SVEUČILIŠTE U ZAGREBU

FAKULTET ELEKTROTEHNIKE I RAČUNARSTVA

Darko Janeković

Implementacija metode homogenizacije za Maxwellove jednadžbe u dvodimenizionalnim periodičkim materijalima

Zagreb, 2020.

Ovaj rad izrađen je na Zavodu za radiokomunikacije pod vodstvom doc. dr. sc. Daria Bojanjca i predan je na natječaj za dodjelu Rektorove nagrade u akademskoj godini 2019./2020.

Sadržaj

1 Uvod

Fotonički kristali su periodičke optičke nanostrukture koje omogućuju kontrolu nad propagacijom svjetlosti [1]. Iako je proizvodnja takvih materijala zasad vezana samo uz naprednu i skupu industriju, fotonički kristali nisu izumljeni. Jedan od brojnih primjera je amorfni mineral opal čija boja se mijenja ovisno o kutu upadnog osvjetljenja budući da unutrašnja nanostruktura uzrokuje difrakciju svjetlosti [2]. Svojstva kontrole propagacije svjetlosti su se pokazala kao korisna u mnogim primjenama od kojih su napoznatije specijalizirane optičke niti s niskim prigušenjem [3] ili valovodi s malim gubitcima čak i pod oštrim kutevima [4]. Kompromis kod takvih materijala postavlja se na frekvencijski pojas u kojem mogu funkcionirati budući da su specijalizirani za uske frekvencijske pojaseve gdje su iznimno efikasni [5]. Fotonički kristali spadaju u klasu veće skupine materijala koji se zovu metamaterijali. To su materijali koji zbog svoje periodičke strukture nemaju ista svojstva kao i ostali materijali u prirodi. Iz perspektive elektromagnetizma, interesantna svojstva materijala su relativna permitivnost ε i permeabilnost μ budući da određuju brzinu i način propagacije elektromagnetskog vala. Proizvodnja ovakvih materijala za visoke frekvencije je i dalje relativno skup postupak zbog mikroskopske skale i preciznosti na kojoj materijali moraju biti izvedeni. Posljedično, industrija vezana uz navedene tehnologije uvelike ovisi o računalnim metodama za analizu i simulaciju ponašanja materijala. U okviru ovog rada na primjeru će biti demonstriran postupak homogenizacije kojim je moguće skratiti računalno vrijeme potrebno za analizu svojstava takvih materijala. Pored toga, težište rada bit će postavljeno na implementaciji, korištenju i validaciji rezultata ranije navedenog postupka.

2 Analiza periodičkih heterogenih materijala

Različiti materijali poprimaju različite vrijednosti relativne permitivnosti i permeabilnosti te shodno tome elektromagnetski valovi propagiraju različitom brzinom u različitim materijalima. Iako je svaki materijal po tom pitanju različit, za svaki materijal su i relativna permitivnost i permeabilnost realni brojevi veći od nula[1]. S druge strane, postoji skupina anizotropnih materijala čiji odziv na pobudu, za razliku od izotropnih materijala, ovisi o smjeru pobude. Takva pojava proizlazi iz kristalne ili molekularne strukture materijala [6].

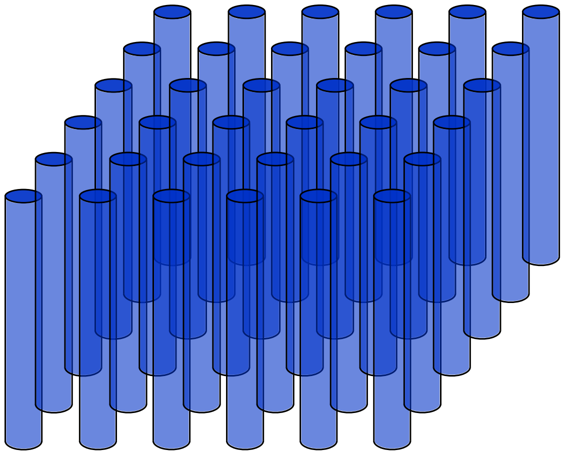
Heterogeni materijali su satkani od više jednostavnih, homogenih materijala. Na slici 1 prikazan je periodički heterogeni materijal čija je osnovna gradivna jedinica stupić postavljen u kvadratnu rešetku. Za detaljniji izvod zašto je ovo kvadratna rešetka pogledati izvod u [7, 1].

Jedina razlika u odnosu na izotropne materijale što se tiče modeliranja je da će takvi materijali kao relativnu permitivnost odnosno permeabilnost imati tenzor umjesto skalara. Također, u nastavku se pretpostavljaju linearni materijali tako da će vrijediti $\varepsilon\mathbf{E} = \mathbf{D}$, odnosno u anizotropnom materijalu će vrijediti

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{1,1} & \varepsilon_{1,2} \\ \varepsilon_{2,1} & \varepsilon_{2,2} \end{bmatrix} \mathbf{E} = \mathbf{D}.$$

Ukoliko materijal nije anizotropan, tenzor će biti dijagonalna matrica s istim vrijednostima na

[1]Postoji skupina metamaterijala čija permitivnost i permeabilnost mogu, u uskom frekvencijskom pojasu, biti negativne vrijednosti. U ovom radu se takvi primjeri neće razmatrati.



Slika 1: Primjer heterogenog periodičnog materijala s kvadratnom ćelijom popunjenom stupićima.

dijagonalama. Drugim riječima, ukoliko je materijal izotropan vrijedi $\varepsilon_{1,1} = \varepsilon_{2,2} \neq 0$ i $\varepsilon_{1,2} = \varepsilon_{2,1} = 0$.

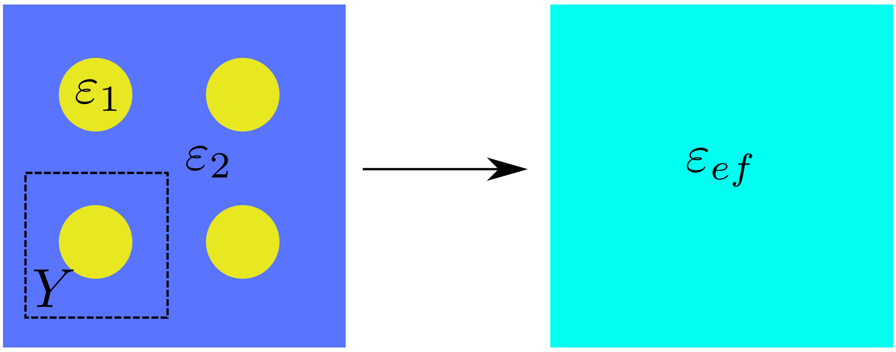
2.1 Računalne metode za elektromagnetske simulacije

Analiza materijala u kontekstu računalnih metoda najčešće podrazumijeva rješavanje određene parcijalne diferencijalne jednadžbe na određenoj domeni. S obzirom na to da se u okviru ovog rada analiziraju elektromagnetska svojstva materijala, programske komponente na neki način će na domeni aproksimirati rješenje Maxwellovih jednadžbi. Složeni materijali i fenomeni vezani uz njih mogu se modelirati na nekoliko načina. Od trenutno korištenih, najjednostavnija je metoda konačnih razlika. Algoritam za implementaciju metode se bazira na aproksimiranju derivacija razlikom između susjednih elemenata [8]. Problemi se javljaju kod modeliranja kompleksnih gemoetrija budući da se metoda zasniva na jednostavnim uniformnim diskretizacijama domene koje se efektivno ponašaju kao raster. Kompleksnija metoda koja se veže uz nestrukturirane mreže je metoda konačnih elemenata [9]. Nestrukturirana mreža se najčešće gradi od niza trokuta odnosno tetraedara u trodimenzionalnom prostoru. Postupak se u literaturi najčešće naziva triangulacija, a primjer nestrukturirane mreže vidljiv je na slici 4. Cijena ove metode je nešto složenija matematička pozadina i implementacija. Obje metode u konačnici generiraju sustav $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ pri čemu je $\mathbf{A}$ kvadratna $n \times n$ regularna matrica, dok je $\mathbf{b}$ n-dimenzionalni vektor koji predstavlja desnu stranu jednadžbe, a $\mathbf{x}$ predstavlja n-dimenzionalni vektor nepoznanica. Ukoliko sustav to dopušta, rješenje je moguće naći iterativnim metodama koje nastoje kroz svaku iteraciju konvergirati prema točnom rješenju. Takve metode su brze, efikasne i izvrsno skaliraju s brojem procesora i dimenzija problema budući da se iteracije često svode na umnožak matrice i vektora. S druge strane, ukoliko sustav ne dopušta rješavanje iterativnim metodama, potrebno je koristiti direktne metode koje ne skaliraju i ne često predstavljaju ograničavajući faktor za rješavanje problema.

2.2 Postupak homogenizacije

S obzirom na to da su periodičke strukture satkane od kompleksnih geometrija, analiza traži relativno gustu diskretizaciju. Budući da bi diskretizacija metodom konačnih razlika bila netraktabilna, u nastavku će za analizu biti korištena metoda konačnih elemenata. S druge strane, čak i direktno modeliranje raspršenja elektromagnetskog vala na periodičkom heterogenom materijalu može postati netraktabilno ukoliko je periodička struktura velika.

Alternativan pristup je umjesto modeliranja periodičke strukture kao heterogenog materijala iskoristiti homogenizaciju koja će periodičku strukturu prikazati kao jedan anizotropan materijal. Ovisno o rasporedu jedinične ćelije, materijal ne mora biti anizotropan, ali će njegova svojstva biti prikazana kroz dielektrični tenzor ε_{ef}. Na taj način je moguće puno efikasnije diskretizirati problem budući da nije potrebno uzimati složenije interakcije u svim ćelijama koje tvore materijal. Postupak koji iz modela periodičnog heterogenog materijala generira model homogenog materijala u nastavku će se kraće nazivati homogenizacija.



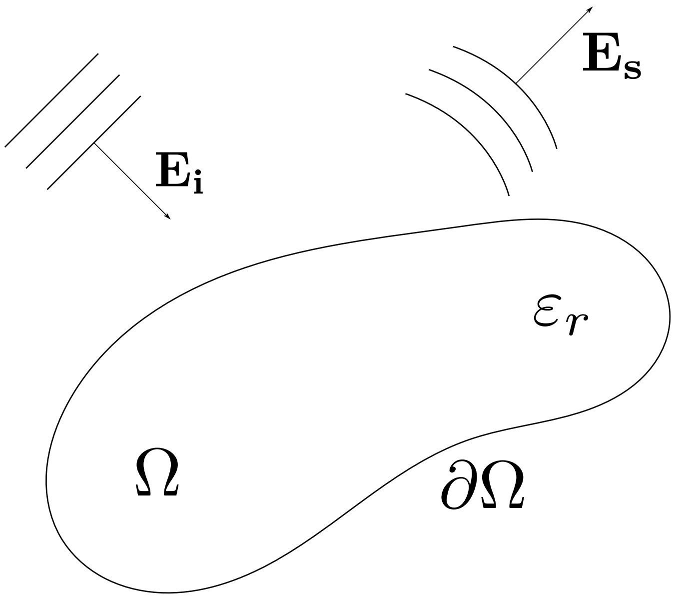
Slika 2: Postupak homogenizacije nastoji periodički heterogeni materijal sastavljen od dva materijala permitivnosti ε_1 i ε_2 prikazati kao homogeni materijal građenog od materijala relativne permitivnosti ε_{ef}. U nastavku će se ε_{ef} nazivati efektivni parametri materijala. Na slici je označena i jedinična ćelija Y. Za primijetiti je da je cijeli materijal moguće izgraditi jednostavnim translacijama jedinične ćelije.

Postupak homogenizacije u ovom radu neće biti detaljnije objašnjavan. Za detaljnije objašnjenje postupka u kontekstu periodičnih heterogenih materijala iz perspektive elektromagnetizma pogledati [10]. U ovom trenutku važno je napomenuti da će se postupak homogenizacije, što se implementacije tiče, izvoditi na jediničnoj ćeliji koja je osnovna jedinica periodičkog materijala.

Također, valja detaljnije opisati zašto je ovaj postupak koristan. Ranije je spomenuto da modeli koji u obzir uzimaju refleksije unutar materijala lako mogu postati netraktabilni zbog dimenzija problema koje je potrebno promatrati. S druge strane, ukoliko model ne uzima u obzir refleksiju unutar materijala, vjerojatno niti odziv odnosno raspršeno polje neće biti točno. Homogenizacija omogućava izračun efektivnih parametara materijala te zatim zanemarivanje refleksije unutar materijala. Ovakav postupak nije primjenjiv za male periodične materijale budući da za takve strukture postupak ne predstavlja značajnu uštedu u računalnom vremenu. Ovakav postupak je primjenjiv za velike periodičke strukture gdje predstavljanje ćelije homogenim materijalom predstavlja značajnu uštedu računalnog vremena. Osim toga, postupak se lako uklapa u razvojni okvir za izračun raspršenog polja u problemu raspršenja te je korištenje rezultata homogenizacije u okviru tog postupka računalno "besplatno".

3 Problem raspršenja elektromagnetskog vala

Industrijske primjene heterogenih periodičkih materijala u fotonici najčešće se svode na to na koji način se elektromagnetski val raspružuje na materijalu. Problem je grafički prikazan na slici 3.



Slika 3: Upadni val $\mathbf{E_i}$ se raspršuje na predmetu ω s relativnom permitivnosti *varepsilon*$_r$ tako da reflektirani val $\mathbf{E_s}$ nastavlja prema rubu domene.

Problem se pod pretpostavkom linearnosti modelira sustavom

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) - k_0^2 \varepsilon_r \mathbf{E} = 0 \tag{1}$$

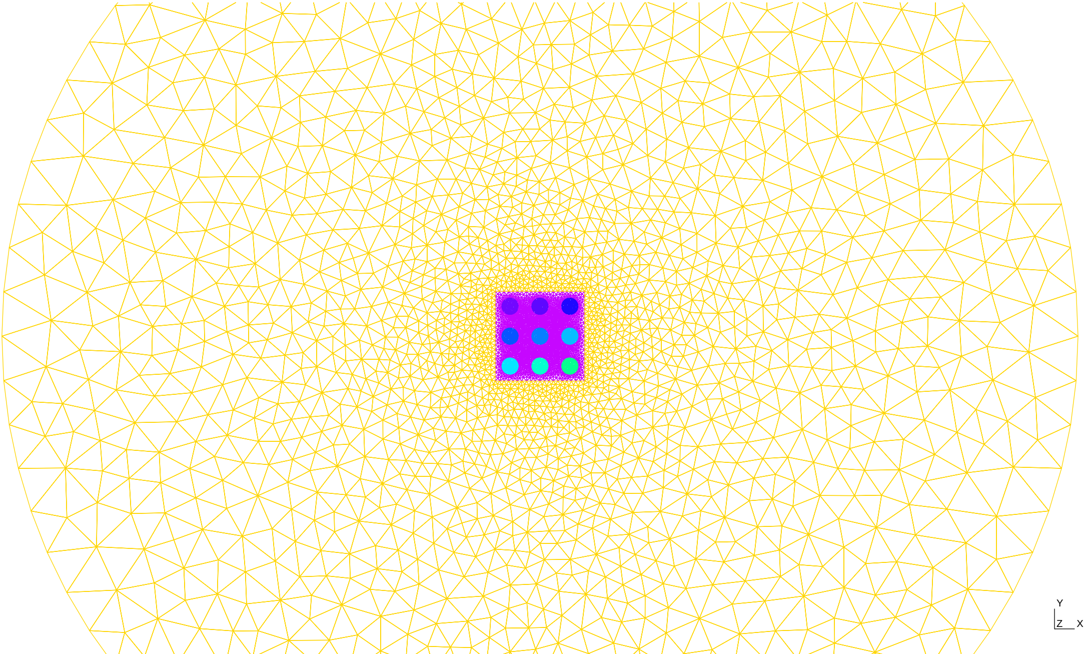
$$\mathbf{E} = \mathbf{E_i} + \mathbf{E_s} \tag{2}$$

pri čemu je 1 valna jednadžba uz pretpostavku harmonijskog odziva. Detaljniji izvod problema potražiti u [11].

U središtu domene će biti postavljen ili heterogeni materijal ili homogenizirani materijal. Izračunom dobivenog polja moguće je izraziti grešku između dvije metode i eksperimentalno dokazati ili opovrgnuti točnost aproksimacije.

3.1 Problemi u vezi rješavanja sustava

Ovaj postupak je računalno iznimno skup i od interesa je napraviti modifikacije u vidu što kraćeg i efikasnijeg izračuna. S jedne strane, prostor prikazan na slici 4 mora biti relativno gusto



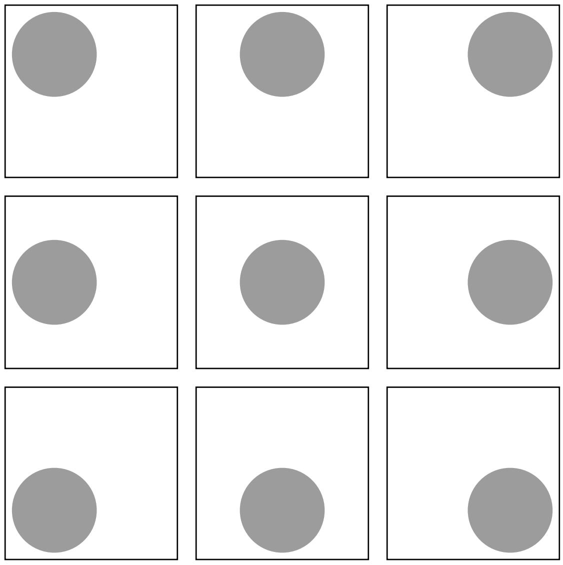
Slika 4: Diskretizacija cijelog problema. Materijal je satkan od rešetke dimenzija 3×3. Ćelija je kao i ranije kvadratna i u središtu svake ćelije se nalazi jedan krug.

diskretiziran tako da problem u konačnici može imati više milijuna stupnjeva slobode. S druge strane, sustav jednadžbi rezultira matricom koje je indefinitna i nije ju moguće rješavati trivijalnim iterativnim metodama [12]. Stoga, matrica mora biti invertirana direktnom metodom čija je složenost u pravilu gora od kvadratne. Iako vremenska složenost matrice očito nije povoljna, valja napomenuti da se u ovim problemima koriste rijetko popunjene matrice. Značajniji problem kod direktne metode je činjenica da inverz rijetko popunjene matrice nije rijetko popunjena matrica. Postupak za invertiranje mora alocirati "gustu" kvadratnu matricu čiji broj stupaca odnosno redaka odgovaraju brojevima stupnjeva slobode. Drugim riječima, ukoliko se izvodi optimizacija nekog materijala i broj stupnjeva slobode se udvostruči, vrijeme izvođenja će se povećati za četiri, ali će se i memorijski zahtjevi povećati za četiri. Ovaj problem postaje daleko značajniji u 3 dimenzije gdje je broj stupnjeva slobode još veći.

4 Homogenizacija jednostavne periodičke ćelije

U ovom poglavlju će postupak homogenizacije biti demonstriran i testiran na primjeru jednostavnog materijala satkanog od periodično raspoređenih rupa u siliciju. Dvije rupe međusobno su udaljene za x jedinica, a radius rupa jednak je r jedinica. Takav materijal i njegova jedinična ćelija označena s Y prikazani su na slici 2. U okviru ovog poglavlja bit će demonstriran razvojni okvir *effective* [13] razvijen u svrhu izvođenja postupka homogenizacije nad jediničnim ćelijama.

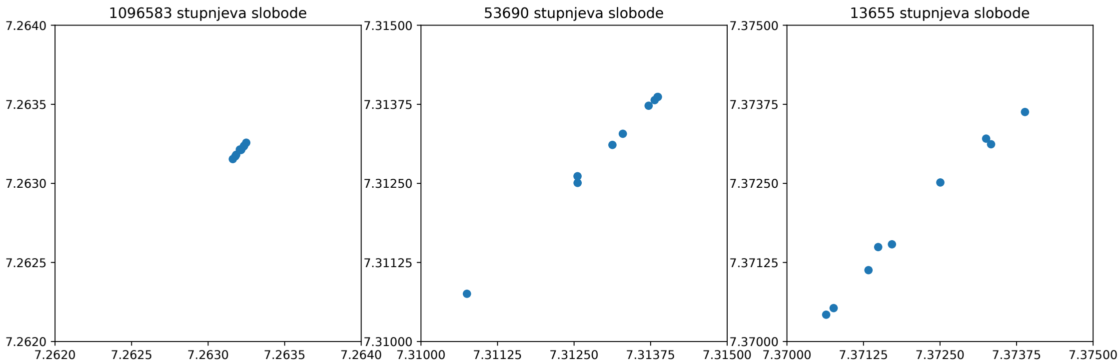
Za navedeni materijal je moguće na različite načine postaviti jediničnu ćeliju. U nastavku su



Slika 5: Grafički prikaz svih 9 različitih konfiguracija jedinične ćelije. Lako je provjeriti da se translacijom po x i y osi bilo koje od navedenih 9 jediničnih ćelija može dobiti periodički materijal prikazan na slici 2.

ispitane samo neke od mogućih varijanti. Budući da je postupak homogenizacije invarijantan na postavljanje jedinične ćelije, za očekivati je da će vrijednosti efektivnih parametara biti iste.

Eksperiment je izveden nad 9 različitih konfiguracija jedinične ćelije i 3 različite gustoće diskretizacije. Sve varijante su prikazane na slici 5. Važno je napomenuti da se svako diskretizirano rješenje bliži kontinuiranome što je gustoća diskretizacije veća. Na slici 6 grafički je prikazano navedeno rasipanje vrijednosti između jediničnih ćelija koje bi trebale davati isti rezultat.



Slika 6: Grafički prikaz rasipanja vrijednosti za 9 različitih konfiguracija jedinične ćelije između 3 različite gustoće diskretizacije problema. Iako osi ne prikazuju istu domenu, područje koje je prikazano, prikazano je pri istoj razlučivosti.

Ukoliko je postupak homogenizacije točan, za očekivati je da će na dijagonali tenzora biti iste vrijednosti, te da između različitih jediničnih ćelija neće biti značajnijih rasipanja. U tablici

1 prikazane su srednje vrijednosti dijagonale tenzora. S druge strane, primjetno je da se rasipanje smanjuje većim brojem stupnjeva slobode. Drugim riječima, veći broj stupnjeva slobode vodi k aproksimaciji problema koja je bliža kontinuiranoj.

Tablica 1: Tablica s rezultatima između 3 različite gustoće diskretizacije s 9 različitih konfiguracija jedinične ćelije koje bi trebale dati isti rezultat.

Broj stupnjeva slobode	Srednja vrijednost - $\varepsilon_{1,1}$	Srednja vrijednost - $\varepsilon_{2,2}$	Standardna devijacija - $\varepsilon_{1,1}$	Standardna devijacija - $\varepsilon_{2,2}$
13655	7.372102	7.371953,	0.001117	0.001130
53690	7.313061	7.313060	0.000955	0.000953
1096583	7.263209	7.263208	2.766120×10^{-5}	3.188744×10^{-5}

U tekstu ranije spomenuto je da jedinična ćelija modelira periodičan heterogeni materijal. Periodičan materijal je potrebno diskretizirati tako da je moguće očuvati periodičnost. Ukoliko je riječ o periodičnosti u x smjeru, točke koje tvore diskretizaciju s lijeve strane moraju odgovarati točkama s desne strane tako da je kasnije moguće objediniti rješenje na jednom rubu i pridijeliti ga rješenju na drugom. Ukoliko to svojstvo nije zadovoljeno, dolazi do grešaka uslijed pogrešnog aproksimiranja periodičnosti.

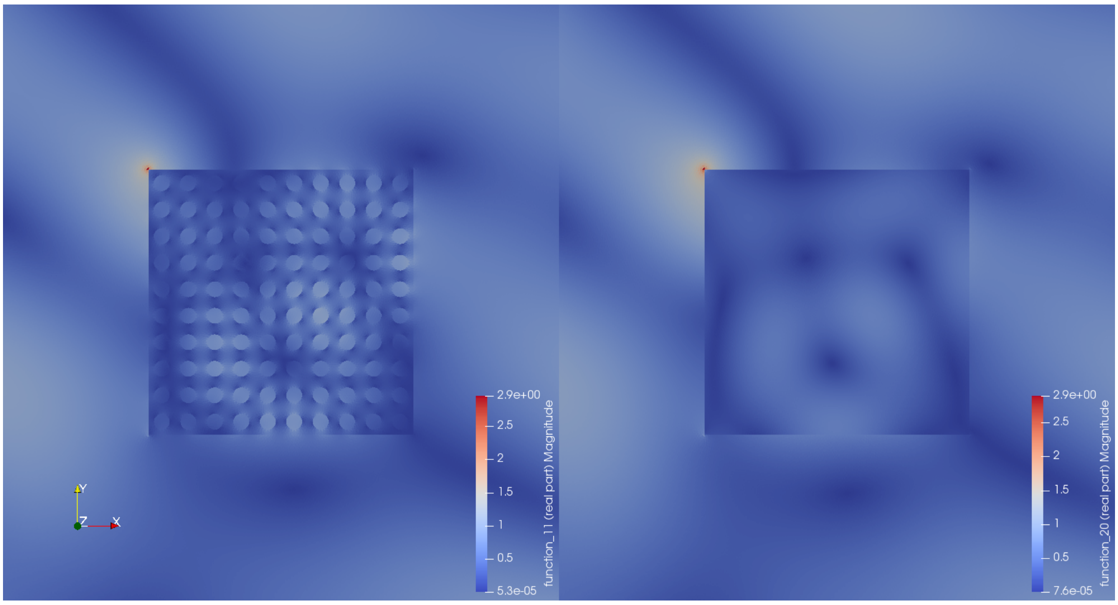
Primjerice, u praksi se za jednostavnije dvodimenzionalne probleme gdje je potrebna simetrija u obje osi koristi torus čije koordinate se onda preslikavaju na željenu domenu. Takav postupak je teško ostvariv u alatima koji su trenutno popularni za izvođenje izračuna metodom konačnih elemenata posebice ako se željena geometrija zadaje u primjerice prostoru $[0,1] \times [0,1]$.

Budući da za probleme koji su ovdje razmatrani još nije predloženo programsko rješenje, koristi se generalni programski alat za diskretizaciju domene, Gmsh [14]. Takav programski alat ne nastoji generirati diskretizaciju koja je periodična pa shodno tome postoji rasipanje vrijednosti i razlika između srednjih vrijednosti. U ovom trenutku nije moguće istaknuti kolika je uistinu greška za svaki od izračunatih efektivnih parametara. S druge strane, u ovom trenutku je moguće istaknuti da bi materijal opisan slikom 2 trebao biti izotropan odnosno čak i nakon homogenizacije, vrijednosti na dijagonali tenzora bi trebale biti jednake. Iako postoji određeno rasipanje između vrijednosti kad je u pitanju diskretizacija s manjim brojem stupnjeva slobode, srednje vrijednosti dijagonale tenzora se razlikuju tek na trećoj odnosno četvrtoj decimali. U sljedećem poglavlju će ovi rezultati biti validirani na problemu raspršenja.

5 Rezultati

Budući da nije moguće znati egzaktno rješenje postupka homogenizacije, jedini način na koji je moguće iskazati grešku je upotrijebiti efektivne parametre u drugom problemu i usporediti rezultat s modelom koji bi se dobio bez homogenizacije. U svrhu validacije postupka homogenizacije se koristi problem raspršenja elektromagnetskog vala na objektu. Za navedeni problem razvijen je zaseban radni okvir nazvan *scattering* [15] čija zadaća je rješavanje problema raspršenja u kružnoj domeni[2]. Radni okvir je implementiran koristeći komponente i Firedrake [16] i

[2]Trenutni kod je trivijalno proširiv na 3 dimenzije.



Slika 7: Usporedba amplitude realne komponente originalnog i homogeniziranog rješenja. S lijeve strane se nalazi originalan periodički i heterogeni materijal. S desne strane se nalazi homogenizirano rješenje. Vidljivo je da su rješenja dva materijala relativno slična. Norma između ova dva rješenja iznosti 0.596478.

Dolfin [17] projekta.

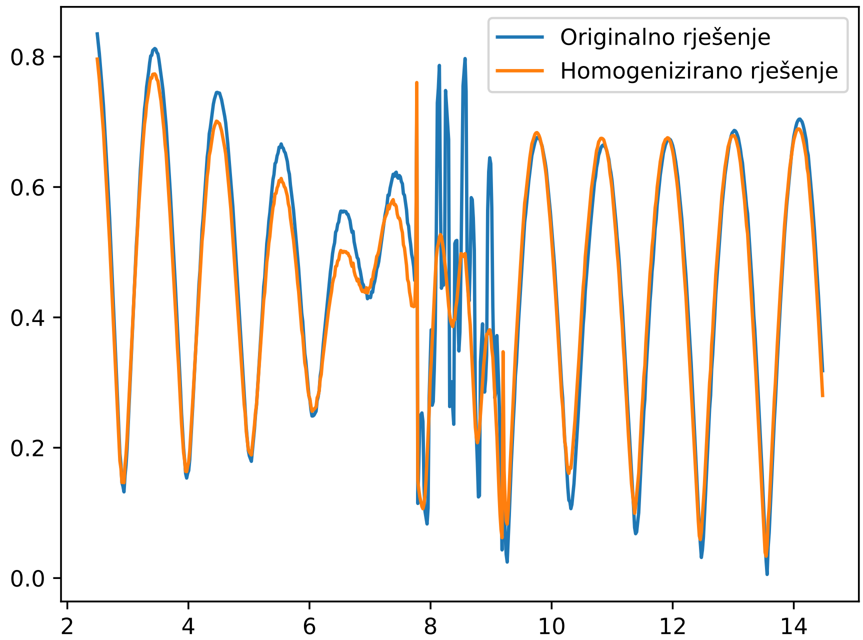
U nastavku je prikazan eksperiment gdje je s jedne strane generiran heterogeni periodički materijal s dimenzijom rešetke 10×10, a s druge strane je korišten materijal s efektivnim parametrima dobivenim ranije, odnosno

$$\varepsilon_{ef} = \begin{bmatrix} 7.263209 & 0 \\ 0 & 7.263208 \end{bmatrix}.$$

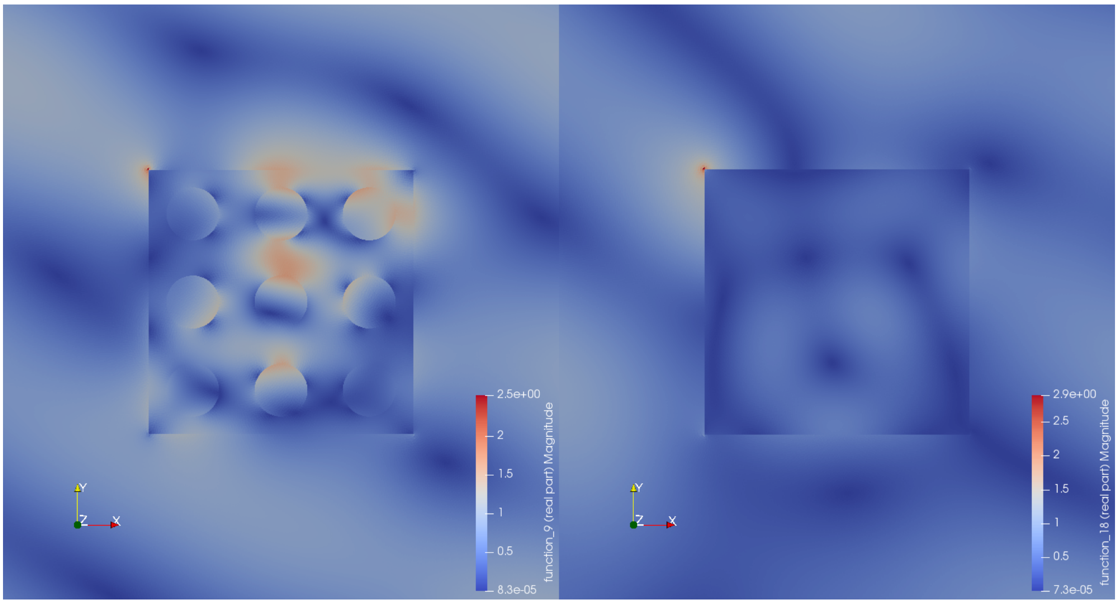
Rezultati simulacije raspršenja elektromagnetskog vala prikazani su na slici 7.

Na slici 8 prikazana je amplituda realne komponente rješenja za homogenizirano i originalno rješenje na liniji koja prolazi dijagonalom materijala.

Važno je napomenuti da je ovaj postupak primjenjiv za periodičke materijale velikih dimenzija budući da postupak homogenizacije pretpostavlja periodički materijal koji nije ograničen. Na slici 9 prikazana je usporedba kao i na slici 7, ali za periodički heterogeni materijal s rešetkom dimenzija 3×3.



Slika 8: Realna komponenta amplitude vektorskog polja za homogenizirano i originalno rješenje problema raspršenja na liniji koja pravcu koji prolazi dijagonalom materijala na slici 7.



Slika 9: Usporedba amplitude realne komponente originalnog i homogeniziranog rješenja. S lijeve strane se nalazi originalan periodički i heterogeni materijal. S desne strane se nalazi homogenizirano rješenje. Norma između ova dva rješenja iznosi 3.569.

6 Zaključak i budući rad

U ovom radu predstavljen je set alata razvijen za homogenizaciju periodičkih heterogenih materijala. Svi alati navedeni u ovom radu su javno dostupni [15, 13]. Koristeći navedene alate demonstrirana je invarijantnost na položaj jedinične ćelije uz zadanu toleraciju. Grafički je prikazano i statistički analizirano rasipanje u rezultatima za 3 različite gustoće diskretizacije uz zaključak da je postupak valjan. Na kraju je predstavljen set alata za provjeru postupka homogenizacije uspoređivanjem raspršenog polja homogeniziranog materijala s originalnim heterogenim periodičkim materijalom. Postupak je primjenjiv za velike periodičke materijale budući da postupak homogenizacije pretpostavlja periodički materijal koji nije ograničen. To svojstvo je demonstrirano na primjeru 3 materijala odnosno 10 materijala.

Budući rad uključuje užu integraciju navedenih alata u konherentnu cjelinu. Dodavanje adaptivnog postavljanja diskretizacije bi vodio prema efikasnijim diskretizacijam koje bi mogle zadržati istu grešku kao originalni problem, uz manji broj stupnjeva slobode. Također, vrijedan budući rad bi bila formulacija problema raspršenja na način koji će generirati matricu s boljim svojstvima. U zadnje vrijeme se ističe metoda najmanjih kvadrata [18], odnosno metoda diskontinuiranih najmanjih kvadrata [19].

Zahvala

Zahvaljujem se Laboratoriju za napredno računanje(LNR), Prirodoslovno-matematički fakultet Zagreb na ustupljenim računalnim resursima potrebnim za generiranje rezultata koji su prezentirani u ovom radu.

Literatura

[1] SGJ John i dr. “Photonic crystals: molding the flow of light”. *Princeton University of press*. 2008.

[2] Carlos I Aguirre, Edilso Reguera i Andreas Stein. “Tunable colors in opals and inverse opal photonic crystals”. *Advanced Functional Materials* 20.16 (2010), str. 2565–2578.

[3] Tim A Birks, Jonathan C Knight i P St J Russell. “Endlessly single-mode photonic crystal fiber”. *Optics letters* 22.13 (1997), str. 961–963.

[4] Attila Mekis i dr. “High transmission through sharp bends in photonic crystal waveguides”. *Physical Review Letters* 77.18 (1996), str. 3787.

[5] Ardavan Oskooi i dr. “Partially disordered photonic-crystal thin films for enhanced and robust photovoltaics”. *Applied Physics Letters* 100.18 (2012), str. 181110.

[6] John David Jackson. *Classical electrodynamics*. John Wiley & Sons, 2007.

[7] Charles Kittel i Paul McEuen. *Introduction to solid state physics*. Sv. 8. Wiley New York, 1976.

[8] Allen Taflove i Susan C Hagness. *Computational electrodynamics: the finite-difference time-domain method*. Artech house, 2005.

[9] Susanne Brenner i Ridgway Scott. *The mathematical theory of finite element methods*. Sv. 15. Springer Science & Business Media, 2007.

[10] Dario Bojanjac. “Homogenization of electromagnetic scattering problem in periodic material”. *International Workshop on PDEs: analysis and modelling*. 2018, str. 10.

[11] Peter Monk i dr. *Finite element methods for Maxwell’s equations*. Oxford University Press, 2003.

[12] Oliver G Ernst i Martin J Gander. “Why it is difficult to solve Helmholtz problems with classical iterative methods”. *Numerical analysis of multiscale problems*. Springer, 2012, str. 325–363.

[13] Darko Janeković Dario Bojanjac. *Homogenization of Maxwell equations inside 2D periodic materials*. `https://github.com/dbojanjac/effective2D`. 2020.

[14] Christophe Geuzaine i Jean-François Remacle. “Gmsh: A 3-D finite element mesh generator with built-in pre-and post-processing facilities”. *International journal for numerical methods in engineering* 79.11 (2009), str. 1309–1331.

[15] Darko Janeković Dario Bojanjac. *Electromagnetic wave scattering in 2D*. `https://github.com/dbojanjac/scattering2D`. 2020.

[16] Florian Rathgeber i dr. “Firedrake: automating the finite element method by composing abstractions”. *CoRR* abs/1501.01809 (2015). arXiv: `1501.01809`. URL: `http://arxiv.org/abs/1501.01809`.

[17] Anders Logg, Garth N. Wells i Johan Hake. “DOLFIN: a C++/Python Finite Element Library”. *Automated Solution of Differential Equations by the Finite Element Method, Volume 84 of Lecture Notes in Computational Science and Engineering*. Ur. Anders Logg, Kent-Andre Mardal i Garth N. Wells. Springer, 2012. Pogl. 10.

[18] Bo-nan Jiang. *The least-squares finite element method: theory and applications in computational fluid dynamics and electromagnetics*. Springer Science & Business Media, 1998.

[19] Ruo Li, Qicheng Liu i Fanyi Yang. “A discontinuous least squares finite element method for time-harmonic Maxwell equations”. *arXiv preprint arXiv:2007.06791* (2020).

Sažetak

Autor: Darko Janeković

Naslov: Implementacija metode homogenizacije za Maxwellove jednadžbe u dvodimenizionalnim periodičkim materijalima

Fotonički kristali su periodičke optičke nanostrukture koje omogućuju kontrolu nad propagacijom svjetlosti. Proizvodnja ovakvih materijala je skup proces zbog mikroskopske skale i preciznosti na kojoj materijali moraju biti izvedeni. Industrija vezana uz navedene tehnologije iz tog razloga se uvelike oslanja na računalne metode. S obzirom na to da uobičajena formulacija problema raspršenja metodom konačnih elemenata generira sustav koji je indefinitan odnosno nije moguće rješavati trivijalnim iterativnim metodama, potrebno je koristiti direktne metode. U okviru ovog rada dan je kratak pregled metode homogenizacije kojom je moguće skratiti računalno vrijeme prilikom analize svojstva takvih materijala. U radu će biti demonstriran postupak homogenizacije te će rezultati biti analizirani i validirani na problemu raspršenja elektromagnetskih valova. Zajedno s postupkom bit će demonstriran i set alata razvijen u svrhu izvođenja homogenizacije periodičnih heterogenih materijala.

Ključne riječi: Maxwellove jednadžbe, metoda konačnih elemenata, homogenizacija.

Summary

Author: Darko Janeković

Title: Implementation of homogenization method for the Maxwell equations in two-dimensional periodic materials

Photonic crystals are a periodic optical nanostructures that affect propagation of light. Fabrication of such materials is an expensive procedure since these materials require precision on a microscopic scale. Because of that, photonic crystals industry heavily relies on computational methods for simulating and analysis. Since common formulation of scattering problem using finite element method leads to the systems that are indefinite and not well suited for usual iterative solvers, systems have to be solved using direct methods. Within this work short introduction to the homogenization procedure and a possibility to reduce computation time in analysis is given. Homogenization procedure will be analysed and validated on electromagnetic scattering problem. Together with analysis of the results, tools used to generate them are presented.

Key words: Maxwell equations, finite element method, homogenization.