

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
GRAĐEVINSKI FAKULTET

Sven Marković, Sara Vaing, Lovorka Vdović

**MODALNA ANALIZA ZGRADA AGG FAKULTETA  
SVEUČILIŠTA U ZAGREBU**

Zagreb, 2022.

Ovaj rad izrađen je u sklopu laboratorija Zavoda za tehničku mehaniku Građevinskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu pod mentorstvom izv. prof. dr. sc. Domagoja Damjanovića i izv. prof. dr. sc. Maria Uroša te je predan na natječaj dodjele Rektorove nagrade u akademskoj godini 2021./2022.

# Sadržaj

<b>1. Uvod</b> .....	<b>1</b>
1.1. Općenito o zgradama .....	2
1.1.1. Glavna zgrada .....	2
1.1.2. Dvorišna zgrada .....	2
<b>2. Cilj rada</b> .....	<b>4</b>
<b>3. Modalna analiza</b> .....	<b>5</b>
3.1. Općenito o modalnoj analizi .....	5
3.2. Matematička podloga modalne analize i digitalna obrada podataka .....	6
3.2.1. Pretpostavke za izvođenje modalne analize .....	6
3.2.2. Fourierove transformacije .....	7
3.2.3. Amplitudne skale u analizi signala .....	10
3.2.4. Pogreške digitalizacije signala .....	11
3.2.5. Spektralne funkcije .....	13
3.3. Klasična eksperimentalna modalna analiza .....	15
3.3.1. Uvod .....	15
3.3.2. Funkcija frekventnog odgovora (FRF – Frequency Response Function) .....	17
3.3.3. Određivanje funkcije frekventnog odgovora za slučaj jednog ulaznog signala ...	19
3.3.4. Određivanje funkcije frekventnog odgovora za slučaj više ulaznih signala ...	20
3.3.5. Određivanje dinamičkih parametara .....	22
3.4. Operacionalna modalna analiza .....	24
3.4.1. Uvod .....	24
3.4.2. Dekompozicija frekventnog područja (FDD – Frequency Domain Decomposition) .....	25
3.4.3. Poboljšana FFD metoda (EFDD – Enhanced Frequency Domain Decomposition) .....	26
3.4.4. CFDD metoda izjednačavanja krivulja .....	27
<b>4. Mjerenje ambijentalnih vibracija zgrade</b> .....	<b>29</b>
4.1. Vibracije .....	29
4.2. Vlastita frekvencija zgrade .....	30
<b>5. Eksperimentalno ispitivanje – postupak mjerenja</b> .....	<b>32</b>
5.1. Oprema .....	32
5.1.1. Akcelerometri .....	33
5.1.2. Tvrtka i akcelerometri Brüel & Kjær .....	34
5.2. Postupak mjerenja .....	35
5.3. Primjena operativne modalne analize .....	37
<b>6. Rezultati eksperimentalnog ispitivanja</b> .....	<b>38</b>
6.1. Uvodno o ispitivanju .....	38
6.2. Glavna zgrada .....	39
6.2.1. Prikaz mjernih mjesta .....	40
6.2.2. Prva dilatacija .....	41
6.2.3. Druga dilatacija .....	42
6.2.4. Treća dilatacija .....	43
6.2.5. Četvrta dilatacija .....	44

6.3.	Dvorišna zgrada .....	44
6.3.1.	Prikaz mjernih mjesta .....	45
6.3.2.	Prva dilatacija .....	46
6.3.3.	Druga dilatacija.....	47
<b>7.</b>	<b>Rezultati numeričkog modela .....</b>	<b>49</b>
7.1.	Model 1 .....	51
7.2.	Model 2 .....	58
<b>8.</b>	<b>Zaključak i usporedba rezultata .....</b>	<b>65</b>
8.1.	Usporedba eksperimentalnih rezultata glavne i dvorišne zgrade.....	65
8.2.	Usporedba Modela 1 i Modela 2 .....	65
8.3.	Usporedba eksperimentalnih rezultata i numeričkih modela.....	66
8.4.	Zaključak .....	69
<b>Literatura .....</b>		<b>71</b>
<b>Zahvale.....</b>		<b>73</b>
<b>Sažetak.....</b>		<b>74</b>

# 1. Uvod

Osnovna svrha nerazornog ispitivanja koje je provedeno u svrhu ovog rada je određivanje stvarnih dinamičkih parametara konstrukcije za što je potrebno izmjeriti ambijentalne vibracije zgrade. Dinamički parametri (vlastite frekvencije, oblici titranja i koeficijenti prigušenja) predstavljaju globalne parametre konstrukcije koji ovise o masi, krutosti i prigušenju.

Rezultati eksperimentalno određenih dinamičkih parametara mogu poslužiti za poboljšanje numeričkog modela na kojem se vrši proračun konstrukcije. Eksperimentalno određeni dinamički parametara predstavljaju vrlo koristan alat, a sam postupak mjerenja provodi se u uporabnim uvjetima te nije previše zahtjevan.

Eksperimentalno određeni dinamički parametri mogu poslužiti u razne svrhe, danas se često koriste kod ocjene stanja i oštećenja raznih tipova konstrukcija. Takvi rezultati su korisni kod izrade projekta obnove konstrukcije bilo da se radi o obnovi nakon potresa ili nekoj drugoj vrsti obnove. Proračun koji se vrši na modelu koji je kalibriran na temelju rezultata mjerenja dinamičkih parametara ima naravno veću pouzdanost, što omogućuje bolje predviđanje ponašanja konstrukcije u slučaju raznih djelovanja na nju, te omogućuje bolju ocjenu učinkovitosti predviđenih mjera koje je potrebno poduzeti u svrhu ojačanja konstrukcije.

Na napravljenom numeričkom modelu moguće je, zahvaljujući razvoju tehnologije i softwera, proračunati sva moguća djelovanja koja utječu na konstrukciju i razmotriti njeno ponašanje.

U ovom radu obrađuju se dvije zgrade. Jedna je glavna zgrada Arhitektonskog, Geodetskog i Građevinskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu, a druga zgrada je dvorišna zgrada Građevinskog fakulteta. Eksperimentalno su ispitane obje zgrade, za obje zgrade su određeni eksperimentalni podaci o dinamičkim parametrima, dok je za dvorišnu zgradu izrađen i numerički model koji je kalibriran prema izmjerenim parametrima.

Obe su zgrade oštećene u potresima koji su zadesili Zagreb i područje oko Petrinje u 2020. godini. Imaju oštećenja sa vertikalnim i dijagonalnim pukotinama po nosivim i pregradnim zidovima, a jača oštećenja se vide na mjestima dilatacija. Usprkos svemu tome, nije narušena globalna nosivost zgrade niti stabilnost konstrukcije.

## **1.1. Općenito o zgradama**

### **1.1.1. Glavna zgrada**

Početak 20. stoljeća, točnije dvadesetih godina, postupno se uvodio armirani beton u građevinarstvo te čelični profili za nadvoje i grede u stambenim i zgradama javne uporabe. Korištenjem tog sustava građenja počinje sve veća izgradnja armirano betonskih konstrukcija, tako je glavna zgrada Arhitektonskog, Geodetskog i Građevinskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu izvedena s armirano betonskom okvirnom konstrukcijom.

Zgrada je smještena na adresi Fra Andrije Kačića Miošića 26 i nalazi se unutar kulturno – povijesne cjeline grada Zagreba. Građevinska dozvola je izdana 1038. godine, a zgrada je dovršena 1940. Od nekih promjena na zgradi bitno je navesti rekonstrukciju velike dvorane, ulaza, vjetrobrana, dogradnja sanitarija te obnova potkrovlja koje je bilo 2005. godine, također 2008. – 2010. rekonstruiran je dio suterena na 5. dilataciji, te crtaonice na 3. katu [1].

Glavni je ulaz u zgradu iz Kačićeve ulice, a uz njega zgrada ima još 6 ulaza u razini prizemlja. Centralni dio zgrade je hall i on se nastavlja na glavni ulaz zgrade te se u smanjenom obujmu ponavlja na svakom katu te je na njega vezano glavno stubište s liftom. Postoji još jedno stubište koje veže glavnu i dvorišnu zgradu [1].

Glavno tijelo zgrade čine 4 dilatacije koje se pružaju Kačićevom ulicom, dok je 5. dilatacija okomita na taj dio. Okvirni sustav je sačinjen od okvira na osnom rasponu od 4 m. Osim okvirne konstrukcije postoje i armiranobetonski zidovi koji ne sudjeluju toliko u prijenosu horizontalnih sila [1].

Vanjski zidovi sačinjeni su od opeke u dva sloja s međurazmakom. Pregradni zidovi unutar zgrade su različitog sastava ovisno o smještaju i uporabi u zgradi [1].

### **1.1.2. Dvorišna zgrada**

U dvorišnoj zgradi nalazi se Zavod za arhitekturu Arhitektonskog fakulteta u prizemlju te ostatak zgrade koristi Građevinski fakultet Sveučilišta u Zagrebu. Zgrada se nalazi neposredno uz glavnu zgradu AGG u Kačićevoj ulici na broju 26. Napravljena je kao armiranobetonska skeletna konstrukcija te se sastoji od prizemlja i 4 kata [2].

Građena je oko 1940. godine i u to vrijeme konstrukcije još nisu imale dovoljnu razinu potresne otpornosti sukladno današnjim propisima. Ta dozvola se odnosila na prve dvije etaže zgrade i one su pravokutnog oblika dimenzija 32,4 x 61,7 m [2].

1954. dolazi do nadogradnje zgrade kada je izgrađen 2. kat koji je T oblika, odnosno južno pročelje zadržava oblik kao prve dvije etaže, a ostatak se uvlači u odnosu na prethodno izgrađeno. Zadnja rekonstrukcija zgrade izvedena je u razdoblju od 1996. do 1998. godine kada je zgrada dodatno ojačana i izgrađena su još dva kata [2].

Zgrada je izvedena kao armiranobetonska okvirna konstrukcija sa stupovima na osnim razmacima od 5,4 m u smjeru sjever-jug, dok je razmak 6,4 m u smjeru istok-zapad. Zgrada je temeljena na temeljima samcima na dubini od cca 4 m [2].

Za vrijeme dogradnje u periodu od 1996. do 1998. godine, postojeća je konstrukcija ojačana ugradnjom dodatnih armiranobetonskih krutih zidova i okvira čiji su temelji ugrađeni unutar postojećih temelja [2].

Novi stupovi su napravljeni u nastavku starih, a pregradni su zidovi izvedeni iz pune opeke sistemom gipskartonskih ploča. Na dograđenom dijelu međukatne su konstrukcije napravljene kao montažne PI ploče. Krov je ravni [2].

Zgrada ima jedno trokrako stubište i lift, te vanjsko čelično protupožarno stubište. U razini 2. kata spojena je s glavnom zgradom čeličnim pješačkim mostom koji je izveden kao čelična rešetkasta konstrukcija [2].

## 2. Cilj rada

Nakon zagrebačkog potresa koji se dogodio 22. ožujka 2020. godine, zgrada Građevinskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu, nije zadobila teža oštećenja, ali je dobila umjerene pukotine te je klasificirana kao privremeno neuporabljiva. Brzim pregledom zgradi je prvotno dodijeljena žuta oznaka, te su provedene hitne mjere i radovi te su otklonjena najznačajnija oštećenja, te je zgrada dovedena u uporabivo stanje. Devet mjeseci nakon zagrebačkog, dva nova potresa 28. i 29. prosinca 2020. pogodila su Petrinju i pojavila su se dodatna oštećenja.

Zgrada je građena prije 1969. godine kada je nastupio potres u Banja Luci nakon kojeg stupaju na snagu novi stroži propisi za protupotresnu gradnju. Uz to, sama po sebi već je bila dotrajala, što je dodatno utjecalo na pojavu oštećenja nakon potresa. S vremenom materijal gubi svoja inicijalna mehanička svojstva, a pojava pukotina u materijalu doprinosi smanjenju krutosti konstrukcijskih elemenata i građevine u cjelini.

Cilj ovog istraživanja je mjerenjem ambijentalnih vibracija i primjenom operacionalne modalne analize odrediti dinamičke parametre na postojećem stanju ove zgrade, te napraviti numerički model i kalibrirati ga kako bi bio što sličniji stvarnom stanju, te na kraju, usporediti dobivene rezultate. Operacionalna modalna analiza jedna je od nerazornih metoda ispitivanja građevina koja koristi samo rezultate izmjerenih odziva konstrukcije za određivanje modalnih parametara. Razne su metode operacionalne modalne analize, a u ovom će se radu za određivanje rezultata koristiti metoda dekompozicije frekventnog područja.

Za numerički proračun sve se više koriste računalni programi koji za proračun koriste metodu konačnih elemenata. Pouzdanost takvih modela u velikoj mjeri ovisi o ulaznim podacima koje je teško odrediti za postojeće konstrukcije, a pogotovo za one koje su bile izložene oštećenjima, dogradnjama, rekonstrukcijama i slično. Za poboljšanje numeričkog modela mogu se koristiti eksperimentalno dobiveni podaci, kao što je u ovom radu napravljeno.

Podaci dobiveni ovim istraživanjem dani su na uvid projektantu konstrukcijske obnove, a daje se prijedlog da se nakon obnove mjerenja ponove. Usporedbom rezultata dobivenih prije i nakon obnove zgrade, može se vidjeti u kolikoj je mjeri obnova i ojačanje utjecalo na dinamičke parametre, a samim time i na krutost građevine.



## 3. Modalna analiza

### 3.1. Općenito o modalnoj analizi

Načelno govoreći o modalnoj analizi može se istaknuti da je to postupak kojim se opisuju prirodne karakteristike konstrukcije:

- prirodna ili vlastita frekvencija
- koeficijent prigušenja
- oblici titranja

Navedene karakteristike još se nazivaju i dinamička svojstva konstrukcije [3]. Razlog korištenja modalne analize pronalazi se u raznim tehničkim granama u kojima postoji potreba za određivanjem oblika titranja i vlastitih frekvencija pojedinih fizikalnih sustava. Dinamički parametri konstrukcije u prvom redu ovise o masi, krutosti i rubim uvjetima [4].

U ovom radu razmatra se korištenje modalne analize u građevinarstvu u svrhu provjere dobivenih vrijednosti dinamičkih parametara iz numeričkog modela dvorišne zgrade Građevinskog fakulteta u Zagrebu.

Modalna analiza može se provoditi numerički, analitički i eksperimentalno. Teorijska modalna analiza oslanja se na opis fizičkih svojstva sustava za izvođenje modalnog modela. Takav opis obično sadrži matricu masa, matricu krutosti i matrice prigušenja sustava. Dakle, to je prelaz iz prostornih podataka u modalni model. Eksperimentalna modalna analiza dobiva modalni model iz izmjerene FRF (funkcija frekventnog odziva) ili iz izmjerenih podataka o odzivu konstrukcije na slobodne vibracije. Ovi podaci pružaju temeljna razumijevanja strukturnih karakteristika i često otkrivaju korijen dinamičkih problema s kojima se susrećemo u stvarnom životu [5]. Eksperimentalna modalna analiza se načelno dijeli na dvije vrste analize:

- klasična eksperimentalna modalna analiza (EMA)
- operacionalna modalna analiza (OMA)

EMA-a se bazira na poznavanju funkcije pobude i odgovora, dok OMA dinamičke parametre određuje korištenjem pobude stohastičkog karaktera slične „bijelom šumu“ u eksploatacijskim uvjetima sustava koji se mjeri [6]. Shvaćanje važnosti modalne analize očituje se iz ideje da

se konstrukciju opterećuje konstantnom oscilirajućom silom tako da joj se frekvencija u vremenu mijenja a time i odgovor konstrukcije. Odgovor konstrukcije određen je kinematičkim veličinama koje su povezane preko vremenske derivacije, a to su pomak, brzina i ubrzanje koje postižu svoje maksimalne vrijednosti na vlastitim frekvencijama i one izazivaju maksimalne vrijednosti odgovora. Fourierove transformacije koriste se za prijelaz iz vremenskog u frekventno područje preko spektralnih funkcija. Deformiranje konstrukcije pri vlastitim frekvencijama nazivaju se modalni oblici. Veza pobude i odgovora nije linearna te dogovor može biti višestruko veći od pobude. Postizanje vlastite frekvencije sustava dovodi do maksimalnog odgovora, ali važno je i napomenuti da izlazni signal pobude može poprimiti veću vrijednost od početnog radi modalnih oblika koji se ponašaju kao vrsta pojačala [7].

## **3.2. Matematička podloga modalne analize i digitalna obrada podataka**

### **3.2.1. Pretpostavke za izvođenje modalne analize**

Pod prvom pretpostavkom smatra se da je odgovor konstrukcije uvijek proporcionalan pobudi, odnosno pretpostavlja se linearnost konstrukcije. Pri velikim pomacima može doći do pojave nelinearnosti. Linearnost sa sobom povlači teorem o superpoziciji kojim se smatra da je zbroj svih učinaka pojedinačno jednak zajedničkom djelovanju svih odjednom. Teorem o uzajamnosti pomaka također se ističe kao važna činjenica jer se preko njega može doći do informacija o bilo kojoj točki konstrukcije ako su poznate informacije samo o jednoj točki na konstrukciji. U slučaju više mjerenja koristi se matični zapis te se formira matrica  $H$  čiji stupci predstavljaju pobude, a redci odgovore točkaka konstrukcija koje se mjere. Matrica  $H$  mora biti simetrična radi uzajamnosti pomaka. Mjerenja u točkama pobude poprimaju mjesta u matrici frekventnog odgovora za koje vrijedi da je  $i=j$  odnosno na dijagonali matrice [6, 8]. Druga je pretpostavka da se vrijednost rezultata mjerenja ne mijenja ako se mjerenje ponovi u nekom drugom trenutku što nas ograđuje od vremenske ovisnosti sustava drugim riječima opisivanje konstrukcije vrši se putem prostornih koordinata. Uslijed dugotrajnih ispitivanja dolazi do temperaturnih promjena koje utječu na dinamičke parametre, prvenstveno na vlastite frekvencije. Radi toga je prilikom ispitivanja vrlo važno voditi računa na utjecaj temperature na dinamičke parametre [6, 8].

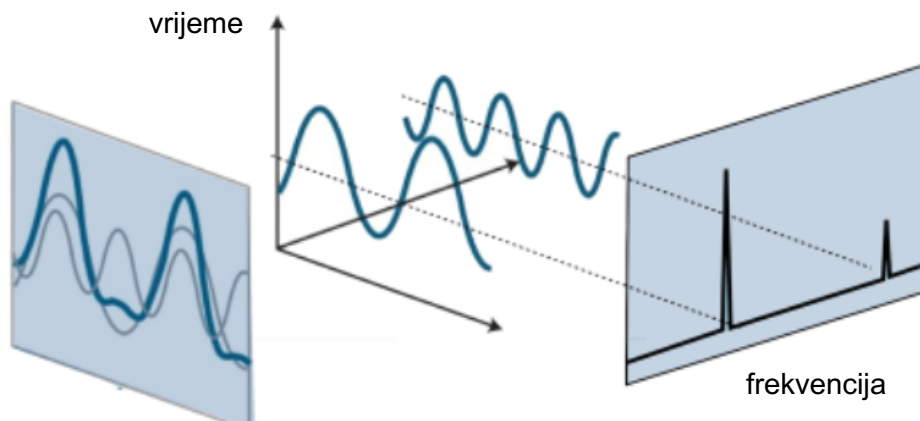
### 3.2.2. Fourierove transformacije

Fourierova analiza je matematički postupak kojim se svaka realna funkcija može opisati kao superpozicija sinusoida, pri čemu svaka od tih sinusoida posjeduje vlastitu fazu, frekvenciju i amplitudu [8]. Pretvorba vanjske mehaničke pobude u digitalni signal veže nužno korištenje računala. Dinamički se parametri analiziraju u frekventnoj domeni korištenjem matematičkog postupka zvanog Fourierove transformacije (FT). Njime se prijelazi iz vremenske u frekventnu ili iz frekventne u vremensku domenu preko Fourierovog transformacijskog para. Fourierov niz je suma harmonijskih funkcija čije su frekvencije cjelobrojni uzastopni višekratnici osnovne frekvencije. Pogodniji oblik za numeričku analizu je kompleksni zapis Fourierovog reda [9]. U kompleksnom obliku izraz glasi [6].

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-i2\pi ft} dt \quad (3.1.)$$

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f)e^{i2\pi ft} df \quad (3.2.)$$

gdje  $x(t)$  predstavlja vremensku funkciju, a  $X(f)$  kompleksnu funkciju koja predstavlja Fourierovu transformaciju funkcije  $x(t)$ . Kod obrade signala mjerenja se vrše u diskretnim vremenskim trenucima, odnosno u intervalima trajanja  $\Delta t$ , tako da se metoda vršenja transformacija zove Diskretna Fourierova transformacija (DFT). Diskretizacija frekventnog područja utječe na izbor frekvencija kojima se opisuje ulazni signal, a DFT iskazuje utjecaj svake sudjelujuće sinusoida (linearna kombinacija sinusa i kosinusa) za pojedinačnu diskretnu frekvenciju [8, 10].



Slika 3.1 Dekompozicija diskretnog vremenskog zapisa signala na frekvencijsku domenu [11]

Fourierov transformacijski par za konačni vremenski period T podijeljen na N jednakih  $\Delta t$ :

$$X(m\Delta f) = \Delta t \sum_{n=0}^{N-1} x(n \Delta t) e^{-i2\pi m \Delta f n \Delta t} \quad m = 0, \dots, \frac{N}{2} \quad (3.3.)$$

$$x(n\Delta t) = \Delta f \sum_{m=0}^{N/2} X(m \Delta f) e^{-i2\pi m \Delta f n \Delta t} \quad n = 0, \dots, N - 1 \quad (3.4.)$$

Diskretna Fourierova transformacija se sastoji od kompleksnog spektara frekvencija signala, a sadrži realni i imaginarni dio koji je točan samo ako je  $x(t)$  periodički signal perioda T [8]:

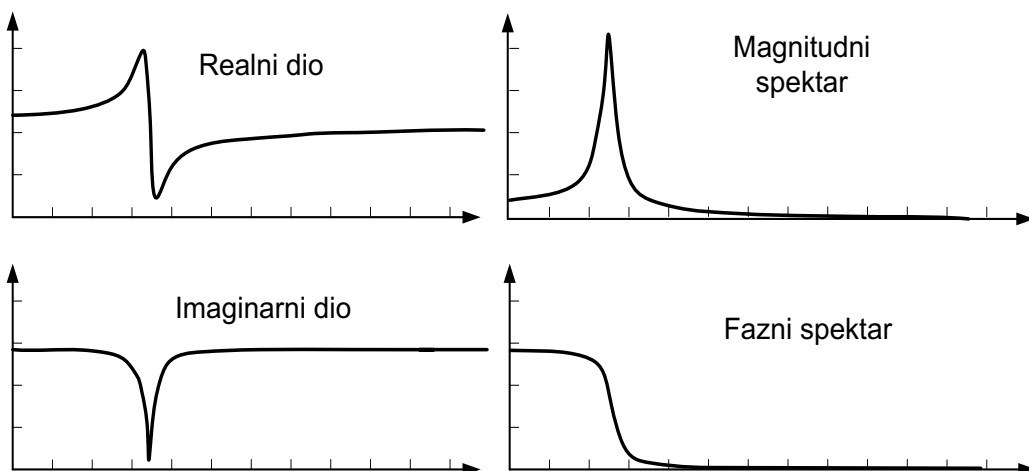
$$\text{Re}[X(m\Delta f)] = \Delta t \sum_{n=0}^{N-1} x(n \Delta t) \cos(2\pi m \Delta f n \Delta t) \quad (3.5.)$$

$$\text{Im}[X(m\Delta f)] = \Delta t \sum_{n=0}^{N-1} x(n \Delta t) \sin(2\pi m \Delta f n \Delta t) \quad (3.6.)$$

Prijelaz u magnitudni i fazni spektar dan je izrazom 3.7. i 3.8.:

$$|X(f)| = \sqrt{\text{Re}[X(m\Delta f)]^2 + \text{Im}[X(m\Delta f)]^2} \quad (3.7.)$$

$$\phi = \text{tg}^{-1} \frac{\text{Im}[X(m\Delta f)]}{\text{Re}[X(m\Delta f)]} \quad (3.8.)$$



Slika 3.2. DFT signala sinusne pobude [9]

Nyquistov teorem o uzorkovanju frekvencija za digitalno prikupljanje mora dati najmanje dvostruko veću od najveće frekvencije  $f_{\max}$  za neku zadanu konstrukciju. Čime je određen vremenski inkrement uzorkovanja  $\Delta t$  [8]:

$$2f_{\max} = \frac{1}{\Delta t} \quad (3.9.)$$

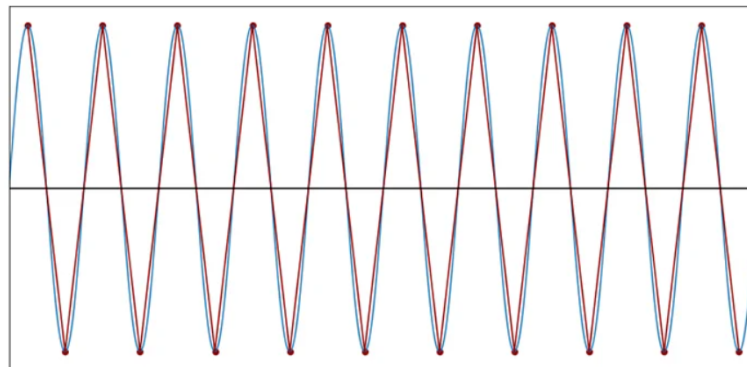
Vrijeme uzorkovanja  $T$  mora biti iznosa potencije broja 2, a iznos predstavlja veličinu bloka  $N$  [12]:

$$N = \frac{T}{\Delta t} = 2Tf_{\max} = \frac{2f_{\max}}{\Delta f} \quad (3.10.)$$

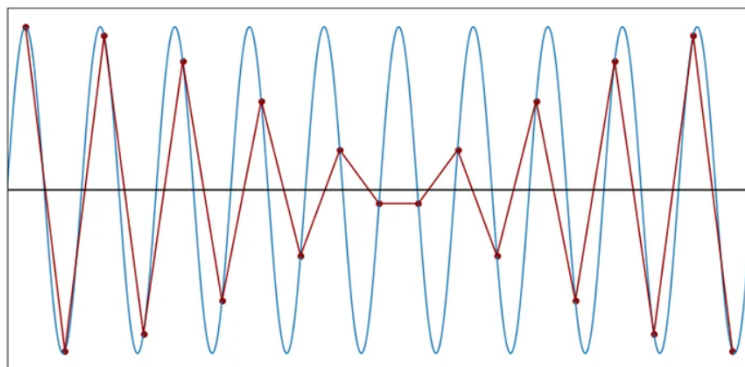
Frekventna rezolucija  $\Delta f$  :

$$\Delta f = \frac{1}{T} \quad (3.11.)$$

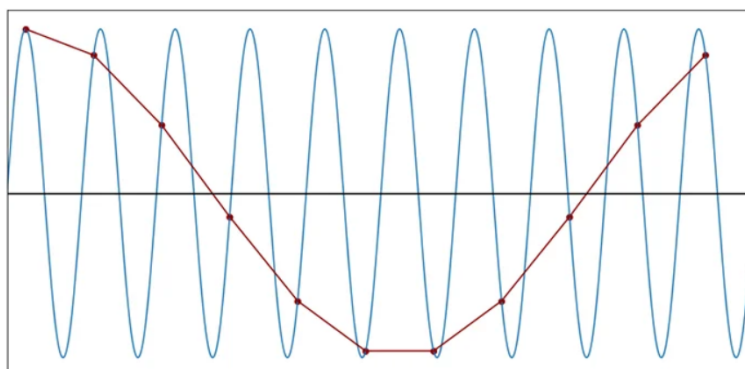
Sljedeće slike prikazuju gubitak cikličke ekvivalentnosti koja se pojavljuje kada se ne poštuje Nyquistov teorem [13]:



Slika 3.3 . 2 uzorka po intervalu uzorkovanja  $f_{\max} = f_{\text{uzorkovanja}}$  [13]



Slika 3.4 1,9 uzorka po intervalu uzorkovanja  $f_{max} = 1,9 f_{uzorkovanja}$  [13]



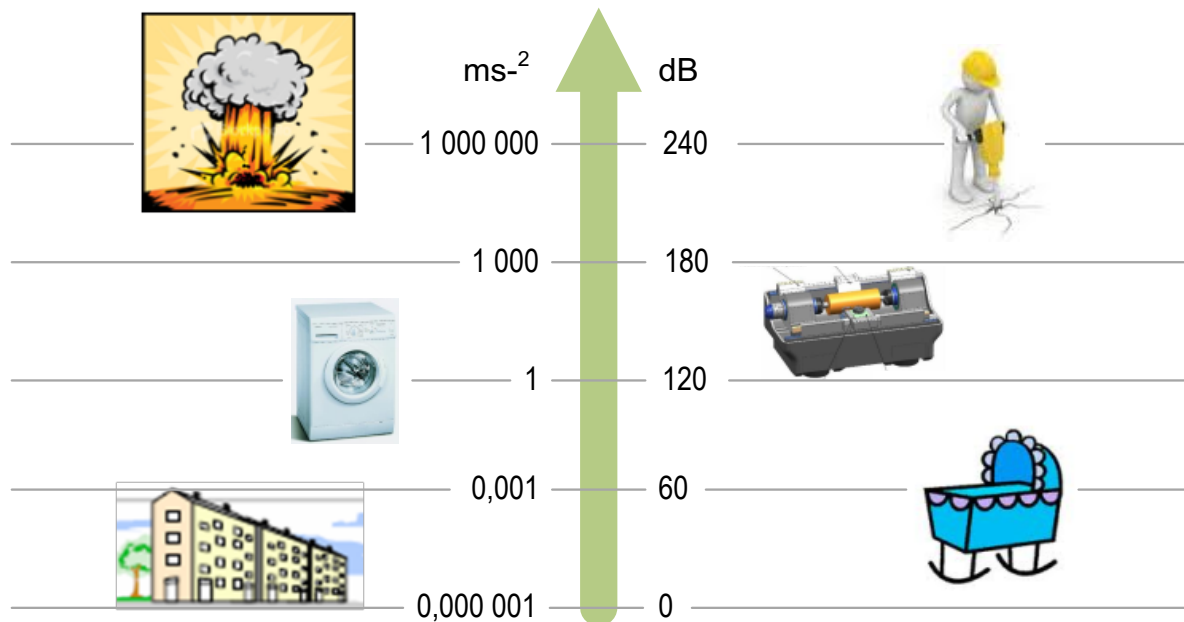
Slika 3.5 1,1 uzorak po intervalu uzorkovanja  $f_{max} = 1,1 f_{uzorkovanja}$  [13]

### 3.2.3. Amplitudne skale u analizi signala

Amplitudni zapis u vremenskom području koristi uglavnom linearnu skalu, dok se za frekventno područje amplitude prikazuje na logaritamskoj skali kako bi stalo šire frekventno područje amplituda. U praksi je čest slučaj potrebe za puno nižim frekvencijama od dominantne frekvencije i to povlači korištenje logaritamske skale. Uređaji za spektralnu analizu koriste decibelnu logaritamsku skalu (Db).

Akcelerometri ispunjeni piezoelektričnom tekućinom osjećaju amplitude vibracija u rasponu od 100000 milijuna, odnosno 220 Db. Upotrebom decibelne skale ostvaruje se puno bolja preglednost spektra. U analizi zvučnih signala referentna razina signala je  $a_{ref} = 20 \mu\text{Pa}$  i predstavlja vrijednost srednjeg ljudskog čujnog praga u iznosu od 100 Hz [14]. Prijelaz iz linearne skale u decibelnu skalu vrši se prema izrazu 3.12. [8]:

$$N(\text{dB}) = 10\log\left(\frac{a^2}{a_{ref}^2}\right) = 20\log\left(\frac{a}{a_{ref}}\right) \quad (3.12.)$$



Slika 3.6 Prikaz pojedinih vibracija na linearnoj i decibelnoj skali [14]

### 3.2.4. Pogreške digitalizacije signala

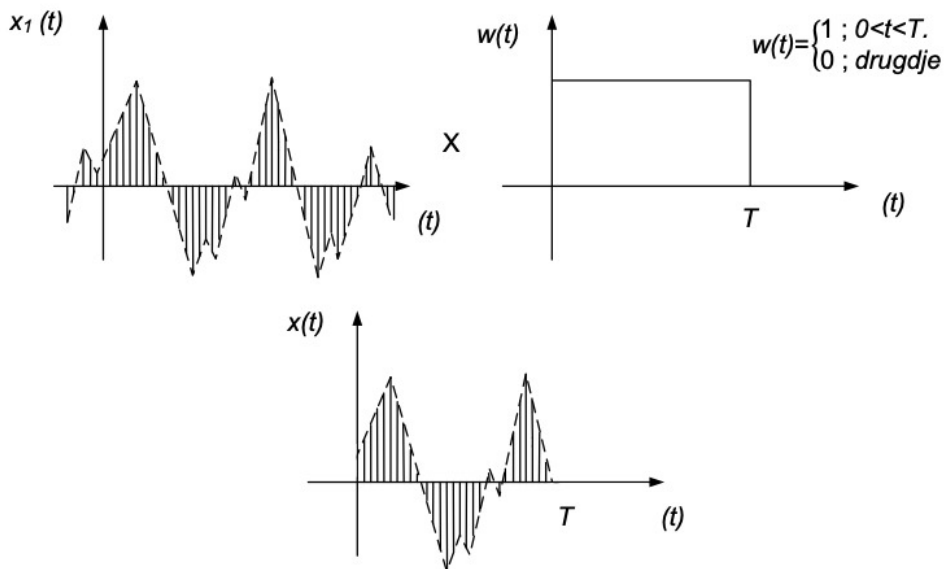
#### 3.2.4.1. Preslikavanje

Prilikom uzorkovanja fizikalnog procesa mora se paziti na frekvenciju uzorkovanja da bi se mjerena funkcija mogla precizno opisati. Frekvencija uzorkovanja određena je Nyquistovim teoremom koji je opisan u točki 3.2.2. Dakle, ukoliko frekvencija uzorkovanja nije dvostruka veća od frekvencije signala koji se mjeri dolazi do pogreške preslikavanja, a da bi se mjereni signal mogao u potpunosti opisati potrebno je koristiti i značajno višu frekvenciju uzorkovanja. Prikaz pogreške preslikavanja dan je na slikama 3.3., 3.4. i 3.5. [8].

#### 3.2.4.2. Propuštanje

Radi točnosti FFT-a potrebno je da signal koji ulazi u analizu ima cijeli broj ciklusa. Kod frekvencija koje su kompleksne može doći do ne mogućnosti registracije cijelog broja ciklusa tako da se primjenjuje prozor na ulazni signal. Prije početka FFT-a ulazni signal množi prozorska funkcija. Prozorska funkcija smanjuje ili otklanja pogrešku propuštanja [15].

Na slici 3.7. prikazana je primjena prozorske funkcije na ulazni signal  $x_1(t)$  na njega djeluje prozorska funkcija  $w(t)$  te izdvaja cjelobrojni segment ulaznog signala kao funkciju  $x(t)$  gdje je  $0 < t < T$ .



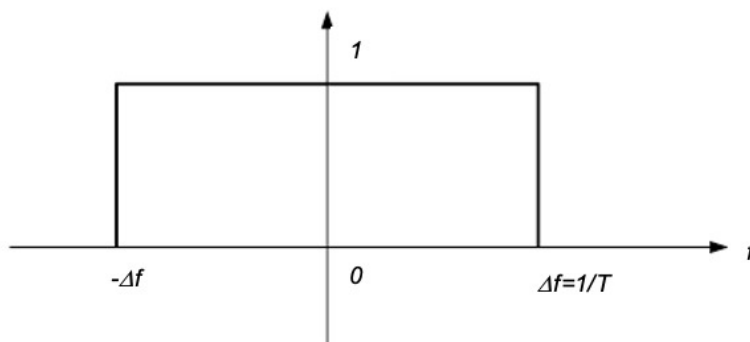
Slika 3.7. Prikaz primjene prozorske funkcije na ulazni signal [8]

Vremenski zapis  $x(t)$  je prema definiciji produkt ulaznog vremenskog signala  $x_1(t)$  i prozorske funkcije  $w(t)$ , a Fourierova transformacija od  $x(t)$  je konvolucija spektralnih funkcija odnosno preklapanje ulaznog signala i prozorske funkcije:

$$X(f) = (X_1 \cdot W)(f) = \int_{-\infty}^{\infty} X_1(\alpha)W(f - \alpha)d\alpha \quad (3.12.)$$

Propuštanje bi nestalo kada bi spektralna gustoća prozora imala sljedeći oblik:

$$W(f) = \begin{cases} 1 & ; |f| \leq \Delta f \\ 0 & ; \text{drugdje} \end{cases} \quad (3.13.)$$



Slika 3.8 Idealiziran spektar prozora [8]



Pravokutni spektar sa slike 3.8 je idealiziran, jer je funkcija prozora u vremenu ograničena na vremenski period  $T$  i ne može imati Fourierovu transformaciju ograničenu na  $(-\Delta f, \Delta f)$ . Cilj je pronaći prozorsku funkciju u vremenskom području  $w(t)$  takvu da njena spektralna gustoća najbolje aproksimira idealizirani pravokutni spektar [16].

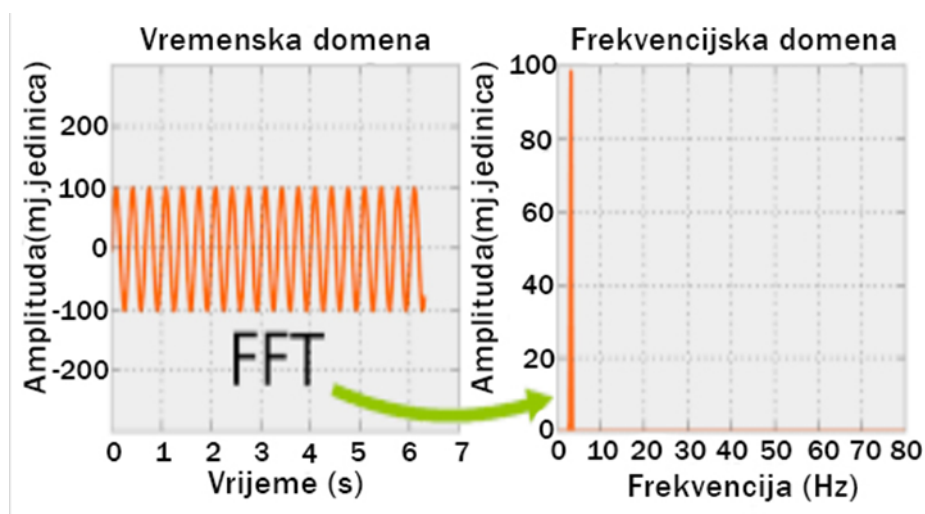
### 3.2.5. Spektralne funkcije

Spektralne funkcije su direktni rezultat FFT-a koji se provodi na vremenskoj funkciji a pogodne su za analizu spektralnih karakteristika zadanih materijala.

Postoji više spektralnih funkcija [15]:

- kompleksni spektar frekvencija
- spektralne gustoće snage
  - funkcija autospektralne gustoće snage
  - funkcija međuspektralne gustoće snage
- frekventni odgovor
- koherencija

Kompleksni spektar frekvencija je direktan rezultat FFT-a, a predstavlja osnovni oblik spektralne funkcije [17]. Posjeduje realnu i imaginarnu komponentu kojima se određuje dio magnitudnog i faznog spektra.



Slika 3.9 Prikaz primjene FFT-a na ulazni signal [17]

Spektralna gustoća snage je snaga energije kao funkcija frekvencije, ona pokazuje količinu jakih i slabih frekvencija kod određivanja energetskog doprinosa pojedine frekvencije na ukupni sustav pri mehaničkim mjerenjima. Uz to predstavlja opis varijacije snage signala u

odnosu na frekvenciju. Iznos gustoće spektralne snage je amplituda neke frekvencije, a energija te frekvencije se dobiva integriranjem funkcije spektralne gustoće po frekvencijskoj domeni [17]:

Izraz za autospektralnu gustoću snage:

$$G_{xx}(f) = X(f)X^*(f) = |X(f)|^2 \quad (3.14.)$$

$G_{xx}(f)$  predstavlja autospektralnu gustoću dok je  $X^*(f)$  konjugirano kompleksna funkcija funkcije kompleksnog spektra  $X(f)$ .

Izrazi međuspektralne gustoće snage:

$$G_{xy}(f) = X(f)Y^*(f) \quad (3.15.)$$

$$G_{yx}(f) = Y(f)X^*(f) \quad (3.16.)$$

$G_{xx}(f)$  i  $G_{yx}(f)$  su kompleksne funkcije međuspektralnih gustoća, a  $X(f)$  i  $Y(f)$  su Fourierove transformacije signala  $x(t)$  i  $y(t)$ .

Frekventni odgovor  $H(f)$  opisuje odnos ulaznih i izlaznih signala, također opisuje snagu i fazu odgovora po jedinici sinusne pobude. Kao i kod mjerenja odgovora linearnih sustava u frekventnom području. Mjerenje prijenosne funkcije osnovno je mjerenje kojim određujemo svojstvene dinamičke parametre konstrukcije. Opisuje ulazno-izlaznu vezu dvije točke sustava kao funkciju frekvencije. Prijenosne funkcije određuju se iz spektralnih, autospektralnih i međuspektralnih funkcija [12]:

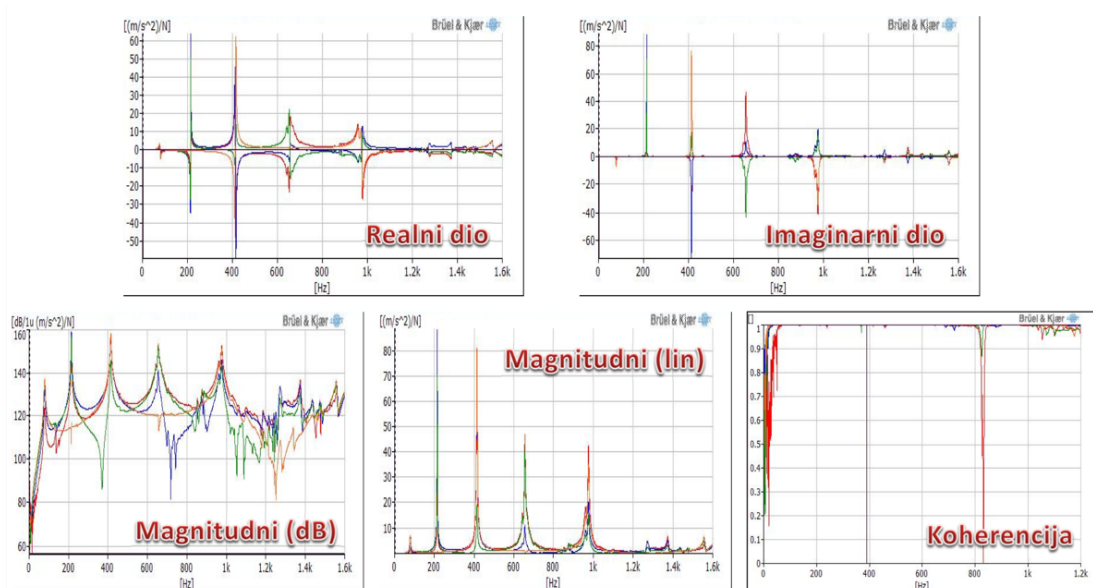
$$H(f) = \frac{Y(f)}{X(f)} \quad (3.17.)$$

$$|H(f)|^2 = \frac{G_{yy}(f)}{G_{xx}(f)} \quad (3.18.)$$

$$H_1(f) = \frac{G_{yx}(f)}{G_{xx}(f)} \quad (3.19.)$$

$$H_2(f) = \frac{G_{yy}(f)}{G_{xy}(f)} \quad (3.20.)$$

Ako nema šuma na ulaznim vremenskim signalima  $x(t)$  i  $y(t)$  tada su  $H_1(t)$  i  $H_2(t)$  jednaki. Autospektralna gustoća snage određuje magnitudni dio prijenosne funkcije, jer ne nosi informacije o fazi. Zato se koriste međuspektralne funkcije kojima su određeni magnitudni i fazni dio prijenosne funkcije.



Slika 3.10 Spektralne funkcije [17]

Koherencija je parametar koji jasno prikazuje snagu izlaznog spektra koji je pobuđen ulaznim signalom. Iz koherencije se vidi koliki je udio izlaznog signala uvjetovan vanjskom pobudom. Vanjske pobude mogu biti slučajne ili namjerno izazvane, stoga daju i različite izlazne signale. Veličina koherencije iskazuje se u domeni  $[0,1]$ , odnosno ako je vrijednost koherencije 0 to znači da vanjski izlazni signal uopće nije pobuđen ulaznim signalom, a kada iznosi 1 znači da u potpunosti izlaz ovisi o ulazu.

### 3.3. Klasična eksperimentalna modalna analiza

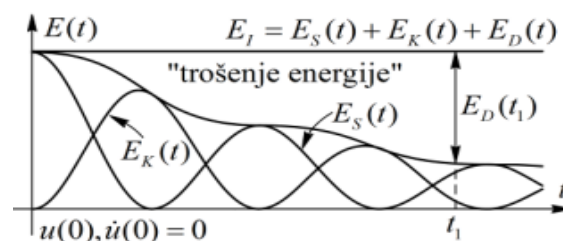
#### 3.3.1. Uvod

Dinamički odgovor konstrukcije u diskretnom frekventnom području prikazuje se nizom oblika istitravanja, odnosno ukupni odgovor je zbroj svih pojedinih odgovora. Modalna frekvencija, modalno prigušenje i modalni oblik predstavljaju modalne parametre kojima su predstavljeni modovi vibriranja. Klasična eksperimentalna modalna analiza koristi se za određivanje  $H(f)$  koja je opisana preko mjerenja ulaznih funkcija pobude i izlaznih funkcija odgovora, iz čega određujemo modalne parametre. Modalni oblik je režim gibanja sustava pri odgovarajućoj

modalnoj frekvenciji koja odgovara pojedinom obliku izdvojenom od niza ostalih. EMA se primjenjuje u kontroliranim uvjetima i na sustavima kod kojih se može provesti mjerenje na više različitih pozicija što je uvjet provedbe ispitivanja [18].

Glavni modalni parametar je modalna ili vlastita frekvencija sustava koja je direktno povezana sa osnovnim periodom istitravanja nekog sustava. On predstavlja vrijeme koje je potrebno da se pobuđeni sustav vrati ili prođe kroz ravnotežni položaj. Važnost osnovnog perioda uz sebe veže gibanje tijela u kojem se realiziraju najveći pomaci konstrukcije (oko 95%), a određivanje ostalih oblika je bitno jer su stvarni pomaci kombinacija svih oblika vibriranja [18].

Modalno prigušenje je modalni parametar koji daje informaciji u mjeri disperzije energije prilikom gibanja pobuđenog vanjskom pobudom. Prema zakonu o očuvanju energije sva energija koju unesemo u sustav mora se pretvoriti u neki drugi oblik energije, a to mogu biti kinetička energija konstrukcije, mehanički rad ili potencijalna energija kojima se otvaraju pukotine, toplinska energija itd. Na slici 3.11 dan je prikaz ukupne sume energija za neki proizvoljni sustav koja ovisi od  $E_S$  (potencijalna),  $E_K$  (kinetička),  $E_D$  (prigušenje) i njihovu promjenu kroz vrijeme [18].

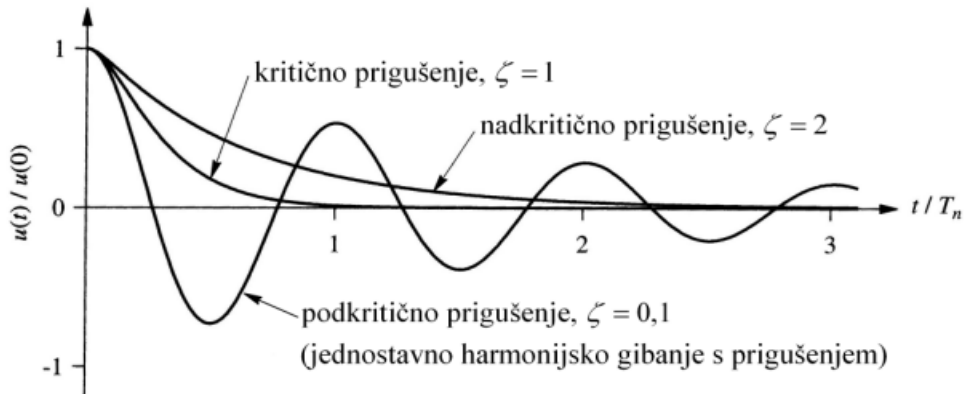


Slika 3.11 Trošenje energije prigušenjem [18]

Na prigušenje utječe mnogo parametara iz okoline, tako na primjer otpor zraka koji je referentni otpor kod gibanja konstrukcija u građevinarstvu ovisi o temperaturi vlazi te ostalim parametrima koji određuju gustoću zraka. Radi jednostavnijeg proračuna uzima se viskozno prigušenje, odnosno smatra se da je proporcionalno brzini [8]. Koeficijent viskoznog prigušenja  $c$  bira se tako da se obuhvate svi mehanizmi prigušenja koji uzrokuju trošenje energije u elastičnome području. Zato se model prigušenja i naziva ekvivalentno viskozno prigušenje. Ono se ne može odrediti iz dimenzija konstrukcije (kao krutost i masa), već se određuje pokusima iz slobodnog ili prisilnog titranja [18].

Na slici 3.12. prikazana su tri slučaja prigušenog gibanja:

- $\zeta = 1$ , (kritično prigušenje): vraćanje u položaj ravnoteže bez titranja;
- $\zeta > 1$ , (nadkritično prigušenje): isto, ali sporije (manjim prirastima) i
- $\zeta < 1$ , (podkritično prigušenje): titranje sve manjim amplitudama



Slika 3.12 Slobodno titranje sustava s podkritičnim, kritičnim i nadkritičnim prigušenjem [18]

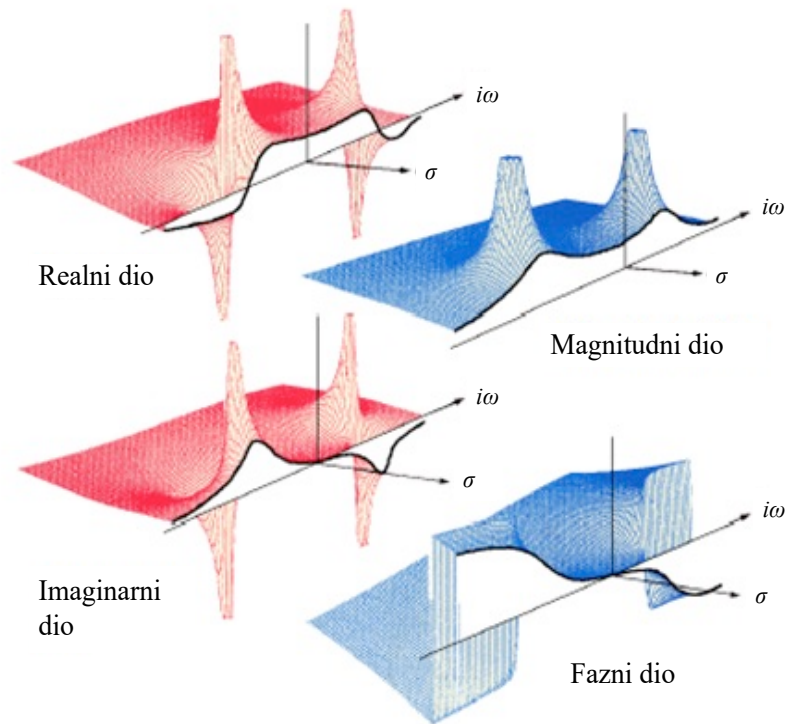
Kritični koeficijent prigušenja predstavlja najmanji iznos viskoznog prigušenja uz koji ne dolazi do titranja. On je granica oscilatornog ili ne oscilatornog gibanja. U građevinarstvu je prirodno prigušenje malo pa se koristi slabo, takozvano podkritično prigušenje. Primjerice, prirodno prigušenje za čelik iznosi oko 2%, dok za beton oko 5% [18].

### 3.3.2. Funkcija frekventnog odgovora (FRF – Frequency Response Function)

Funkcija frekventnog odgovora sadržana je u frekventnom području a sastoji se od faznog i magnitudnog spektra koje nose realni i imaginarni dio prijenosne funkcije. Na slici 3.13 prikazan je rastav prijenosne funkcije na realni i imaginarni dio. Ona je definirana presjekom FRF duž osi  $\omega_i$ .

Određivanje modalnih parametra vrši se direktnim mjerenjima u jednoj ili više točaka unosa pobude te određenog broja stupnjeva slobode koji predstavljaju mjerne točke sa smjerom unaprijed definiranim za konstrukciju. Modalna frekvencija se izražava preko bilo kojeg para stupnjeva slobode osim iz onih koji predstavljaju nultočke modalnih oblika.

Za pojedini modalni oblik potrebno je provesti mjerenja na dovoljnom broju mjernih točaka. Broj mjerenih stupnjeva slobode određuje se prema samoj svrsi ispitivanja koje se provodi, geometriji ispitivane konstrukcije i broju oblika titranja u frekventnom području od interesa.



Slika 3.13 Realni, imaginarni, magnitudni i fazni dio prijenosne funkcije [12]

- ako je mjerena varijabla odgovora konstrukcije pomak, dobije se oblik popustljivosti frekventnog odgovora koji daje kompleksni odnos pomaka i sile
- ako je mjerena varijabla odgovora konstrukcije brzina, dobije se oblik pokretljivosti frekventnog odgovora koji daje kompleksni odnos brzine i sile
- ako je mjerena varijabla odgovora konstrukcije ubrzanje, dobije se oblik inertnosti frekventnog odgovora koji daje kompleksni odnos ubrzanja i sile [12].

Navedeni slučajevi koji predstavljaju odgovore u smislu pomaka, brzine i ubrzanja, međusobno su povezani deriviranjem ili integriranjem po vremenskoj domeni odnosno dijeljenjem ili množenjem sa  $\omega_i$ .

Postoje četiri osnovna ispitivanja [8]:

- jedan ulaz/jedan izlaz – SISO (single input/single output)
- jedan ulaz/više izlaza – SIMO (single input/multiple output)
- više ulaza/jedan izlaz – MISO (multiple input/single output)
- više ulaza/više izlaza – MIMO (multiple input/multiple output).



Slika 3.14 Prikaz osnovnih mogućnosti ispitivanja [8]

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} & \dots & H_{1m} \\ H_{21} & H_{22} & H_{23} & \dots & H_{2m} \\ H_{31} & H_{32} & H_{33} & \dots & H_{3m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{n1} & H_{n2} & H_{n3} & \dots & H_{nm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ \vdots \\ F_m \end{bmatrix} \quad (3.21.)$$

### 3.3.3. Određivanje funkcije frekventnog odgovora za slučaj jednog ulaznog signala

Za određivanje FRF-a provodi se  $N_{0s}$  osrednjavanja kako bi se minimizirao šum. Osrednjavanja se provode na funkcijama autospektralnih i međuspektralnih gustoća snage [19].

Autospektralne gustoće snage odgovora  $X$  na mjestu  $i$  te pobude  $F$  na mjestu  $j$ :

$$G_{XX_{ii}} = \sum_1^{N_{0s}} X_i X_i^* \quad \text{i} \quad G_{FF_{jj}} = \sum_1^{N_{0s}} F_j F_j^* \quad (3.22.)$$

Međuspektralne gustoće snage

$$G_{XF_{ij}} = \sum_1^{N_{0s}} X_i F_j^* \quad \text{i} \quad G_{FX_{ji}} = \sum_1^{N_{0s}} F_j X_i^* \quad (3.23.)$$

gdje su  $X^*$  i  $F^*$  konjugirano kompleksne funkcije od  $X(t)$  i  $F(t)$  [19].

Algoritam  $H_i$  je najčešće korištena formulacija funkcije frekventnog odgovora jer on minimizira utjecaj šuma na izlazu [19]:

$$H_{ij} = \frac{G_{XF_{ij}}}{G_{FF_{jj}}} \quad (3.24.)$$

Algoritam  $H_2$  je problematičan jer autospektralna gustoća snage može biti 0 pri određenim frekvencijama, također on minimizira utjecaj šuma na ulazu [19]:

$$H_{ij} = \frac{GXX_{ii}}{GFX_{ji}} \quad (3.25.)$$

Iz međuspektralnih i autospektralnih gustoća snage određuje se i funkcija koherencije (obična koherencija). Funkcija koherencije određena je sljedećim izrazom [19]:

$$COH_{ij} = \gamma_{ij}^2 = \frac{|GXF_{ij}|^2}{GFF_{jj}GXX_{ii}} = \frac{GXF_{ij}GFX_{ji}}{GFF_{jj}GXX_{ii}} \quad (3.26.)$$

### 3.3.4. Određivanje funkcije frekventnog odgovora za slučaj više ulaznih signala

Određivanje funkcije frekventnog odgovora uz korištenje više kontroliranih pobuda daje određene prednosti. Jedna od glavnih prednosti je povećanje točnosti kod određivanja FRF-a. Kada se koristi jedna pobuda može doći do velikih odstupanja amplituda na različitim lokacijama pri vibracijama zbog rasipanja energije pobude unutar konstrukcije. Također to rasipanje energije može biti uzrokovano raznim strukturalnim i geometrijskim nelinearnostima.

Za razliku od mjerenja sa jednom pobudom kada se svaki stupac matrice frekventnog odgovora određuje zasebno moguće je određivanje svih stupaca matrice odjednom što skraćuje vrijeme ispitivanja. Time se izbjegavaju moguće pogreške od nelinearnosti ili nekih parametara koji ovisno o vremenu mogu utjecati na dinamičke parametre [8].

U ovom slučaju za određivanje funkcije frekventnog odgovora koriste se funkcije autospektralnih i međuspektralnih gustoća snaga i moramo odrediti:

- matricu međuspektralnih gustoća snaga ulaznih funkcija
- matricu međuspektralnih gustoća snaga izlaznih funkcija
- matricu međuspektralnih gustoća snaga ulaznih i izlaznih funkcija

Matrica spektralnih gustoća snage pobuda:

$$G_{FF} = FF^H = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \vdots \\ F_m \end{Bmatrix} \{F_1^* \quad F_2^* \quad \dots \quad F_m^*\} = \begin{bmatrix} GFF_{11} & \dots & GFF_{1m} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ GFF_{m1} & \dots & GFF_{mm} \end{bmatrix} \quad (3.27.)$$



Matrica međuspektralnih gustoća snage pobude i odgovora:

$$G_{XF} = XF^H = \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{Bmatrix} \{F_1^* \quad F_2^* \quad \dots \quad F_m^*\} = \begin{bmatrix} GXF_{11} & \dots & GXF_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ GXF_{n1} & \dots & GXF_{nm} \end{bmatrix} \quad (3.28.)$$

Matrice  $G_{XX}$  i  $G_{FX}$  određuju se na sličan način. Kada se definiraju sve potrebne matrice mogu se definirati algoritmi  $H_1$  i  $H_2$ .

Algoritam  $H_1$  određen je izrazom:

$$H = G_{XF}G_{FF}^{-1} \quad (3.29.)$$

Algoritam  $H_2$  određen je izrazom:

$$H = G_{XX}G_{FX}^{-1} \quad (3.30.)$$

Višestruka koherencija je definirana kao koeficijent korelacije koji opisuje linearni odnos između pojedinog mjerenog odgovora i svih mjerenih pobuda i može se odrediti za sve odgovore. Koristi se za određivanje doprinosa mjernog šuma, nelinearnosti i ostalih nepoznatih utjecaja na mjerenje [6].

$$MCOH_i = \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^m \frac{H_{ij}G_{F_jF_k}H_{ik}^*}{G_{X_iX_i}} \quad (3.31.)$$

gdje su:

$H_{ij}$  - funkcija frekventnog odgovora za odgovor  $i$  i pobudu  $j$

$H_{ik}$  - funkcija frekventnog odgovora za odgovor  $i$  i pobudu  $k$

$G_{F_jF_k}$  - funkcije spektralne gustoće snage između odgovora  $j$  i odgovora  $k$

### 3.3.5. Određivanje dinamičkih parametara

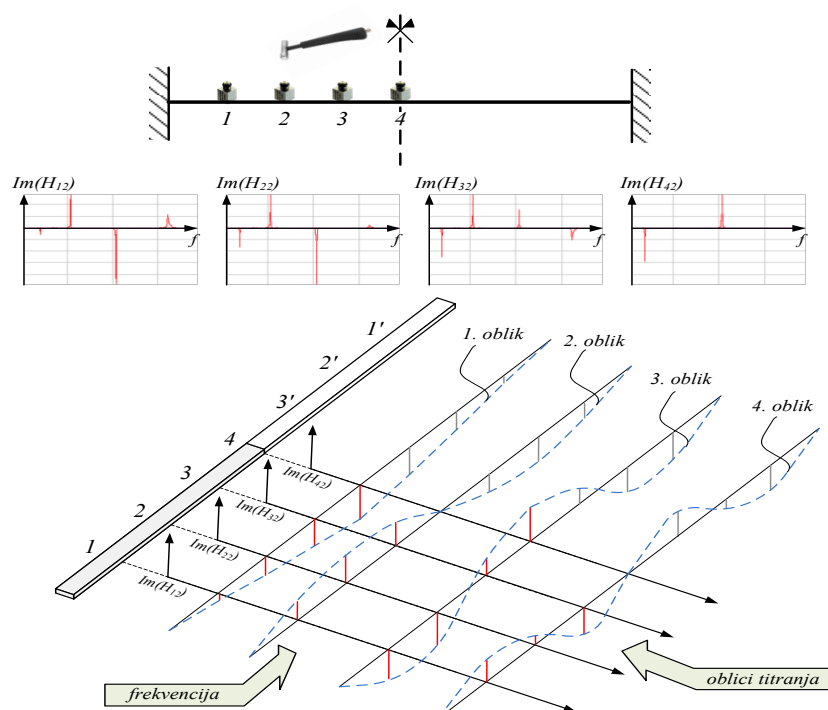
Redak ili stupac matrice frekventnog odgovora dovoljan je za određivanje već navedenih modalnih parametara. Modalni parametri su zajedničko svojstvo konstrukcije tako da mjerenja u različitim točkama mogu omogućiti statističku obradu i povećanje točnosti rezultata [8].

#### 3.3.5.1. Metoda jednostrukog oblika

Ova metoda se najviše primjenjuje i uglavnom koristi za jednostavnije lagano prigušene sustave sa rezonantnim frekvencijama. Radi jednostavnosti mnoga dinamička se ispitivanja baziraju upravo na ovakvim sustavima. Kao primjer, na slici 3.15 obostrano upeta greda sa četiri dinamička stupnja slobode koji svaki predstavlja smjer ubrzanja za danu pobudu [8].

- Vlastita frekvencija

Greda je pobuđena u točki dva pa iz dobivenih odgovora imaginarnog spektra ulaze samo točke maksimuma za pojedinu poziciju te se njihovim spajanjem dobiva izgled modalnog oblika za pola grede pošto mjerimo jednu polovicu. Amplituda je proporcionalna modalnim pomacima na mjestu mjerenja ubrzanja i na mjestu nanošenja pobude, a predznak je pozitivan ako je pomak u fazi s pobudom. Radi uvjeta simetrije te istih karakteristika i rubnih uvjeta oba dijela grede lako se dobije modalni oblik za cijelu gredu. Modalna se frekvencija dobiva iz bilo kojeg izmjerenog moda. Određuje se iz točke infleksije realnog dijela ili iz točke minimuma ili maksimuma imaginarnog dijela [8].



Slika 3.15 Određivanje modalnih oblika [8]

- Koeficijent prigušenja

Određuje se iz realnog dijela funkcije frekventnog odgovora preko procjene oštine rezonantnog vrha pomoću metode pojasa pola snage za koju moraju biti zadovoljeni ovi uvjeti:

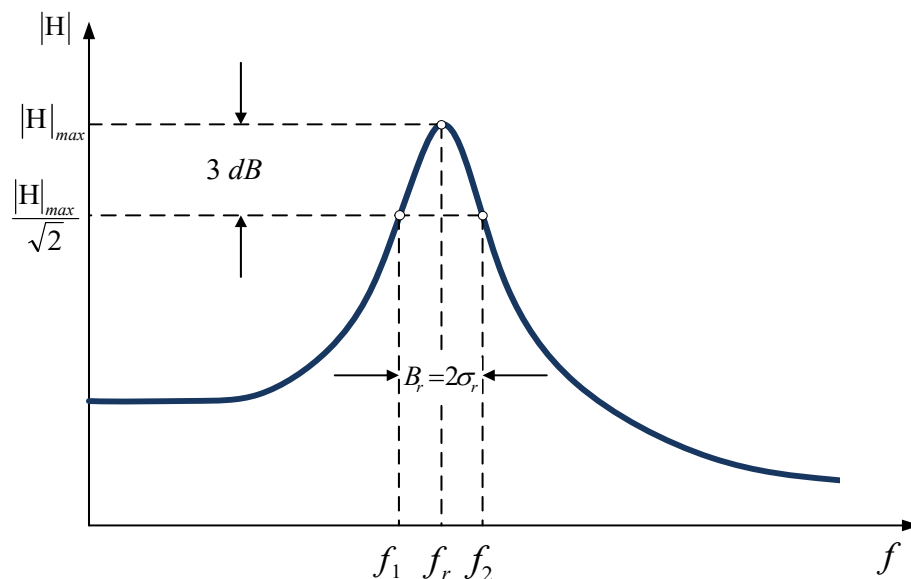
- primjenjuje se samo za konstrukcije čiji su koeficijenti prigušenja ( $\xi$ ) manji od 0,05
- frekventna rezolucija zapisa mora biti najmanje pet puta manja od širine pojasa pola snage
- promatrani mod se ne smije preklapati sa susjednim prema uvjetu:

$$(f_r - f_{r-1}) > 4(\sigma_r - \sigma_{r-1}) \quad (3.32.)$$

Ako su zadovoljeni gore navedeni uvjeti koeficijent prigušenja za oblik titranja  $r$  se određuje prema izrazu:

$$\xi_r = \frac{B_r}{2f_r} = \frac{f_2 - f_1}{f_1 + f_2} \quad (3.33.)$$

Frekvencije  $f_1$  i  $f_2$  se određuju na način da se u maksimalnoj magnitudi proglašuje rezonantni vrh od kojeg se spustimo za vrijednost od 3 dB ako se koristi decibelna skala odnosno za kvocijent rezonantnog vrha i krijena iz dva.

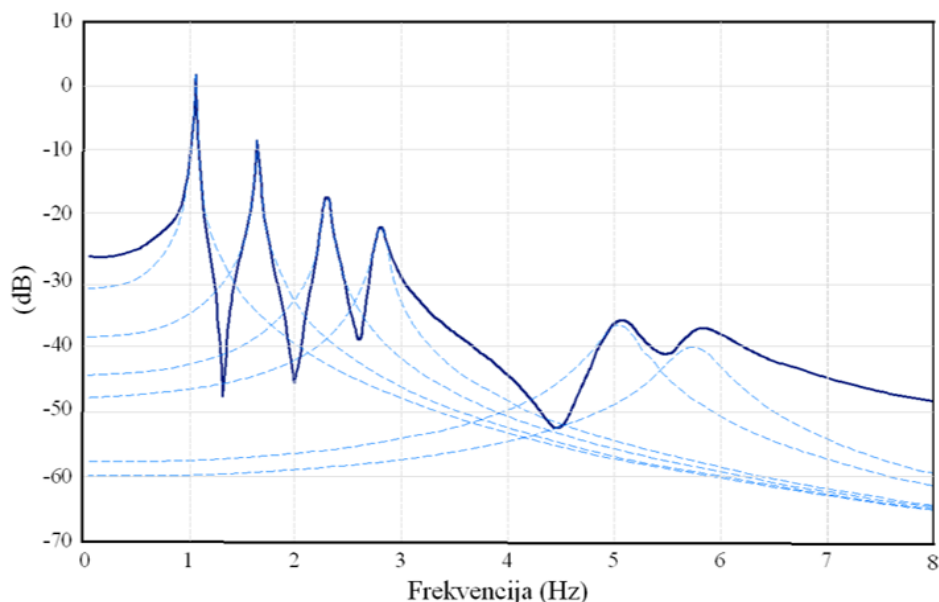


Slika 3.16 Određivanje koeficijenta prigušenja iz pojasa pola snage magnitudnog dijela spektra [8]

### 3.3.5.2. Metoda višestrukih oblika

Slučaj kada su vlastite frekvencije susjednih oblika jako bliske po vrijednosti ili kada postoje sustavi sa značajnijim prigušenjima koristi se ova metoda. Korištenjem metode višestrukih

oblika funkcija frekventnog odgovora poprima matični oblik te se za doprinos svakog oblika za cijeli sustav većinom određuje numeričkim metodama. Na slici 3.17 su šest različitih oblika koji su dio većeg sustava te svaki oblik utječe na izgled konačnog zajedničkog oblika. Spajanjem vrhova odnosno maksimalnih iznosa decibelne skale za određenu frekvenciju dobiva se izgled globalnog modalnog oblika za taj sustav.



Slika 3.17 Superponirani modalni oblik [8]

### 3.4. Operacionalna modalna analiza

#### 3.4.1. Uvod

Operaciona modalna analiza se prvi puta spominje krajem prošlog stoljeća i od tada se duboko integrirala u građevinarstvu.

OMA je modalna analiza u kojoj se ne mjere funkcije pobude već samo odgovori konstrukcije koji mogu biti uzrokovani raznim vanjskim djelovanjima koji pobuđuju konstrukcije na mikro oscilacije koje su prisutne u svakodnevici bez nekih determinističkih pobuda, odnosno imaju stohastički karakter. Radi mogućnosti potrebe mjerenja malih oscilacija potrebni su jako precizni uređaji za mjerenje. Spektar frekvencija koji se bilježi nalikuje na spektar bijelog šuma, drugim riječima radi se o vrlo širokom spektru frekvencija [6].

Već navedene mikro pobude mogu biti vjetar, promet, instalacije itd. na što konstrukcija reagira njihanjem oko ravnotežnog položaja. Takve pobude kod provedbe OME ne predstavljaju nikakve smetnje jer je poželjno da se konstrukcija pobudi u što širem spektru, ali zato kod eksperimentalne modalne analize (EMA) stohastički karakter tih mikro pobuda

uzrokuje smetnje odnosno šum koji ometa ulazni signal koji predstavlja kontroliranu pobudu na konstrukciju. Stoga se uklanjaju sve potencijalne smetnje prilikom mjerenja [6].

Dioba OME se zasniva na mjerenjima u frekventnom ili u vremenskom području. Frekventne metode su bazirane na dekompoziciji funkcija odgovora konstrukcije u frekventnom području (FDD - Frequency Domain Decomposition), a metode razvijene u vremenskom području baziraju se na metodama stohastičke identifikacije potprostora (SSI – Stochastic Subspace Identification) [6].

### 3.4.2. Dekompozicija frekventnog područja (FDD – Frequency Domain Decomposition)

FDD je postupak kojim se složeniji višestupanjski sustavi reduciraju na jednostavne jednostupanjske koje posjeduju vlastite oblike titranja. Postupak se temelji na dekompoziciji na singularne vrijednosti (SVD - Singular Value Decomposition) matrice autospektralnih gustoća snage odgovora konstrukcije. Nužne pretpostavke su [6]:

- funkcija pobude odgovara bijelom šumu
- prigušenja su mala i modalni oblici su geometrijski ortogonalni
- singularne vrijednosti predstavljaju autospektralne gustoće jednostupanjskog sustava
- singularni vektori predstavljaju modalne oblike

U prvom koraku određivanjem matrice spektralnih gustoća snaga odgovora konstrukcije ( $G_{XX}$ ) Drugi korak je dekompozicija na singularne vrijednosti matrice spektralnih gustoća snaga, pri diskretnim frekvencijama  $\omega = \omega_i$ , pri čemu je rezultat dan izrazom (3.34.) [17].

$$G_{XX}(\omega_i) = U_i S_i U_i^H \quad (3.34.)$$

Pri pojedinoj diskretnoj frekvenciji  $i$  rezultat dekompozicije matrice spektralnih gustoća snaga su unitarna matrica  $U_i$  i dijagonalna matrica  $S_i$ . Unitarna matrica  $U_i = [u_{i1}, u_{i2}, \dots, u_{in}]$  sadrži singularne vektore, dok dijagonalna matrica sadrži singularne vrijednosti. U blizini vrha funkcije autospektralne gustoće snage koji odgovara  $r$ -tom modu prvi singularni vektor  $u_i$  predstavlja modalni oblik pri toj frekvenciji. Odgovarajuća singularna vrijednost je autospektralna gustoća snage jednostupanjskog sustava pri toj frekvenciji [17].

Prednost ove metode je brzo i efikasno određivanje oblika titranja i frekvencija, ali nedostatak se krije u tome što se ne može odrediti modalno prigušenje radi toga što se samo jedna diskretna frekvencija veže uz pojedini oblik osciliranja [6].

### 3.4.3. Poboljšana FFD metoda (EFDD – Enhanced Frequency Domain Decomposition)

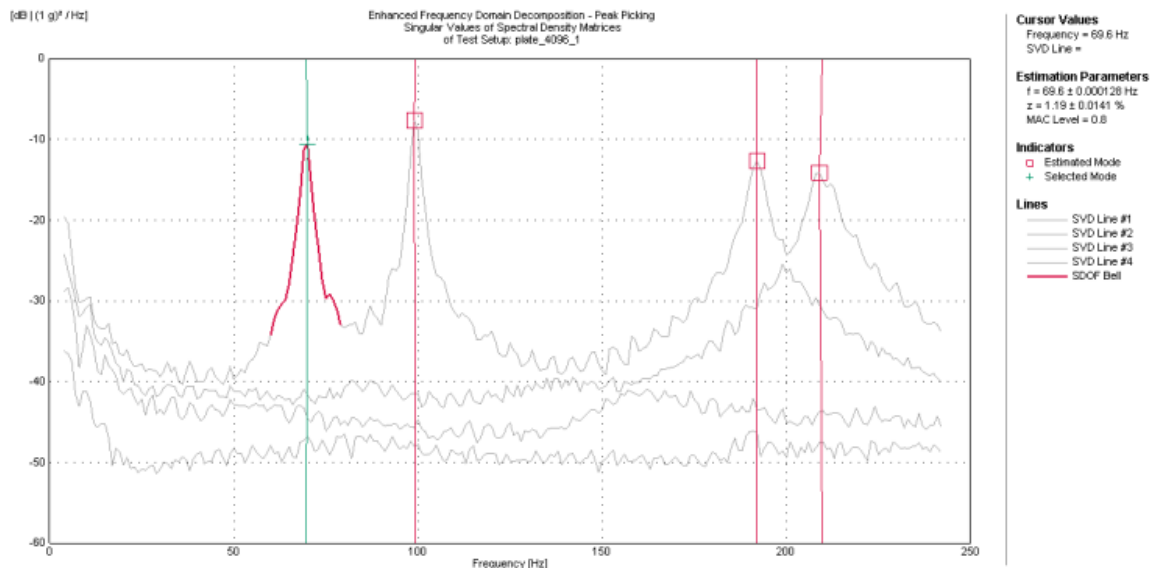
Poboljšana metoda dekompozicije frekventnog područja EFDD koristi singularni vektor iz osnovne metode FDD koji predstavljaju modalne oblike te ih pomoću MAC faktora prikazanog izrazom 3.35 vrši usporedbu sa susjednim singularnim vektorima. Ta funkcija jednostupanjskog sustava se ponekad naziva i „spektralno zvono”. Na taj se način utvrđuje u kojoj doprinos pojedinog oblika pri diskretnim frekvencijama oko vrha funkcije  $\varphi_i$  oblikom odgovara referentnom modalnom obliku  $\varphi_r$  određenom za sam vrh funkcije spektralne gustoće snage [20]. Potrebno je naglasiti da EFDD koristi metodu vremenske domene [19].

$$MAC = \frac{|\varphi_r^T \varphi_i|^2}{\{\varphi_r^T \varphi_r\} \{\varphi_i^T \varphi_i\}} \quad (3.35.)$$

EFDD metodom za jednostupanjske sustave određujemo gustoću spektralne funkcije u blizini rezonantnog vrha inverznom Diskretnom Fourierovom Transformacijom (IDFT). Ovim postupkom procjenjuje se funkcija korelacije [20].

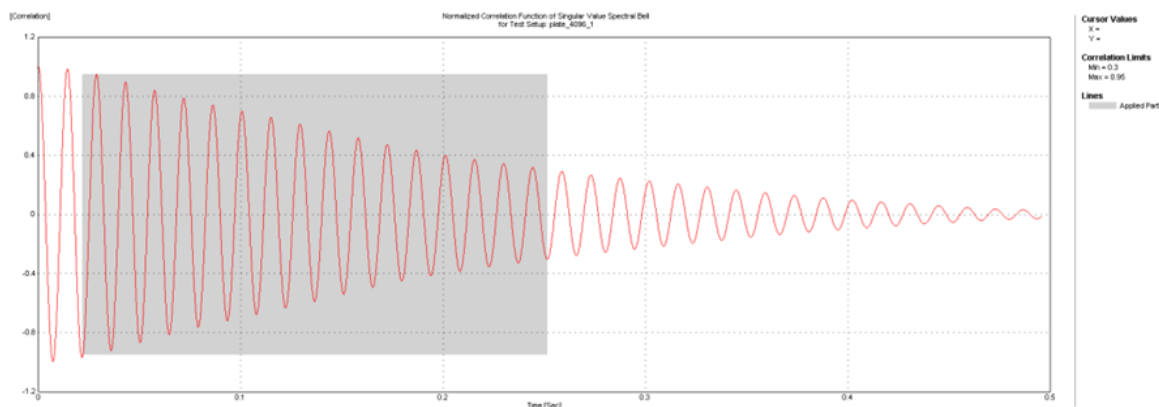
$$\varphi_i^T M \varphi_j = \begin{cases} 0 & \text{za } i \neq j \\ M_r & \text{za } i = j \end{cases} \quad (3.36.)$$

Izraz 3.36. predstavlja linearnu ovisnost dvaju singularnih vektora  $\varphi_i$  i  $\varphi_j$  kojima su predstavljeni mod M i mod  $M_r$  tako da ako se oblici titranja podudaraju dobiva se iznos 1, ali ako su oni ortogonalni odnosno potpuno linearno neovisni dobiva se 0. Prilikom analize se teži što većoj podudarnosti oblika te se primjenjuje faktor odbacivanja koji će iznositi neki određeni MAC za kojeg se prihvaća ili odbacuje oblik titranja kao rezultat usporedbe [20].



Slika 3.18 Prikaz EFDD [20]

Slika 3.18 prikazuje crvenom linijom označen rezonantni vrh odnosno spektralno zvono koji se inverznom FFT-om vraća u vremensku domenu i tako se određuje normalizirana funkcija korelacije koja predstavlja istitavanje jednostupanjskog prigušenog sustava prikazanog na slici 3.19. iz kojeg se određuje koeficijent prigušenja.

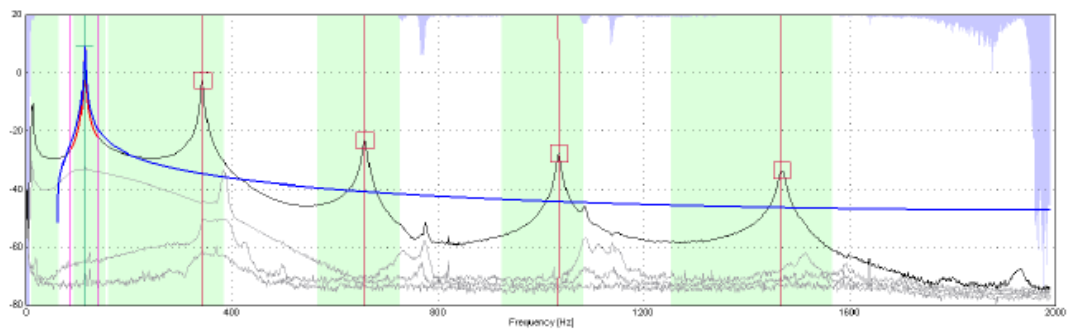


Slika 3.19 Prikaz normalizirane funkcije korelacije [20]

### 3.4.4. CFDD metoda izjednačavanja krivulja

Metoda izjednačavanja krivulja (CFDD) je FFD metoda koja je zapravo nadogradnja EFDD metode koja, kao i EFDD, obuhvaća određivanje svih modalnih parametara. Modalni parametri koji se određuju, temeljeni su na EFDD metodi i određivanju funkcija spektralne gustoće snage jednostupanjskih sustava. Razlika između EFDD i CFDD metoda je ta što CFDD koristi izjednačavanje krivulja jednostupanjskih sustava u frekventnom području pri određivanju modalnih parametara. Prednosti ove metode u odnosu na EFDD su u prisutnosti

determinističkih signala pri mjerenju ili pojava nečistih rezultata dekompozicije na singularne vrijednosti kad su zapisi prikupljeni u kratkom vremenskom periodu [17].



Slika 3.20 Normalizirana funkcija korelacije [17]



## 4. Mjerenje ambijentalnih vibracija zgrade

### 4.1. Vibracije

Vibracije su pojave koje imaju dinamičke karakteristike, a mogu se opisati kao kretanje oko ravnotežnog položaja u smjeru naprijed – nazad. Unutar struktura pohranjuje se energija kao posljedica djelovanja sila. Prijenosom ili pohranjivanjem te energije nastaju vibracije. Često nastaju radi djelovanja koja su inače korisna, te ih je jako teško kontrolirati. Vibracije se promatraju u vremenskoj domeni koja se može opisati kao promjena amplitude vibracije u vremenu. Osim u vremenskoj, vibracije se mogu promatrati i u frekvencijskoj domeni gdje su opisane svojim frekvencijskim spektrom. Prijenos iz jedne u drugu domenu moguće je ostvariti matematički pomoću Fourierove transformacije koja je opisana u trećem poglavlju [21].

Nekontrolirane vibracije stvaraju buku, te mogu uzrokovati razne kvarove i mehanička naprezanja, te su iz tih razloga pojava koja nije poželjna. Poznavati izvor i intenzitet vibracija vrlo je korisno, a za mjerenje istih postoji četiri područja:

#### 1. Ispitivanje vibracija

Ova metoda ključna je u inženjerskom projektiranju. Ispituje se kako se konstrukcija, stroj ili neki njihov element ponaša u okolišu određenih vibracija, za koje se pretpostavlja da im mogu biti izloženi tijekom svog uporabnog vijeka. Objekt se izlaže vibracijama koje su inducirane pobuđivačem vibracija, te se pomoću njega razina vibracija održava konstantnom i unutar određene domene. Na objektu koji se ispituje nalazi se akcelerometar koji daje informacije o ubrzanju. Ako se na objekt stavi dodatni akcelerometar dobivaju se podaci o frekvencijskom odzivu [21].

#### 2. Praćenje stanja stroja i dijagnosticiranje kvarova

Mjeri se karakteristični spektar vibracija stroja, te se nakon nekog vremena postupak ponavlja i prati se postoje li odstupanja u spektralnom zapisu. Odstupanja su pokazatelji mogućih kvarova stroja [21].

#### 3. Strukturna analiza

Strukturna analiza je eksperimentalna metoda koja koristi izmjerene vibracije za određivanje dinamičkih parametara konstrukcije. Pomoću pretvarača sile i akcelerometra mjere se signal pobude i odziv vibracije. Oni se mjere simultano uz kombinaciju dvokanalnog analizatora i prijenosnog računala. Ovakvom opremom omogućena je vrlo visoka brzina računanja i dobivanja potrebnih informacija o vibracijama konstrukcije [21].

#### 4. Mjerenje ljudskih vibracija

Ovo područje obuhvaća mjerenje vibracije koje imaju direktan utjecaj na čovjeka. Povezane su s udobnošću i lošim utjecajem na zdravlje, a mogu potjecati od neugodnih putničkih vozila ili električnih ručnih alata [21].

#### 4.2. Vlastita frekvencija zgrade

Vibracije građevina u zadnje su vrijeme poprilično aktivno područje istraživanja. Također, u zadnje vrijeme raste potreba za određivanjem izvora vibracija i mjerenja te definiranja dinamičkog odziva konstrukcija na takve pobude[26]. Ta se istraživanja sastoje od više faza: izravno mjerenje vibracija pomoću akcelerometara, prilagodba empirijskih modela, izrada složenih numeričkih modela, te aktivna ili pasivna kontrola vibracija pomoću raznih metoda. Velik broj istraživačkih radova proučava vibracije čiji su uzroci i lokacija poznati i dobro definirani. Zbog visokog intenziteta, potresi su vjerojatno izvori vibracija koje je najlakše identificirati. Unatoč njihovom intenzitetu, potresi nisu najčešći uzrokovatelji vibracija građevine [22].

Pobude koje se najčešće javljaju kod građevinskih konstrukcija su na primjer, prometno opterećenje, ljudska pobuda, vjetar i slično. Takve ambijentalne vibracije predstavljaju pobudu širokog frekvencijskog opsega čije su karakteristike vrlo bliske bijelom šumu te imaju stohastički karakter. Za mjerenje ambijentalnih vibracija potrebno je imati preciznu opremu za analizu podataka. Oprema mora biti umjerena, kako bi davala precizne i pouzdane rezultate. Za ovakav tip mjerenja najčešće se koriste piezoelektrični akcelerometri kojima je moguće mjeriti široko područje frekvencija i veliki dinamički raspon, neovisno o vremenskoj ili frekvencijskoj domeni. Iz tog razloga moguće je pronaći odgovarajući akcelerometar za mjerenja raznih vibracija. Iz mjerenja mogu se saznati podaci o strukturi građevina te oblici titranja [23, 21].

Na konstrukcije utjecaj mogu imati i harmonične pobude koje treba uočiti i ukloniti jer njihov utjecaj može uzrokovati mjerne pogreške te tako doprinijeti krivoj interpretaciji rezultata kod određivanja dinamičkih parametara. Takve su pobude uzrokovane proizvodnim postrojenjima, ventilacijskim sustavima, turbinama, generatorima i slično [23, 22].

Vjerodostojnost modela prilikom modeliranja uvelike ovisi o ulaznim parametrima kao što su geometrija konstrukcije, mehanička svojstva materijala, rubni uvjeti itd. Za stariju građevinu, pogotovo za povijesne građevine, te karakteristike je ponekad teže odrediti. Za takve

konstrukcije često ne postoji potpuna projektna dokumentacija i dovoljno dobri nacrti za definiranje geometrije pa tako i podaci o svojstvima materijala koji su jedan od presudnih ulaznih parametara za numerički model.

Ako konstrukcija ima pukotine, takve elemente u modelu nije moguće zadati kao idealne, stoga je potrebno kalibrirati model. Za kalibraciju modela koriste se eksperimentalno dobiveni podaci. Ukoliko takvi podaci postoje, koji su izmjereni na primjer prije djelovanja potresa, mjerenje se može ponoviti, te je usporedbom rezultata moguće vidjeti je li se krutost građevine smanjila. Također, mjerenje provedeno na oštećenoj zgradi može se ponoviti nakon obnove te vidjeti njena učinkovitost. Smanjenje krutosti vidljivo je u smanjenju vlastitih frekvencija građevine [23].

Iz tih razloga puno je jednostavnije modelirati novu građevinu jer se pretpostavljaju idealna mehanička svojstva elemenata, te je dostupna kompletna projektna dokumentacija, uključujući geometriju konstrukcije.

Dinamički parametri mogu se odrediti eksperimentalno na temelju mjerenja ambijentalnih vibracija te mogu poslužiti za poboljšanje numeričkog modela kroz usporedbu s numerički određenim dinamičkim parametrima čime se u konačnici povećava pouzdanost rezultata numeričkog proračuna [23].

## 5. Eksperimentalno ispitivanje – postupak mjerenja

### 5.1. Oprema

Za potrebe ovog mjerenja od opreme korištena su četiri visokoosjetljiva akcelerometra (10 V/g), programski sustav za prikupljanje i analizu podataka Pulse proizvođača *Brüel & Kjær*, stometarski kablovi, prijenosno računalo te dvije Motorolle kao sredstvo komunikacije. Kablovi su morali biti stometarski jer su povezivali akcelerometre sa sustavom za prikupljanje podataka i računalom. Dva akcererometra postavljena su na referentnu točku te mjere ubrzanja u dva međusobno okomita smjera u horizontalnoj ravnini, ne pomiču se tijekom cijelog postupka mjerenja. Smjerovi se odabiru u odnosu na uzdužni i poprečni smjer zgrade, kako bi se dobili željeni modovi titranja. Druga dva akcelerometra sele se po svim mjernim točkama na konstrukciji kroz različite faze mjerenja, također su usmjerena u dva međusobno okomita smjera u horizontalnoj ravnini. U svakoj fazi mjerenja podaci se prikupljaju kroz približno dvije minute. Da bi mjerenje pojedine točke moglo krenuti bilo je potrebno namjestiti akcelerometre na zadano mjesto u određenom smjeru te osigurati da oko njih nema izraženih lokalnih vibracija. Tek tada osoba koja je za računalom može pokrenuti mjerenje. Zgrada je više etažna te je komunikacija bila ostvarena preko dvije Motorolle.

Oprema je prikazana na slikama 5.1., 5.2., 5.3.



Slika 5.1 Prijenosno računalo



Slika 5.2 Sustav za prikupljanje podataka



Slika 5.3 Sustav za komunikaciju (Motorola)

### 5.1.1. Akcelerometri

Kontrolirano pobuđivanje građevina vrlo je zahtjevno radi njihove robusnosti i velikih masa. Već je spomenuto da se modalni parametri određuju mjerenjem odziva konstrukcije na ambijentalne pobude koje imaju stohastički karakter sličan bijelom šumu. To znači da sile kojima je konstrukcija pobuđena ne možemo izmjeriti, ali izmjeriti možemo odgovor konstrukcije na pobudu, npr ubrzanje iz koje je moguće odrediti modalne parametre [24].

Razina ambijentalnih vibracija vrlo je niska te je za mjerenje potrebno koristiti precizne mjerne instrumente s vrlo visokom osjetljivošću – akcelerometre ili vibrometre [23].

Akcelerometar je elektromehanički pretvarač koji mjeri ubrzanje (kao posljedicu neke pobude), te taj signal koji je primio pretvara u električni signal, te su međusobno proporcionalni. Električni signal izlazni je signal i može se elektronički obraditi ili prikazati na nekom drugom prikladnom uređaju [14].

Piezoelektični akcelerometri u širokoj su primjeni kao mjerni pretvarači kada se radi o mjerenjima vibracija. Neke od glavnih karakteristika i prednosti su to što su primjenjivi u vrlo širokom frekvencijskom području, kao što imaju izvrsnu linearnost u vrlo širokim dinamičkim rasponima, signal ubrzanja koji akcelerometar primi vrlo se brzo elektronički integrira te se dobivaju podaci o pomacima, na točnost im ne utječu uvjeti okoliša, ne trebaju vanjsko napajanje, nemaju pokretnih dijelova te su izdržljivi i dugog vijeka, vrlo su kompaktni [21].

Na mjerenja akcelerometrima najviše utječu sljedeća tri parametra: umjeravanje, način pričvršćenja na konstrukciju, položaj te smjer akcelerometra. Ukoliko navedeni parametri nisu zadovoljeni na svim akcelerometrima koji se koriste pri mjerenju, ista mjerenja mogu davati različite rezultate [25].



Slika 5.4 Piezoelektrični akcelerometar [26]

### 5.1.2. Tvrтка i akcelerometri *Brüel & Kjær*

*Danska tvrtka* Brüel & Kjær prestižna je tvrtka koja je od samog svog početka pa sve do danas značajno doprinijela inovacijama i razvoju industrije u svijetu zvuka i vibracija. Vodeću ulogu imaju još od davne 1943. godine i izuma prvog piezoelektričnog akcelerometra, pa sve do 21. stoljeća kada su doprinijeli razvoju sustava analizatora za satelitske sisteme. Tvrtku su 1942. godine osnovali *Per V. Brüel* i *Viggo Kjær*, a bavili su se isključivo mjerenjima zvuka i vibracija.

Brüel je bio prodavač dok je Kjær bio znanstvenik. Unatoč kritikama prijatelja i mentora, oni su svoje zajedničke ciljeve stavili ispred financijskog prosperiteta. Vjerovali su da će doći i novci ako njihovi proizvodi budu napredni. Postavili su visoke ciljeve, a to su bili tehnološki i znanstveni napredak uz traženje novih rješenja [14].

Za mjerenje ubrzanja korišteni su akcelerometri *Brüel & Kjær 8340* i *PCB Piezotronics 393B31* osjetljivosti 10000 mV/g, te analizator *Brüel & Kjær 3560C* s računalnim programom *Brüel & Kjær PULSE*.

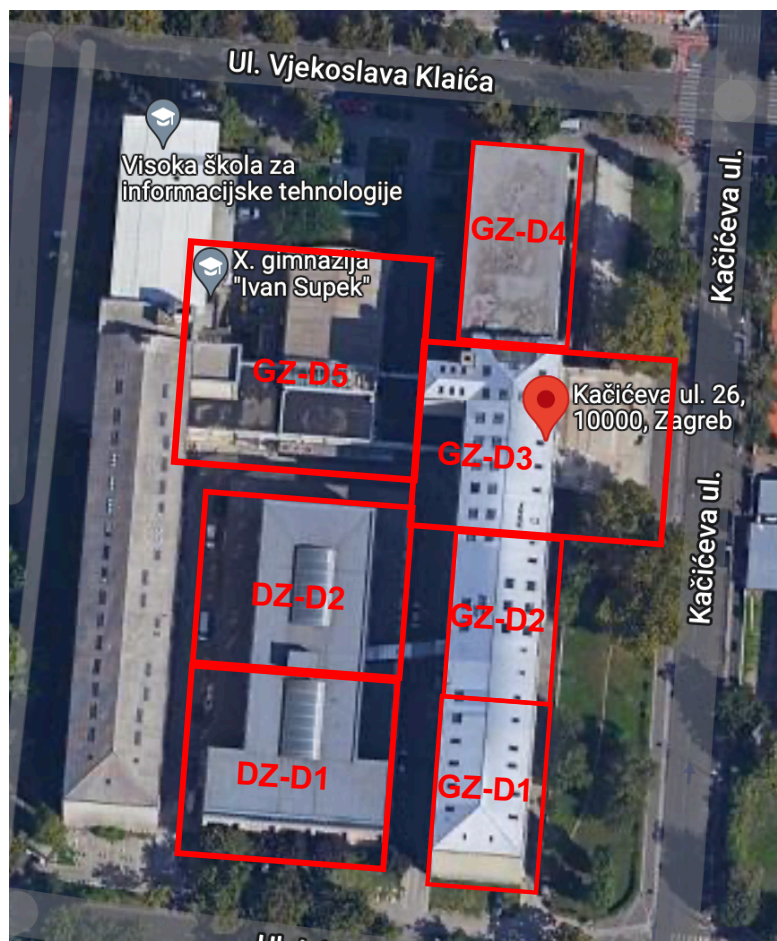
Ovu vrstu senzora karakteriziraju piezoelektrični diskovi koji čine aktivni element senzora. Ti diskovi pričvršćeni su na mjestu pomoću steznog sklopa, te su opterećeni seizmičkim masama. Kada se senzor izlaže vibracijama, kombinirana seizmička masa djeluje

promjenjivom silom na piezoelektrični element te on proizvodi naboj koji je proporcionalan primijenjenoj sili.

Većina piezoelektričnih akcelerometara hermetički je zatvorena, čime su zaštićeni od utjecaja onečišćenja u okolišu, omogućena je niska osjetljivost na radio frekvenciju i elektromagnetsko zračenje, te nisku izlaznu impedanciju zbog ugrađenog pojačala. Radi ovih karakteristika mogu se koristiti jeftini i dugački koaksijalni kablovi [14].

## 5.2. Postupak mjerenja

Provedena su mjerenja na obje zgrade Građevinskog fakulteta; na glavnoj zgradi AGG i na dvorišnoj zgradi Građevinskog fakulteta. Glavna zgrada sastoji se od visokog i niskog prizemlja i 5 etaža, a uzdužno je podijeljena na četiri dilatacije koje su mjerene, i petu koju čini velika predavaona i *Odeon*, koja nije mjerena. Dvorišna je zgrada tlocrtno „T“ oblika, te ima prizemlje i 4 kata. Podijeljena je na dvije dilatacije. Nosivi sustavi ovih zgrada su armirano betonski okviri.



Slika 5.5 Dilatacije glavne i dvorišne zgrade AGG fakulteta

Prije samog mjerenja potrebno je izraditi model u već spomenutom računalnom programu *Brüel & Kjær PULSE*, odrediti mjerne točke, te optimalno mjesto na kojem će stajati referentni akcelerometar, u skladu s tlocrtom građevine i brojem etaža. Potrebno je odrediti dovoljan broj mjernih točaka kako bi se mogli dobiti glavni translacijski i torzijski modalni oblici. Mjerna mjesta ponekad je teško odabrati s obzirom na to da možda neke točke koje bi bile optimalne u stvarnosti nisu lako dostupne.

Za mjerenje glavne zgrade iz tih su razloga odabrana mjerna mjesta bila linijska duž hodnika te prate tlocrt, dok je model za dvorišnu zgradu prostorni te mjerna mjesta prate hodnik i vanjske zidove građevine. Svaka dilatacija crtana je u programu i mjerena zasebno, te je svaka imala svoju referentnu točku.

Referentni akcelerometar trebao bi stajati u jezgri tlocrta, udaljen od vanjskih zidova, to jest od mjesta gdje je konstrukcija više izložena vibracijama od prometa, hodanja i slično. Odabrano mjesto za sustav za prikupljanje podataka kao i za referentni akcelerometar za mjerenje glavne zgrade bilo je na 2. katu, a dvorišne na trećem radi duljine kablova koji su korišteni kako bi se obuhvatile sve etaže, a referentni akcelerometar tlocrtno je pomican za svaku od dilatacija. Iznimno je bitno da po dva akcelerometra koja mjere skupa jednu točku budu postavljeni međusobno okomito i da im se smjerovi poklapaju s definiranim mjernim stupnjevima slobode u računalnom programu kako bi se dobili ispravni rezultati mjerenja.

Mjerenje se provodi u dva međusobno okomita smjera u horizontalnoj ravnini jer su kod zgrada za glavni nosivi sustav dominantna horizontalna gibanja. Točke u prizemlju nisu mjerene jer su vibracije u prizemlju značajno niže u odnosu na najvišu etažu. Referentni akcelerometar postavlja se na odabranu točku te se uz njega postavlja sustav za prikupljanje podataka na koji su spojeni svi akcelerometri. Ostala dva akcelerometra miču se po odabranim mjernim mjestima, najčešće uz vertikalne nosive elemente konstrukcije, armirano betonske stupove ili uz nosive zidove, kako bi se izbjegao utjecaj lokalnih vibracija međukatnih konstrukcija. Kada su akcelerometri postavljeni na željena mjesta, u programu se pokreće mjerenje. Period prikupljanja podataka iznosio je 64 sekunde za svako mjerenje.

Akcelerometri šalju primljeni signal prema uređaju za prikupljanje podataka, gdje se on iz analognog pretvara u digitalni, te je zapis vidljiv na ekranu. Vlastite frekvencije dobivaju se Fourierovom transformacijom iz izmjerenih podataka. Nakon izmjerene jedne točke akcelerometri se pomiču dalje, na drugu točku te se postupak ponavlja.



Na dvorišnoj zgradi fakulteta mjerenje je izvršeno na 50 mjernih mjesta po etaži, što ukupno čini 150 mjerenja. Neka mjerenja bila su ponovljena radi pobude u okolini alcelerometara te rezultati nisu bili valjani. Provedena je singularna dekompozicija te su dobiveni spektralni zapisi singularnih vrijednosti matrica spektralnih gustoća iz kojih se određuju vlastite frekvencije kao rezonantni vrhovi, dok modalne oblike predstavljaju odgovarajući singularni vektori.

Obavljena su mjerenja na obje zgrade Građevinskog fakulteta, međutim, za potrebe ovog rada detaljnije će se opisati rezultati mjerenja dvorišne zgrade. Postupak mjerenja i oprema jednaki su u oba mjerenja.

### **5.3. Primjena operativne modalne analize**

Za primjenu klasične eksperimentalne modalne analize potrebno je kontrolirano nanositi i mjeriti pobudu jer se njen princip temelji na ulaznim funkcijama pobude i izlaznih funkcija odziva konstrukcije. Bilo bi vrlo teško nanositi i kontrolirano pobuđivati neku zgradu, prije svega radi njenih velikih masa i dimenzija, te je iz tog razloga, za potrebe ovog istraživanja, korištena operativna modalna analiza (OMA).

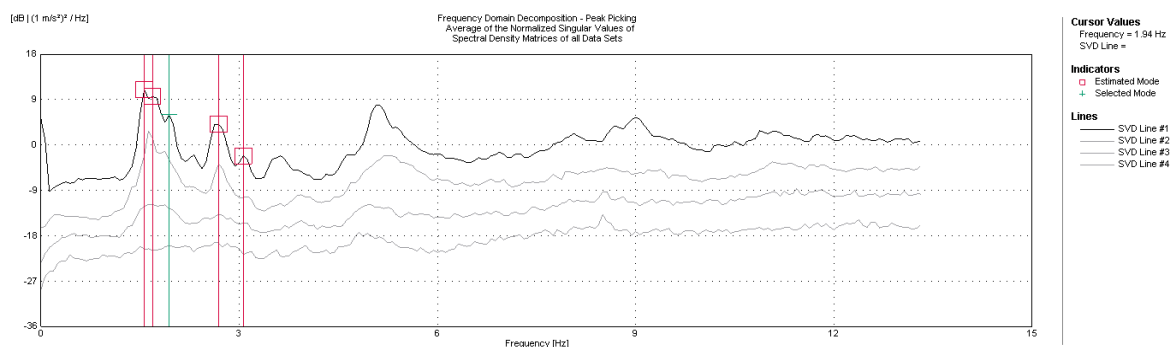
Ona koristi samo rezultate izmjerenih odziva konstrukcije, što je njena glavna prednost. Razne su metode operacionalne modalne analize, a u ovom je radu korištena metoda dekompozicije frekventnog područja. Ta je metoda vrlo brza i učinkovita u određivanju modalnih parametara. Vlastite frekvencije određuju se kao rezonantni vrhovi iz spektralnog zapisa, a odgovarajući je singularni vektor za određenu frekvenciju njen modalni oblik.

## 6. Rezultati eksperimentalnog ispitivanja

### 6.1. Uvodno o ispitivanju

Kao što je već ranije spomenuto, u svrhu ovog rada izmjerene su dvije zgrade u sklopu Građevinskog fakulteta u Zagrebu. Prva zgrada je glavna zgrada fakulteta na kojem se održava nastava na Arhitektonskom, Geodetskom i Građevinskom fakultetu, dok je druga zgrada dvorišna zgrada Građevinskog fakulteta. Glavna zgrada dalje nije obrađivana u smislu izrade i kalibracije modela već je uzeta samo kao usporedba ambijentalnih vibracija u odnosu na dvorišnu zgradu. Te dvije zgrade povezane su mostom između podesta iznad 1. kata glavne zgrade i 2. kata dvorišne.

Odabrano je nerazorno ispitivanje konstrukcije poznatije pod nazivom operativna modalna analiza (OMA) pri čemu se mjere ambijentalne vibracije, a konstrukcija se dodatno ne pobuđuje. Analiza podataka provedena je na temelju metode dekompozicije frekventnog područja (FDD – Frequency Domain Decomposition) čime se određuju osnovne dinamičke veličine kao što su vlastite frekvencije, koeficijenti prigušenja i oblici titranja. Metoda je temeljena na singularnoj dekompoziciji matrica funkcija spektralnih gustoća koje su izmjerene pri ambijentalnoj pobudi konstrukcije. Vlastite su frekvencije određene kao rezonantni vrhovi zapisa singularnih vrijednosti autospektralnih gustoća slika 6.1.



Slika 6.1 Primjer zapisa singularnih vrijednosti matrica spektralnih gustoća

Osim FDD metode, postoji i poboljšana metoda dekompozicije frekventnog područja (EFDD – Enhanced Frequency Domain Decomposition) kojom su određeni koeficijenti prigušenja. Rezonantni vrh predstavlja vlastitu frekvenciju i tamo se definira funkcija spektralne gustoće snage jednostupanjskog sustava. Vršiti se usporedba vlastitih vektora u okolini rezonantnog vrha s vlastitim vektorom samog rezonantnog vrha korištenjem MAC faktora (Modal Assurance Criterion) [23].

Ukoliko je vrijednost faktora dovoljno velika, to znači da se vlastiti vektori dobro podudaraju i onda se pojedina singularna vrijednost uključuje u funkciju jednostupanjskog sistema. Nakon

toga se Inverznom Diskretnom Fourierovom Transformacijom (IDFT) funkcija vraća u vremensko područje te se iz nje logaritamskim dekrementom određuje koeficijent prigušenja [23].

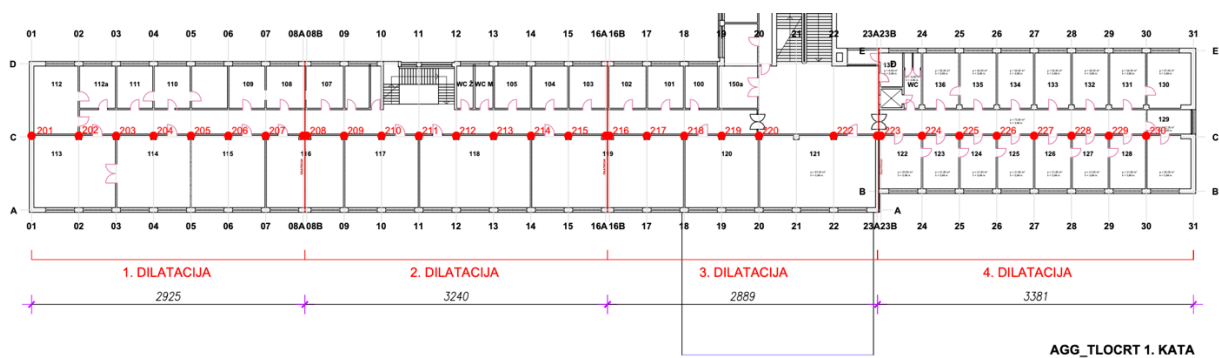
Mjerenje ambijentalnih oscilacija zgrade provedeno je nakon potresa 22.3.2020. u Zagrebu i nakon potresa u Petrinji 28. i 29.12.2020.

Osnovna svrha ovih eksperimentalnih rezultata je provjera i kalibracija numeričkog modela konstrukcije [23].

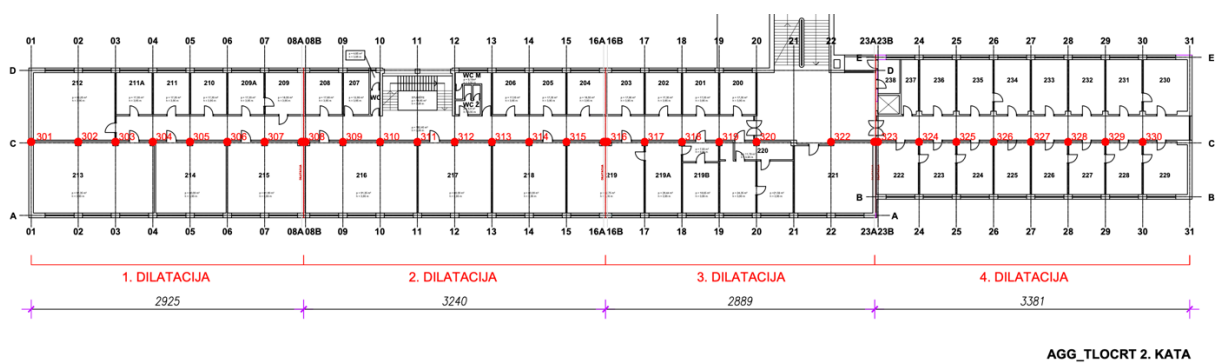
## **6.2. Glavna zgrada**

Glavna zgrada AGG fakulteta sastoji se od niskog prizemlja, visokog prizemlja i 5 katova. Budući da je zgrada dugačka, ima 4 dilatacija na koje je podijeljena pa su tako i mjerene ambijentalne vibracije, postoji i 5. dilatacija koju čini velika predavaona, ali ona radi jednostavnosti nije mjerena. Prva dilatacija imala je 32 točke, druga 36, treća 29 točaka za mjerenje, a četvrta 32 točke. Mjereno je u jednoj ravnini i odabrane su točke u nizu zbog jednostavnosti duž glavnog hodnika zgrade, mjere se ambijentalne vibracije u dva smjera, to ukupno čini 258 stupnjeva slobode i 129 mjernih mjesta. Ranije je opisan cijeli postupak mjerenja. Mjerene su oscilacije na prvom, drugom trećem i četvrtom katu.

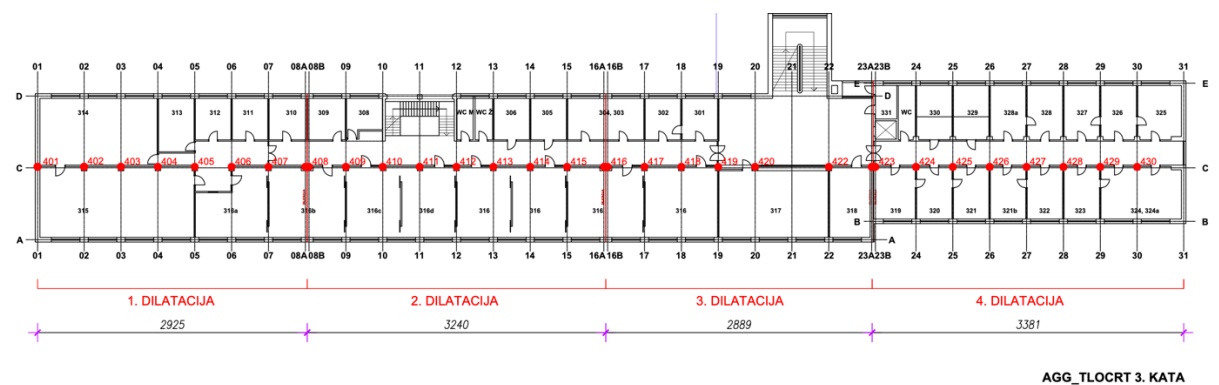
## 6.2.1. Prikaz mjernih mjesta



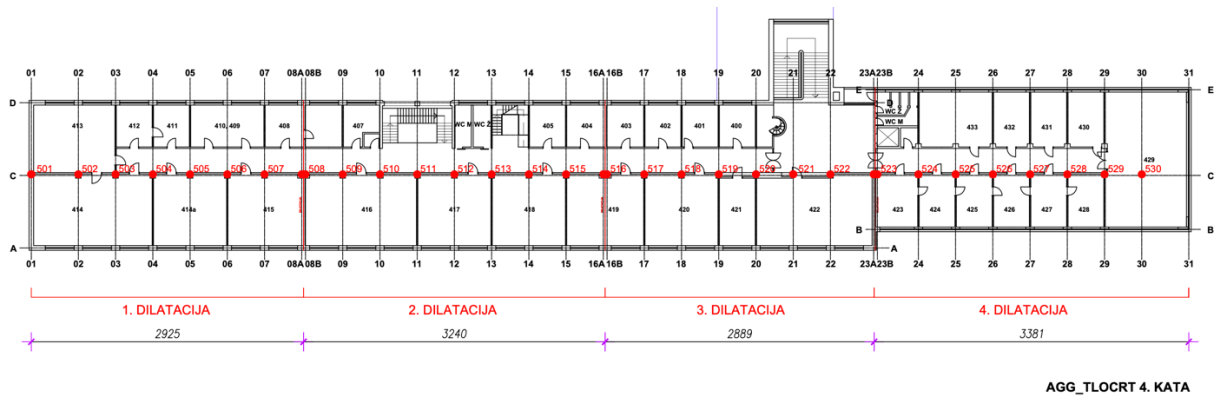
Slika 6.2 Prikaz mjernih mjesta 1. kata AGG glavne zgrade



Slika 6.3 Prikaz mjernih mjesta 2. kata AGG glavne zgrade



Slika 6.4 Prikaz mjernih mjesta 3. kata AGG glavne zgrade



Slika 6.5 Prikaz mjernih mjesta 4. kata AGG glavne zgrade

## 6.2.2. Prva dilatacija

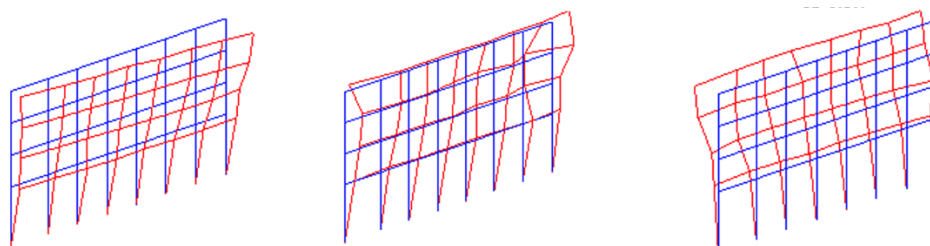
Tablica 6.1 Vlastite frekvencije i koeficijenti prigušenja za 1. dilataciju glavne zgrade

	frekvencija [Hz]	standardno odstupanje vlastite frekvencije [Hz]	period titranja [s]	koeficijent prigušenja [%]	standardno odstupanje koef. prigušenja [%]
1	1,563	0,070	0,632	2,716	0,915
2	1,688	0,026	0,580	3,031	0,743
3	1,938	0,090	0,520	3,099	0,740

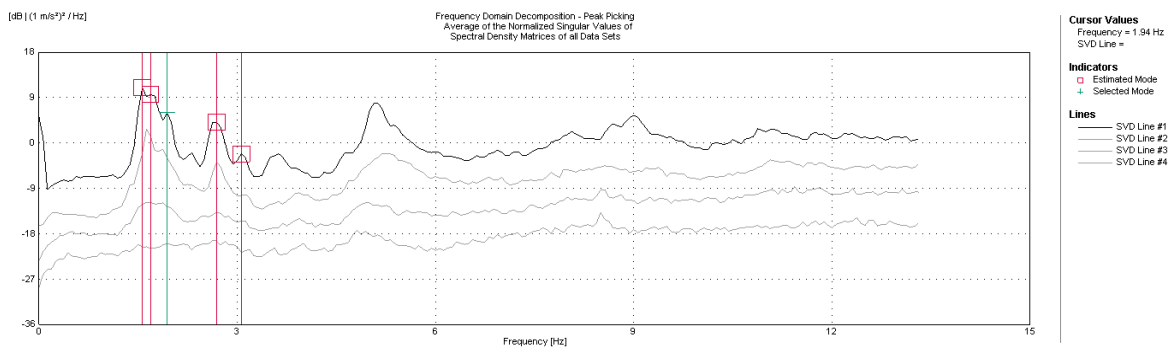
$f_1=1,563$  Hz

$f_2=1,688$  Hz

$f_3=1,938$  Hz



Slika 6.6 Modalni oblici i pripadajuće frekvencije 1. dilatacije glavne zgrade AGG



Slika 6.7 Funkcija singularnih vrijednosti matrica spektralnih gustoća na kojoj su registrirane frekvencije konstrukcije za prvu dilataciju

### 6.2.3. Druga dilatacija

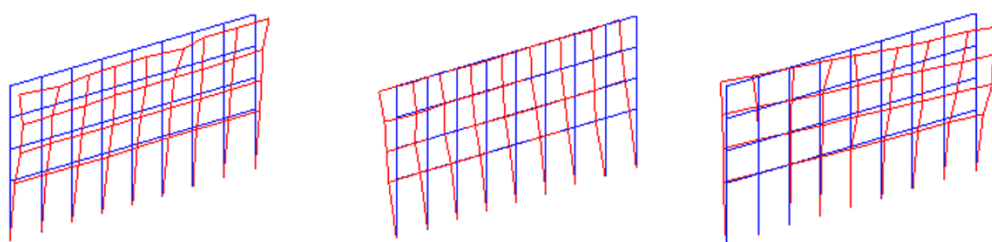
Tablica 6.2 Vlastite frekvencije i koeficijenti prigušenja za 2. dilataciju glavne zgrade

	frekvencija [Hz]	standardno odstupanje vlastite frekvencije [Hz]	period titranja [s]	koeficijent prigušenja [%]	standardno odstupanje koef. prigušenja [%]
1	1,563	0,109	0,620	2,847	0,636
2	1,750	0,015	0,573	3,118	0,601
3	2,000	0,078	0,492	2,436	0,336

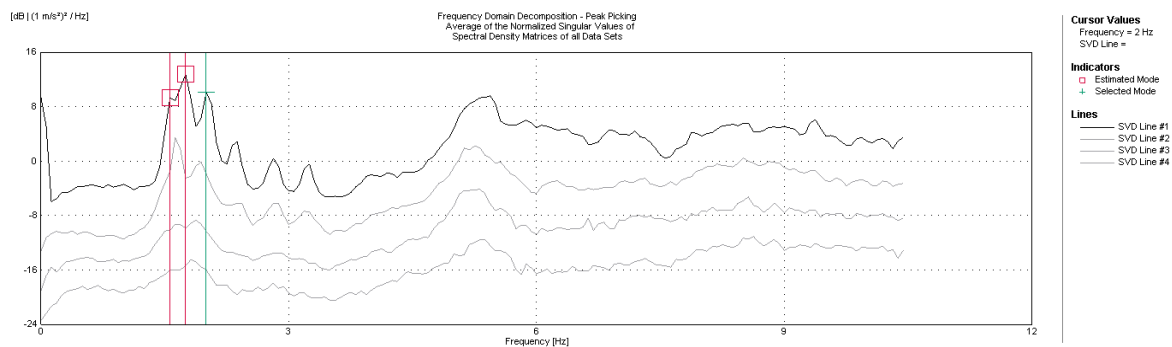
$f_1=1,563$  Hz

$f_2=1,750$  Hz

$f_3=2,000$  Hz



Slika 6.8 Modalni oblici i pripadajuće frekvencije 2. dilatacije glavne zgrade AGG



Slika 6.9 Funkcija singularnih vrijednosti matrica spektralnih gustoća na kojoj su registrirane frekvencije konstrukcije za drugu dilataciju

## 6.2.4. Treća dilatacija

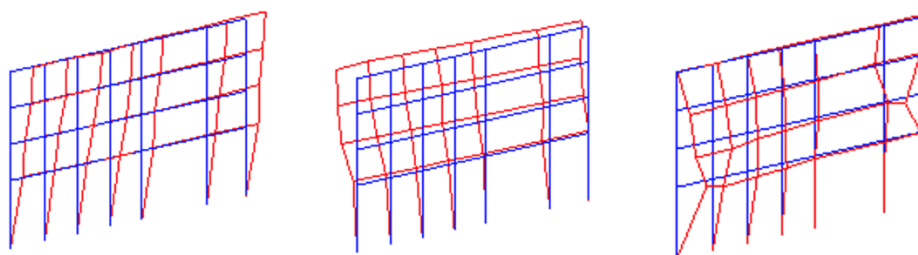
Tablica 6.3 Vlastite frekvencije i koeficijenti prigušenja za 3. dilataciju glavne zgrade

	frekvencija [Hz]	standardno odstupanje vlastite frekvencije [Hz]	period titranja [s]	koeficijent prigušenja [%]	standardno odstupanje koef. prigušenja [%]
1	1,688	0,017	0,600	3,065	0,651
2	1,938	0,020	0,516	2,985	0,617
3	5,250	0,175	0,190	1,520	0,941

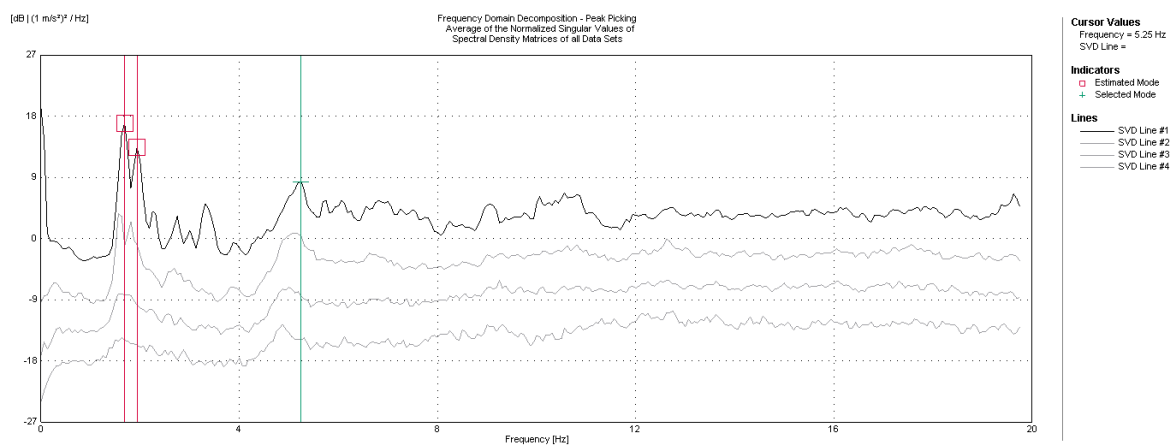
$f_1=1,688$  Hz

$f_2=1,938$  Hz

$f_3=5,250$  Hz



Slika 6.10 Modalni oblici i pripadajuće frekvencije 3. dilatacije glavne zgrade AGG



Slika 6.11 Funkcija singularnih vrijednosti matrica spektralnih gustoća na kojoj su registrirane frekvencije konstrukcije za treću dilataciju

## 6.2.5. Četvrta dilatacija

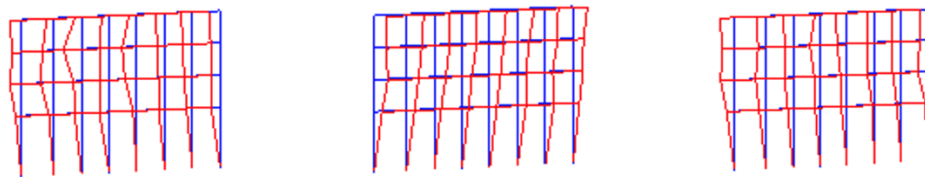
Tablica 6.4 Vlastite frekvencije i koeficijenti prigušenja za 4. dilataciju glavne zgrade

	frekvencija [Hz]	standardno odstupanje vlastite frekvencije [Hz]	period titranja [s]	koeficijent prigušenja [%]	standardno odstupanje koef. prigušenja [%]
1	1,625	0,016	0,605	2,951	0,644
2	2,250	0,016	0,444	2,572	0,425
3	2,500	0,034	0,396	2,147	0,452

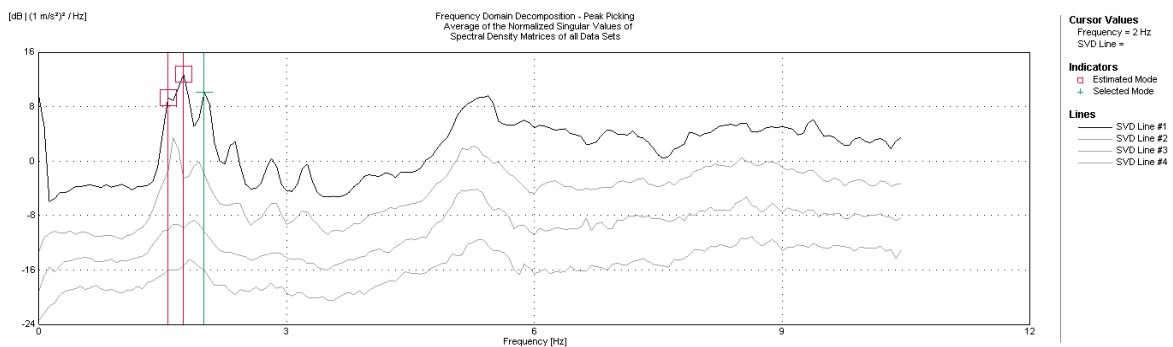
$f_1=1,625$  Hz

$f_2=2,250$  Hz

$f_3=2,500$  Hz



Slika 6.12 Modalni oblici i pripadajuće frekvencije 4. dilatacije glavne zgrade AGG



Slika 6.13 Funkcija singularnih vrijednosti matrica spektralnih gustoća na kojoj su registrirane frekvencije konstrukcije za četvrtu dilataciju

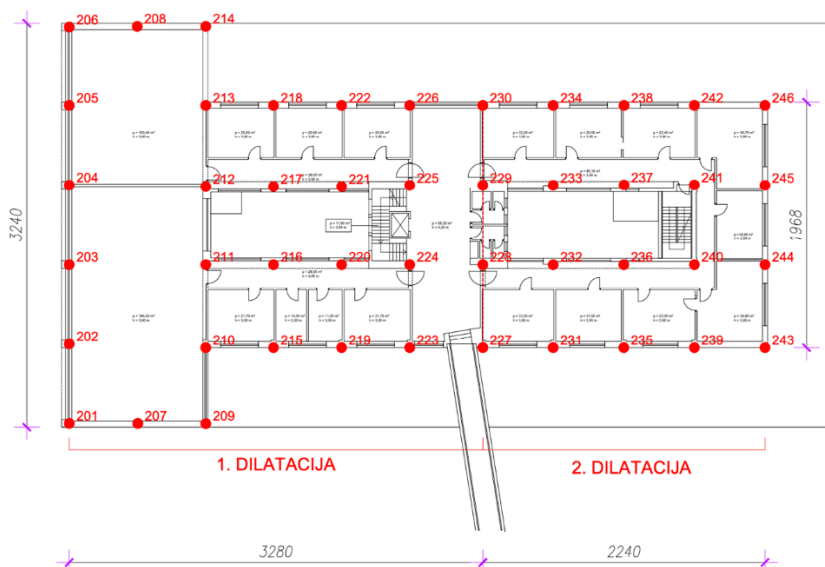
## 6.3. Dvorišna zgrada

Dvorišna zgrada Građevinskog fakulteta sastoji se od prizemlja i 4 kata, ima 2 dilatacije koje su odvojeno mjerene. Prva dilatacija po etaži ima 30 točaka, a druga 20. Mjerena su 3 kata (2., 3. i 4. kat) što čini 150 mjernih mjesta, odnosno 300 stupnjeva slobode. Dimenzije zgrade su 32,4 x 61,7 m, a izvedena je kao okvirna konstrukcija sa stupovima na osnim

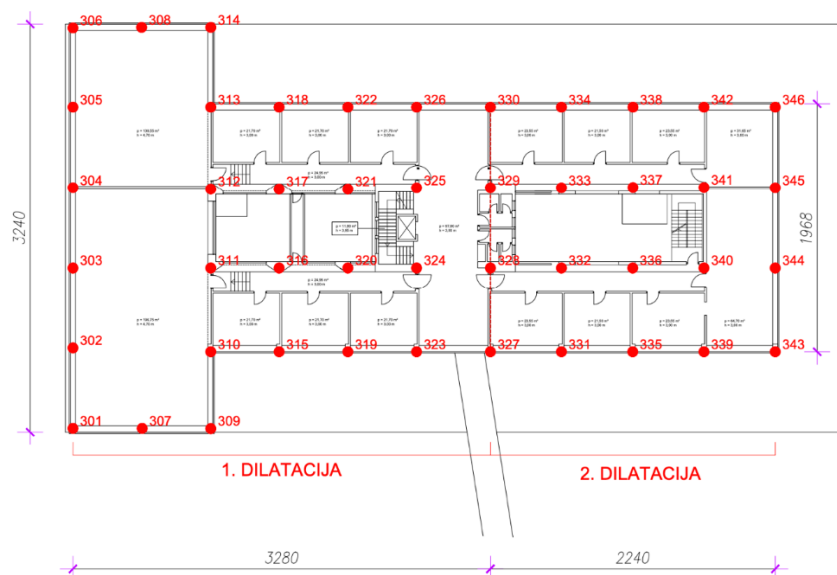


razmacima 5,4 m u smjeru sjever-jug, dok je razmak stupova u smjeru istok-zapad 6,4 m. Dvije značajnije promjene kroz povijest su nadogradnja kata 1958. godine projektom Jurja Denziera i 1996l. nadogradnja još dva kata po projektu Borisa Krstulovića [27].

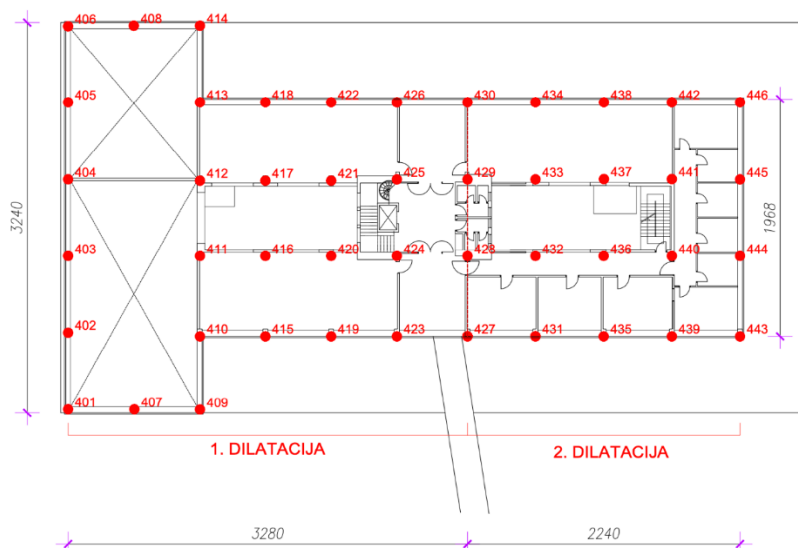
### 6.3.1. Prikaz mjernih mjesta



Slika 6.14 Prikaz mjernih mjesta 2. kata dvorišne zgrade



Slika 6.15 Prikaz mjernih mjesta 3. kata dvorišne zgrade



Slika 6.16 Prikaz mjernih mjesta 4. kata dvorišne zgrade

### 6.3.2. Prva dilatacija

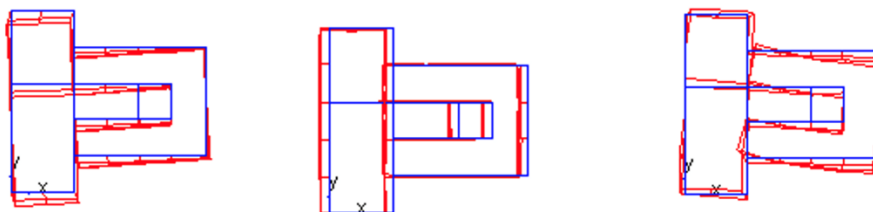
Tablica 6.5 Vlastite frekvencije i koeficijenti prigušenja za 1. dilataciju dvorišne zgrade

	frekvencija [Hz]	standardno odstupanje vlastite frekvencije [Hz]	period titranja [s]	koeficijent prigušenja [%]	standardno odstupanje koef. prigušenja [%]
1	2,563	0,022	0,394	2,665	0,606
2	3,188	0,066	0,315	4,292	1,600
3	5,250	0,114	0,190	1,587	0,773

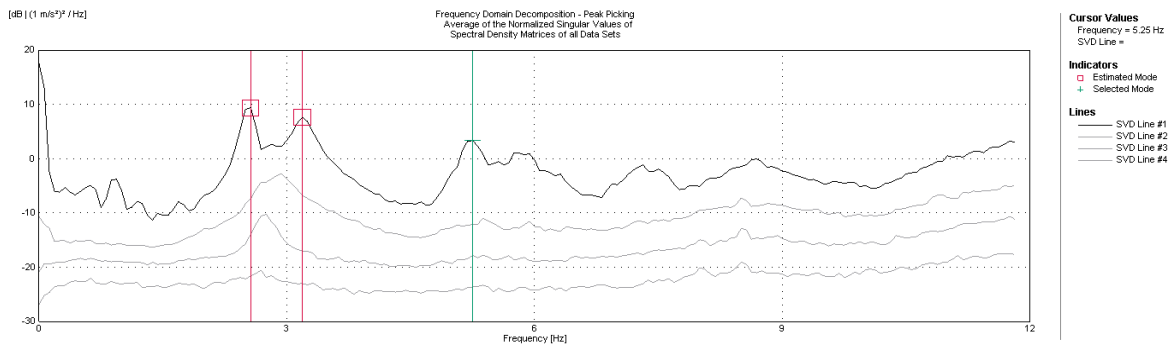
$f_1=2,563$  Hz

$f_2=3,188$  Hz

$f_3=5,250$  Hz



Slika 6.17 Modalni oblici i pripadajuće frekvencije 1. dilatacije dvorišne zgrade Građevinskog fakulteta



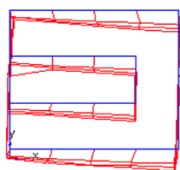
Slika 6.18 Funkcija singularnih vrijednosti matrica spektralnih gustoća na kojoj su registrirane frekvencije konstrukcije za prvu dilataciju

### 6.3.3. Druga dilatacija

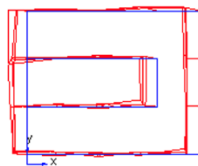
Tablica 6.6 Vlastite frekvencije i koeficijenti prigušenja za 2. dilataciju dvorišne zgrade

	frekvencija [Hz]	standardno odstupanje vlastite frekvencije [Hz]	period titranja [s]	koeficijent prigušenja [%]	standardno odstupanje koef. prigušenja [%]
1	2,750	0,027	0,360	3,027	0,775
2	3,188	0,058	0,311	2,789	1,510
3	5,250	0,143	0,189	2,574	1,750

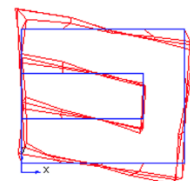
$f_1=2,750$  Hz



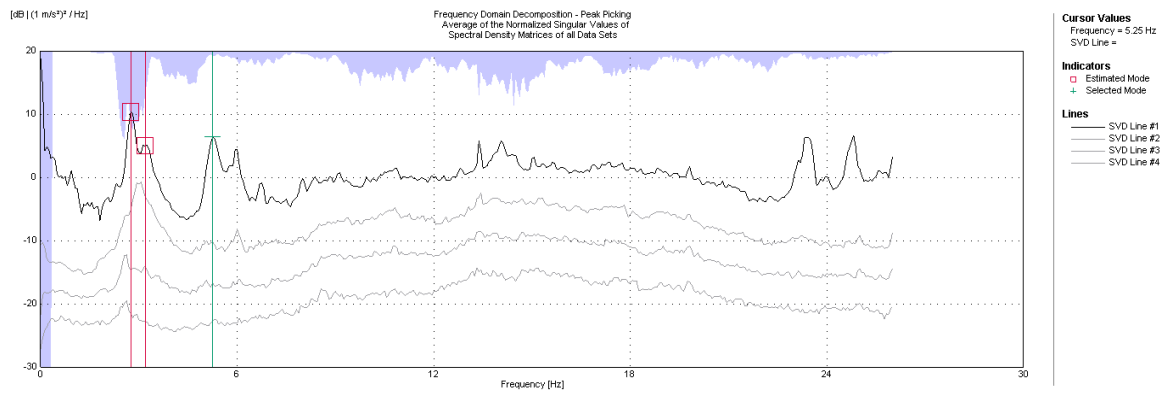
$f_2=3,188$  Hz



$f_3=5,250$  Hz



Slika 6.19 Modalni oblici i pripadajuće frekvencije 2. dilatacije dvorišne zgrade Građevinskog fakulteta



Slika 6.20 Funkcija singularnih vrijednosti matrica spektralnih gustoća na kojoj su registrirane frekvencije konstrukcije za drugu dilataciju

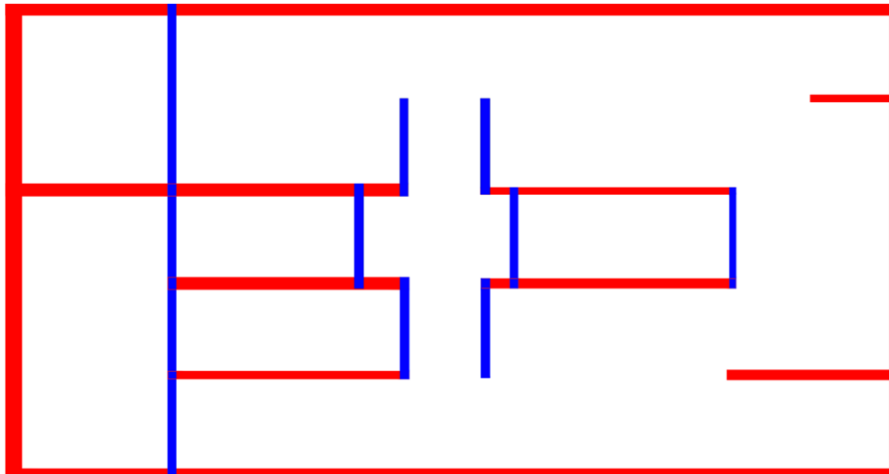
## 7. Rezultati numeričkog modela

Radi kalibracije eksperimentalnih rezultata na modelu, napravljena su 2 modela dvorišne zgrade Građevinskog fakulteta u Zagrebu. Jedan model sadrži samo nosive zidove, a drugi uz nosive ima i pregradne zidove koji su debljine 15 cm. Razlozi izrade dva modela su usporedba rezultata svakog modela s njegovim prednostima i nedostacima u odnosu na stvarno izmjereno stanje. Kalibracija modela provedena je na temelju eksperimentalno određenih dinamičkih parametara zgrade.

Model je izrađen u programu CSI ETABS v.17 čiji se rad zasniva na metodi konačnih elemenata. Modeliranje nosive konstrukcije koju čine betonski zidovi i zide napravljeno je pomoću plošnih konačnih elemenata (*shell elements*) kojima su pridružene materijalne i geometrijske karakteristike poprečnog presjeka. Stropne konstrukcije su također modelirane primjenom plošnih konačnih elemenata (konačni element ljuske).

Raspucavanje poprečnih presjeka zidova uzeto je u obzir kod linearnih modela prema normama HRN EN 1998-1 i HRN EN 1998-3 [23]; u prvom modelu (MODEL 1) koji sadrži nosive i pregradne zidove, krutost na savijanje i poprečnu silu svih zidova je svedena na 40 % početne jer je uzeto u obzir raspucavanje poprečnih presjeka prilikom potresa. Drugom modelu (MODEL 2) koji ne sadrži zidove debljine 15 cm, odnosno pregradne zidove, krutost unutarnjih zidova u x smjeru je svedena na 30 % inicijalne vrijednosti krutosti kao i svim vanjskim zidovima, dok je zidovima u y smjeru smanjena krutost na 80% vrijednosti početne krutosti.

Na slici 7.1. prikazani su elementi čija je krutost smanjena na primjeru prizemlja modela 2, krutost crvenih zidova koji su vanjski i zidovi u x smjeru smanjena je na 30 %, dok plavi zidovi predstavljaju one koji imaju smanjenu inicijalnu krutost na 80 %.



Slika 7.1 Prikaz promjene inicijalne krutosti na primjeru prizemlja dvorišne zgrade

Osim toga, važno je spomenuti da je zgrada u posljednje dvije godine pretrpjela dva značajna potresa i nekoliko naknadnih pri čemu je došlo do raspucavanja određenih elemenata. Količina i raspored tih raspucalih elemenata nije u potpunosti poznat stoga se djelomično pretpostavljao kako bi se simulirali realni uvjeti na zgradi.

Zidovi su različitih debljina ovisno o položaju u zgradi, a važno je napomenuti da zgrada ima dvije jezgre koju čine armirano-betonski zidovi debljine 25 cm.

Stropne ploče ove konstrukcije su u pravilu izrađene kao montažne PI ploče čija je debljina aproksimirana na 10,5 cm prema kriteriju ekvivalentne mase.

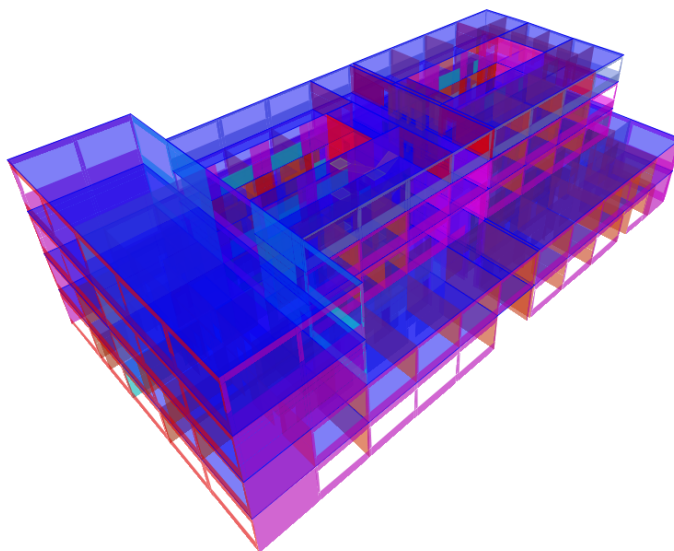
Za međukatne konstrukcijske elemente uzeto je dodatno stalno opterećenje od  $1,5 \text{ kN/m}^2$  i uporabno koje iznosi  $0,5 \text{ kN/m}^2$ .

Visina katova je različita ovisno o katu, najviše je prizemlje, a najniži je 4. kat. Laboratorij, koji je u prizemlju i dio je 2. dilatacije, kao i dvije predavaonice koje su dio 1. dilatacije se prostiru na dva kata. Dilatacija je u numeričkom modelu povezana pločama.

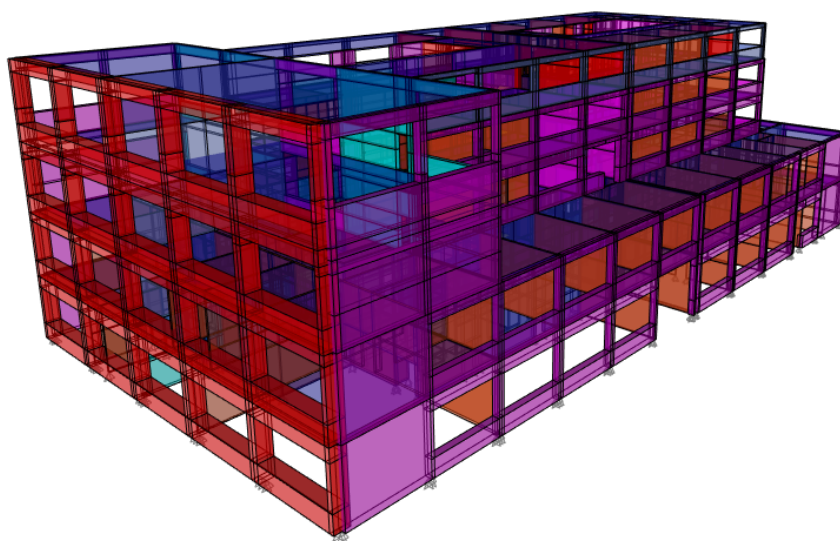
U nastavku su prikazani dinamički parametri modela konstrukcije, vlastiti oblici titranja i pripadni periodi koji su određeni za stanje raspucanih elemenata i time smanjenje krutosti kao što je već ranije u tekstu navedeno. U svrhu tih rezultata provedena je modalna analiza pri kojoj je masa određena na temelju opterećenja stalnom kombinacijom s faktorima 1,0 i za dodatno stalno i za uporabno opterećenje. U modelu su vlastiti oblici titranja određeni primjenom Eigenove metode.

## 7.1. Model 1

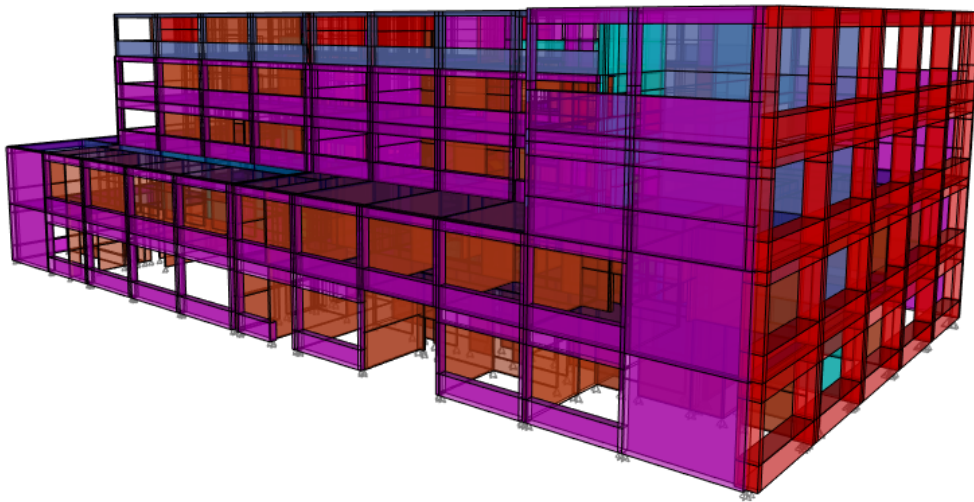
Model 1 je sastavljen od svih zidova koji se nalaze u zgradi. Vanjski i unutarnji zidovi sačinjeni su od opeke, dok su zidovi jezgre zgrade betonski. Uzeto je da je modul elastičnosti betonskih zidova 31000 MPa, dok zidani zidovi imaju modul elastičnosti 7000 MPa.



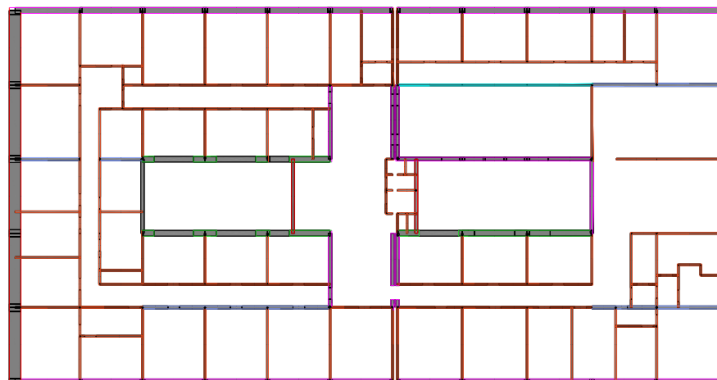
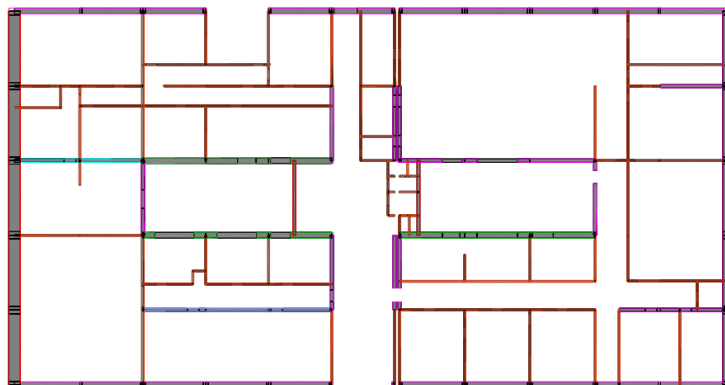
*Slika 7.2 Trodimenzionalni prikaz numeričkog modela 1 dvorišne zgrade Građevinskog fakulteta u programu ETABS v.17*



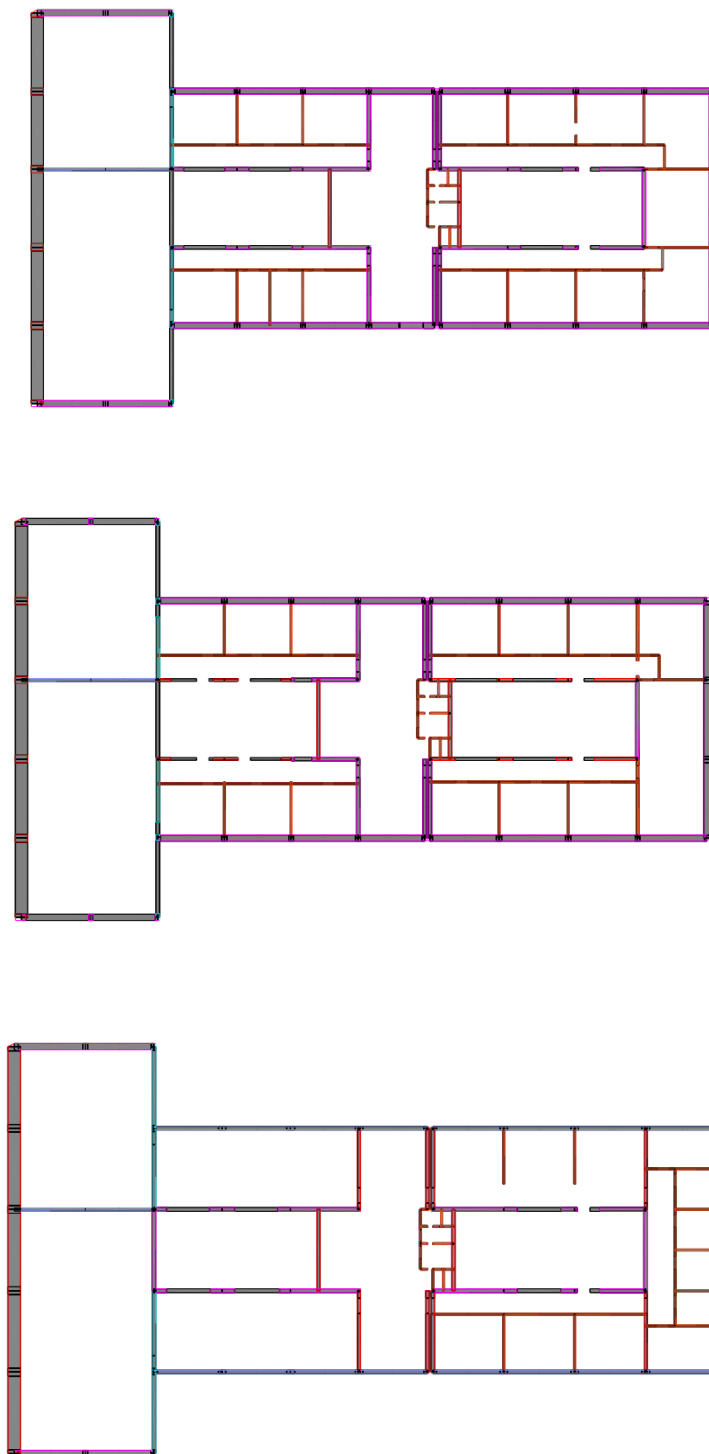
*Slika 7.3 Trodimenzionalni prikaz modela dvorišne zgrade u programu ETABS v.17*



*Slika 7.4 Trodimenzionalni prikaz dvorišne zgrade iz programa ETABS v.17*



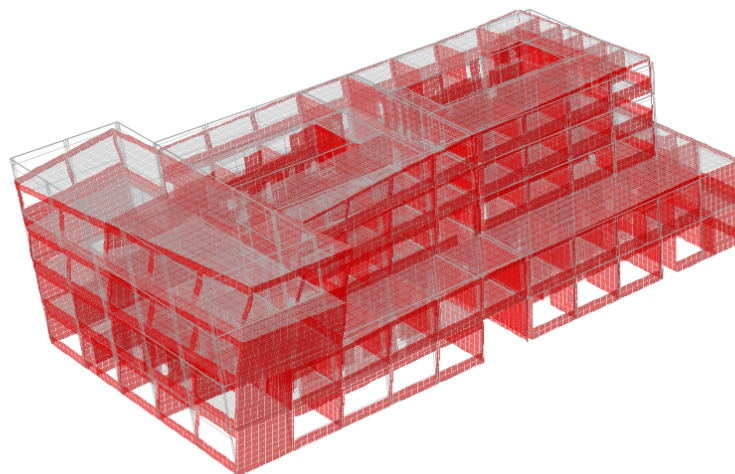
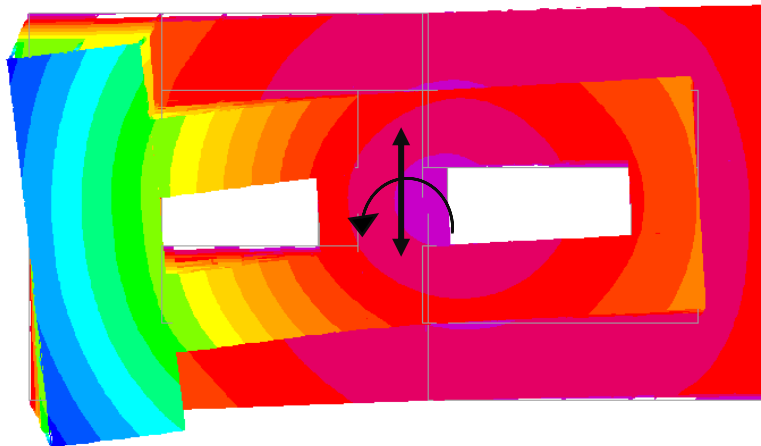
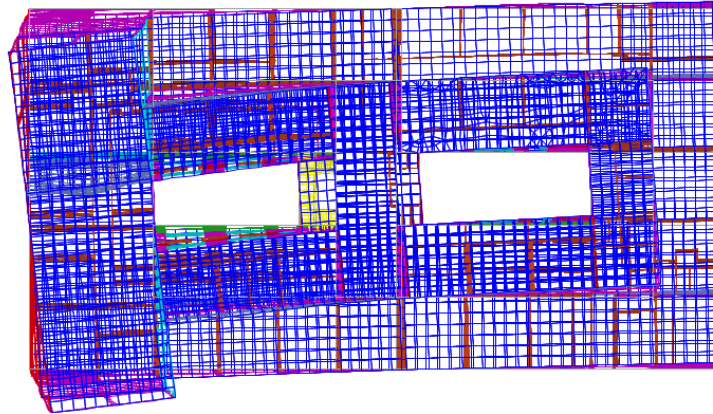




*Slika 7.5 Tlocrtni modeli dvorišne zgrade iz programa ETABS v.17 (MODEL 1)*

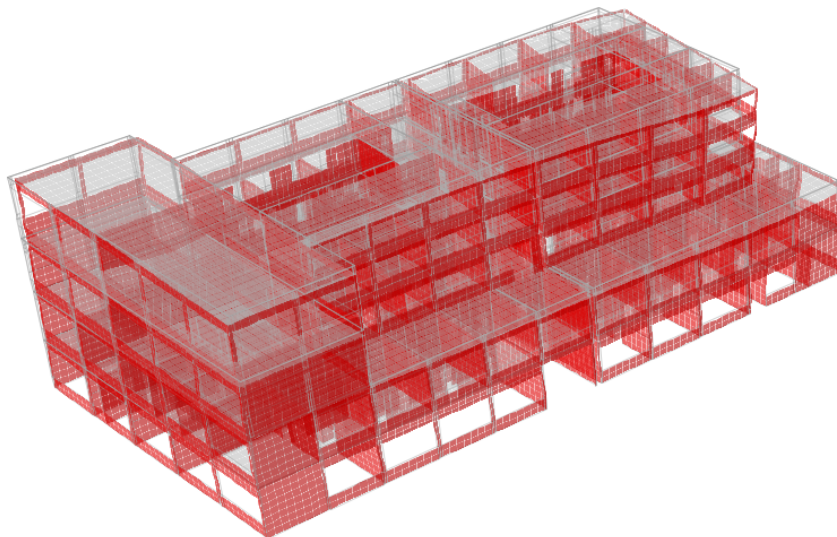
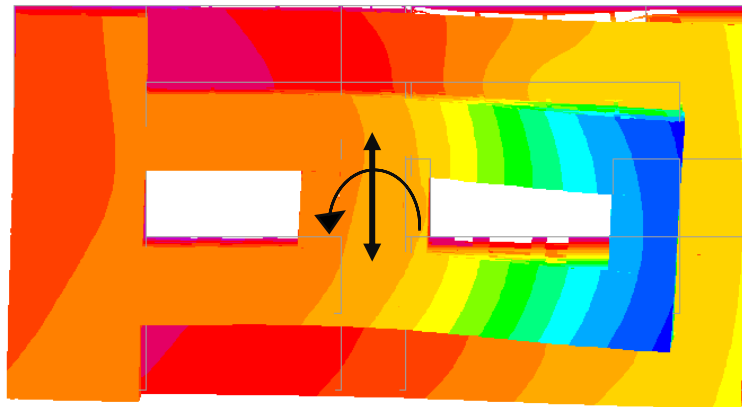
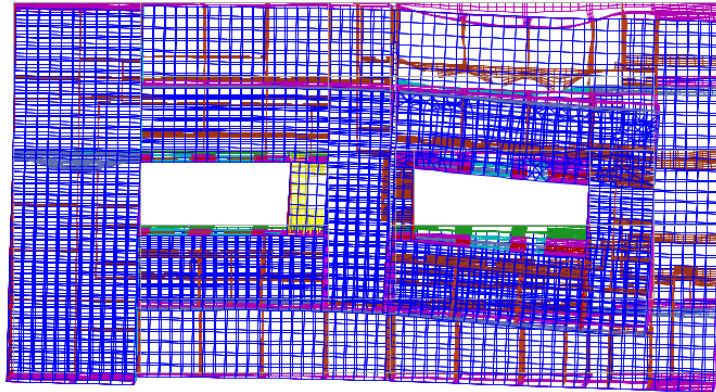
Model 1 sadrži sve zidove, nosive i pregradne, zidane i armiranobetonske. Na slikama 7.6. do 7.8. prikazana su prva tri oblika titranja, a u tablicama 7.1. i 7.2. pridružene su vrijednosti faktora doprinosa za smjerove x, y i rotaciju oko osi z.

## Prvi oblik titranja zgrade



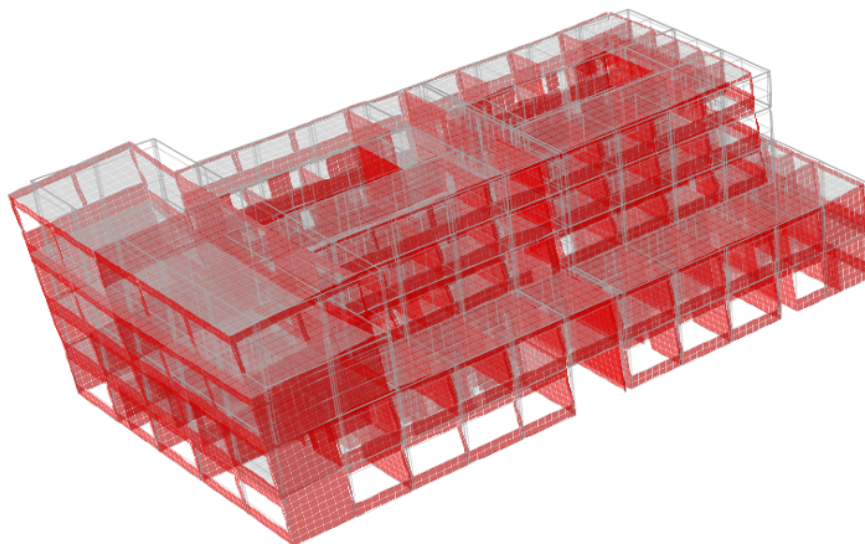
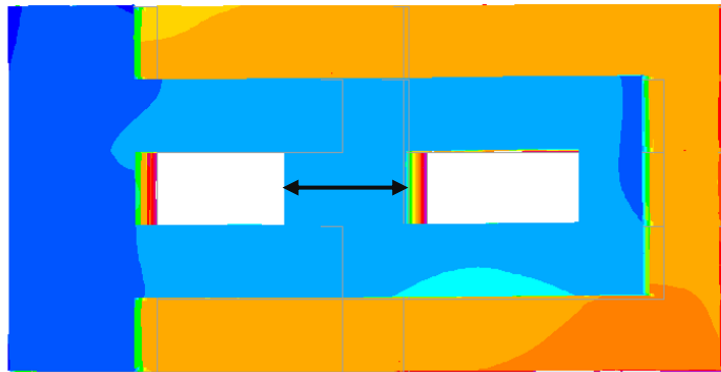
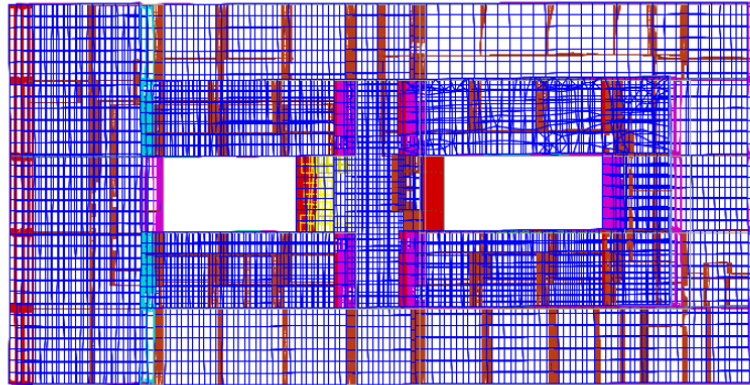
Slika 7.6 Prvi oblik titranja zgrade (0,303 s, 3,300 Hz)

## Drugi oblik titranja zgrade



Slika 7.7 Drugi oblik titranja zgrade (0,212 s, 4,717 Hz)

### Treći oblik titranja zgrade



Slika 7.8 Treći oblik titranja zgrade (0,207 s, 4,831 Hz)

Tablica 7.1 Periodi i faktori doprinosa u glavnim smjerovima ETABS v.17

Modal Direction Factors					
Case	Mode	Period	UX	UY	RZ
		sec			
Modal	1	0,303	0	0,275	<b>0,724</b>
Modal	2	0,212	0,01	<b>0,725</b>	0,265
Modal	3	0,207	<b>0,991</b>	0,005	0,003

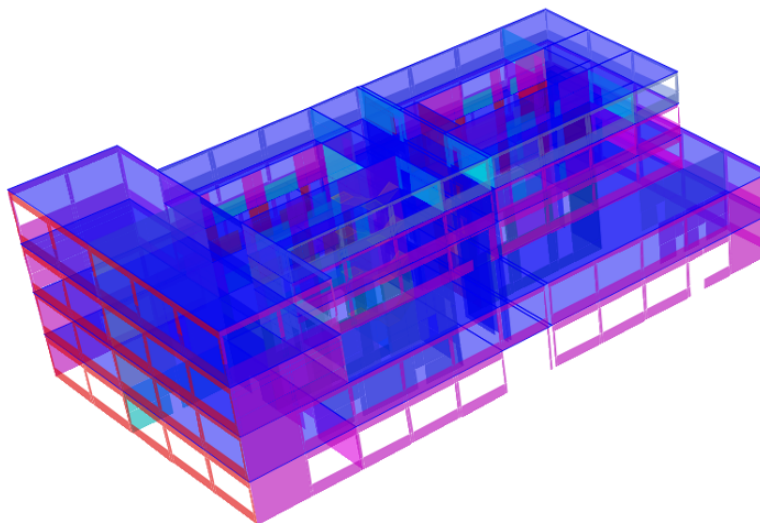
Tablica 7.2 Periodi i faktori učešća modalne mase (ETABS v.17)

Modal Participating Mass Ratios								
Case	Mode	Period	UX	UY	Sum UX	Sum UY	RZ	Sum RZ
		sec						
Modal	1	0,303	0,0002	0,1357	0,0002	0,1357	0,497	0,497
Modal	2	0,212	0,0063	0,5227	0,0065	0,6584	0,1718	0,6688
Modal	3	0,207	0,6877	0,0042	0,6942	0,6626	0,0036	0,6724

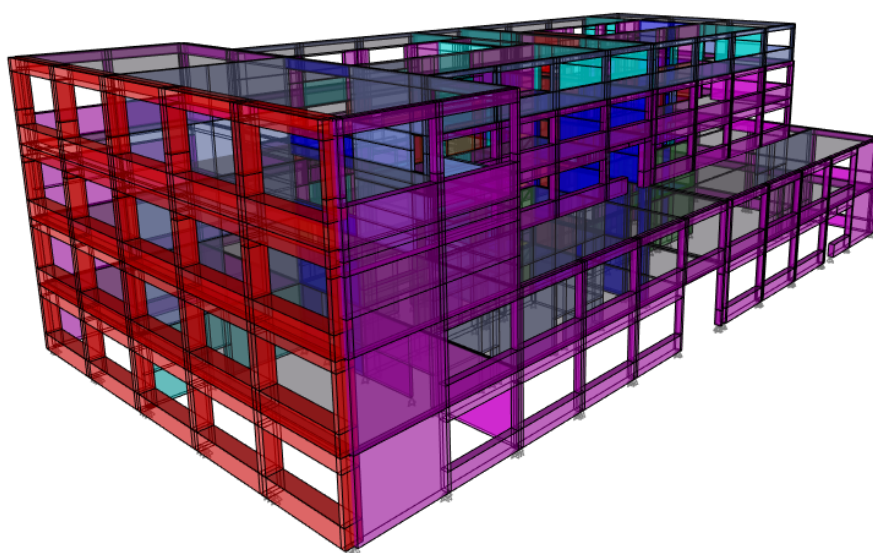
Iz tablice 7.1. vidi se da su prva tri oblika titranja s obzirom na tri relevantna smjera neovisna. Prvi je rotacijski oko vertikalne osi Z – torzija, drugi oblik je translacijski u smjeru osi Y, dok je treći translacija u X smjeru. Svaki od ovih oblika, ovisno o dominantom smjeru aktivira preko 50% mase za svaki od smjerova što se može vidjeti u tablici 7.2.

## 7.2. Model 2

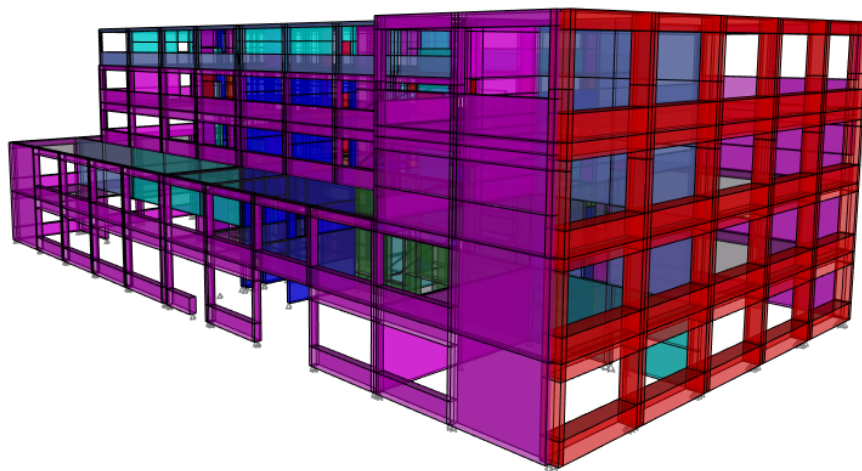
Model 2 je je sačinjen od nosivih zidova i zidova čija je debljina veća od 15 cm. Betonska jezgra ima modul elastičnosti 31000 MPa, dok ostali zidani zidovi imaju modul elastičnosti 7000 MPa.



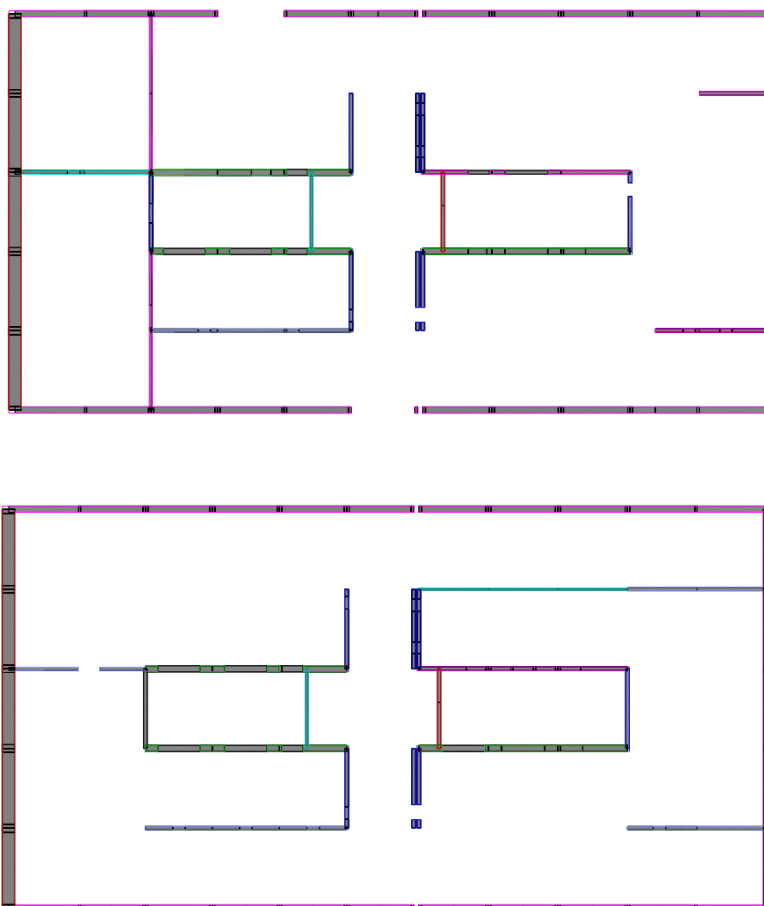
*Slika 7.9 Trodimenzionalni prikaz numeričkog modela 2 dvorišne zgrade Građevinskog fakulteta u programu ETABS v.17*

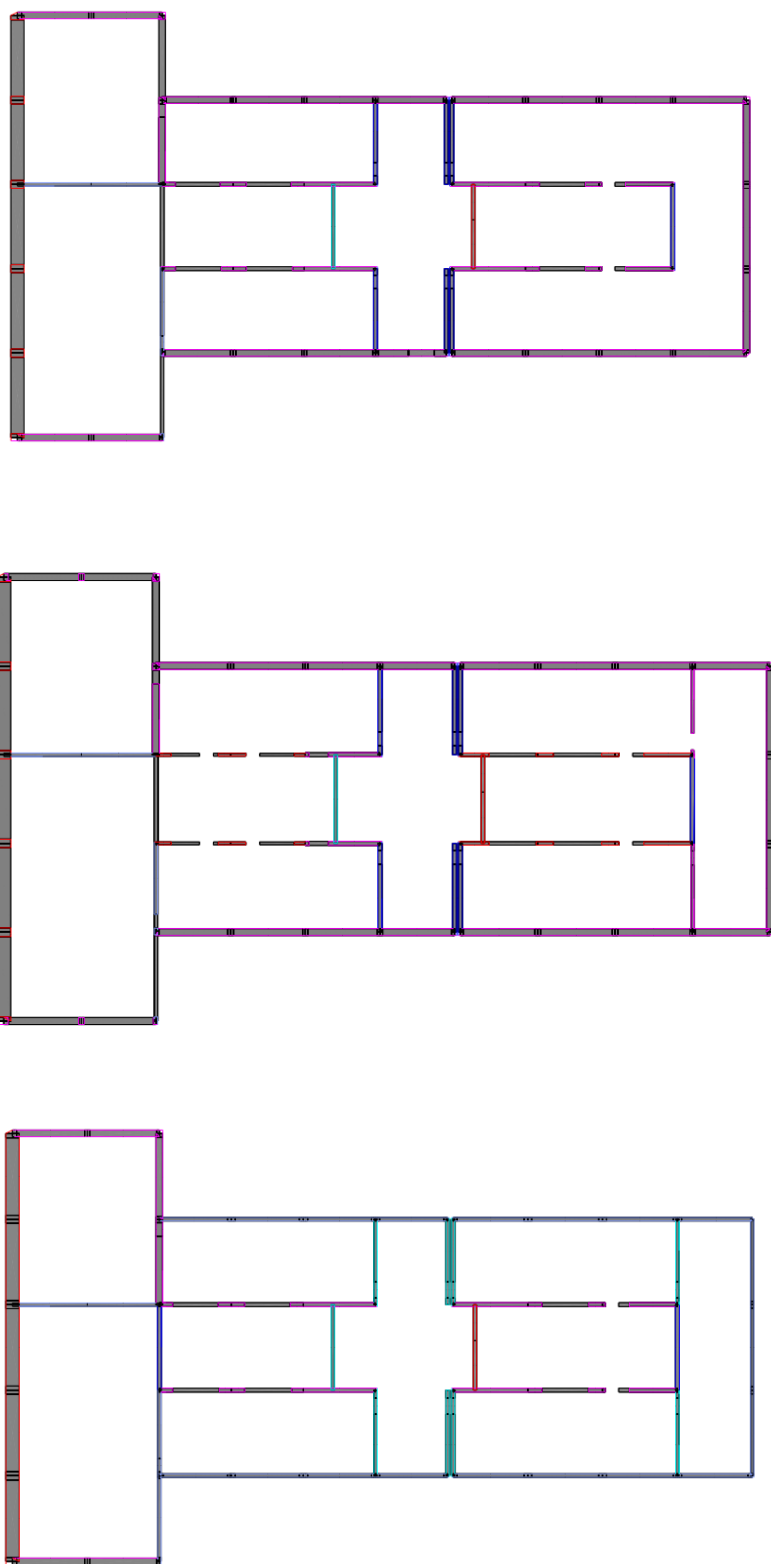


*Slika 7.10 Trodimenzionalni prikaz modela dvorišne zgrade u programu ETABS v.17*



Slika 7.11 Trodimenzionalni prikaz modela dvorišne zgrade u programu ETABS v.17



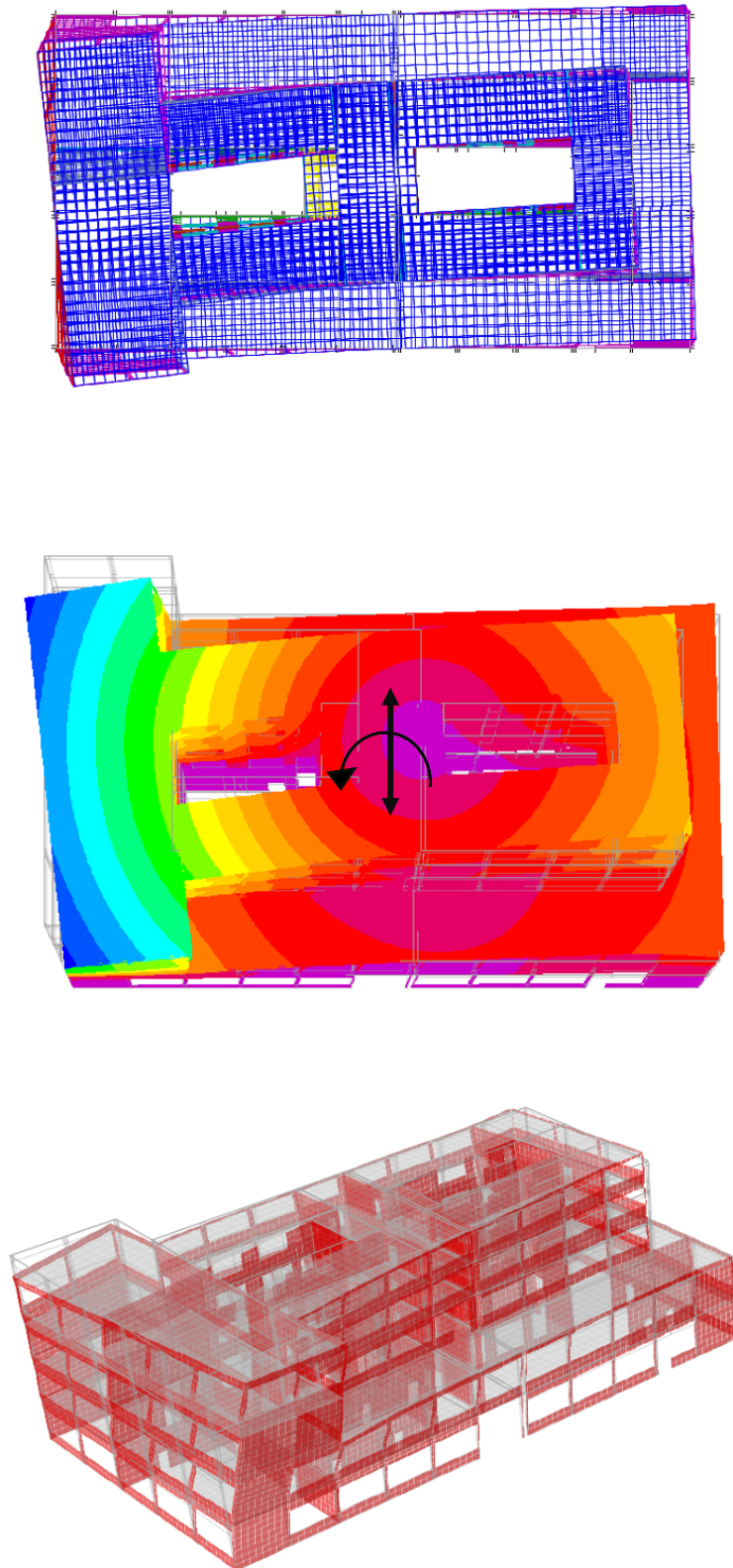


Slika 7.12 Tlocrtni modeli dvorišne zgrade u programu ETABS v.17 (MODEL 2)

Na slikama 7.13. do 7.15. prikazana su prva tri oblika titranja, a u tablicama 7.3. i 7.4. pridružene su vrijednosti faktora doprinosa za smjerove x, y i rotaciju oko osi z.

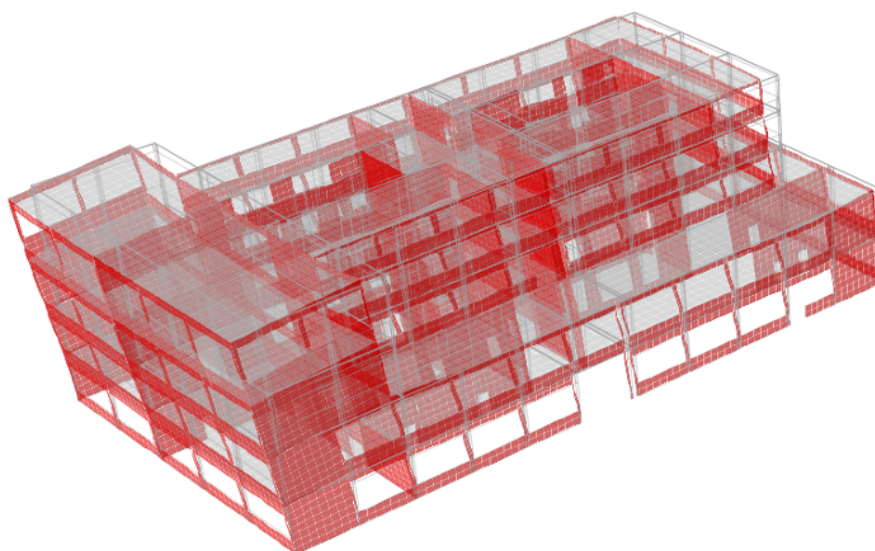
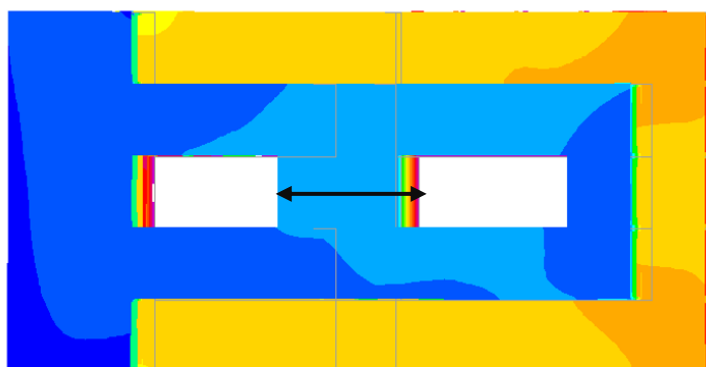
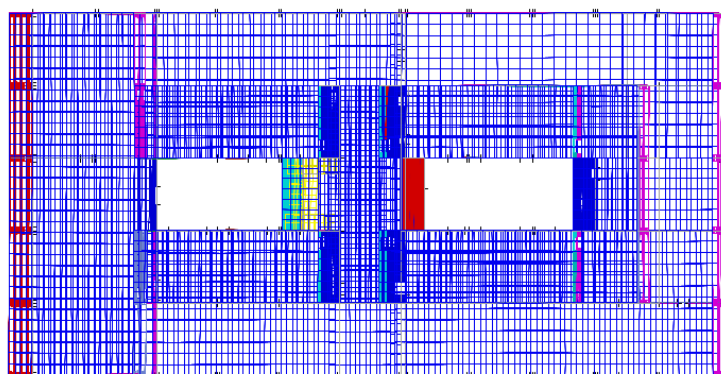


## Prvi oblik titranja zgrade



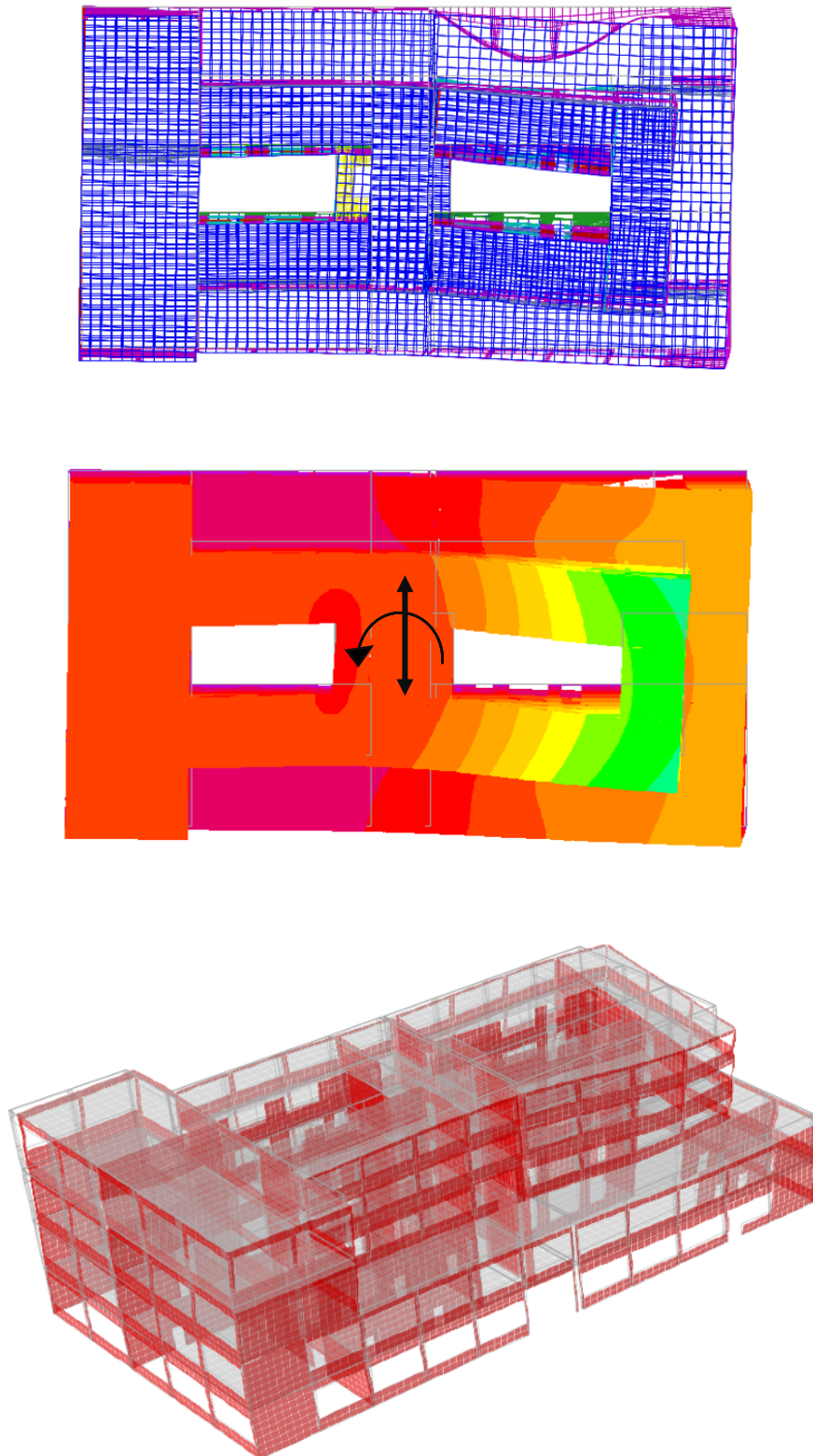
Slika 7.13 Prvi oblik titranja zgrade (0,376 s, 2,660 Hz)

## Drugi oblik titranja zgrade



Slika 7.14 Drugi oblik titranja zgrade (0,252 s, 3,968 Hz)

### Treći oblik titranja zgrade



Slika 7.15 Treći oblik titranja zgrade (0,238 s, 4,202 Hz)

Tablica 7.3 Periodi i faktori doprinosa u glavnim smjerovima ETABS v.17

Modal Direction Factors					
Case	Mode	Period	UX	UY	RZ
		sec			
Modal	1	0,376	0	0,236	<b>0,763</b>
Modal	2	0,252	<b>0,998</b>	0,001	0
Modal	3	0,238	0,001	<b>0,749</b>	0,25

Tablica 7.4 Periodi i faktori učešća modalne mase (ETABS v.17)

Modal Participating Mass Ratios								
Case	Mode	Period	UX	UY	Sum UX	Sum UY	RZ	Sum RZ
		sec						
Modal	1	0,376	0,00002808	0,1019	0,00002808	0,1019	0,5367	0,5367
Modal	2	0,252	0,7132	0,0008	0,7133	0,1026	0,0001	0,5368
Modal	3	0,238	0,0004	0,5106	0,7137	0,6132	0,1501	0,687

Iz tablice 7.3. vidi se da su prva tri oblika titranja s obzirom na tri glavna smjera neovisna. Prvi je rotacijski oko vertikalne osi Z – torzija, drugi oblik je translacijski u smjeru osi X, dok je treći translacija u Y smjeru. Svaki od ovih oblika, ovisno o dominantom smjeru aktivira preko 50% mase za svaki od smjerova što se može vidjeti u tablici 7.4.

## **8. Zaključak i usporedba rezultata**

### **8.1. Usporedba eksperimentalnih rezultata glavne i dvorišne zgrade**

Kod glavne zgrade se može primijetiti kako se prve i druge vlastite frekvencije svake od dilatacija dosta dobro podudaraju za prvi, drugi i četvrti oblik titranja, dok se na trećoj dilataciji dosta razlikuje treći oblik koji je torzijski oblik osciliranja. Tome može pridonijeti to što na trećoj dilataciji na osi na kojoj su mjerene oscilacije nema stupa na istom razmaku između dva mjerna mjesta te je na tom mjestu ispod ulaz na fakultet čiji je prostor otvoren, bez pregradnih zidova, što čini dosta mekani dio zgrade kada se govori o krutosti. Usprkos tome, najvažnije je da se translacija u uzdužnom smjeru poklapa – to znači da unutar dilatacije nema razmaka i da su dilatacije spojene i u interakciji su.

S druge strane, iznosi frekvencija dvorišne zgrade se jako dobro poklapaju za svaku dilataciju i oblik titranja. Prvi oblik titranja je translacijski, kao i drugi, dok je treći oblik titranja torzijski. To bi značilo da je to, usprkos dilatacijama, jedna zgrada. Radi toga se u izradi numeričkog modela radila jedna zgrada, a ne dvije odvojene dilatacije.

Po iznosima frekvencija koje su izmjerene, zaključuje se da je dvorišna zgrada dosta kruća od glavne. Glavni razlog tome je taj što je glavna zgrada napravljena od armirano betonskih okvira. To je inače jako mekana konstrukcija, ali zbog pregradnih zidova je za ambijentalne oscilacije znatno kruća. S druge strane, dvorišna zgrada ima klasične vrijednosti za armirano betonske zgrade napravljene od zidova i pregradni zidovi imaju manji utjecaj.

Svakako je važno napomenuti da su modalni oblici dobiveni eksperimentalnim putem unutar očekivanih vrijednosti za armirano betonske zgrade koje su sačinjene od zidova.

### **8.2. Usporedba Modela 1 i Modela 2**

Nakon nekoliko iteracija izrade modela, odabrana su dva najoptimalnija rješenja za numerički model dvorišne zgrade.

Prvi model u radu koji je odabran je model koji sadrži plošne elemente. Sadrži sve zidove, i nosive i pregradne. Kalibracija modela je radi toga bila teško izvediva da bi bila usporediva s eksperimentalnim rezultatima. Pregradni zidovi imaju utjecaj na ambijentalne vibracije, ali je taj utjecaj u ovakvoj zgradi relativno teško ocijeniti. Također, zbog toga što su se nedavno

dogodili relativno jaki potresi i oštetili zgradu, a posebno njene pregradne zidove, procjena njihove oštećenosti i raspucalosti nije nimalo jednostavna na globalnoj razini.

Na sljedećim slikama je prikazano nekoliko primjera pukotina na zidovima i oštećenja iz elaborata koji je napravljen nakon potresa.



*Slika 8.1 Pukotina na zidu u sobi D115 [2]*



*Slika 8.2 Pukotine iznad vrata u sobi D207 [2]*

Drugi model sadrži samo nosive zidove u zgradi i time je krutost zgrade još dodatno smanjena što odgovara tome da su se u nedavnim potresima oštetili pregradni zidovi. Rješenja su dosta bolja od modela 1, no važno je napomenuti da u svakom od modela postoje određeni nedostaci i parametri koji nisu bili definirani za potrebe ovog rada.

Kao optimalnije i točnije rješenje koje više odgovara trenutnom stanju zgrade odabran je model 2, kojeg se dalje uspoređuje s eksperimentalno dobivenim rezultatima ispitivanja.

Model 2 ne sadrži pregradne zidove, kao što je ranije spomenuto, te oni nemaju toliki utjecaj na zgradu.

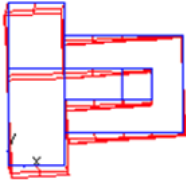
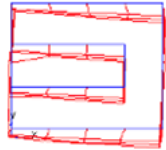

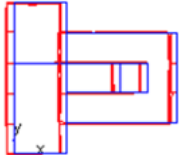
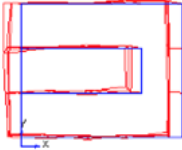

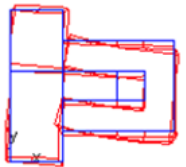
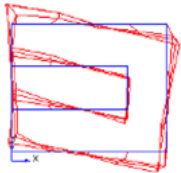

### **8.3. Usporedba eksperimentalnih rezultata i numeričkih modela**

U eksperimentalnom dijelu rada vidljivo je kako je prvi oblik titranja zgrade translacijski uz mali utjecaj torzije, drugi je translacijski i treći oblik je torzijski.

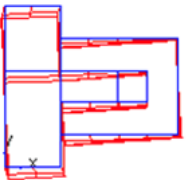
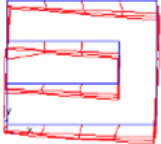
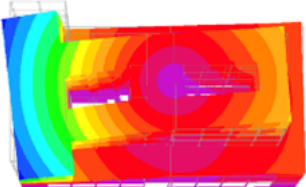
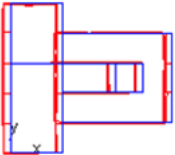
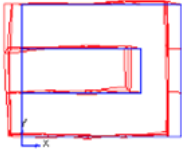

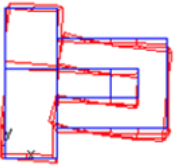
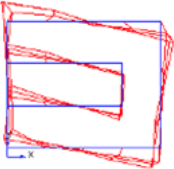

Kao optimalni model za usporedbu je uzet model 2. Rezultati numeričkog modela 2 govore kako je prvi oblik titranja većim dijelom torzija, ali uz mali utjecaj translacije, drugi oblik titranja je translacijski, a trećem prevladava translacija uz malu torziju.

U sljedećim tablicama je prikazana usporedba modela 1 i 2 s eksperimentalnim rezultatima.

Tablica 8.1 Usporedba rezultata za model 1

OBLIK TITRANJA	EKSPERIMENTALNI REZULTATI				NUMERIČKI MODEL 1	
	1. DILATACIJA		2. DILATACIJA		FREKVENCIJA [Hz]	Prikaz oblika titranja
	FREKVENCIJA [Hz]	Prikaz oblika titranja	FREKVENCIJA [Hz]	Prikaz oblika titranja		
1	2,563		2,750		3,300	
2	3,188		3,188		4,717	
3	5,250		5,250		4,831	

Tablica 8.2 Usporedba rezultata za model 2

OBLIK TITRANJA	EKSPERIMENTALNI REZULTATI				NUMERIČKI MODEL 2	
	1. DILATACIJA		2. DILATACIJA		FREKVENCIJA [Hz]	Prikaz oblika titranja
	FREKVENCIJA [Hz]	Prikaz oblika titranja	FREKVENCIJA [Hz]	Prikaz oblika titranja		
1	2,563		2,750		2,660	
2	3,188		3,188		3,968	
3	5,250		5,250		4,202	



## 8.4. Zaključak

Zgrade AGG fakulteta kao nosivu konstrukciju imaju armirano betonske okvire koji su ispunjeni zidom. Obje su građene prvom polovicom 20. stoljeća te nisu proračunate na potrebnu otpornost na potresno djelovanje.

Dva značajna potresa koja su se dogodila u Hrvatskoj 2020. doprinijela su oštećenjima mnogih građevina, tako su oštećene i zgrade Arhitektonskog, Geodetskog i Građevinskog fakulteta u Zagrebu. Zgrade su nakon brzih pregleda dobile oznaku „privremeno neuporabljivo“ te su provedene hitne mjere sanacije radi uklanjanja nastalih oštećenja .

Eksperimentalna mjerenja ambijentalnih vibracija provedena su nakon sanacija oštećenja nastalih uslijed potresa. Tim se mjerenjima dolazi do dinamičkih parametara koji se kasnije koriste u izradi numeričkog modela, odnosno za poboljšanje numeričkog modela što u konačnici povećava pouzdanost proračuna.. Glavni nosivi sustav obiju zgrada čine armirano betonski okviri, kod ovog tipa konstrukcije značajan doprinos krutosti daju pregradni zidovi.. Inače, zgrada sastavljena od armirano betonskih okvira je „meka“.

Provedena mjerenja u svrhu ovog rada korisna su za procjenu stvarnog stanja zgrade i izradu numeričkog modela na temelju kojeg se radi obnova zgrade. Mjerene su ambijentalne vibracije obje zgrade te su za obje zgrade eksperimentalno određeni dinamički parametri, vlastite frekvencije, oblici titranja i koeficijenti prigušenja, no izrađen je numerički model samo dvorišne zgrade.

Dvorišna zgrada sastoji se od dvije dilatacije koje su odvojeno mjerene. Rezultati mjerenja koji su gotovo jednaki za obje dilatacije pokazuju kako su dilatacije zapravo spojene. Stoga je u numeričkom modelu modelirana jedna zgrada s dvije spojene dilatacije. Numerički model je izrađen u programu CSI ETABS v.17 i napravljena su dva modela dvorišne zgrade. Oba modela su izrađena od plošnih elemenata, model 1 sadrži sve zidove, nosive i pregradne, dok je model 2 sastavljen od svih zidova čija je debljina veća od 15 cm.

S obzirom na stanje zgrade, modeli su kalibrirani po dobivenim eksperimentalnim mjerenjima. Izborom i varijacijama krutosti u modelu donekle se dobije raspodjela oštećenja i raspucalih elemenata. U radu su prikazani samo globalni oblici titranja, no postoje i lokalni koji nisu mjereni, a u numeričkom su modelu izbjegnuti povećanjem krutosti izvan ravnine zidovima i pločama.

Da su kojim slučajem postojali eksperimentalni podaci o dinamičkim parametrima zgrade prije potresa mogla bi se napraviti usporedba s vrijednostima nakon potresa te bi se moglo procijeniti koliko je potres zapravo narušio krutost građevine. Svakako bi bilo korisno ponoviti mjerenja nakon što se provedu radovi na ojačanju konstrukcije što će omogućiti usporedbu s rezultatima mjerenja prikazanim u ovom radu i ocjenu učinkovitosti konstrukcijskog ojačanja.

## Literatura

- [1] Elaborat preliminarnih projektnih rješenja obnove potresom oštećene glavne zgrade AGG, Sveučilište u Zagrebu, glavni projektant izv. prof. dr. sc. Mario Uroš, dipl. ing. građ., Zagreb, 2021.
- [2] Elaborat preliminarnih projektnih rješenja obnove potresom oštećene dvorišne zgrade AGG fakulteta, Sveučilište u Zagrebu, glavni projektant Mario Todorić, dipl. ing. građ., Toding d.o.o., Zagreb, 2021.
- [3] Avitabile, P. (2001) Experimental Modal Analysis - a Simple Non-mathematical Presentation. *Sound & Vibration*.
- [4] Guillaume, P. Modal Analysis. CONTROL SYSTEMS, ROBOTICS AND AUTOMATION. Vol. 5
- [5] He, J. i Fu, Z. *Modal Analysis*, Oxford; 2001.
- [6] Damjanović D. (2010) *Utjecaj temperature na dinamičke parametre građevinskih konstrukcija*. Doktorska disertacija. Zagreb: Sveučilište u Zagrebu, Građevinski fakultet
- [7] Schwarz B., Richardson M. (1999) Experimental Modal Analysis. Orlando, Florida, USA: CSI Reliability Week
- [8] Čupić M. (2012) *Dinamička analiza tanke kružne ploče*. Diplomski rad. Zagreb: Sveučilište u Zagrebu, Građevinski fakultet
- [9] Press W. H., Teukolsky S. A., Vetterling W. T., Flannery B. P. *Numerical Recipes in C++ The Art of Scientific Computing*. 2nd edition. Cambridge University Press: 2002.
- [10] Stade, E. *Fourier Analzsis*, Hoboken, New Jersey; 2005.
- [11] Ahmad R. *Understanding the Fourier Transform*  
Dostupno:  
[https://www.google.com/search?q=Understanding+the+Fourier+transform+rizwan+ahmad&client=firefox-b-d&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=2ahUKEwj-o\\_ans34AhVqhP0HHQRADq8Q\\_AUoAXoECAEQAw&biw=1366&bih=643&dpr=1#imgc=5t0DltdayAP7pM](https://www.google.com/search?q=Understanding+the+Fourier+transform+rizwan+ahmad&client=firefox-b-d&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=2ahUKEwj-o_ans34AhVqhP0HHQRADq8Q_AUoAXoECAEQAw&biw=1366&bih=643&dpr=1#imgc=5t0DltdayAP7pM) [Pristupljeno: 12.05.2022.]
- [12] Herceg Lj. (1993) *Ocjena realnog stanja konstrukcija određivanjem dinamičkih parametara*. Doktorska disertacija. Zagreb: Sveučilište u Zagrebu, Građevinski fakultet
- [13] Keim R. (2020) *The Nyquist–Shannon Theorem: Understanding Sampled Systems*  
Dostupno:  
<https://www.allaboutcircuits.com/technical-articles/nyquist-shannon-theorem-understanding-sampled-systems/> [Pristupljeno: 12.05.2022.]
- [14] Bruel&Kjaer Sound and Vibration Measurement  
Dostupno: <https://www.bksv.com/en> (stranica posjećena 10. 5. 2022.)

- [15] Harris, M. C. *Shock and Vibration Handbook*, Fourth edition. New York, McGraw-Hill, 0-07-026920-3; 1996.
- [16] Teorija informacija - predavanja, Dostupno: <http://lab405.fesb.hr/TINF/> [posjećeno 11.5.2022.]
- [17] Damjanović D. *Ispitivanje konstrukcija*. Zagreb: Sveučilište u Zagrebu, Građevinski fakultet
- [18] Lazararević D., Šavor Novak M., Uroš M. (2018) *Dinamika konstrukcija s uvodom u potresno inženjerstvo*. Zagreb: Sveučilište u Zagrebu, Građevinski fakultet
- [19] Brüel & Kjær. Operational Modal Analysis Type 7760 Batch Processing Option BZ-8527  
Dostupno: <https://www.bksv.com/media/doc/bp1889.pdf> [Pristupljeno: 10.06.2022.]
- [20] Greiner B. (2009) *Operational Modal Analysis and its Application for SOFIA Telescope Assembly Vibration Measurements*. Stuttgart: Institut für Raumfahrtssysteme, Universität Stuttgart
- [21] Serridge M., Licht T.R. *Piezoelectric Accelerometer and Vibration Preamplifier Handbook*.  
Dostupno: <https://www.bksv.com/en/knowledge/library> [Pristupljeno: 11.06.2022.]
- [22] Caballol D., Raposo A.P., Carrillo F.G., Morales-Segura M. Measurement of ambient vibration in empty buildings and relation to external noise. *Applied Acoustics*. 2022; 186
- [23] Uroš M., Todorić M., Crnogorac M., Atalić J., Šavor Novak M., Lakušić S. *Potresno inženjerstvo: Obnova zidanih zgrada*. Zagreb: Građevinski fakultet Sveučilišta u Zagrebu; 2021
- [24] Saidin S. S., Kudus S. A., Jamadin A., Anuar M. A., Amin N. M., Ibrahim Z. i dr. Operational modal analysis and finite element model updating of ultra-high performance concrete bridge based on ambient vibration test. *Case Studies in Construction Materials*. 2022; 16
- [25] Dargie W. *Analysis of Time and Frequency Domain of Accelerometer Measurements*. Dresden: Chair for Computer Networks, Faculty of Computer Science, Technical University of Dresden
- [26] Dostupno:  
[https://www.google.com/search?q=PCB+Piezotronics+393B31&client=firefox-b-d&source=Inms&tbm=isch&sa=X&ved=2ahUKewirwJzo76\\_4AhWGIP0HHWurCxAQ\\_AUoAXoECAEQAw&biw=1366&bih=643#imgrc=Y9-DtjewRFCSiM](https://www.google.com/search?q=PCB+Piezotronics+393B31&client=firefox-b-d&source=Inms&tbm=isch&sa=X&ved=2ahUKewirwJzo76_4AhWGIP0HHWurCxAQ_AUoAXoECAEQAw&biw=1366&bih=643#imgrc=Y9-DtjewRFCSiM) [Pristupljeno: 11.06.2022.]
- [27] Projekt obnove zgrade za cjelovitu obnovu zgrade AGG fakultet, Sveučilište u Zagrebu, glavna projektantica Ana Alar, dipl. ing. arh., ING4STUDIO d.o.o., projektant konstrukcije Mario Todorić, dipl. ing. građ., Toding d.o.o., Zagreb, 2022.

## **Zahvale**

Mentorima izv. prof. dr. sc. Domagoju Damjanoviću i izv. prof. dr. sc. Mariu Urošu na uloženom vremenu, nesebičnom dijeljenju znanja i svoj drugoj pomoći na koju smo mogli računati u svakom trenutku kroz osam mjeseci koliko je trajala izrada ovog rada.

Također, želimo zahvaliti i Suzani Ereiz, mag. ing. aedif. koja nam je bila podrška kod mjerenja dok nije bilo našeg mentora.

## **Sažetak**

Sven Marković, Sara Vaing, Lovorka Vdović

### **Modalna analiza zgrada AGG fakulteta Sveučilišta u Zagrebu**

Provedena su eksperimentalna ispitivanja ambijentalnih vibracija zgrada AGG fakulteta oštećenih u potresima koji su 2020. godine pogodili Zagreb i Petrinju. Na temelju operacionalne modalne analize određeni su dinamički parametri koji uključuju vlastite frekvencije, koeficijente prigušenja i vlastite oblike titranja konstrukcija. Za dvorišnu zgradu su izrađena dva numerička modela pomoću unaprijed prikupljene projektne dokumentacije. Jedan model izrađen je sa pregradnim zidovima, dok ih drugi nema. Pomoću eksperimentalno dobivenih rezultata modeli su kalibrirani kako bi se numerički rezultati što više približili realnoj konstrukciji, a samim tim povećana je pouzdanost numeričkog proračuna. Na temelju provedenih analiza i usporedbi odabran je optimalan model.

**Ključne riječi:** ambijentalne vibracije, operacionalna modalna analiza, dinamički parametri, numerički model

## **Summary**

Sven Marković, Sara Vaing, Lovorka Vdović

### **Modal analysis of AGG University of Zagreb faculty buildings**

Ambient vibration measurements were performed on AGG faculty buildings damaged in the 2020 Zagreb and Petrinja earthquakes. Based on the operational modal analysis, dynamic parameters of the structure were determined, which include natural frequencies, damping ratios and mode shapes. Two numerical models were created for the courtyard building using pre-collected design documentation. One model includes partition walls, and the other is without them. Based on experimentally obtained results, the models were calibrated in order to make the numerical results as close as possible to the real structure, thus increasing the reliability of the numerical calculation. The optimal model was selected based on the analyses and comparisons performed.

**Key words:** ambiental vibrations, operational modal analysis, dynamic parameters, numerical model