radionici učenicima smo uručili diplome za pohađanje radionica te se zabavili uz kekse, sokove i igre. Dio pozitivnog ozračja s jedne od informatičkih radionica za 8. razred zabilježen je na slici 78.



Slika 78. Rad s polaznicima informatičkih radionica za 8. razred

6 Korist za obrazovnu i širu zajednicu

Matematika, matematički način razmišljanja i kompetencije koje se razvijaju matematikom sve su važniji dio suvremenog načina života koji je okrenut tehnologiji i analizi podataka. Sve je potrebnije da široki krug učenika ovlada matematičkim i algoritamskim načinom razmišljanja i rješavanjem problema pomoću računala. Kvantitativne metode pri donošenju odluka koriste se u ekonomiji, tehnici, medicini, prirodoslovlju, ali i društvenim znanostima.

Ključno je za napredak društva da je svaki visokoobrazovani pojedinac sposoban analizirati numeričke podatke računalom. Nažalost, i dalje među učenicima postoji određeni strah od matematike koji učenike sprječava u njihovom napretku. Pokazalo se da učenici lako i s veseljem prihvaćaju učenje u manje formalnom okruženju nego što je to škola te da s velikim zadovoljstvom prihvaćaju nas studente kao svoje učitelje. Način poučavanja na radionicama je oslobođen obveze da se mora stići obraditi određeno gradivo pa se radi tempom koji su učenici u mogućnosti pratiti, upotpunjeno igrama koje razvijaju matematički način razmišljanja. Na taj način matematika postaje zanimljivija, što u velikoj mjeri povećava motivaciju za učenje matematike, a time i uspjeh.

Motivaciju učenika povećava i spoznaja o primjeni matematike u informatici, elektrotehnici i fizici, na čemu se radi na radionicama i pri posjetima laboratorijima. I nama studentima je zanimljivo posjetiti laboratorije FER-a koje nismo imali prilike vidjeti tijekom našeg studija, što posebno vrijedi za studente PMF-a. Osim učenika, pri tim posjetima svoje znanje unaprjeđujemo i mi studenti te se potiče interdisciplinarni pristup problemima kroz upoznavanje s opremom i kroz kontakte s domaćinima u laboratorijima.

Unaprjeđenje vještine matematičkog modeliranja realnih problema na razini osnovne škole te njihovo rješavanje računalom je dobar put prema rješavanju složenijih problema iz buduće struke. Usmjeravanje učenika za izbor zanimanja u području tehnike i prirodoslovlja u interesu je cjelokupnog društva.

Jedan od društvenih doprinosa projekta RADDAR je i uključivanje cijele obrazovne vertikale u obrazovanje osnovnoškolaca, od nastavnika osnovnih škola, preko srednjoškolskih pa sve do sveučilišnih nastavnika, pod vodstvom studenata. Potiče se i suradnja između nas studenata s različitim fakulteta.

Uključivanjem studenata u izvanškolski obrazovni proces u ulozi učitelja utječe se na naš izbor zanimanja. Društvena je korist ako se studenti FER-a i PMF-a odluče za poziv nastavnika jer im se svidio rad s učenicima. Poznato je da postoji velika potražnja za nastavnicima matematike i informatike.

Osim već spomenutih doprinosa, projekt RADDAR ujedno je i značajan korak u provedbi popularizacije znanosti i tehnike te potiče sklonost za stvaralaštvo u tehnici i matematici, kroz upoznavanje s novim znanstvenim i tehničkim dostignućima. Ovaj program doprinosi i suradnji između škola i sveučilišta te ranom upoznavanju djece sličnih interesa i međugeneracijskoj suradnji.

7 Zaključak

Najprije želimo istaknuti da smatramo velikim uspjehom činjenicu da smo tijekom pandemije uspjeli održati sve planirane radionice i da niti jednu nismo morali otkazati. Jako nam je bilo važno učenicima pružiti druženje i učenje uživo u neformalnom okruženju. Prethodne godine veliki je broj učenika pohađao online nastavu te su bili zakinuti za druženje s vršnjacima. Učenici su s velikim veseljem dolazili na radionice, a roditelji su ih podržavali. U kontaktu s roditeljima saznali smo da su zadovoljni te da žele da se program nastavi i da ga njihova djeca i dalje pohađaju. U programu je sudjelovalo 157 učenika iz 39 osnovnih škola i to najviše iz Grada Zagreba, ali i iz Zagrebačke i Varaždinske županije. Na radionicama je sudjelovalo više dječaka nego djevojčica, posebno na informatičkim radionicama. Sličan omjer studenata i studentica je i na FER-u.

U razgovoru s učenicima doznali smo da većina želi upisati prirodoslovno-matematičku gimnaziju, a potom neki od studija iz STEM područja. Veliko nam je zadovoljstvo bilo raditi s učenicima, a ujedno smo dubokog uvjerenja da pri tome postoji velika korist za učenike, za nas studente, kao i za društvo u cjelini.

Matematički način razmišljanja i kompetencije koje se razvijaju matematikom važan su dio suvremenog načina života koji je okrenut tehnologiji i analizi podataka računalom. Kvantitativne metode pri donošenju odluka koriste se u ekonomiji, tehnici, medicini, prirodoslovlju, ali i društvenim znanostima pa ih treba svladati što širi krug učenika. Program RADDAR je pokazao da za osnovnoškolce postoji korist i dobrobit ako se na njih djeluje tako da zavole matematiku učeći je na neformalan način, uz puno igre i uz učitelje studente koji su im generacijski bliži od njihovih školskih učitelja. Učenicima treba pojednostavljeno prikazati vezu između tehnologije, matematike i programiranja jer to doprinosi motivaciji za učenje. S provedbom matematičkih i informatičkih radionica u okviru programa RADDAR svakako bi trebalo nastaviti jer postoje dobrobiti za učenike, za studente i za društvo u cjelini.

8 Literatura korištena na radionicama

- [1] Čulav Markičević, Milena, Lukač, Neda, Marić, Maja, Stilinović, Sanja, Varošaneć, Sanja, Varošaneć, Zlatko, *Matematičko natjecanje Klokane bez granica 2015.-2017.*, Hrvatsko matematičko društvo, 2018.
- [2] Dakić, Branimir, *Matematika 7 Plus*, Element, 2002.
- [3] Dakić, Branimir, *Matematika 8 Plus*, Element, 2002.
- [4] Glasnović Gracin, Dubravka, *Matematika 5 Plus*, Element, 2002.
- [5] Kniewald, Ines, Ljubičić, Maja, *Matematika 6 Plus*, Element, 2002.
- [6] Muštra, Mirjana, *Dodatna nastava matematike 5, 6, 7, 8*, Školska knjiga, 2011.
- [7] Polonijo, Mirko, *Matematički upitnici*, Alfa, 2003.
- [8] Županović, Vesna, Bošnjak, Željka, Drvar, Zvonimir, Belamarić, Marin, MERIA scénario: l'ellipse et l'application en astronomie // *L'Astronomie pour l'Education dans l'espace francophone* / Rollinde, Emmanuel (ur.). Pariz: ESO, 2021, <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03481844>
- [9] Praktični MERIA vodič za istraživački usmjerenu nastavu matematike, glavni urednik Carl Winsløw, 2017, <https://meria-project.eu/activities-results/practical-guide-ibmt>
- [10] *Matka*, časopis za mlade matematičare, Hrvatsko matematičko društvo
- [11] Babić, Magdalena; Bubica, Nikolina; Leko, Stanko; Dimovski, Zoran; Stančić, Mario; Ružić, Ivana; Mihočka, Nikola; Vejnović, Branko: #MOJPORTAL5, 6, 7, 8, Školska knjiga, 2019.
- [12] Kniewald, Ines; Galešev, Vinkoslav; Sokol, Gordana, Vlahović, Vlasta; Kager, Dalija; Kovač, Hrvoje: INFORMATIKA+ 5, udžbenik, 2019.
- [13] Kniewald, Ines; Galešev, Vinkoslav; Sokol, Gordana, Vlahović, Vlasta; Kovač, Hrvoje: INFORMATIKA+ 6, udžbenik, 2019.
- [14] Kniewald, Ines; Galešev, Vinkoslav; Sokol, Gordana, Vlahović, Vlasta; Kager, Dalija; Kovač, Hrvoje; Kunštek, Nadica: INFORMATIKA+ 7, udžbenik, 2019.
- [15] Kniewald, Ines; Galešev, Vinkoslav; Sokol, Gordana, Kager, Dalija; Kovač, Hrvoje; Purgar, Jasmina; Kunštek, Nadica: INFORMATIKA+ 8, udžbenik, 2019.

- [16] Budin, Leo; Brođanac, Predrag; Markučić, Zlatka; Perić, Smiljana; Škvorc, Dejan; Babić, Magdalena: RAčunalno razmišljanje i programiranje u Pythonu, Element, 2017.
- [17] Dujela, Andrej: Kriptografija, izborni kolegij
<https://web.math.pmf.unizg.hr/~duje/kript.html>, pristupano cijelom dokumentu od siječnja do svibnja 2022.
- [18] Natjecanje Dabar, <https://ucitelji.hr/dabar/>, pristupano od siječnja do svibnja 2022.
- [19] Hrvatski savez informatičara, www.hsin.hr, pristupano raznim dokumentima od listopada 2021. do svibnja 2022.

9 Sažetak

Autori:

Marin Belamarić, Bruna Brozović, Patricija Dovijanić, Eleonora Đaković, David Glavaš, Ivan Glogar, Karlo Grgičin, Lovro Horvat, Matej Ivaniček, Ana Marić, Lucija Markotić, Ema Nekić, Petar Prenc, Tvrтко Puškarić, Matko Šimić, Ana Vinković, Paula Žitković

Naslov:

RADDAR radionice iz matematike i programiranja za učenike osnovnih škola

Ključne riječi:

radionica, učenici, osnovna škola, izvanškolske aktivnosti, matematika, matematičko modeliranje, algoritamsko razmišljanje, programiranje, Python, laboratorij

Opis:

Program RADDAR sastoji se od matematičkih radionica, informatičkih radionica i posjeta zavodima i laboratorijima *Fakulteta elektrotehnike i računarstva* (FER). Program je namijenjen učenicima od 5. do 8. razreda osnovne škole, a glavni voditelji i organizatori programa su studenti FER-a i PMF-a.

Matematičke i informatičke radionice odvijaju se u prostorima XV. gimnazije. Tijekom akademske godine 2021/22, matematičke radionice održane su 12 puta, pri čemu su učenici bili podijeljeni u 4 grupe, od 5. do 8. razreda. Radilo se po programu za dodatnu nastavu matematike, uz puno igara koje razvijaju matematički način razmišljanja. Informatičke radionice također su održane u 12 termina, pri čemu informatičke grupe ovise o razini znanja programiranja u Pythonu te postoje 3 grupe koje rade na računalima – početna, srednja i napredna.

Radionice vode studenti, uz povremenu pomoć srednjoškolaca koji su već prošli program te žele nastaviti sudjelovati u novoj ulozi. Iskusni nastavnici pružaju pedagošku pomoć studentima i usmjeravaju ih u radu s učenicima.

Učenici koji tijekom godine pohađaju matematičke ili informatičke radionice organizirano posjećuju zavode i laboratorije FER-a. Tamo sudjeluju u programu koji je pripremljen posebno

za njih – prezentacije, razgledavanje opreme, eksperimenti, a često i praktični rad i igre. Tijekom akademske godine 2021/22. učenici su posjetili:

- Laboratorij za napredne elektroenergetske mreže
- Laboratorij za podvodne sustave i tehnologije
- Laboratorij za informacijsku sigurnost i privatnost
- Zavod za elektroničke sustave i obradbu informacija
- Zavod za primijenjenu fiziku

U programu je tijekom akademske godine 2021/22. sudjelovalo 157 učenika koji su na završnoj svečanosti po razredima dobili diplome za pohađanje programa. Cilj aktivnosti je produbljivanje matematičkog znanja iz redovitog školskog programa kroz igru, modeliranje i programiranje te razvoj matematičkog algoritamskog načina razmišljanja. Obrazovanje izvan škole ima socijalnu komponentu druženja i povezivanja učenika različitih škola koji dijele slične interese te njihovo usmjeravanje prema budućem zanimanju. Program pomaže i usmjeravanju studenata u zvanja nastavnika matematike i informatike.

10 Summary

Authors:

Marin Belamarić, Bruna Brozović, Patricija Dovijanić, Eleonora Đaković, David Glavaš, Ivan Glogar, Karlo Grgičin, Lovro Horvat, Matej Ivaniček, Ana Marić, Lucija Markotić, Ema Nekić, Petar Prenc, Tvrtko Puškarić, Matko Šimić, Ana Vinković, Paula Žitković

Title:

RADDAR Workshops on Mathematics and Programming for Elementary School Students

Keywords:

workshop, students, elementary school, extracurricular activities, mathematics, mathematical modeling, algorithmic thinking, programming, Python, laboratory

Description:

The program RADDAR consists of mathematical and programming workshops, as well as guided visits to the departments and laboratories at the *Faculty of Electrical Engineering and Computing* (FER). The program is intended to elementary school students from the fifth to the eighth grade. It is organized and operated by the students of the Faculty of Electrical Engineering and Computing (FER) and the Faculty of Science Department of Mathematics (PMF) of the University of Zagreb.

Mathematical and programming workshops take place at the Fifteen Gymnasium. During the academic year of 2021/22, we organized 12 mathematical workshops altogether. Students were divided into 4 groups, according to their age. The workshops were based on the advanced mathematics curriculum with a lot of problems for developing a mathematical way of thinking. In addition, we organized 12 programming workshops, where students were divided into three groups, depending on the level of their programming skills in Python – basic, intermediate, and advanced.

The workshops are organized and operated by university-level students, with the occasional help of high school students who have already attended the same program and want to

participate in a new role. Experienced teachers provide the pedagogical assistance and guide the students in their work with kids.

For students attending the mathematical and programming workshops, we organize guided visits to the departments and laboratories at FER. There they participate in a program tailored to their specific needs and level of knowledge – presentations, equipment inspection, and experiments, which are often followed by a practical work and games. During the academic year of 2021/2022, we have visited the following departments and laboratories at FER:

- Smart Grid Laboratory
- Laboratory for Underwater Systems and Technologies
- Laboratory for Information Security and Privacy
- Department of Electronic Systems and Information Processing
- Department of Applied Physics

During the academic year of 2021/22, 157 students were involved in the program. They received their certificates for attending the program at the final ceremony. The goal of this program is to increase the level of exposure of elementary school students to the mathematical modelling and algorithmic reasoning, compared to the regular school program. Out-of-school education has a social component as well, due to intensive socializing of students from different schools who share similar interests and directing them towards their future occupation. The program also motivates the university-level students to shape their future careers as mathematics and computer science teachers.

11 Zahvale

Zahvaljujemo našim domaćinima u zavodima i laboratorijima FER-a prof. dr. sc. Hrvoju Pandžiću, prof. dr. sc. Nikoli Miškoviću, prof. dr. sc. Mariju Cifreku i izv. prof. dr. sc. Marinu Vukoviću te asistentima Mateu Beusu, Mariji Čuljak, Vladimiru Slošiću, Ivi Kutleši i Petri Maruševcu.

Zahvaljujemo Zvonimiru Drvaru, direktoru Planetarija *Tehničkog muzeja Nikola Tesla* na vođenju astronomske radionice i izradi materijala za radionicu.

Zahvaljujemo na pedagoškoj pomoći nastavnicima XV. gimnazije Zlatki Markučić, Ernestu Wendlingu, Vesni Ovčini i Marini Ninković te učiteljici matematike Ladislavi Bunjački i učiteljici informatike Magdaleni Babić.

Zahvaljujemo roditeljima naših učenika koji su prepoznali svrhu i korist programa RADDAR te dovodili djecu na radionice.

Zahvaljujemo svojim mentorima na FER-u koji su tematski i organizacijski osmislili program RADDAR, na njihovom profesionalnom vodstvu tijekom pripreme i izvedbe radionica te posjeta zavodima i laboratorijima FER-a, kao i na pomoći tijekom izrade ovog rada.

Na posljetku, hvala svima koji su pomogli da tijekom pandemije našim učenicima pružimo što normalniji život.

12 Prilozi

Mišljenje o programu RADDAR iz perspektive roditelja dali su gospođa Marija Mišurac, majka učenika koji je pohađao informatičke radionice te Renata i Predrag Vujasinović, roditelji učenika koji je pohađao matematičke i informatičke radionice

S gledišta dugogodišnjeg gimnazijskog nastavnika matematike i informatike, posebno aktivnog u radu s nadarenim učenicima, a sada i s pozicije ravnatelja XV. gimnazije, preporuku za nagrađivanje autora programa RADDAR Rektorovom nagradom Sveučilišta u Zagrebu dao je profesor Nikola Dmitrović.

U prilogu rada su i izjave svih autora rada o statusu studenta.

Popis priloga:

1. Marija Mišurac – mišljenje o programu RADDAR iz perspektive roditelja
2. Renata i Predrag Vujasinović – mišljenje o programu RADDAR iz perspektive roditelja
3. Nikola Dmitrović, prof. – preporuka za nagrađivanje autora programa RADDAR Rektorovom nagradom Sveučilišta u Zagrebu
4. Izjave svih autora rada o statusu studenta

RADDAR radionice

Moj sin Tristan je godinama jednom tjedno pohađao Lego programiranje i to mu je bila omiljena aktivnost. Međutim, nakon šest godina prošao je sve ponuđene tečajeve, a sudjelovanje u Lego League jednostavno nije bilo za njega.

U potrazi za nečim što bi bio logičan nastavak priče, došli smo do Raddar radionica. Ono što je meni kao roditelju bilo od izuzetne važnosti jest kvaliteta predavača te da je cijela priča smisljena. Obzirom na pozadinu RADDAR priče, u to ni u jednom trenutku nisam sumnjala. Jedino, moram priznati, obzirom da sam ja matematičarka, da sam se nadala da će Tristan odabrati RADDAR matematika, ali sam, naravno, prihvatila njegov izbor programiranja u Pythonu. Na zadovoljstvo tate FERovca.

RADDAR radionice su sve ono što čini kvalitetnu radionicu: kvalitetni predavači, promišljeno odabrani i pripremljeni zadaci, dinamično i poticajno okruženje. Izvrsni su bili i posjeti FERu, sadržaji su zbilja odlično odabrani.

I ono što je meni kao roditelju možda i najvažnije, Tristan se zbilja veselio utorcima i rado je odlazio na radionice te se zadovoljan nakon njih vraćao. Još da se nije uspio izgubiti na putu do FERa te neobavljena posla vratiti kući... 😊 Ali to je neka druga priča.

Završila bih Tristanovim izjavama:

- Volim učiti o programiranju.
- Znaš, zadaci su zanimljivi, a ne kao u školi gdje stalno radimo u Pythonu ista dva zadatka.
- Najviše mi se sviđelo natjecanje za bombone. 😊

Ukratko, sve pohvale i samo tako dalje!

Marija Mišurac,

mama Tristana, učenika 6. razreda

RADDAR

RADDAR radionice su hvalevrijedna ideja u svakom smislu. Spajanje MIOCa i FERa djeci daje uvid u mogući budući put koji poprima jasniju sliku, demistificiranu u već ranoj dobi. Sama premisa RAD + DAR naglašava da je rad na prvom mjestu, a uz dar koji djeca posjeduju samo nebo je granica. Radionice su odlično koncipirane i osmišljene. Djeca se nalaze u društvu sebi sličnih, što je definitivno poticajno i motivirajuće okruženje, posebice iz perspektive heterogenog okruženja osnovnih škola. Osim radionica matematike i informatike, posebno su vrijedni posjeti FERu koji često izazivaju „wow“ efekt (radionice kriptografije, posjeti zavodima, posjet FERovoj hidroelektrani i Smart Grid laboratoriju...).

Roditelji smo dvoje djece koja su pohađala RADDAR radionice, bili izvrsni u školi, bili nagrađivani na Klokenu... Ne živimo u iluzijama, borimo se za znanje (a ne za lažne petice), razvijamo radne navike (nikada im nismo pisali zadaće), ne guramo djecu s ciljem ostvarivanja vlastitih ambicija već gledamo kako im dati što bolje obrazovanje, iskustvo i širinu, ali samo ako je njima to zanimljivo (npr svako ljeto pohađanje Summer School of Science u Višnjanu) kako bi što bolje mogli odabrati što je najbolje za njih. I sami imamo sličan put, cijenimo izvrsnost, rad, trud, potičemo kreativnost, kritičko razmišljanje... Kada nam je profesorica matematike predložila da kćer Laru (koja je starija) upišemo na RADDAR bili smo oduševljeni čuti da je takav program organiziran u Hrvatskoj. Lara je danas studentica prve godine kemije na Eindhoven University of Technology, a sin Erik upravo upisuje srednju školu. Oboje su kroz radionice stekli iskustvo, znanja i vještine koje će im itekako biti od značaja u školovanju, radu i životu. Ona je, izvrsna u matematici, logici, kroz radionice stekla i sigurnost u odabir kemije kao primarnog interesa (ali su i matematika i programiranje u Pytonu itekako važni predmeti – već uspješno položeni), dok je Erik pojačao sigurnost u preferiranje programiranja, robotike, fizike...

Posebno smo zahvalni studentima koji drže radionice RADDAR i trude se prenositi znanje mlađima od sebe, koji su ipak još nestašni, zaigrani i na radionice dolaze između škole, stranih jezika, treninga, dodatnih predmeta u školi... a opet, iako studenti tu nemaju formalni autoritet niti pretjeranog iskustva, uspjevaju djecu zainteresirati, držati motiviranima i koncentriranim. Na radionicama, osim učenja i vježbanja, ima i zabave i to na način koji je djeci najbliži.

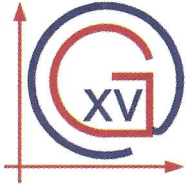
Program omogućuje da se djeca sličnih interesa i sposobnosti upoznaju, skupe iz mase na jednom mjestu u poticajnom okruženju, da se razvija suradnja i kooperativnost (vs kompeticija) među njima, da se spajaju generacije gdje danas osnovnoškolci i studenti sutra mogu biti kolege, poslovni suradnici, poslovni partneri... Ovdje su dovedeni već u osnovnoj školi u priliku da se uspoređuju sa sebi sličnijima, da svi zajedno žele više, bolje. RADDAR doprinosi popularizaciji znanosti, matematike, informatike, fizike... umanjuje potencijalni stres od upisa u srednju školu, MIOC i FER su im već poznato okruženje...

Poticanje interesa za STEM područje i približavanje STEM područja djeci put je u bolju budućnost ne samo za tu djecu već i za cijelu Hrvatsku koja ima veliku priliku oporaviti gospodarstvo upravo kroz STEM i izvrsno obrazovanje upravo u tom području u kojem se ističemo na međunarodnoj razini, a RADDAR i slični programi značajno doprinose da dodatno razvijamo i povezujemo takve talente.

Svaka čast studentima i njihovim mentorima tj. profesorima koji su program osmislili i proveli u djelo!

GO, RADDAR, GO!!!

Renata i Predrag Vujasinović



Republika Hrvatska
XV. gimnazija
IB World School
Zagreb, Jordanovac 8



Nikola Dmitrović, prof.
XV. gimnazija
Jordanovac 8, Zagreb
Zagreb, 17. lipnja 2022.

REKTORAT SVEUČILIŠTA U ZAGREBU
Natječaj za dodjelu Rektorove nagrade
Trg Republike Hrvatske 14
10 000 Zagreb

PREDMET: Pismo preporuke projektu RADDAR Fakulteta elektrotehnike i računarstva i XV. gimnazije

Poštovani,

ovim putem kao ravnatelj XV. gimnazije te nekadašnji nastavnik informatike izražavam svoju podršku zajedničkom projektu RADDAR Fakulteta elektrotehnike i računarstva i XV. gimnazije, u prijavi na Natječaj za dodjelu Rektorove nagrade u ak. god. 2021./2022., u kategoriji (F) „Nagrade za društveno koristan rad u akademskoj i široj zajednici”.

Projekt RADDAR se već godina provodi u suradnji FER-a i XV. gimnazije. Svojim aktivnostima projekt okuplja darovite učenike osnovnih škola iz područja matematike i informatike. Projekt je izuzetno koristan jer omogućuje svim učenicima da se kroz organizirani izvannastavni rad upoznaju s programiranjem u programskom jeziku Python te temama iz matematike koje nisu zastupljene u kurikulumu osnovnih škola. Na ovaj način polaznici radionica koriste priliku da u slučaju nedostatka mentorskog rada u svojoj školi izjednače svoje šanse s učenicima koji imaju organiziran dodatni rad u školi ili nekoj od udruga gdje sudjelovanja u dijelu slučajeva nije besplatno.

Iz osobnog iskustva rada s učenicima mogu potvrditi da polaznici radionica dolaskom u XV. gimnaziju često ističu tu činjenicu kao hvale vrijedno iskustvo koje im je pomoglo u razvoju darovitosti.

Značaj ovog projekta posebno je došao do izražaja tijekom nastavne godine 2021./2022. kada su mentori, usprkos otežanim uvjetima rada zbog pandemije, uložili dodatni napor i omogućili polaznicima normalan rad i razvoj darovitosti.

Slijedom navedenog, sa zadovoljstvom podržavam projekt RADDAR u prijavi na Natječaj za Rektorovu nagradu te vjerujem da će njihov dugogodišnji ustrajan rad s darovitim učenicima za općedruštveno dobro biti prepoznat i nagrađen Rektorovom nagradom.

S poštovanjem,

Nikola Dmitrović
Nikola Dmitrović, prof.



IZJAVA O STATUSU STUDENTA

Ja, Marin Belamarić student preddiplomskog studija Prirodoslovno-matematičkog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu, izjavljujem da u trenutku predavanja prijave na natječaj za Rektorovu nagradu nisam diplomirao.

U Zagrebu, 30. lipnja 2022.



IZJAVA O STATUSU STUDENTA

Ja, Bruna Brozović, studentica preddiplomskog studija Prirodoslovno-matematičkog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu, izjavljujem da u trenutku predavanja prijave na natječaj za Rektorovu nagradu nisam diplomirala.

U Zagrebu, 30. lipnja 2022.

Bruna Brozović

IZJAVA O STATUSU STUDENTA

Ja, Patricija Dovijanić studentica diplomskog studija Prirodoslovno-matematičkog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu, izjavljujem da u trenutku predavanja prijave na natječaj za Rektorovu nagradu nisam diplomirala.

U Zagrebu, 30. lipnja 2022.

P. Dovijanić

IZJAVA O STATUSU STUDENTA

Ja, Eleonora Đaković studentica preddiplomskog Prirodoslovno-matematičkog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu, izjavljujem da u trenutku predavanja prijave na natječaj za Rektorovu nagradu nisam diplomirala.



U Zagrebu, 30. lipnja 2022.

IZJAVA O STATUSU STUDENTA

Ja, David Glavaš student diplomskog studija Fakulteta elektrotehnike i računarstva Sveučilišta u Zagrebu, izjavljujem da u trenutku predavanja prijave na natječaj za Rektorovu nagradu nisam diplomirao.

U Zagrebu, 30. lipnja 2022.

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'D. Glavaš', with a long horizontal stroke extending to the right.

IZJAVA O STATUSU STUDENTA

Ja, Ivan Glogar student integriranog diplomskog studija Prirodoslovno-matematičkog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu, izjavljujem da u trenutku predavanja prijave na natječaj za Rektorovu nagradu nisam diplomirao.

U Zagrebu, 30. lipnja 2022.



IZJAVA O STATUSU STUDENTA

Ja, Karlo Grgičin student preddiplomskog studija Fakulteta elektrotehnike i računarstva Sveučilišta u Zagrebu, izjavljujem da u trenutku predavanja prijave na natječaj za Rektorovu nagradu nisam diplomirao.

Karlo Grgičin

U Zagrebu, 30. lipnja 2022.

IZJAVA O STATUSU STUDENTA

Ja, Lovro Horvat student preddiplomskog studija Prirodoslovno-matematičkog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu, izjavljujem da u trenutku predavanja prijave na natječaj za Rektorovu nagradu nisam diplomirao.

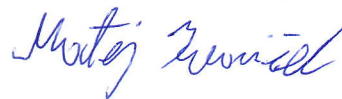


U Zagrebu, 30. lipnja 2022.

IZJAVA O STATUSU STUDENTA

Ja, Matej Ivaniček, student preddiplomskog studija Prirodoslovno-matematičkog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu, izjavljujem da u trenutku predavanja prijave na natječaj za Rektorovu nagradu nisam diplomirao.

U Zagrebu, 30. lipnja 2022.



IZJAVA O STATUSU STUDENTA

Ja, Ana Marić studentica preddiplomskog studija Fakulteta elektrotehnike i računarstva Sveučilišta u Zagrebu, izjavljujem da u trenutku predavanja prijave na natječaj za Rektorovu nagradu nisam diplomirala.

U Zagrebu, 30. lipnja 2022.



IZJAVA O STATUSU STUDENTA

Ja, Lucija Markotić, studentica preddiplomskog studija Fakulteta elektrotehnike i računarstva Sveučilišta u Zagrebu, izjavljujem da u trenutku predavanja prijave na natječaj za Rektorovu nagradu nisam diplomirala.

U Zagrebu, 30. lipnja 2022.

A handwritten signature in blue ink, appearing to read 'Lucija Markotić', written in a cursive style.

IZJAVA O STATUSU STUDENTA

Ja, Ema Nekić studentica preddiplomskog studija Fakulteta elektrotehnike i računarstva Sveučilišta u Zagrebu, izjavljujem da u trenutku predavanja prijave na natječaj za Rektorovu nagradu nisam diplomirala.

U Zagrebu, 30. lipnja 2022.

Handwritten signature of Ema Nekić in blue ink.

IZJAVA O STATUSU STUDENTA

Ja, Petar Prenc, student sam preddiplomskog studija Prirodoslovno-matematičkog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu te izjavljujem da u trenutku predavanja prijave na natječaj za Rektorovu nagradu nisam diplomirao.

U Zagrebu, 7. lipnja 2022.

Petar Prenc

IZJAVA O STATUSU STUDENTA

Ja, Tvrтко Puškarić student preddiplomskog studija Fakulteta elektrotehnike i računarstva Sveučilišta u Zagrebu, izjavljujem da u trenutku predavanja prijave na natječaj za Rektorovu nagradu nisam diplomirao.

U Zagrebu, 30. lipnja 2022.



IZJAVA O STATUSU STUDENTA

Ja, Matko Šimić, student preddiplomskog studija Prirodoslovno-matematičkog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu, izjavljujem da u trenutku predavanja prijave na natječaj za Rektorovu nagradu nisam diplomirao.



U Zagrebu, 30. lipnja 2022.

IZJAVA O STATUSU STUDENTA

Ja, Ana Vinković, studentica preddiplomskog studija Fakulteta elektrotehnike i računarstva Sveučilišta u Zagrebu, izjavljujem da u trenutku predavanja prijave na natječaj za Rektorovu nagradu nisam diplomirala.

U Zagrebu, 30. lipnja 2022.

Ana Vinković

IZJAVA O STATUSU STUDENTA

Ja, Paula Žitković studentica preddiplomskog studija Prirodoslovno-matematičkog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu, izjavljujem da u trenutku predavanja prijave na natječaj za Rektorovu nagradu nisam diplomirala.



U Zagrebu, 30. lipnja 2022.