

**SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE**

**Baćek Tomislav**

**NEIZRAZITO AUTONOMNO  
UPRAVLJANJE AUTOMOBILOM**

Zagreb, 2011.

Ovaj rad izrađen je na Katedri za strojarsku automatiku, Zavod za robotiku i automatizaciju proizvodnih sustava, pod vodstvom prof. dr. sc. Dubravka Majetić i doc. dr. sc. Josipa Kasać, i predan je na natječaj za dodjelu Rektorove nagrade u akademskoj godini 2010./2011.

## SADRŽAJ

<b>POPIS OZNAKA</b>	<b>V</b>
<b>POPIS SLIKA</b>	<b>VII</b>
<b>1. UVOD</b>	<b>1</b>
<b>2. DINAMIČKI MODEL VOZILA</b>	<b>2</b>
2.1. Prostor stanja	3
2.2. Uzdužno i bočno klizanje	4
2.3. Opterećenje gume	5
2.4. Model gume	5
<b>3. SLIJEĐENJE REFERENTNE TRAJEKTORIJE</b>	<b>7</b>
3.1. Analitički neizraziti regulator	7
3.2. Slijedjenje referentne sinus trajektorije	13
3.3. Slijedjenje referentne kružne trajektorije	18
<b>4. ZAOBILAŽENJE PREPREKA</b>	<b>24</b>
4.1. Metoda potencijalnih polja	24
4.2. Zaobilaženje prepreka	26
4.2.1. Zaobilaženje jedne prepreke	26
4.2.2. Zaobilaženje više prepreka	30
<b>5. USPOREDBA KLASIČNOG I ANALITIČKOG NEIZRAZITOGR REGULATORA</b>	<b>34</b>
5.1. Klasični neizraziti regulator	34
5.2. Simulacijski model	37
5.3. Simulacijski rezultati modela sa klasičnim neizrazitim regulatorom	41

<b>6.</b>	<b>ZAKLJUČAK</b>	<b>49</b>
<b>7.</b>	<b>ZAHVALA</b>	<b>50</b>
<b>8.</b>	<b>DODATAK</b>	<b>51</b>
8.1.	Parametri modela automobila	<b>51</b>
8.2.	Parametri neizrazitog regulatora	<b>51</b>
	<b>LITERATURA</b>	<b>53</b>
	<b>SAŽETAK</b>	<b>55</b>
	<b>SUMMARY</b>	<b>56</b>
	<b>ŽIVOTOPIS</b>	<b>57</b>

## POPIS OZNAKA

$U$	uzdužna brzina automobila
$V$	bočna brzina automobila
$r$	kružna brzina automobila
$X$	položaj automobila u globalnom koordinatnom sustavu u smjeru $x$ osi
$Y$	položaj automobila u globalnom koordinatnom sustavu u smjeru $y$ osi
$\psi$	orientacija automobila u globalnom koordinatnom sustavu
$M$	ukupna masa automobila
$F_{xi}$	uzdužna sila na $i$ -tu gumu u globalnom koordinatnom sustavu
$F_{yi}$	bočna sila na $i$ -tu gumu u globalnom koordinatnom sustavu
$b$	udaljenost prednje osovine automobila od težišta automobila
$c$	udaljenost stražnje osovine automobila od težišta automobila
$t$	širina automobila
$I_{zz}$	moment inercije automobila oko $z$ osi
$\omega_i$	rotacijska brzina $i$ -tog kotača
$T_i$	moment na $i$ -toj gumi
$R$	efektivni polumjer gume
$I_{\omega i}$	moment inercije $i$ -te gume
$F_{xti}$	uzdužna sila na $i$ -toj gumi u koordinatnom sustavu gume
$F_{y \sum d}$	ukupna zakašnjela bočna sila
$\tau_d$	vremenska konstanta
$\eta_i$	uzdužno klizanje $i$ -te gume
$U_i$	uzdužna brzina automobila u $i$ -tom kutu
$\alpha_i$	kut proklizavanja $i$ -te gume
$\delta_i$	zakret $i$ -tog kotača automobila
$V_i$	bočna brzina automobila u $i$ -tom kutu
$F_{zi}$	sila na $i$ -tu gumu u $z$ osi
$g$	gravitacijska konstanta
$l$	udaljenost prednje i stražnje osovine

$h_g$	položaj težišta u z osi
$s_i$	ukupno klizanje gume
$F_i$	ukupna sila na gumu
$\mu$	koeficijent trenja guma-podloga
$k$	faktor pretvorbe stupnjeva u radijane
$B$	parametar magične formule
$C$	parametar magične formule
$D$	parametar magične formule
$\vec{r}_m$	vektor položaja automobila u globalnom koordinatnom sustavu
$\vec{r}_r$	vektor položaja točke referentne trajektorije u globalnom koordinatnom sustavu
$\vec{r}$	vektor udaljenosti automobila i referentne trajektorije
$\vec{r}_e$	vektor orijentacije automobila u globalnom koordinatnom sustavu
$k_i$	pojačanje regulatora
$vek\_prod$	vektorski produkt vektora $\vec{r}_e$ i $\vec{r}$
$\ \vec{r}\ $	norma udaljenosti automobila od cilja
$\delta U$	razlika brzina referentne i trajektorije automobila
$U_{ref}$	ukupna brzina promjene referentne trajektorije
$U_{stv}$	ukupna brzina automobila
$x_{ref}$	koordinata referentne trajektorije na osi apscisa
$y_{ref}$	koordinata referentne trajektorije na osi ordinata
$U_{x_{ref}}$	brzina promjene referentne trajektorije u smjeru x osi
$U_{y_{ref}}$	brzina promjene referentne trajektorije u smjeru y osi
$\beta$	bočno klizanje automobila
$a_y$	bočno ubrzanje automobila
$U_a$	atraktivni potencijal
$U_r$	repulzivni potencijal
$k_a$	jakost atraktivnog potencijala
$k_r$	jakost repulzivnog potencijala
$\sigma$	parametar repulzivnog potencijala
$c_i$	realna pojačanja za određivanje utjecaja potencijala na konačni oblik trajektorije
$V$	potencijalna funkcija za ostvarivanje konstantne udaljenosti automobila u formaciji

## POPIS SLIKA

**Slika 2.1.: Shematski prikaz modela automobila**

**Slika 2.2.: Sile i kutevi zakreta kotača**

**Slika 3.1.: Položaj automobila u odnosu na opću referentnu trajektoriju**

**Slika 3.2.: Vektorski produkt – dva moguća slučaja**

**Slika 3.3.: Trajektorija automobila u slučaju slijedenja referentne sinus trajektorije**

**Slika 3.4.: Odziv parametara modela automobila u slučaju slijedenja referentne sinus trajektorije**

**Slika 3.5.: Trajektorije automobila u slučaju slijedenja referentne sinus trajektorije za različite početne uvjete (položaj i orijentaciju automobila)**

**Slika 3.6.: Trajektorija automobila u slučaju slijedenja referentne sinus trajektorije pri povećanju početne brzine automobila**

**Slika 3.7.: Odziv parametara modela automobila u slučaju slijedenja referentne sinus trajektorije pri povećanju početne brzine automobila**

**Slika 3.8.: Trajektorija automobila u slučaju slijedenja referentne kružne trajektorije**

**Slika 3.9.: Odziv parametara modela automobila u slučaju slijedenja referentne kružne trajektorije**

**Slika 3.10.: Trajektorije automobila u slučaju slijedenja referentne kružne trajektorije za različite početne uvjete (položaj i orijentaciju automobila)**

**Slika 3.11.: Trajektorija automobila u slučaju slijedenja referentne kružne trajektorije pri povećanju početne brzine automobila**

**Slika 3.12.: Odziv parametara modela automobila u slučaju slijedenja referentne kružne trajektorije pri povećanju početne brzine automobila**

**Slika 4.1.: Grafički prikaz metode potencijalnih polja**

**Slika 4.2.: Trajektorija automobila u slučaju slijedenja referentne trajektorije i zaobilazeњa jedne prepreke**

**Slika 4.3.: Odziv parametara modela automobila u slučaju zaobilazeњa jedne prepreke**

**Slika 4.4.: Trajektorija automobila u slučaju slijedenja referentne trajektorije i zaobilazeњa jedne prepreke, te odziv parametara modela automobila za dani slučaj, pri povećanoj početnoj brzini automobila i smanjenom koeficijentu trenja guma-podloga**

**Slika 4.5.: Trajektorija automobila u slučaju slijedenja referentne trajektorije i zaobilazeњa više prepreka, te odziv parametara modela automobila za dani slučaj**

**Slika 4.6.: Trajektorija automobila u slučaju slijedenja referentne trajektorije i zaobilazeњa više prepreka, pri povećanoj početnoj brzini automobila i smanjenom koeficijentu trenja guma-podloga**

**Slika 4.7.: Odziv parametara modela automobila u slučaju zaobilazeњa više prepreka, pri povećanoj početnoj brzini automobila i smanjenom koeficijentu trenja guma-podloga**

**Slika 5.1.: Funkcije pripadnosti ulaznih i izlaznih varijabli klasičnog neizrazitog regulatora**

**Slika 5.2.: Površina ulazno-izlaznog preslikavanja klasičnog neizrazitog regulatora**

**Slika 5.3.: Simulacijski model automobila**

**Slika 5.4.: Parametri simulacijskog modela**

**Slika 5.5.: Blok *regulator* simulacijskog modela automobila**

**Slika 5.6.: Trajektorija automobila u slučaju slijedenja referentne sinus trajektorije i odziv parametara automobila, u slučaju testiranja simulacijskog modela sa analitičkim neizrazitim regulatorom**

**Slika 5.7.: Trajektorija automobila u slučaju slijedenja referentne sinus trajektorije sa klasičnim neizrazitim regulatorom**

**Slika 5.8.: Odziv parametara modela automobila u slučaju slijedenja referentne sinus trajektorije sa klasičnim neizrazitim regulatorom**

**Slika 5.9.: Trajektorija automobila u slučaju slijedenja referentne sinus trajektorije i odziv parametara modela automobila pri povećanoj početnoj brzini automobila, sa upravljanjem preko klasičnog neizrazitog regulatora**

**Slika 5.10.:Trajektorija automobila u slučaju slijedenja referentne sinus trajektorije pri povećanoj početnoj brzini automobila, sa upravljanjem preko prepodešenog klasičnog neizrazitog regulatora**

**Slika 5.11.:Odziv parametara modela automobila u slučaju slijedenja referentne sinus trajektorije, pri povećanoj početnoj brzini automobila, sa upravljanjem preko prepodešenog klasičnog neizrazitog regulatora**

**Slika 5.12.:Trajektorija automobila u slučaju slijedenja referentne kružne trajektorije i odziv parametara modela automobila pri povećanoj početnoj brzini automobila, sa upravljanjem preko klasičnog neizrazitog regulatora**

**Slika 5.13.:Trajektorija automobila u slučaju slijedenja referentne kružne trajektorije, sa upravljanjem preko klasičnog neizrazitog regulatora, pri povećanoj početnoj brzini automobila**

**Slika 5.14.:Odziv parametara modela automobila u slučaju slijedenja referentne kružne trajektorije, sa upravljanjem preko prepodešenog klasičnog neizrazitog regulatora, pri povećanoj početnoj brzini automobila**

## 1 UVOD

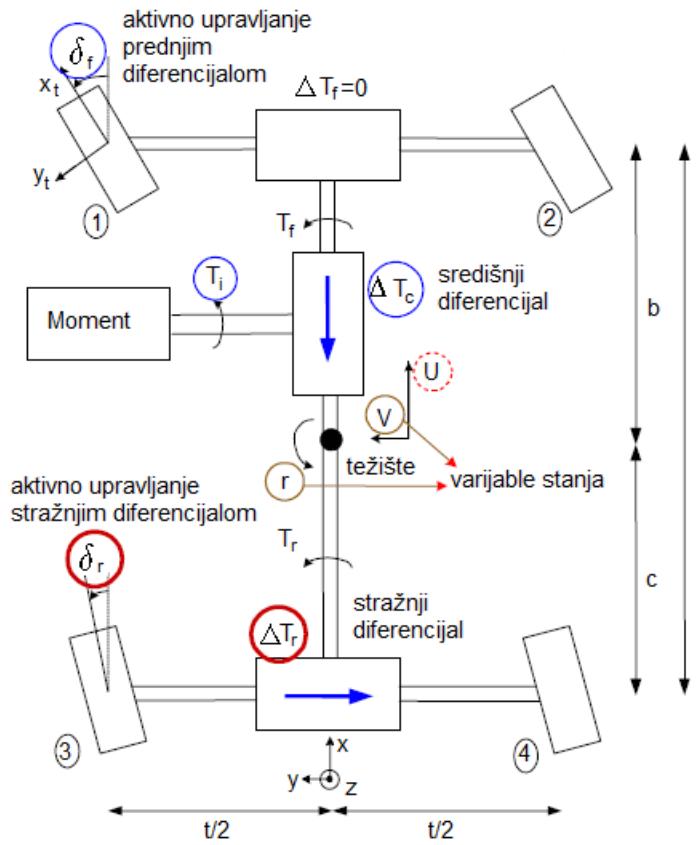
Koncept autonomnog upravljanja automobilom nije ništa novo, no tek je nagli razvoj tehnologije u posljednjih desetak godina autonomno upravljanje automobilom učinio predmetom intenzivnih istraživanja. Uslijed složene dinamike automobila, veliki broj tih istraživanja do sada je bio usmjeren na pojednostavljene, tzv. *bicikl* modele automobila [1, 2, 3]. Isto tako, u većini istraživanja koja se mogu pronaći u literaturi, upravljački sustav ostvaren je kao hijerarhijski sustav [4, 5], sa upravljanjem preko klasičnog PID regulatora [6], neuronskih mreža [7] ili klasičnog neizrazitog regulatora [4, 8].

U ovom radu predlaže se autonomno upravljanje automobilom temeljeno na analitičkom neizrazitom regulatoru, koji se odlikuje jednostavnom strukturom i implementacijom. Korišteni model vozila potpuni je, nelinearni dinamički model jedanaestog reda [9], sa tri stupnja slobode gibanja, koji uključuje i dinamiku kotača te nelinearni model trenja gume. Automobilom je upravljano preko dvije ograničene upravljačke varijable – zakreta i momenta prednjih kotača. Uvođenjem ograničenja na upravljačke varijable u obzir su uzeta fizička ograničenja stvarnog automobila. Prilikom zaobilaženja prepreka, kao generator referentne trajektorije korištena je metoda potencijalnih polja [10].

Sva testiranja provedena su u ovisnosti o početnoj brzini automobila i koeficijentu trenja guma-podloga, te početnom položaju i orijentaciji automobila. Parametri regulatora, o kojima ovisi kvaliteta upravljanja, prepodešavani su ručno, uz iznimku parametra kojim je definiran maksimalni zakret prednjih kotača, a koji se nije mijenjao.

## 2 DINAMIČKI MODEL VOZILA

U literaturi se mogu pronaći različiti, pojednostavljeni modeli automobila, a najčešće korišteni model je tzv. bicikl model, sa dva stupnja slobode gibanja, [1, 2, 3]. Svako pojednostavljenje, odnosno, zanemarivanje dijela dinamike, koliko je dobro sa stanovišta analitike i numerike, toliko je upitno sa stanovišta dobivenih rezultata i kvalitete modela. Stoga je, za potrebe ovog rada, korišten potpuni, nelinearni model vozila, sa tri stupnja slobode gibanja i jedanaest diferencijalnih jednadžbi, [9]. Za varijable stanja odabrane su uzdužna, bočna i rotacijska brzina automobila, položaj i orientacija automobila u globalnom koordinatnom sustavu (tri varijable stanja), rotacijske brzine guma automobila (četiri varijable stanja), te opterećenje guma (sustav prvog reda). Slika 2.1. shematski je prikaz modela automobila, sa svim potrebnim parametrima.



Slika 2.1.:Shematski prikaz modela automobila, [11]

Iako je na slici prikazan model sa mogućnošću zakretanja stražnjih kotača, kao i momentom na stražnjim kotačima, u ovom radu model neće imati mogućnosti ni zakretanja stražnjih kotača,

ni razvijanja momenta na istima. Diferencijalne jednadžbe, kojima se opisuje prikazani sustav sa jedanaest varijabli stanja, kao i sve jednadžbe potrebne za izračunavanje pomoćnih varijabli, prikazane su u nastavku. Sve oznake i nazivi parametara preuzeti su iz [9].

## 2.1. Prostor stanja

Kako je već rečeno, prostor stanja sadrži jedanaest varijabli stanja, što znači jedanaest diferencijalnih jednadžbi prvog reda. Diferencijalne jednadžbe koje opisuju brzinu i položaj automobila u globalnom koordinatnom sustavu jesu:

$$\dot{U} = V \cdot r + \frac{1}{M} (F_{x1} + F_{x2} + F_{x3} + F_{x4}) \quad (2-1)$$

$$\dot{V} = -U \cdot r + \frac{1}{M} (F_{y1} + F_{y2} + F_{y3} + F_{y4}) \quad (2-2)$$

$$\begin{aligned} \dot{r} = & \frac{b}{I_{zz}} (F_{y1} + F_{y2}) - \frac{c}{I_{zz}} (F_{y3} + F_{y4}) - \\ & - \frac{t}{2 \cdot I_{zz}} (F_{x1} + F_{x3}) + \frac{t}{2 \cdot I_{zz}} (F_{x2} + F_{x4}) \end{aligned} \quad (2-3)$$

$$\dot{\psi} = r \quad (2-4)$$

$$\dot{X} = U \cdot \cos(\psi) - V \cdot \sin(\psi) \quad (2-5)$$

$$\dot{Y} = U \cdot \sin(\psi) + V \cdot \cos(\psi) \quad (2-6)$$

pri čemu vrijedi sljedeće:  $U$ ,  $V$  i  $r$  su uzdužna, bočna i rotacijska brzina automobila;  $X$ ,  $Y$  i  $\psi$  su položaj i orientacija automobila u globalnom koordinatnom sustavu;  $F_{xi}$  te  $F_{yi}$ ,  $i=1,2,3,4$ , su uzdužne i bočne sile na  $i$ -tu gumu u koordinatnom sustavu automobila (slika 2.1. prikazuje koji se indeks odnosi na koju gumu), sve respektivno;  $M$  je masa vozila;  $I_{zz}$  je moment inercije automobila oko osi  $z$ ;  $b$  je udaljenost prednje osovine od težišta automobila;  $c$  je udaljenost stražnje osovine od težišta automobila;  $t$  je širina automobila (vidjeti sliku 2.1.).

Nadalje, diferencijalna jednadžba koja opisuje rotacijsku dinamiku kotača je sljedeća:

$$\dot{\omega}_i = \frac{1}{I_{wi}} \cdot T_i - \frac{R}{I_{wi}} \cdot F_{xti} \quad (2-7)$$

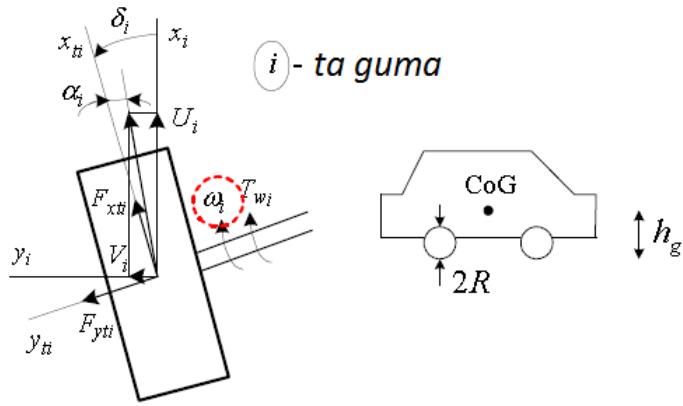
pri čemu vrijedi:  $\omega_i$ ,  $i=1,2,3,4$ , je rotacijska brzina  $i$ -tog kotača;  $F_{xti}$  je uzdužna sila na  $i$ -toj gumi

u koordinatnom sustavu gume;  $T_i$  je moment na  $i$ -toj gumi;  $I_{wi}$  je moment inercije  $i$ -te gume;  $R$  je efektivni polumjer gume (slika 2.2.).

Naposljeku, diferencijalna jednadžba, koja opisuje ukupnu zakašnjelu bočnu silu potrebnu za izračunavanje ukupne sile na gumama (zanemaruje se utjecaj uzdužne sile), dana je kao:

$$\dot{F}_{y\sum d} = -\frac{1}{\tau_d} \cdot F_{y\sum d} + \frac{1}{\tau_d} \left( F_{y1} + F_{y2} + F_{y3} + F_{y4} \right) \quad (2-8)$$

gdje je  $\tau_d$  vremenska konstanta koja omogućuje dobro ponašanje modela bočnog opterećenja gume.



Slika 2.2.:Sile i kutevi zakreta kotača, [11]

## 2.2. Uzdužno i bočno klizanje

Uzdužno klizanje guma dano je izrazom

$$\eta_i = \frac{R \cdot \omega_i - U_i}{U_i} \quad (2-9)$$

pri čemu vrijedi

$$U_{1,3} = U - \frac{t}{2} \cdot r \quad U_{2,4} = U + \frac{t}{2} \cdot r \quad (2-10)$$

$U_i$ ,  $i=1,2,3,4$ , predstavlja uzdužnu brzinu automobila u  $i$ -tom kutu automobila.

S druge strane, kut proklizavanja guma dan je izrazom

$$\alpha_i = \delta_i - \arctan \frac{V_i}{U_i} \quad (2-11)$$

pri čemu vrijedi

$$V_{1,2} = V + b \cdot r \quad V_{3,4} = V - c \cdot r \quad (2-12)$$

$V_i$ ,  $i=1,2,3,4$ , je bočna brzina automobila u  $i$ -tom kutu automobila, dok je  $\delta_i$  kut zakreta kotača (slika 2.2.). U okviru ovog rada pretpostavlja se da je zakret oba prednja kotača jednak,  $\delta_1 = \delta_2$ , dok na stražnjoj osovini ne postoji mogućnost zakretanja kotača.

### 2.3. Opterećenje gume

Opterećenje guma, uz zanemarivanje dinamike tereta, može se izračunati iz sljedećeg izraza:

$$F_{z1,2} = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{c \cdot M \cdot g}{l} \mp \frac{h_g}{t} \cdot F_{y \sum d} \right) \quad (2-13)$$

$$F_{z3,4} = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{b \cdot M \cdot g}{l} \mp \frac{h_g}{t} \cdot F_{y \sum d} \right) \quad (2-14)$$

pri čemu vrijedi sljedeće:  $l$  je udaljenost prednje i stražnje osovine;  $h_g$  je položaj težišta u  $z$  osi. U izrazima (2-13) i (2-14) pojavljuje se i zakašnjela ukupna bočna sila  $F_{y \sum d}$ , dok se uzdužna sila, kako je već i rečeno, ne uzima u obzir.

### 2.4. Model gume

Model gume baziran je na pojednostavljenom obliku tzv. magične formule, čime se isti značajno pojednostavljuje. Uzdužna i bočna sila na gumi računaju se kao statičke funkcije uzdužnog i bočnog klizanja gume, te normalne komponente opterećenja na gumu, kako slijedi:

$$s_i = \sqrt{\eta_i^2 + \alpha_i^2} \quad (2-15)$$

$$F_i = \mu \cdot F_{zi} \cdot D \cdot \sin(C \cdot \arctan(k \cdot B \cdot s_i)) \quad (2-16)$$

$$F_{xti} = \frac{\eta_i}{s_i} \cdot F_i \quad F_{yti} = \frac{\alpha_i}{s_i} \cdot F_i \quad (2-17)$$

pri čemu vrijedi sljedeće:  $\mu$  je koeficijent trenja između gume i podloge;  $B$ ,  $C$  i  $D$  su parametri gume, dok je  $k=180/\pi$  (konstanta za preračunavanje radijana u stupnjeve).

Sile prikazane izrazom (2-17) jesu uzdužna i bočna sila na svaku pojedinu gumu u koordinatnom sustavu gume. Kako su za model prostora stanja, kao i za model opterećenja gume, potrebne uzdužne i bočne sile na gumu u koordinatnom sustavu automobila, potrebno je sile dobivene u (2-17) transformirati u koordinatni sustav automobila. Transformacija se ostvaruje kako slijedi:

$$F_{xi} = F_{xti} \cdot \cos \delta_i - F_{yti} \cdot \sin \delta_i \quad (2-18)$$

$$F_{yi} = F_{xti} \cdot \sin \delta_i + F_{yti} \cdot \cos \delta_i \quad (2-19)$$

Parametri modela automobila dani su u dodatku, podpoglavlje 8.1.

### 3 SLIJEĐENJE REFERENTNE TRAJEKTORIJE

Neizrazito autonomno upravljanje sustavom moguće je ostvariti pomoću klasičnog ili analitičkog neizrazitog regulatora. U slučaju klasičnog regulatora, površina statičkog nelinearnog preslikavanja ulaza na izlaz ostvaruje se odabirom funkcija pripadnosti i bazom pravila odlučivanja (AKO-I-ONDA pravila)[4, 12], dok se, u slučaju analitičkog regulatora, površina preslikavanja ostvaruje matematičkom funkcijom. Već se iz spomenutog može uočiti nedostatak klasičnog regulatora – subjektivan odabir oblika i broja funkcija pripadnosti, te povećanje broja pravila ponašanja s povećanjem broja ulaza, posljedica čega je značajno povećanje složenosti regulatora. Isto tako, klasični regulator zahtijeva grafičko određivanje funkcija pripadnosti, a time i grafičko određivanje površine preslikavanja, što, drugim riječima, znači da je ovim regulatorom nemoguće egzaktno odrediti površinu preslikavanja (više o klasičnom regulatoru biti će rečeno u petom poglavlju). S druge strane, analitički regulator odlikuje se jednostavnim i egzaktnim određivanjem površine preslikavanja te jednostavnim prepodešavanjem i implementacijom, čime postaje prvi izbor u odabiru neizrazitog regulatora za autonomno neizrazito upravljanje sustavima. U okviru ovog rada, i analitički i klasični neizraziti regulator, kao i model automobila prikazan u prethodnom poglavlju, ostvareni su pomoću programskog paketa Matlab.

#### 3.1. Analitički neizraziti regulator

Autonomno upravljanje automobilom analitičkim neizrazitim regulatorom ostvareno je preko dvije upravljačke varijable – zakreta i momenta prednjih kotača. Prepostavlja se da automobil nema mogućnost zakreta stražnjih kotača, kao i da je pogonjem prednjim kotačima. Isto tako, prepostavlja se da je zakret oba prednja kotača, kao i moment koji se na njima razvija, jednak. Drugim riječima, vrijedi sljedeće:

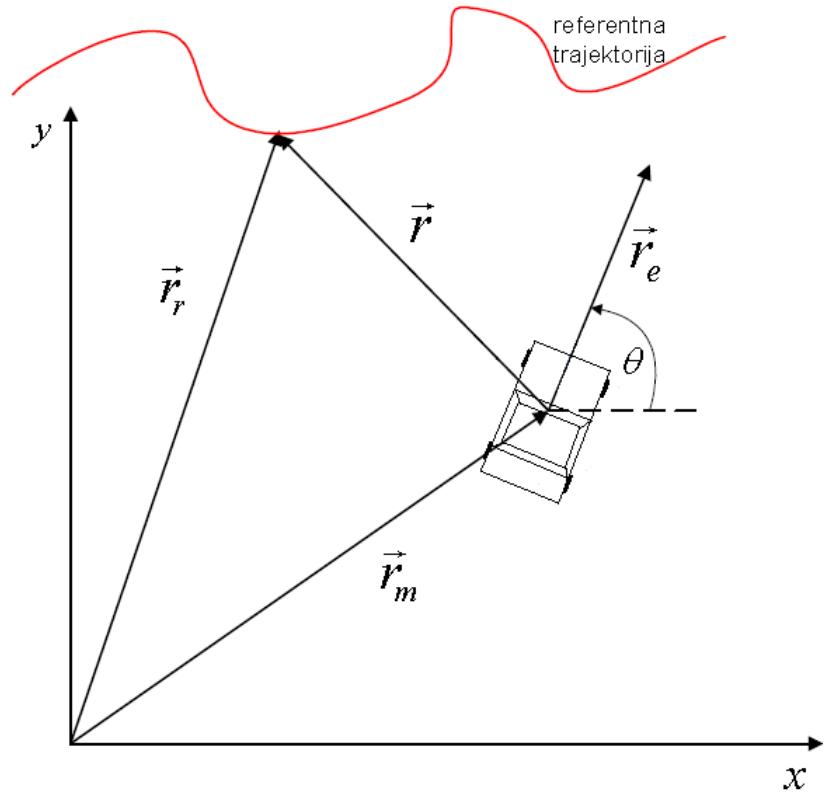
$$\delta_1 = \delta_2 = \delta_f = \delta, \quad \delta_3 = \delta_4 = \delta_r = 0 \quad (3-1)$$

i

$$T_1 = T_2 = T_f = T, \quad T_3 = T_4 = T_r = 0 \quad (3-2)$$

pri čemu vrijedi:  $\delta_i$ ,  $i=1,2,3,4$ , je zakret  $i$ -tog kotača,  $\delta_f$  je zakret prednjih kotača,  $\delta_r$  je zakret stražnjih kotača,  $T_i$  je moment  $i$ -tog kotača,  $T_f$  je moment na prednjim kotačima,  $T_r$  moment na stražnjim kotačima, dok su  $\delta$  i  $T$  upravljački zakoni zakreta i momenta prednjih kotača, respektivno.

Slika 3.1. prikazuje položaj automobila u odnosu na opću referentnu trajektoriju u globalnom koordinatnom sustavu. Vektorima je definiran položaj automobila u istom koordinatnom sustavu, svaka točka referentne trajektorije (u vremenu), položaj automobila u odnosu na referentnu trajektoriju, te smjer i orientacija gibanja automobila.



**Slika 3.1.:**Položaj automobila u odnosu na opću referentnu trajektoriju, [13]

Vektori definirani na slici 3.1. mogu se prikazati kako slijedi, [13]:

položaj automobila

$$\vec{r}_m = x\vec{i} + y\vec{j} \quad (3-3)$$

točka referentne trajektorije u vremenu

$$\vec{r}_r = x_r(t)\vec{i} + y_r(t)\vec{j} \quad (3-4)$$

udaljenost automobila od referentne trajektorije

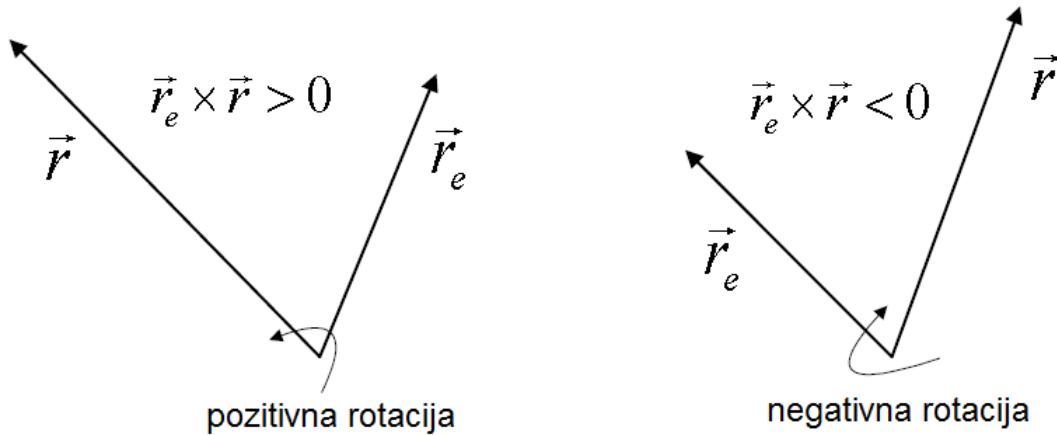
$$\vec{r} = \vec{r}_r - \vec{r}_m = (x_r - x)\vec{i} + (y_r - y)\vec{j} \quad (3-5)$$

orientacija automobila

$$\vec{r}_e = \cos(\theta)\vec{i} + \sin(\theta)\vec{j} \quad (3-6)$$

Osim što ima dva izlaza, odnosno, dvije upravljačke varijable, regulator ima i dva ulaza – vektorski produkt i razliku brzina referentne i trajektorije automobila. Zakret prednjih kotača, kao jedna upravljačka varijabla, ovisi samo o vektorskem produktu, dok moment prednjih kotača, kao druga upravljačka varijabla, ovisi o obje ulazne varijable.

Slika 3.2. prikazuje dva moguća slučaja kod računanja vektorskog produkta kojim se upravlja zakretom kotača. U slučaju pozitivne rotacije, automobil se nalazi sa desne strane referentne trajektorije (gleđano iz ishodišta globalnog koordinatnog sustava), te je potrebno skrenuti ulijevo. Drugim riječima, zakret kotača mora biti ulijevo, a jer je u tom slučaju rotacija pozitivna, zakret kotača je pozitivan. Ukoliko je rotacija negativna, što znači da se automobil nalazi sa lijeve strane referentne trajektorije (gleđano iz ishodišta globalnog koordinatnog sustava), kotače treba zakrenuti udesno, a jer je u tom slučaju rotacija negativna, zakret kotača je negativan.



**Slika 3.2.:Vektorski produkt – dva moguća slučaja, [13]**

Ako se gore rečeno zapiše u obliku pravila, dobiju se dva sljedeća pravila:

Pravilo 1: AKO je vektorski produkt POZITIVAN, zakret kotača je POZITIVAN

Pravilo 2: AKO je vektorski produkt NEGATIVAN, zakret kotača je NEGATIVAN

Pravilo 1. i 2. mogu se, matematički, ostvariti na više različitih načina. U okviru ovog rada odabran je zapis pomoću  $\tanh$  trigonometrijske funkcije, čime je omogućeno postavljanje gornjeg i donjeg ograničenja na upravljačke varijable. Naime, kako vrijedi

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \pm 1, \quad f(x) = k \cdot \tanh(x) \quad (3-7)$$

u slučaju kada je  $k = 1$ , jasno je kako će, kada  $k$  bude neki broj iz skupa cijelih brojeva,  $\tanh$  konvergirati prema  $\pm k$ , čime  $k$  postaje maksimalni dozvoljeni zakret, odnosno, moment prednjih kotača, ovisno o kojoj se upravljačkoj varijabli radi. Stoga je upravljački zakon zakreta prednjih kotača dan kao

$$\delta = k_1 \cdot \tanh(k_2 \cdot vek\_prod) \quad (3-8)$$

pri čemu su  $k_1 = \delta_{maks}$  i  $k_2$  pojačanja regulatora, a  $vek\_prod$  vektorski produkt između vektora  $r$  i  $r_e$ , danih izrazima (3-5) i (3-6). Drugim riječima, iznos zakreta kotača ovisi o iznosu vektorskog produkta i pojačanja  $k_1$  (kojim je ujedno i ograničen), dok smjer zakreta ovisi o predznaku vektorskog produkta.

Vektorski produkt,  $vek\_prod = \vec{r}_e \times \vec{r}$ , odnosno, normirani vektorski produkt, računa se kao

$$vek\_prod = \frac{\vec{r}_e \times \vec{r}}{\|\vec{r}\|} \quad (3-9)$$

pri čemu vrijedi

$$\|\vec{r}\| = \sqrt{(x_r - x)^2 + (y_r - y)^2} \Rightarrow \text{norma udaljenosti automobila od cilja} \quad (3-10)$$

$$\vec{r}_e \times \vec{r} = (y_r - y) \cdot \cos(\theta) - (x_r - x) \cdot \sin(\theta) \Rightarrow \text{koeficijent vektora u smjeru osi z} \quad (3-11)$$

Kako će, u slučaju da se poklope trajektorija automobila i referentna trajektorija, norma biti

jednaka nuli, potrebno je modificirati (3-9) dodavanjem konstante malog iznosa u nazivnik, jer će inače vektorski produkt biti beskonačno velik. Stoga se izraz (3-9) modifica dodavanjem konstante malog iznosa u nazivniku, kako slijedi (iako bi i za slučaj kada  $vek\_prod \rightarrow \infty$  funkcija  $\tanh \rightarrow 1$ , ovaj se slučaj nastoji izbjegći):

$$vek\_prod = \frac{\vec{r}_e \times \vec{r}}{\|\vec{r}\| + 0.0001} \quad (3-12)$$

čime je osigurano da, u slučaju da je norma jednaka nuli, izraz (3-9) ne teži u beskonačnost.

Moment prednjih kotača, kao druga upravljačka varijabla, definiran je na sličan način kao i zakret prednjih kotača. Naime, i u ovom slučaju korištena je  $\tanh$  trigonometrijska funkcija, čime je osigurano ograničenje maksimalnog momenta sa gornje i donje strane. Moment prednjih kotača ovisi o obje ulazne varijable, no neka nakratko vrijedi pretpostavka da ovisi samo o razlici brzina referentne i trajektorije automobila. U tom slučaju, vrijede dva nova pravila, kako slijedi:

Pravilo 3: AKO je razlika brzina VELIKA, moment na kotačima je  
VELIK

Pravilo 4: AKO je razlika brzina MALA, moment na kotačima je Mali  
odnosno, zapisano matematički, pomoću  $\tanh$  trigonometrijske funkcije:

$$T = k_3 \cdot \tanh(k_4 \cdot \delta U) \quad (3-13)$$

pri čemu su  $k_3 = T_{maks}$  i  $k_4$  pojačanja regulatora, a  $\delta U$  spomenuta razlika brzina.

Upravljački zakon dan izrazom (3-13) ima jedan nedostatak. Naime, ukoliko je razlika brzina referentne i trajektorije automobila dovoljno velika, moment na kotačima će ući u zasićenje, odnosno, poprimiti će maksimalnu vrijednost, neovisno o zakretu prednjih kotača. Istovremeno zahtijevanje maksimalnog zakreta i momenta na kotačima može dovesti do klizanja automobila, što se želi izbjegći. Stoga je potrebno izmijeniti pravilo 3. i 4., što će, zbog dva ulaza, značiti i dva nova pravila. Izmijenjena i proširena pravila sada glase:

Pravilo 3: AKO je razlika brzina VELIKA I zakret kotača Mali,  
ONDA je moment na kotačima VELIK

Pravilo 4: AKO je razlika brzina VELIKA I zakret kotača VELIK,  
ONDA je moment na kotačima Mali

Pravilo 5: AKO je razlika brzina MALA I zakret kotača MALI,  
ONDA je moment na kotačima MALI

Pravilo 6: AKO je razlika brzina MALA I zakret kotača VELIK,  
ONDA je moment na kotačima MALI

Upravljački zakon momenta, dan izrazom (3-13), ovisi samo o jednom ulazu – razlici brzina referentne i trajektorije automobila. Da bi ovisio o oba ulaza, odnosno, da bi bilo moguće ostvariti pravila 3.-6., potrebno je izmijeniti izraz (3-13). Drugim riječima, potrebno je u (3-13) dodati dio kojim će moment ovisiti i o zakretu kotača, i to tako da se, u slučaju potrebe velikog momenta, on dozvoljava samo u slučaju malog (pozitivnog ili negativnog) zakreta kotača. Ovo se može ostvariti dodavanjem eksponencijalne funkcije u (3-13), pa konačni upravljački zakon momenta glasi:

$$T = k_3 \cdot \tanh(k_4 \cdot \delta U) \cdot e^{-k_5 \cdot vek\_prod^2} \quad (3-14)$$

pri čemu je  $k_5$  pojačanje regulatora.

Razlika brzina referentne i trajektorije automobila,  $\delta U$ , jest

$$\delta U = U_{ref} - U_{stv} \quad (3-15)$$

Ukupna brzina promjene referentne trajektorije,  $U_{ref}$ , računa se kao:

$$x_{ref} = f(t) \Rightarrow U_{x_{ref}} = \dot{x}_{ref} \quad (3-16)$$

$$y_{ref} = f(t) \Rightarrow U_{y_{ref}} = \dot{y}_{ref} \quad (3-17)$$

$$U_{ref} = \sqrt{U_{x_{ref}}^2 + U_{y_{ref}}^2} \quad (3-18)$$

pri čemu su  $x_{ref}$  i  $y_{ref}$  položaj referentne trajektorije u vremenu, a  $U_{x_{ref}}$  i  $U_{y_{ref}}$  brzine promjene položaja referentne trajektorije.

S druge strane, ukupna brzina automobila,  $U_{stv}$ , računa se kao:

$$X = f(t) \Rightarrow U_X = \dot{X} \quad (3-19)$$

$$Y = f(t) \Rightarrow U_Y = \dot{Y} \quad (3-20)$$

$$U_{stv} = \sqrt{U_X^2 + U_Y^2} \quad (3-21)$$

pri čemu su  $X$  i  $Y$  položaj automobila u vremenu, a  $U_X$  i  $U_Y$  brzine automobila u vremenu.

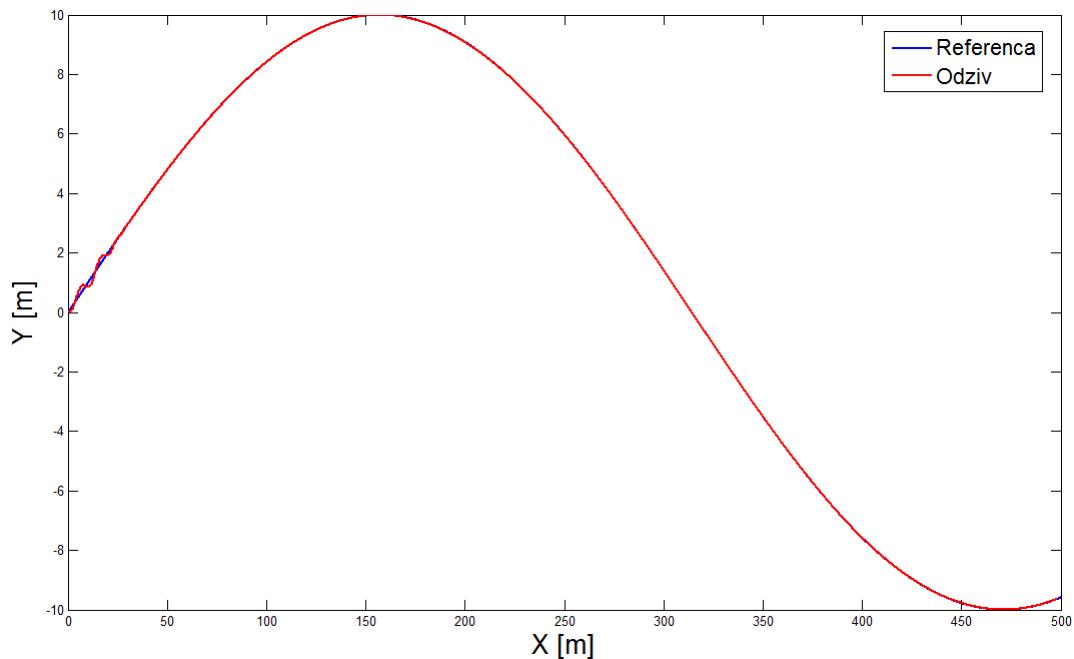
### 3.2. Slijedenje referentne sinus trajektorije

Referenta sinus trajektorija, korištena za testiranje modela automobila, dana je izrazima (3-22) i (3-23). Amplituda referentne trajektorije jednaka je početnoj uzdužnoj brzini automobila (početna bočna brzina automobila jednaka je nuli), čime je omogućeno testiranje modela u ovisnosti o početnoj brzini automobila. Isto tako, testirana je i ovisnost modela o početnim uvjetima (položaj i orijenatacija automobila).

$$x_{ref}(t) = U_0 \cdot t \quad (3-22)$$

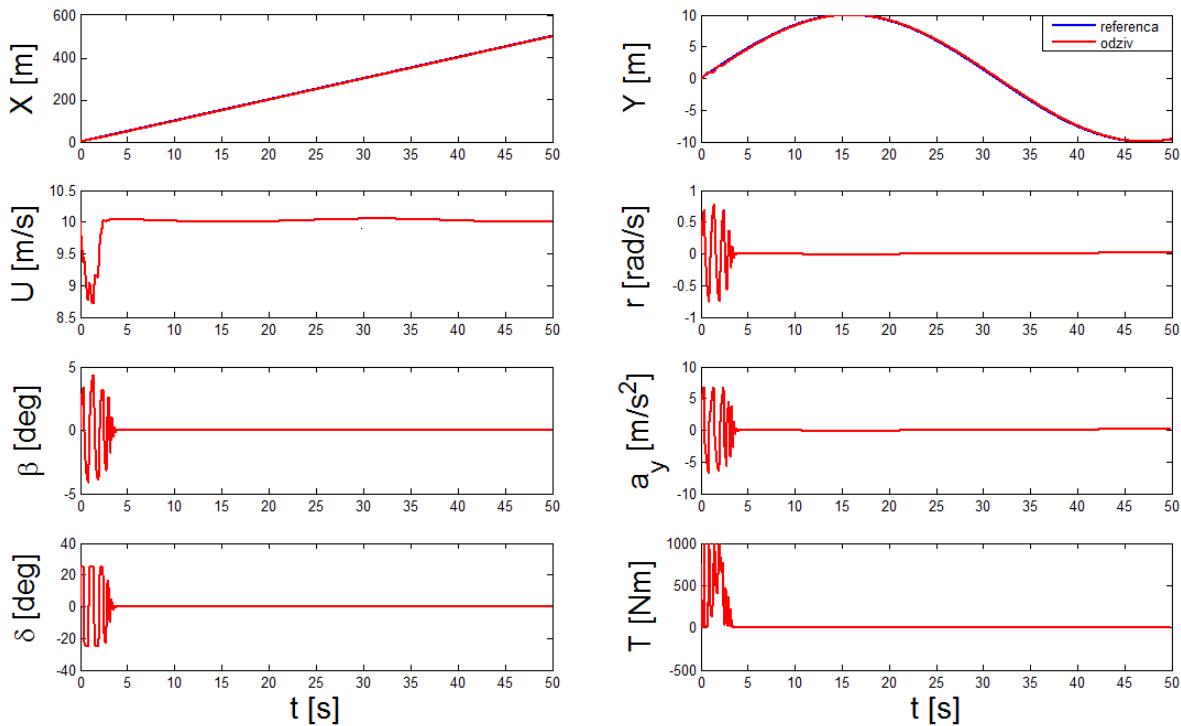
$$y_{ref}(t) = 10 \cdot \sin(0.01 \cdot x_{ref}(t)) \quad (3-23)$$

Slika 3.3. prikazuje trajektoriju automobila u slučaju slijedenja referentne sinus trajektorije, uz početnu uzdužnu brzinu automobila  $U_0=10$  m/s, te koeficijent trenja guma-podloga  $\mu=1$  (svi ostali početni uvjeti jednaki su nuli).



**Slika 3.3.: Trajektorija automobila u slučaju slijedenja referentne sinus trajektorije**

Vidljivo je sa slike 3.3. kako automobil uspješno, izuzev malih oscilacija u početku, slijedi referentnu trajektoriju. Slika 3.4. prikazuje odziv bitnih parametara modela automobila za slijedenje prikazano slikom 3.3. Naime, sam prikaz slijedenja referentne trajektorije malo može reći o ponasanju automobila, jer automobil može slijediti referentnu trajektoriju i uz veliko bočno klizanje, što sa stanovišta upravljanja nikako nije poželjno. Stoga će u nastavku rada, uz prikaz referentne i trajektorije automobila, biti prikazani i parametri automobila bitni za razumijevanje ponašanja automobila. Parametri prikazani na slici 3.4., kao i na svim kasnije prikazanim slikama koje prikazuju parametre modela automobila, jesu sljedeći:  $X$ ,  $Y$  – položaj automobila u globalnom koordinatnom sustavu;  $U$ ,  $r$  – uzdužna i kutna brzina automobila, respektivno;  $\beta$  – bočno klizanje automobila;  $a_y$  – bočno ubrzanje automobila;  $\delta$ ,  $T$  – zakret i moment prednjih kotača automobila, respektivno.



Slika 3.4.: Odziv parametara modela automobila u slučaju slijedenja referentne sinus trajektorije

Na slici 3.4. vidi se nekoliko bitnih stvari. Moment i zakret kotača kreću se u zadanim granicama ( $\delta_{maks}=\pm 30^\circ$ ,  $T_{maks}=\pm 1000$  Nm), što je bila i namjera, a ostvareno je uvođenjem funkcije  $tanh$  u upravljački zakon, kako zakreta kotača, tako i momenta. Nadalje, moment je samo u početku slijedenja različit od nule, jer samo u početku postoji razlika brzina referentne i trajektorije automo-

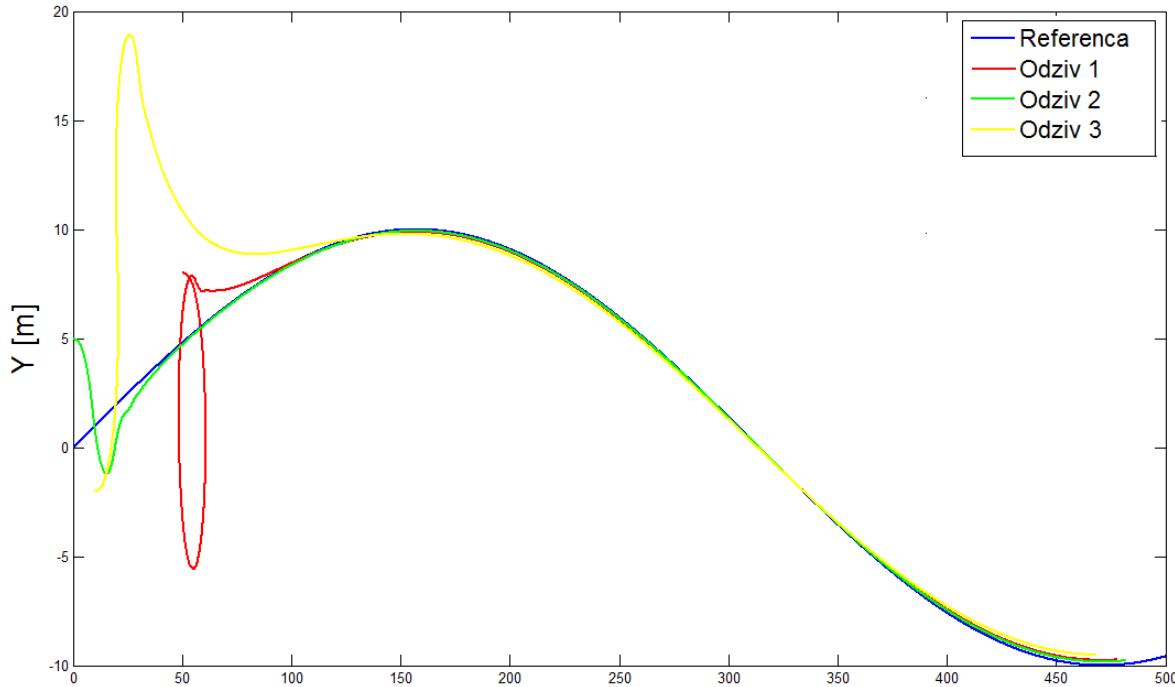
bila. Ova razlika očituje se u oscilacijama, koje se mogu vidjeti na slici 3.3, te u odzivu za položaj automobila  $Y$  na slici 3.4. Kut bočnog klizanja  $\beta$  je unutar prihvatljivih granica  $\pm 5^\circ$ , [9]. Naime, iako će automobil slijediti referentnu sinus trajektoriju i sa većim kutevima bočnog klizanja, što će biti prikazano u nastavku, preveliki kut bočnog klizanja nije poželjan jer znači nekontrolirano ponašanje vozila, a ono je sa stanovišta upravljanja nepoželjno. Isto tako, kako raste bočno klizanje, smanjuje se brzina automobila, čime se nastoji smanjiti to isto klizanje. Naposljetku, bočno klizanje, kao i bočno ubrzanje, promjenjivi su samo u početku, dok postoji razlika u brzinama. Kada je razlika u brzinama jednaka nuli, što znači da je i moment jednak nuli (automobil bez problema slijedi referentnu trajektoriju), bočnog klizanja, a ni bočnog ubrzanja, praktički nema. Zanimljivo je ovdje vidjeti kako su odzivi zakreta kotača, te bočnog klizanja i bočnog ubrzanja vrlo slični, što vrijedi samo u slučajevima kada automobil uspijeva bez većih problema slijediti referentnu trajektoriju. Kada automobil uspijeva slijediti referentnu trajektoriju samo na granici vlastitih mogućnosti, tada, kako će biti prikazano, ova sličnost više ne vrijedi (barem ne u tolikoj mjeri). Dakle, očito je kako automobil, za početnu brzinu  $U_0=10$  m/s i koeficijent trenja guma-podloga  $\mu=1$  (što odgovara suhoj cesti), uspijeva bez velikih problema slijediti referentnu sinus trajektoriju.

Slika 3.5. prikazuje tri slučaja slijedeњa referentne trajektorije uz promijenjene početni položaj i orientaciju automobila. Vidljivo je kako automobil u sva tri slučaja, nakon početnih odstupanja, uspijeva slijediti referentnu trajektoriju. Naime, uslijed složene dinamike automobila, koji ima nezanemarivu masu i dimenzije, postoje ograničenja na upravljačke varijable, a to znači i ograničenja na čitavi sustav. Stoga postaje jasno kako je nemoguće upravljačkim sustavom sa ograničenim upravljačkim varijablama postići bolje upravljanje realnim objektom upravljanja nego što to dozvoljavaju njegova fizička ograničenja. Iz tog se razloga mogu, kao što prikazuje slika 3.5., javiti značajna odstupanja od referentne trajektorije. No, ono što je ovdje bitno uočiti jest sposobnost upravljačkog sustava da, naposljetku, doveđe automobil na željenu putanju, odnosno, da osigura slijedeњe referentne trajektorije.

Kako slijedeњe referentne trajektorije ovisi o promjeni početne brzine automobila, prikazuje slika 3.6., dok odziv dijela parametara modela automobila u slučaju promjene početne brzine prikazuje slika 3.7. U odnosu na slijedeњe referentne trajektorije pri početnoj brzini  $U_0=10$  m/s i koeficijentu trenja guma-podloga  $\mu=1$ , prikazano na slici 3.3., koeficijent trenja nije se mijenjao, dok je početna brzina povećana prvo na 20, a naposljetku i na 30 m/s.

Očito je sa slike 3.6. kako i pri povećanju početne uzdužne brzine, što je zapravo ukupna brzina jer je početna bočna brzina jednaka nuli, automobil uspijeva slijediti referentnu trajektoriju. Sa većom početnom brzinom javljaju se nešto veće i dugotrajnije oscilacije u trajektoriji automobila,

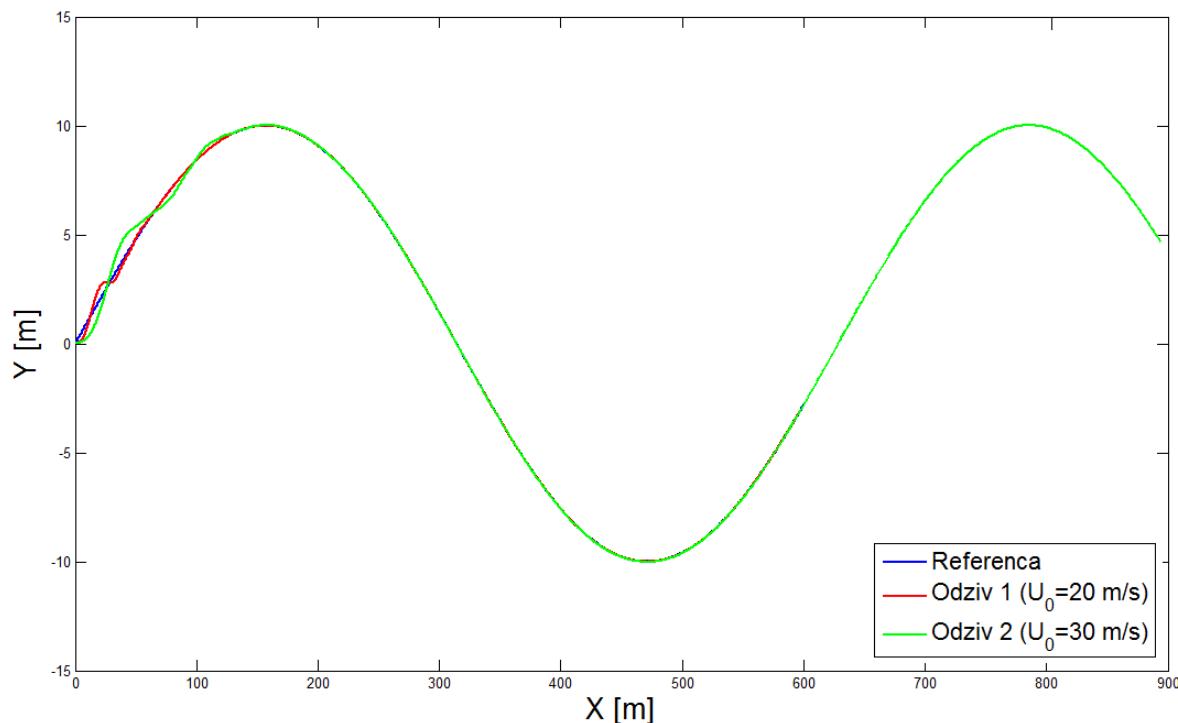
no upravljački sustav uspijeva vrlo brzo vratiti automobil u putanju referentne trajektorije i na njoj ga zadržati.



**Slika 3.5.:** Trajektorije automobila u slučaju slijedeњa referentne sinus trajektorije za različite početne uvjete (položaj i orijentaciju automobila)

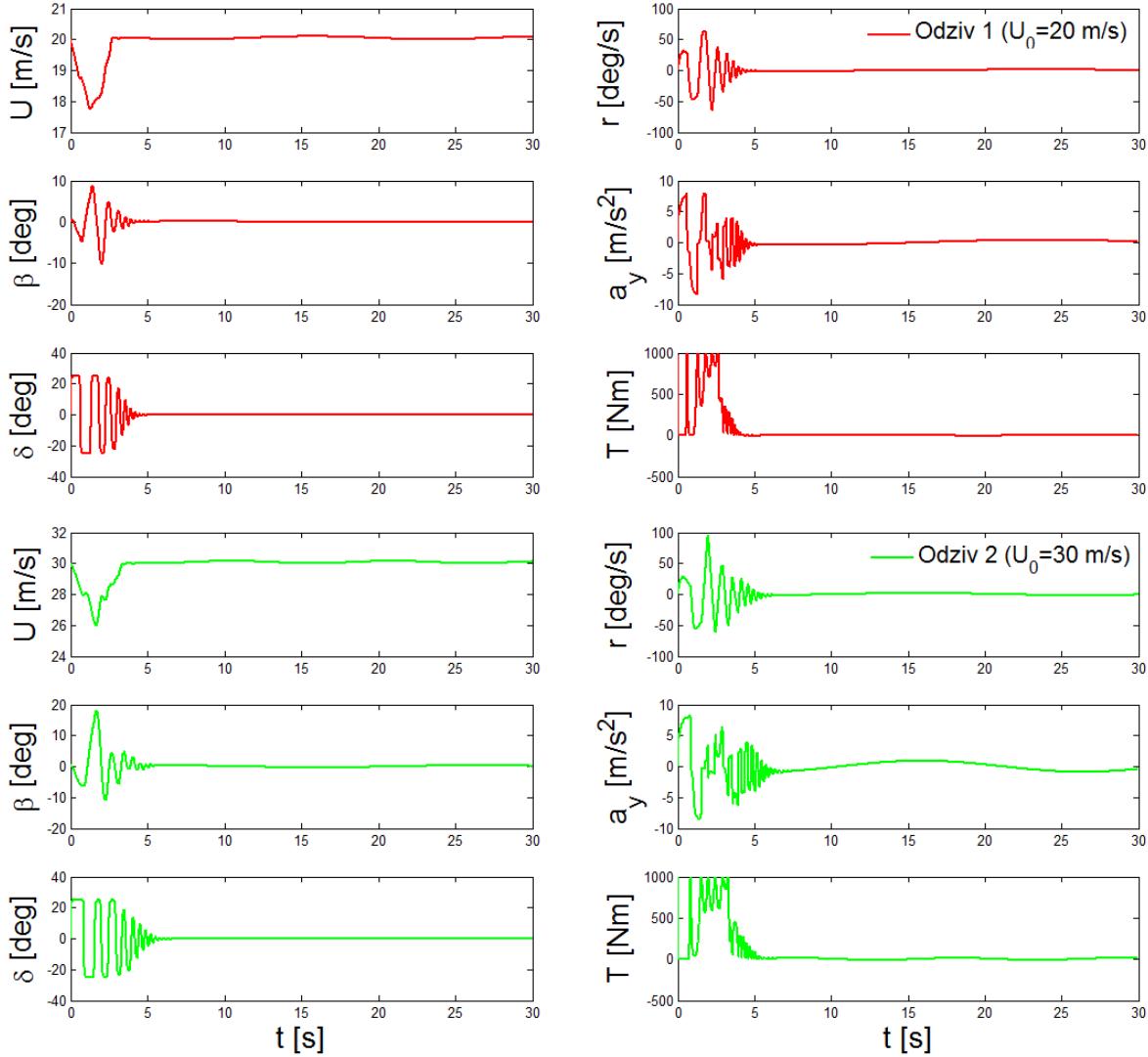
Ipak, ono što se ne vidi na slici 3.6., a može se vidjeti pogleda li se slika 3.7., jesu parametri odziva modela automobila, koji otkrivaju nekoliko zanimljivosti. Odzivi zakreta kotača, te bočnog klizanja i bočnog ubrzanja više nisu slični, kao što je to bio slučaj kod slijedeњa sa početnom brzinom  $U_0=10$  m/s. Razlog tome leži u činjenici da je slijedeњe pri povećanoj brzini zahtijevnije od onog pri nižoj brzini. Naime, povećanjem brzine dolazi do bočnog klizanja od gotovo  $20^\circ$ , što je sa stanovišta upravljanja poželjno izbjegći. Veće bočno klizanje znači i veći propad uzdužne brzine automobila, što pak dovodi do dugotrajnijih i učestalijih oscilacija u momentu, jer automobil ne uspijeva, uslijed klizanja, slijediti referentnu trajektoriju. Ipak, najzanimljiviji odziv svakako je onaj bočnog ubrzanja jer, na neki način, predstavlja mjeru opterećenosti modela. Drugim riječima, što je bočno ubrzanje veće (maksimalna vrijednost koju može poprimiti je  $10$  m/s $^2$ ), to je znak da automobil ima većih problema sa slijedeњem trajektorije. Ukoliko bi bočno ubrzanje iznosilo  $10$  m/s $^2$ , a automobil ni u tom slučaju ne bi uspio slijediti referentnu trajektoriju, bio bi to znak da je

danim upravljačkim sustavom fizički nemoguće postići bolje rezultate.



**Slika 3.6.:** Trajektorija automobila u slučaju slijedeњa referentne sinus trajektorije pri povećanju početne brzine automobila

Iz odziva za bočno ubrzanje na slici 3.7. vidi se kako, uslijed povećanja početne brzine automobila, bočno ubrzanje ne iščezava ni onda kada automobil, bez pogreške, slijedi referentnu trajektoriju. Naprotiv, nakon početnog smirivanja, javlja se niskofrekvencijska komponenta male amplitude, koja raste kako raste početna brzina. To je znak da slijedeњe referentne trajektorije u danim uvjetima, i sa danim parametrima regulatora, predstavlja problem za upravljački sustav, iako automobil naposljetku uspijeva slijediti referentnu trajektoriju. Daljnje povećanje početne brzine dovodi do pojave niskofrekvencijskih oscilacija i u odzivima momenta i bočnog klizanja, te je potrebno prepodesiti regulator (parametri regulatora korišteni u ovom radu dani su u dodatku, podpoglavlje 8.2.).



Slika 3.7.: Odziv parametara modela automobila u slučaju slijedeњa referentne sinus trajektorije pri povećanju početne brzine automobila

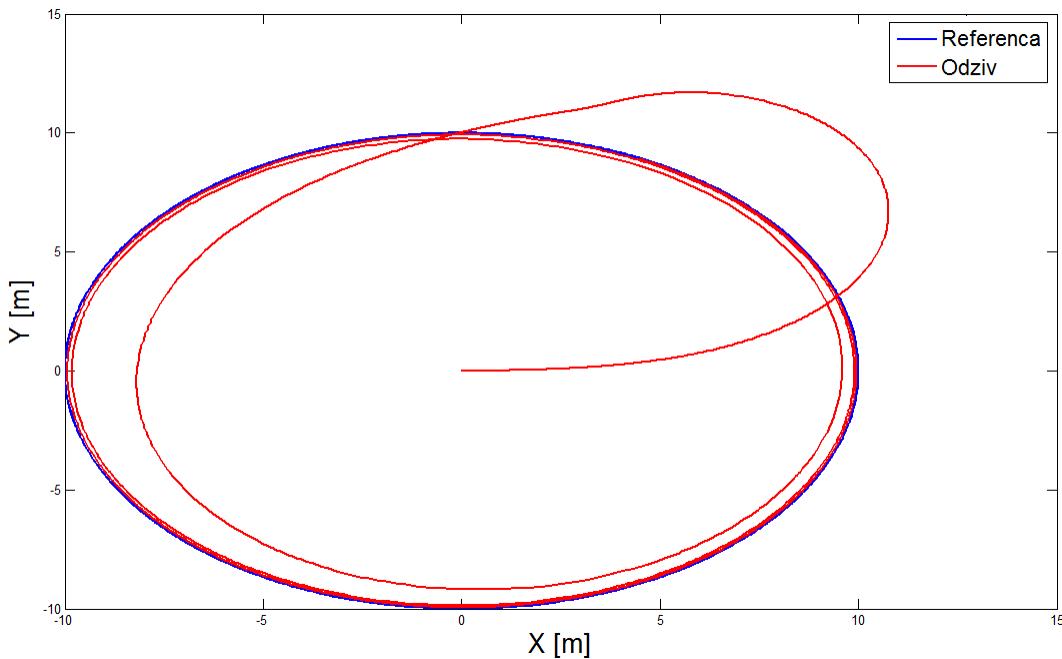
### 3.3. Slijedeњe referentne kružne trajektorije

Referentna kružna trajektorija, korištena za testiranje modela automobila, dana je izrazima (3-24) i (3-25). I ovdje je, kao i u slučaju referentne sinus trajektorije, referentna trajektorija zadana u ovisnosti o početnoj brzini automobila, čime je omogućeno testiranje slijedeњa trajektorije u ovisnosti o početnoj brzini. Osim toga, slijedeњe referentne kružne trajektorije biti će testirano i u ovisnosti o promijenjenom početnom položaju automobila.

$$x_{ref}(t) = U_0 \cdot \cos(0.5 \cdot t) \quad (3-24)$$

$$y_{ref}(t) = U_0 \cdot \sin(0.5 \cdot t) \quad (3-25)$$

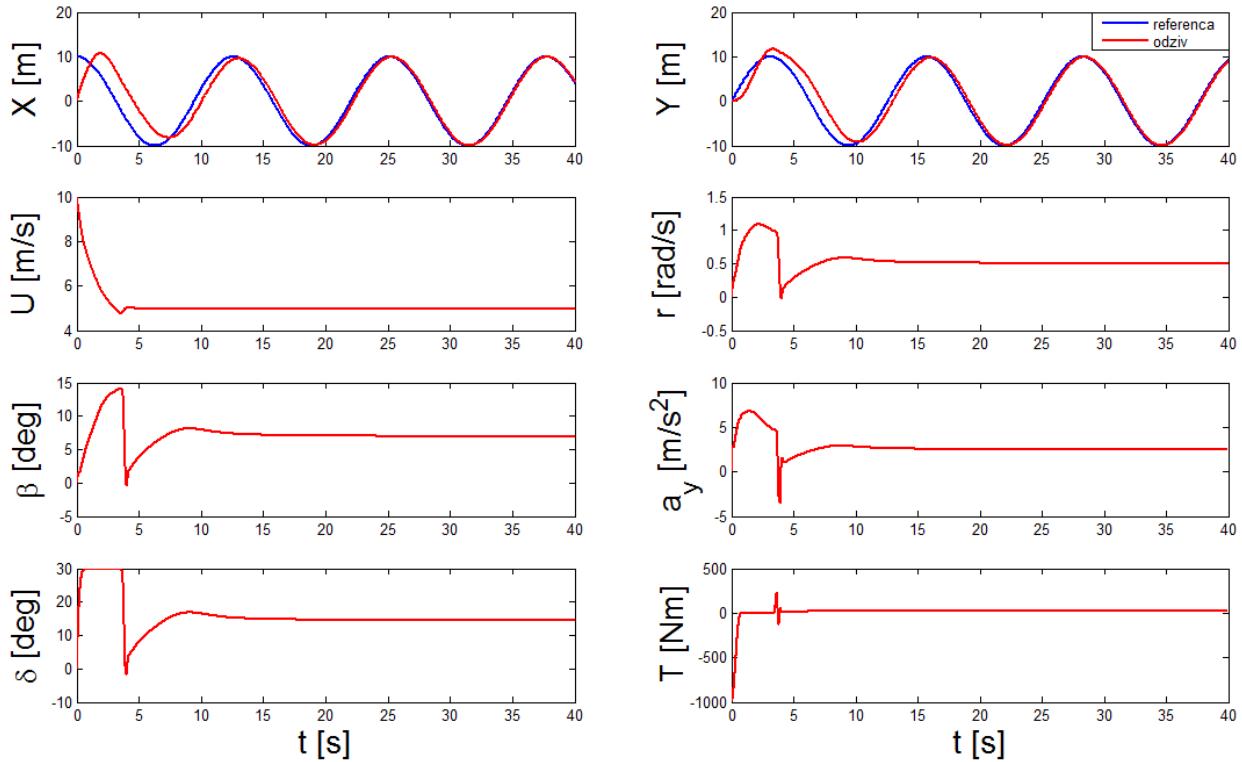
Slika 3.8. prikazuje trajektoriju automobila u slučaju slijedeњa referentne kružne trajektorije, uz koeficijent trenja guma-podloga  $\mu=1$ , i početnu brzinu automobila  $U_0=10$  m/s (ostali početni uvjeti jednaki su nuli), dok slika 3.9. prikazuje odziv parametara automobila za dani slučaj.



**Slika 3.8.: Trajektorija automobila u slučaju slijedeњa referentne kružne trajektorije**

Vidljivo je sa slike 3.8. kako automobil uspješno, nakon početne pogreške, slijedi referentnu trajektoriju. Ova pogreška posljedica je već spomenute dinamike, odnosno, realnih ograničenja automobila (zakret kotača, masa, dimenzije), što dovodi do toga da regulatoru treba neko vrijeme da automobil dovede u putanju referentne trajektorije. Da je ograničenje zakreta kotača uzrok pogreške, može se vidjeti na slici 3.9. Ono što se još vidi na istoj slici, a što se u slučaju slijedeњa referentne sinus trajektorije teško moglo vidjeti, jest odnos zakreta kotača i bočnog klizanja. Naime, odmah u početku slijedeњa zakret kotača ulazi u zasićenje, jer sa ovako ograničenim zakretom ( $\pm 30^\circ$ ) automobil ne može ući u putanju referentne trajektorije. S obzirom da se maksimalni zakret kotača neko vrijeme održava, bočna sila na automobil je velika, pa je veliko i bočno ubrzanje.

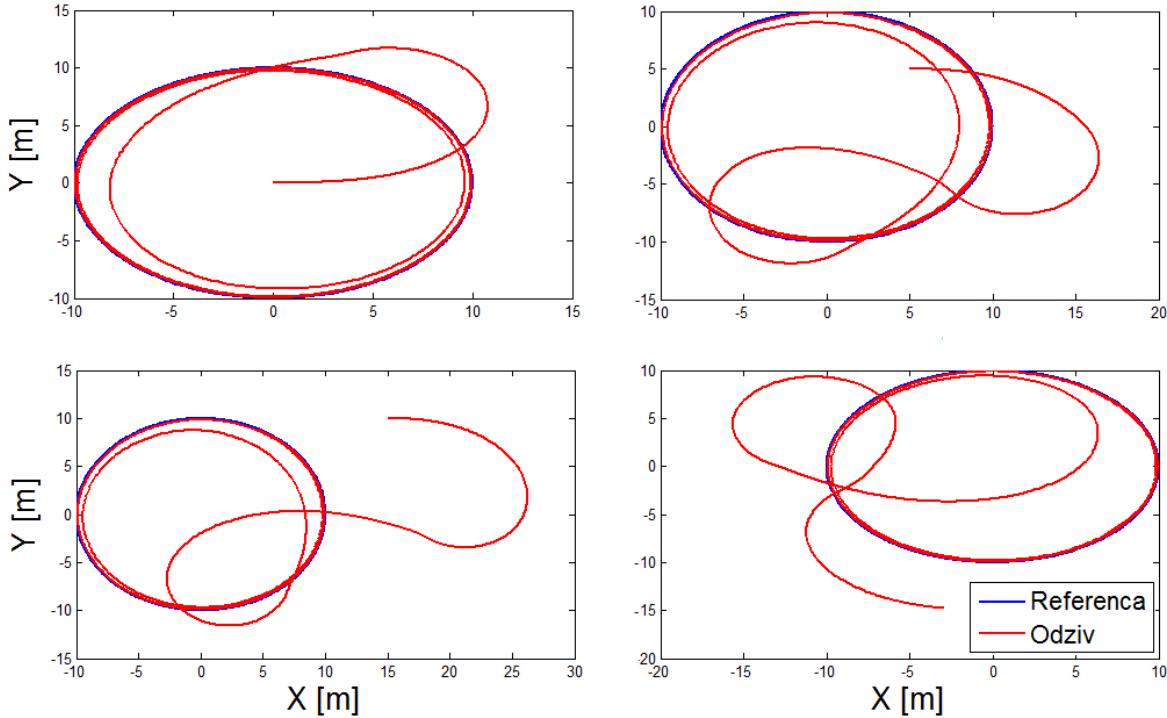
Uslijed toga dolazi do bočnog klizanja, koje raste tako dugo dok ne ispravi automobil u toj mjeri da upravljački sustav može smanjiti zakret kotača, odnosno, zakret kotača izađe iz zasićenja. U tom trenutku smanjuju se i bočno klizanje i bočno ubrzanje. Drugim riječima, ulazak zakreta kotača u zasićenje dovodi do povećanog bočnog klizanja, koje će napisjetku ispraviti automobil i omogućiti upravljačkom sustavu da smanji zakret kotača, na taj način smanjujući i bočno klizanje.



Slika 3.9.:Odziv parametara modela automobila u slučaju slijedeњa referentne kružne trajektorije

Bočno klizanje i bočno ubrzanje ne padaju na nulu ni kada automobil uđe u putanju referentne trajektorije. Razlog tome je specifičnost kružne trajektorije koju automobil slijedi, a kod koje bočna sila nastoji izgurati automobil van putanje, što dovodi do stalno prisutnog bočnog ubrzanja, a onda i (malog) bočnog klizanja. Bočno klizanje može se smanjiti prepodešavanjem regulatora.

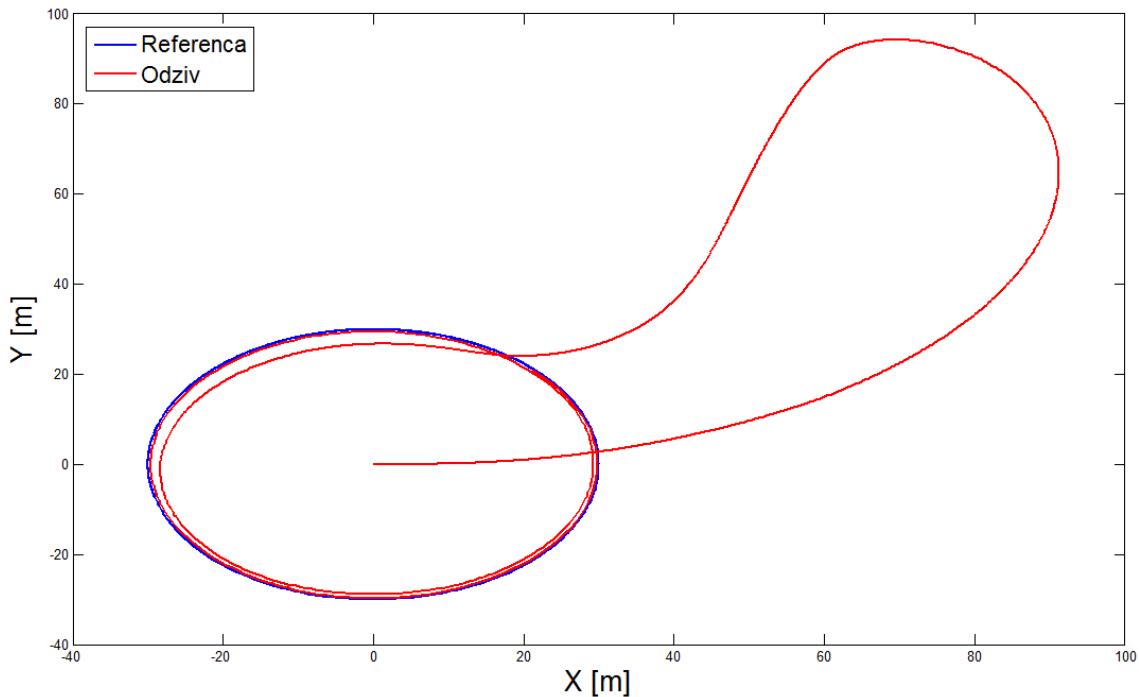
Slika 3.10. prikazuje slijedeњe referentne kružne trajektorije za različite početne uvjete (položaj i orientaciju automobila). Radi preglednosti, svaki odziv prikazan je zasebno. Očito je kako automobil uspijeva, kao i u slučaju slijedeњa referentne sinus trajektorije, slijediti referentnu kružnu trajektoriju neovisno o početnom položaju i orientaciji. Pogreška do koje dolazi u početku posljedica je dinamike vozila.



**Slika 3.10.:** Trajektorije automobila u slučaju slijedenja referentne kružne trajektorije za različite početne uvjete (položaj i orijentaciju automobila)

U podpoglavlju o slijedenju referentne sinus trajektorije, sva testiranja napravljena su sa istim parametrima regulatora, jer nije bilo potrebe da se isti mijenjaju. Naime, na slikama 3.3. i 3.4. vidljivo je kako se zakret i moment prednjih kotača, kao i bočno klizanje, nakon početnih oscilacija brzo smiruju, što je sa stanovišta upravljanja i poželjno. Istini za volju, kod bočnog ubrzanja, prilikom povećanja početne brzine automobila, pojavila se niskofrekvenčna komponenta, ali ona nije dovoljno velika da bi zahtijevala prepodešavanje regulatora (jasno je kako s dalnjim povećanjem početne brzine automobila rastu amplituda i frekvencija ovih oscilacija, što će u jednom trenutku dovesti do potrebe za prepodešavanjem). S druge strane, ako se pogleda slika 3.9., vidi se kako i u slučaju početne brzine  $U_0=10$  m/s i koeficijenta trenja guma-podloga  $\mu=1$  automobil uspijeva slijediti referentnu kružnu trajektoriju samo uz nezanemarivo bočno klizanje ( $\beta \approx 7^\circ$ ) i bočno ubrzanje. Drugim riječima, pri spomenutoj početnoj brzini i koeficijentu trenja, automobilu kružna trajektorija stvara znatno više problema od sinus trajektorije. Ovo je bitno, jer postaje očito kako će povećanje početne brzine automobila na  $U_0=30$  m/s, u slučaju slijedenja kružne trajektorije, biti nemoguće bez prepodešavanja parametara regulatora.

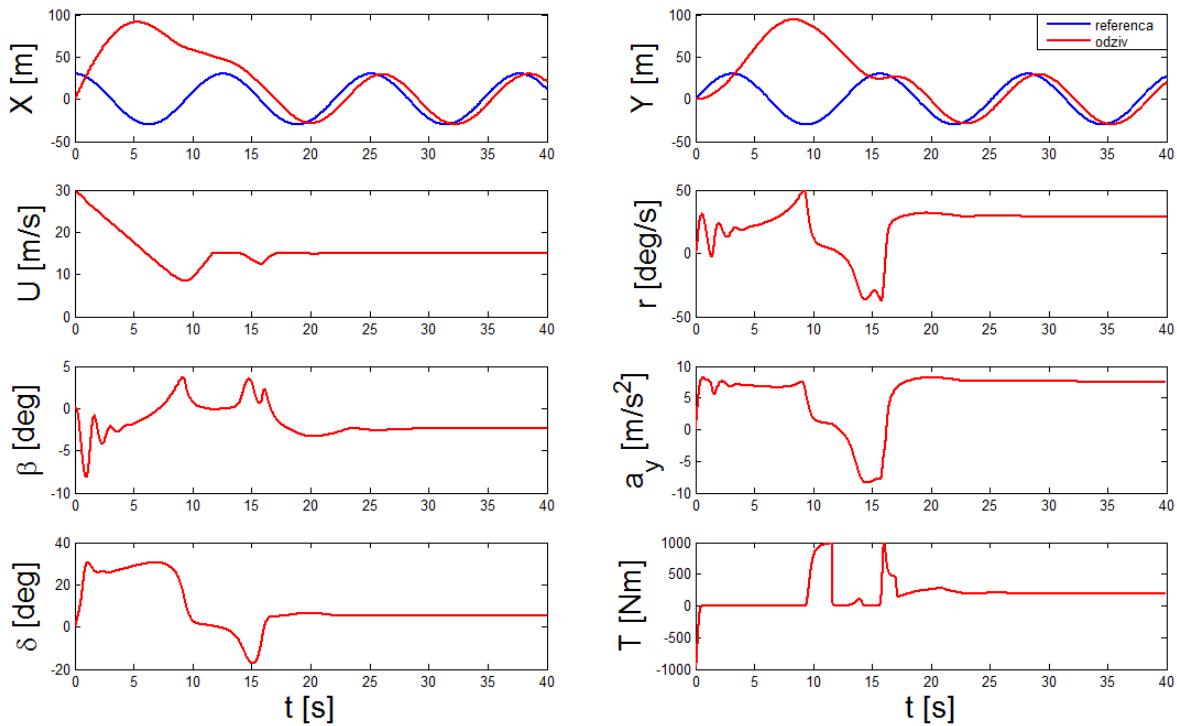
Povećanje brzine dovodi do velike pogreške u samom početku slijedenja, što posljedično dovodi do ulaska zakreta kotača u zasićenje. Rečeno je već kako zakret kotača u zasićenju dovodi do klizanja automobila, čime se nastoji ispraviti automobil, ali mu se smanjuje brzina. A smanjena brzina znači kašnjenje u odnosu na referentnu trajektoriju, što dovodi do ulaska momenta u zasićenje. Jasno je kako, pri povećanoj brzini automobila, slijedenje kružne trajektorije neminovno znači i veće bočne sile, a time i bočno ubrzanje, što dovodi do toga da automobil ne uspijeva slijediti referentnu trajektoriju. Pravilnim prepodešavanjem regulatora automobil uspijeva, kako prikazuje slika 3.11., slijediti referentnu kružnu trajektoriju i pri povećanju početne brzine na  $U_0=30$  m/s. Slika 3.12. prikazuje odziv parametara modela za dani slučaj (koeficijent trenja guma-podloga nije se mijenjao).



**Slika 3.11.:** Trajektorija automobila u slučaju slijedenja referentne kružne trajektorije pri povećanju početne brzine automobila

Postavlja se pitanje kako prepodesiti regulator da se, i u slučaju promjene uvjeta, dobiju dobro rezultati. U okviru ovog rada regulator je prepodešavan ručno, što u realnim sustavima ne bi bilo moguće, no valja imati na umu da se ovaj rad ne bavi pitanjem (optimalnog) načina promjene parametara, već pitanjem može li se uopće prepodešavanjem parametara, u slučaju da je to potrebno, dobiti željeni odziv. U slučaju slijedenja kružne trajektorije pri povećanoj početnoj brzini

automobila, pokazalo se dovoljnim prepodesiti parametre  $k_2$  i  $k_5$ . Smanjenjem parametra  $k_2$ , kojim se mijenja osjetljivost zakreta kotača na iznos vektorskog produkta, nastojalo se izbjegći ulazak zakreta u zasićenje, a time i posljedične bočno klizanje i ulazak momenta u zasićenje. S druge strane, povećanjem parametra  $k_5$ , kojim se utječe na ovisnost momenta o zakretu kotača, nastojalo se spriječiti istovremeni ulazak u zasićenje i zakreta i momenta prednjih kotača. Ove promjene omogućile su automobilu da slijedi kružnu trajektoriju i pri početnoj brzini od  $U_0=30$  m/s, što bez prepodešavanja nije bilo moguće.



**Slika 3.12.:** Odziv parametara modela automobila u slučaju slijedenja referentne kružne trajektorije pri povećanju početne brzine automobila

Jedino što bi valjalo istaknuti, promatrajući odzive na slici 3.12., jest odziv bočnog ubrzanja  $a_y$ . Naime, on je gotovo čitavo vrijeme blizu granične vrijednosti od  $10 \text{ m/s}^2$ , što zapravo znači da je model vrlo blizu granica vlastitih mogućnosti. Drugim riječima, da automobil ni sa ovako prepodešenim parametrima regulatora nije uspio slijediti kružnu trajektoriju, uz ovakav odziv bočnog ubrzanja, velika je vjerojatnost da to ne bi bilo moguće ni sa nekim drugim parametrima.

## 4. ZAOBILAŽENJE PREPREKA

U ovom poglavlju biti će prikazano zaobilaženje prepreka – prvo jedne, a onda nekoliko uzaštopnih prepreka. Zaobilaženje prepreka ostvareno je pomoću metode koja se često koristi za generiranje referentnih trajektorija – metode potencijalnih polja, [14, 10]. Naime, kod zaobilaženja prepreka, unatoč tome što je položaj prepreka unaprijed poznat, nije poznata i referentna trajektorija kojom je te iste prepreke moguće zaobići. Stoga se metodom potencijalnih polja zapravo generira referenta trajektorija, dok je slijedeњe te trajektorije, a time i zaobilaženje prepreka, identično slijedeњu unaprijed poznatih referentnih trajektorija, što je prikazano u prethodnom poglavlju. U nastavku će, prije nego budu dani rezutati zaobilaženja, ukratko biti izložena ideja metode potencijalnih polja.

### 4.1. Metoda potencijalnih polja

Ideja metode potencijalnih polja je generiranje dva potencijala – atraktivnog, kojim se želi dovesti objekt upravljanja iz početnog u konačno, željeno stanje, te repulzivnog, kojim se želi osigurati izbjegavanje prepreka na putu iz početnog u konačnog stanje. Zbrajanjem ova dva potencijala dobije se trajektorija koju objekt upravljanja mora slijediti kako bi došao iz početnog u konačni položaj, pritom zaobilazeći sve prepreka na koje nađe. Slika 4.1. grafički je prikaz metode potencijalnih polja.

Atraktivni i repulzivni potencijal najčešće se zadaju u sljedećem obliku, [14, 10]:

$$U_a = \frac{1}{2} k_a \left[ (x_r - x_a)^2 + (y_r - y_a)^2 \right] \quad (4-1)$$

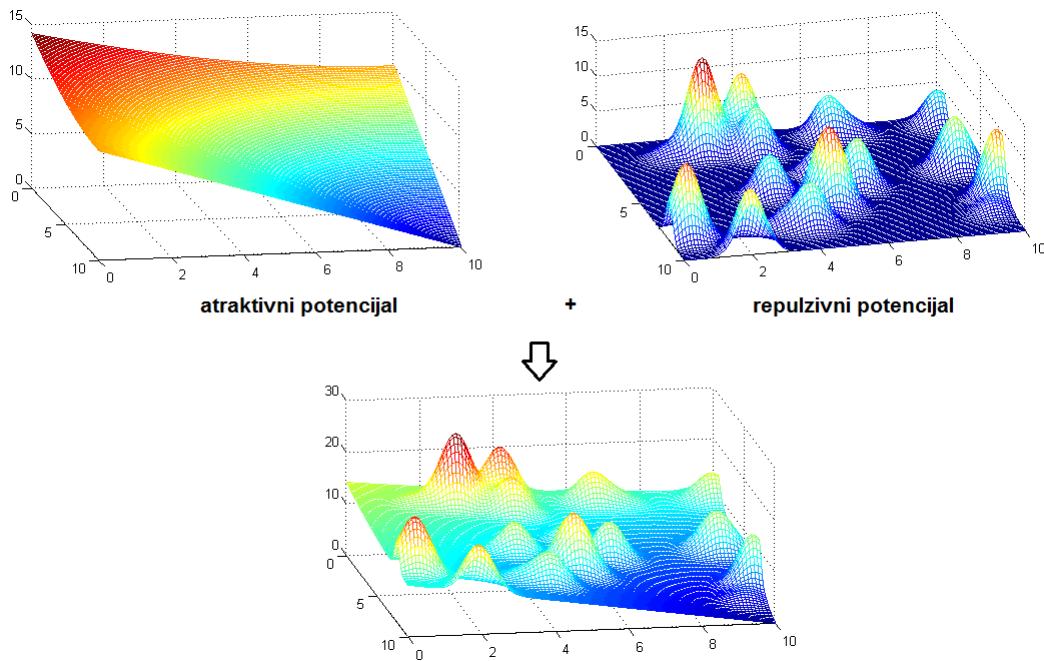
$$U_r = \frac{1}{2} k_r e^{-\sigma [(x_r - x_{p,i})^2 + (y_r - y_{p,i})^2]} \quad (4-2)$$

pri čemu su  $k_a$ ,  $k_r$  i  $\sigma$  jakosti atraktivnog i repulzivnog potencijala, respektivno,  $x_a$  i  $y_a$  koordinate željenog, konačnog položaja,  $x_r$  i  $y_r$  koordinate referentne krivulje,  $x_{p,i}$  i  $y_{p,i}$  koordinate prepreka,  $i=1,2,\dots,n$ ,  $n$  je broj prepreka. Koordinate referentne trajektorije u vremenu određuju se na sljedeći način, [10]:

$$\dot{x}_r = -c_1 \frac{\partial U_a}{\partial x_r} - \sum_{i=1}^n \left( c_2 \frac{\partial U_{r,i}}{\partial x_{r,i}} + c_3 \frac{\partial U_{r,i}}{\partial y_{r,i}} \right) \quad (4-3)$$

$$\dot{y}_r = -c_1 \frac{\partial U_a}{\partial y_r} - \sum_{i=1}^n \left( c_2 \frac{\partial U_{r,i}}{\partial y_{r,i}} - c_3 \frac{\partial U_{r,i}}{\partial x_{r,i}} \right) \quad (4-4)$$

gdje su  $c_1$ ,  $c_2$  i  $c_3$  realna pojačanja kojima se određuje utjecaj pojedinog potencijala na konačni oblik trajektorije.



**Slika 4.1.:** Grafički prikaz metode potencijalnih polja

Pri član sa desne strane u (4-3) i (4-4) jest atraktivni potencijal, drugi član jest repulzivni potencijal, dok je treći član rotacijski potencijal, koji je jednak repulzivnom, a omogućuje zaobilaženje prepreke. Samo repulzivni potencijal u (4-3) i (4-4), uz atraktivni, zaustavio bi objekt upravljanja pred preprekom, bez zaobilaženja. Rotacijski potencijal, stoga, osigurava zaobilaženje prepreke, i time omogućava dolazak u željeni položaj.

## 4.2. Zaobilaženje prepreka

Zaobilaženje prepreke(a) ostvareno je metodom potencijalnih polja. Model automobila, kao ni upravljački zakon, nisu se mijenjali u odnosu na slijedenje referentne kružne i sinus trajektorije, prikazano u prethodnom poglavlju. Zapravo, jedina razlika leži u činjenici da su, u slučaju slijedenja kružne i sinus trajektorije, iste unaprijed bile poznate. U slučaju zaobilaženja prepreke, nije unaprijed poznata referentna trajektorija, već je ona generirana upravo metodom potencijalnih polja, prikazanom u (4-3) i (4-4).

### 4.2.1. Zaobilaženje jedne prepreke

U slučaju zaobilaženja jedne prepreke, izrazi (4-3) i (4-4) postaju (jer je  $i=1$ ):

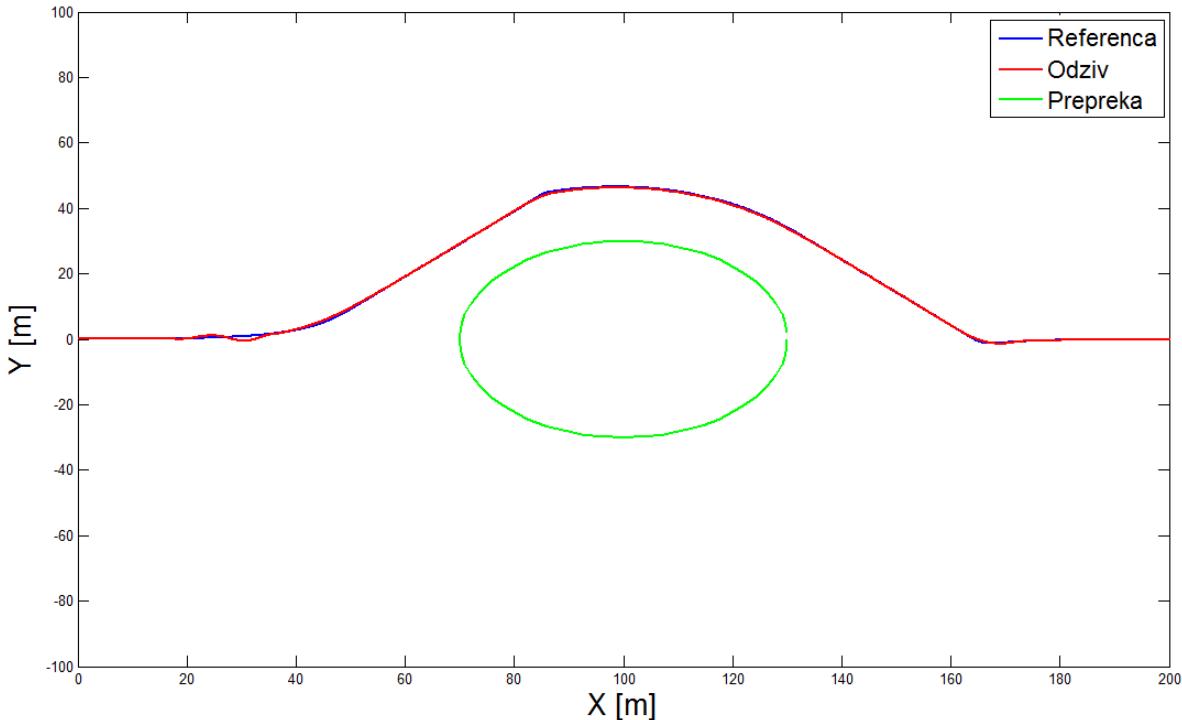
$$\dot{x}_r = -c_1 \frac{\partial U_a}{\partial x_r} - c_2 \frac{\partial U_r}{\partial x_r} + c_3 \frac{\partial U_r}{\partial y_r} \quad (4-5)$$

$$\dot{y}_r = -c_1 \frac{\partial U_a}{\partial y_r} - c_2 \frac{\partial U_r}{\partial y_r} - c_3 \frac{\partial U_r}{\partial x_r} \quad (4-6)$$

Slika 4.2. prikazuje trajektoriju automobila u slučaju zaobilaženja jedne prepreke, dok slika 4.3. prikazuje odziv svih bitnih parametara modela automobila za dani slučaj. Početna brzina automobila iznosi  $U_0=10$  m/s (svi ostali početni uvjeti jednaki su nuli), dok je koeficijent trenja guma-podloga  $\mu=1$ . Valja reći kako je položaj prepreke unaprijed poznat, no to nikako ne znači da se radi o pojednostavljenom ili ograničenom modelu. Naime, i u realnim sustavima, da bi automobil mogao autonomno zaobići prepreku, on mora unaprijed znati gdje se ona nalazi. U slučaju modela automobila, zaobilaženje prepreke ostvareno je repulzivnim i rotacijskim potencijalom, dok se u slučaju realnog sustava, zaobilaženje prepreke ostvaruje interpretacijom podataka dobivenih sa GPS sustava i senzora kojima je automobil opremljen (vizijski sustav, ultrazvučni, infracrveni ili laserski senzori i sl.), [15, 16]. No, u oba slučaja, bez unaprijed poznatog položaja prepreke, jasno je kako je istu nemoguće zaobići.

Vidljivo je sa slike 4.2. kako automobil uspijeva uspješno slijediti referentnu trajektoriju generiranu metodom potencijalnih polja, a time i uspješno zaobići prepreku. S druge strane, vidi se iz odziva parametara modela kako, izuzev u par kratkotrajnih navrata, bočnog klizanja uopće nema, pa nema potrebe da upravljački sustav traži maksimalni zakret i moment prednjih kotača. Zakret kotača, doduše, ulazi dva puta u zasićenje, a moment doseže maksimalnu vrijednost, no razlog tome je promjena smjera referentne trajektorije, koja uzrokuje i malo bočno klizanje, pa se ovim povećanjem zakreta i momenta nastoji ispraviti pogreška nastala bočnim klizanjem. Da automobil slijedi referentnu trajektoriju bez većih problema, vidi se iz odziva bočnog ubrzanja. Ono se

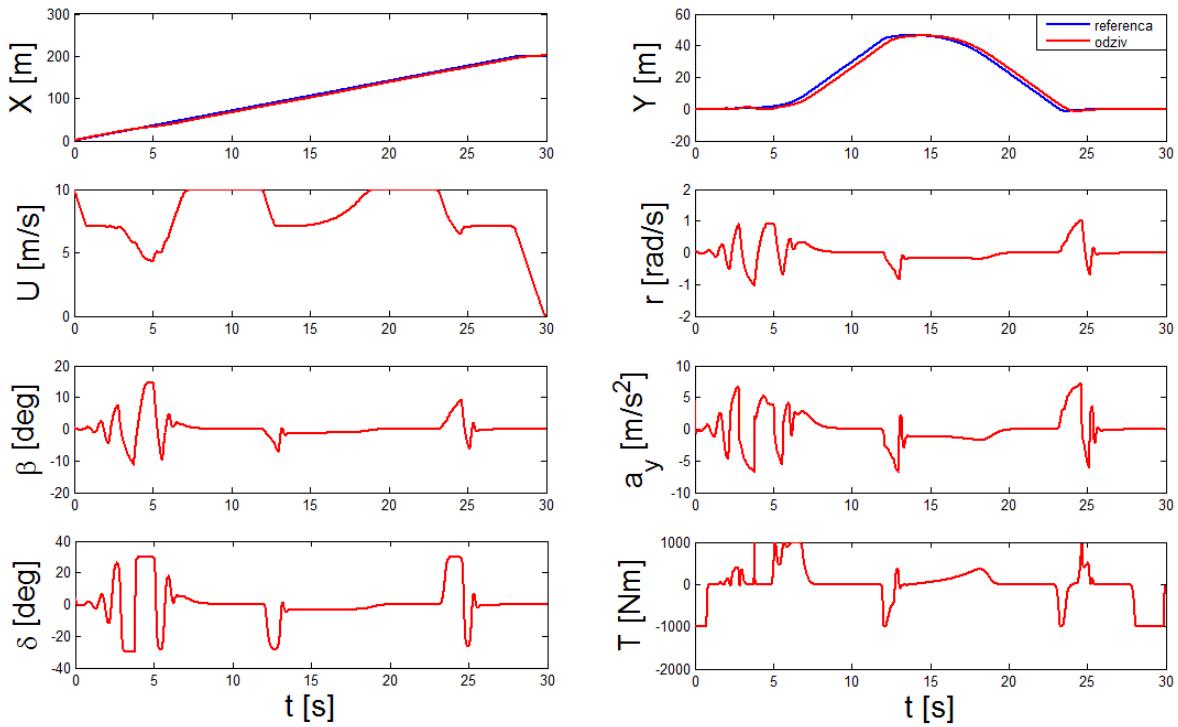
javla na početku slijedenja, dok postoji mala oscilacija u trajektoriji automobila, te u trenucima dok automobil mijenja smjer, jer se tada javla bočna sila koja automobil želi izgurati sa putanje referentne trajektorije. Ostatak vremena bočnog ubrzanja ili uopće nema, ili je jako malo, što je pokazatelj kako, za dane uvjete i parametre regulatora, automobil bez većih problema uspijeva slijediti referentnu trajektoriju, a time i zaobići prepreku na putu.



**Slika 4.2.:**Trajektorija automobila u slučaju slijedenja referentne trajektorije i zaobilaženja jedne prepreke

U prethodnom poglavlju u nekoliko je navrata pokazano kako automobil uspijeva, sa ili bez prepodešavanja regulatora, slijediti referentnu trajektoriju pri povećanju početne brzine, no nije pokazano što se događa kada se smanji koeficijent trenja guma-podloga. Stoga slika 4.4. prikazuje trajektoriju automobila u slučaju slijedenja referentne trajektorije (zaobilaženja prepreke), kao i odziv svih parametara modela automobila, pri povećanoj početnoj brzini i smanjenom koeficijentu trenja guma-podloga, koji sada iznose  $U_0=20$  m/s i  $\mu=0.7$ , respektivno, te prepodešenom regulatoru. Bez prepodešenja parametara regulatora, automobil ne uspijeva slijediti referentnu trajektoriju. Kao i u slučaju kružne trajektorije, parametar regulatora  $k_2$  smanjen je kako bi se smanjila osjetljivost zakreta kotača na iznos vektorskog produkta, dok je parametar  $k_5$  povećan, kako bi

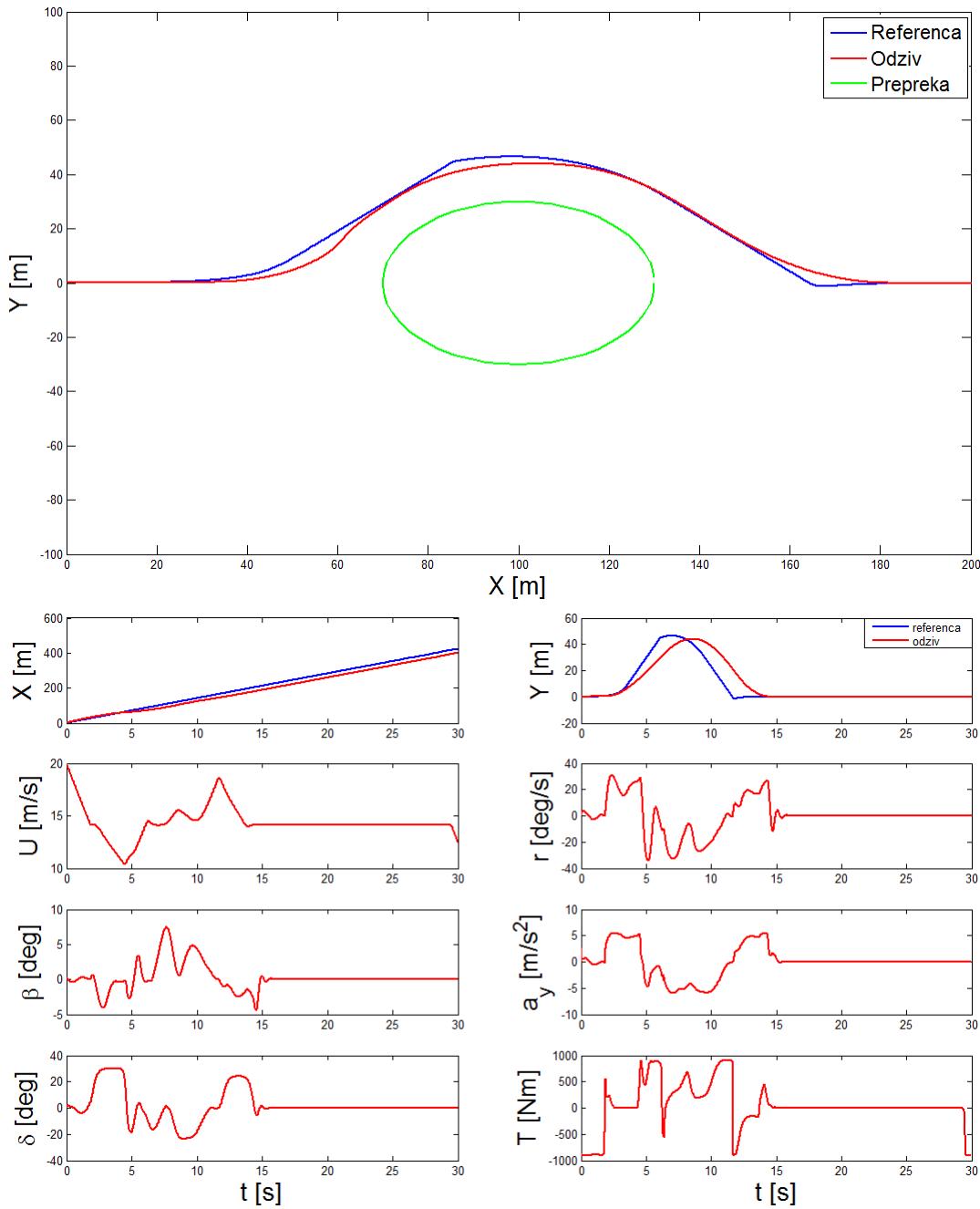
se izbjegla situacija u kojoj bi se i moment i zakret kotača istovremeno našli u zasićenju. No, s obzirom da je sada, osim promjene početne brzine, promijenjen i koeficijent trenja guma-podloga, da bi automobil i dalje uspješno slijedio referentnu trajektoriju, potrebno je promijeniti još jedan parametar regulatora.



**Slika 4.3.:Odziv parametara modela automobila u slučaju zaobilaženja jedne prepreke**

Parametar  $k_1$ , koji predstavlja maksimalni zakret prednjih kotača, jedini je parametar regulatora koji se kroz čitav rad nije mijenjao, odnosno, koji je u svim testiranjima prikazanim u ovom radu bio konstantan. Razlog tome je činjenica da je i u realnim sustavima maksimalni zakret kotača, kod pojedinog automobila, uvijek isti, neovisno o uvjetima u kojima se sustav promatra. Stoga ostaje mogućnost promjene parametara  $k_3$  i  $k_4$ . Pokazalo se dovoljnim smanjiti maksimalni dozvoljeni moment, što u realnim sustavima (u pravilu) odgovara prebacivanju u viši stupanj prijenosa, a vođeno je idejom da se *tromiji* automobil bolje ponaša na podlozi sa smanjenim koeficijentom trenja.

Vidljivo je sa slike 4.4. kako automobil slijedi referentnu trajektoriju i pri povećanoj početnoj brzini i smanjenom koeficijentu trenja, ali sa pogreškama, do kojih dolazi kada automobil mijenja smjer. Ovo je očekivano, ako se uzme u obzir da je smanjen koeficijent trenja guma-podloga.



**Slika 4.4.: Trajektorija automobila u slučaju slijedenja referentne trajektorije i zaobilaženja jedne prepreke, te odziv parametara modela automobila za dani slučaj, pri povećanoj početnoj brzini automobila i smanjenom koefcijentu trenja guma-podloga**

Bočno klizanje nije preveliko, iako nije zanemarivo, no ovog puta ono nije problem. Razlog zbog kojeg se javljaju pogreške kod promjene smjera može se vidjeti ako se pogledaju odzivi bočnog ubrzanja i momenta. Imajući u vidu da je smanjen koeficijent trenja, bočno ubrzanje od približno  $5 \text{ m/s}^2$  predstavlja značajno opterećenje za automobil, a najveće je upravo kod promjene smjera. S druge strane, iz odziva momenta jasno je kako automobil ima velikih problema sa praćenjem brzine promjene referentne trajektorije, što je posljedica smanjenog koeficijenta trenja, a dovodi po pogrešaka u slijedeњu.

#### 4.2.2. Zaobilaženje više prepreka

U slučaju zaobilaženja više prepreka, vrijede izrazi (4-3) i (4-4), uz  $i=6$ . Dakle, u ovom radu biti će prikazano zaobilaženje šest kružnih prepreka različite veličine, te stoga vrijedi:

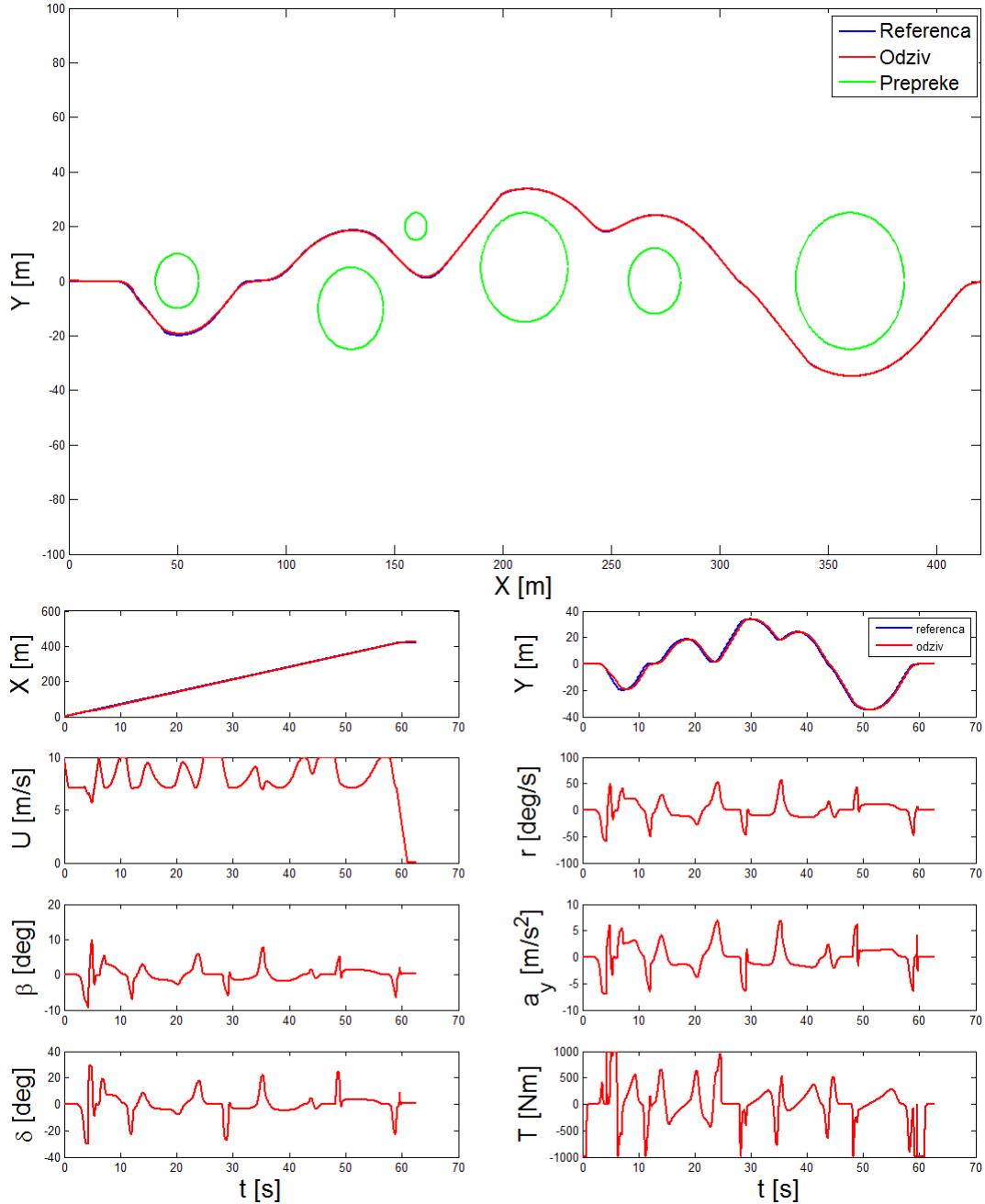
$$\dot{x}_r = -c_1 \frac{\partial U_a}{\partial x_r} - \sum_{i=1}^6 \left( c_2 \frac{\partial U_{r,i}}{\partial x_{r,i}} + c_3 \frac{\partial U_{r,i}}{\partial y_{r,i}} \right) \quad (4-7)$$

$$\dot{y}_r = -c_1 \frac{\partial U_a}{\partial y_r} - \sum_{i=1}^6 \left( c_2 \frac{\partial U_{r,i}}{\partial y_{r,i}} - c_3 \frac{\partial U_{r,i}}{\partial x_{r,i}} \right) \quad (4-8)$$

Pojačanja  $c_2$  i  $c_3$  jednaka su za sve prepreke, dok su  $k_r$  i  $\sigma$ , kojima se određuje jakost repulzivnog potencijala, za svaku prepreku drugačiji (isto, jasno, vrijedi i u realnim sustavima – automobil neće prepreke različitih veličina zaobilaziti istom brzinom i putanjom). Slika 4.5. prikazuje metodom potencijalnih polja generiranu referentnu trajektoriju u slučaju zaobilaženja šest prepreka, kao i trajektoriju automobila, te odzive svih bitnih parametara modela automobila za dani slučaj, uz koeficijent trenja guma podloga  $\mu=1$  i početnu brzinu automobila  $U_0=10 \text{ m/s}$  (ostali početni uvjeti jednaki su nuli).

Vidljivo je sa slike 4.5. kako automobil uspijeva, gotovo idealno, slijediti referentnu trajektoriju, unatoč tome što su odzivi zakreta i momenta prednjih kotača, te bočnog ubrzanja i bočnog klizanja poprilično nestabilni. Ova nestabilnost, odnosno, skokovitost spomenutih odziva posljedica je oblika referentne trajektorije koja često mijenja smjer, što dovodi do skokova u zakretu kotača. Nagla promjena zakreta kotača dovodi do pojave bočnog klizanja i bočnog ubrzanja, jer bočne sile na automobil, uslijed stalne promjene smjera, nisu zanemarive. Spomenuta uzročno-posljedična veza zakreta kotača, te bočnog klizanja i bočnog ubrzanja može se vidjeti na (vrlo sličnim) odzivima prikazanim slikom 4.5. Skokovitost bočnog klizanja dovodi do stalne promjene brzine automobila,

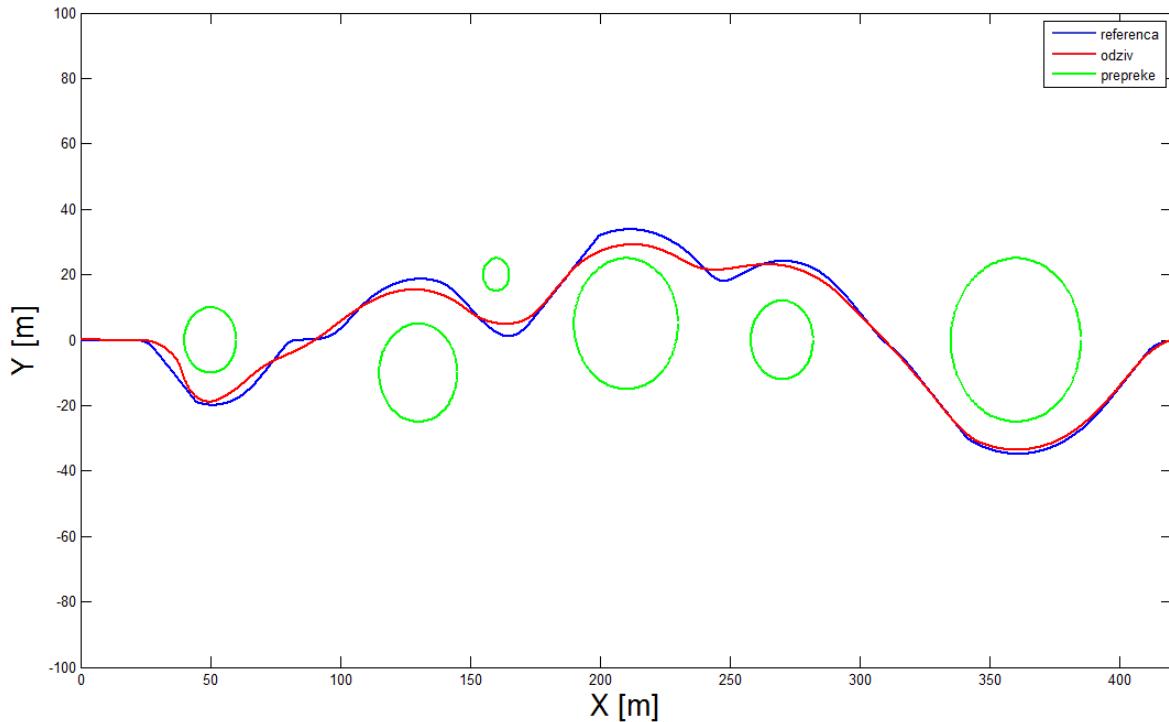
što ima za posljedicu skokovitost momenta, čime upravljački sustav nastoji slijediti brzinu promjene referentne trajektorije.



**Slika 4.5.:** Trajektorija automobila u slučaju slijedenja referentne trajektorije i zaobilaženja više prepreka, te odziv parametara modela automobila za dani slučaj

Rečeno je ranije kako je bočno ubrzanje, na neki način, mjera opterećenosti modela. No, iako se i kod zaobilaženja više prepreka javljaju nezanemarivi iznosi bočnog ubrzanja od gotovo  $7 \text{ m/s}^2$ , u ovom je slučaju, što se vidi iz gotovo idealnog slijedenja referentne trajektorije, opterećenje modela zapravo jako malo. Posljedica je to skokovitog ponašanja bočnog ubrzanja koje, kada automobil ne mijenja smjer, teži malim vrijednostima. Da bočno ubrzanje poprima spomenute vrijednosti u dužim intervalima, značilo bi to da automobil ima značajnih problema sa slijedenjem, što bi se, po svoj prilici, odrazilo i na odzivima.

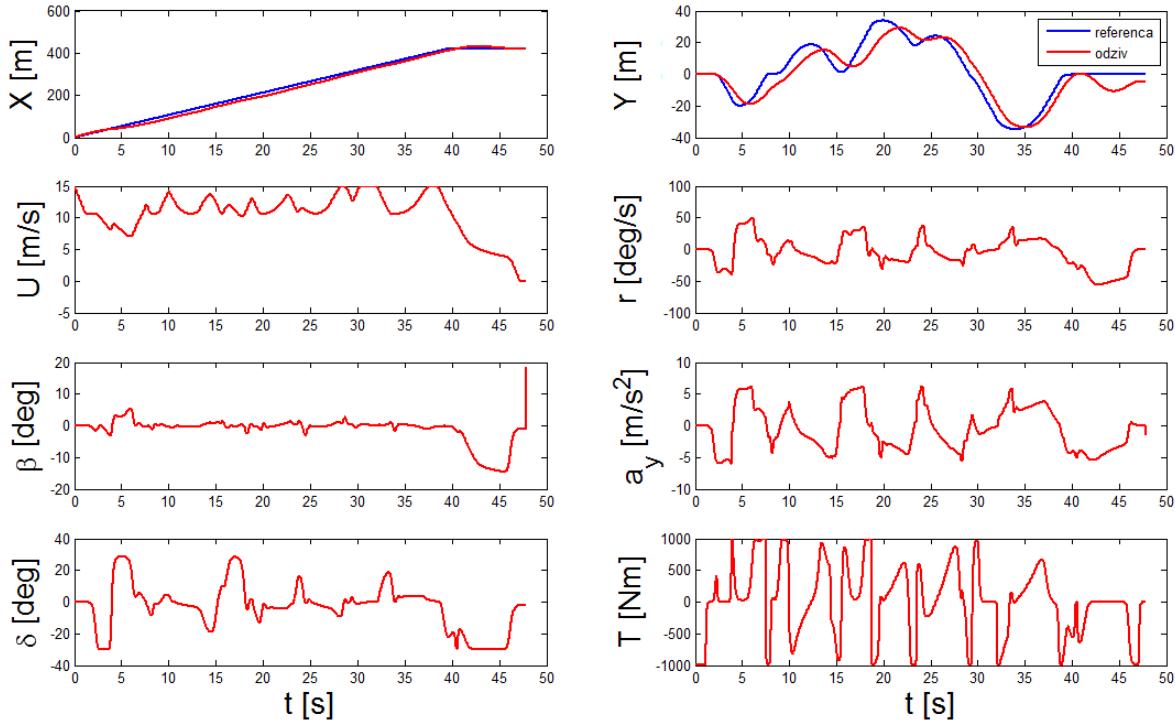
Slika 4.6. prikazuje trajektoriju automobila u slučaju zaobilaženja više prepreka sa smanjenim koeficijentom trenja guma-podloga te povećanom početnom brzinom automobila, koji sada, respektivno, iznose  $\mu=0.8$  i  $U_0=20 \text{ m/s}$ . Ostali početni uvjeti, kao i parametri regulatora, nisu se mijenjali. Slika 4.7. prikazuje odziv parametara modela automobila za dani slučaj.



**Slika 4.6.:** Trajektorija automobila u slučaju slijedenja referentne trajektorije i zaobilaženja više prepreka, pri povećanoj početnoj brzini automobila i smanjenom koeficijentu trenja guma-podloga

Očito je sa slike 4.6., kako automobil uspijeva slijediti trend, ali ne i samu referentnu trajektoriju, odnosno, uspijeva zaobići prepreke, ali ne po putanji referentne trajektorije. Prepodeša-

vanjem parametara regulatora ne može se puno dobiti, jer je ono što se pokazalo problematičnim u ovom slučaju početna brzina automobila. Ovako promjenjivu krivulju, sa smanjenim koeficijentom trenja guma-podloga, automobil naprsto ne uspijeva slijediti uz povećanu početnu brzinu. Koliko bi ovakav odziv bio prihvatljiv, ovisi o situaciji, jer automobil uspijeva zaobići sve prepreke, iako ne po trajektoriji po kojoj je isto trebao učiniti. Zanimljivo je kako ovog puta odzivi zakreta kotača, te bočnog ubrzanja i klizanja nisu nimalo slični. Bočnog klizanja, unatoč smanjenom koeficijentu trenja guma-podloga, gotovo da i nema, ali zato bočno ubrzanje predstavlja popriličan problem. Skokoviti odziv momenta znak je kako upravljački zakon ima velikih problema sa praćenjem brzine promjene referentne trajektorije. Drugim riječima, slijedenje ovako promjenjive referentne trajektorije, u danim uvjetima, ograničeno je početnom brzinom automobila.



**Slika 4.7.:Odziv parametara modela automobila u slučaju zaobilaženja više prepreka, pri povećanoj početnoj brzini automobila i smanjenom koeficijentu trenja guma-podloga**

## 5. USPOREDBA KLASIČNOG I ANALITIČKOG NEIZRAZITOGRGU-LATORA

U dva prethodna poglavlja, u kojima su dani rezultati slijedeća referentne kružne i sinus trajektorije, te zaobilazeњa jedne i više prepreka, upravljački zakon zakreta i momenta prednjih kotača ostvaren je pomoću analitičkog neizrazitog regulatora danog izrazima (3-8) i (3-14). Alternativa analitičkom neizrazitom regulatoru je klasični neizraziti regulator, koji se ostvaruje pomoću funkcija pripadnosti ulazno-izlaznih varijabli, te skupa neizrazitih pravila pomoću kojih se definira neizrazito odlučivanje. Rezultat je površina preslikavanja, kojom se ostvaruje željeno preslikavanje ulaza na izlaz. Klasični neizraziti regulator je, za potrebe ovog rada, izrađen u programskom paketu Matlab, pomoću FIS Editor-a, te je ubačen u simulacijski model, izrađen također pomoću Matlab-a. U nastavku će stoga, prije usporedbe klasičnog i analitičkog neizrazitog regulatora, biti prikazani realizacija klasičnog regulatora, simulacijski model, te provjera točnosti simulacijskog modela.

### 5.1. Klasični neizraziti regulator

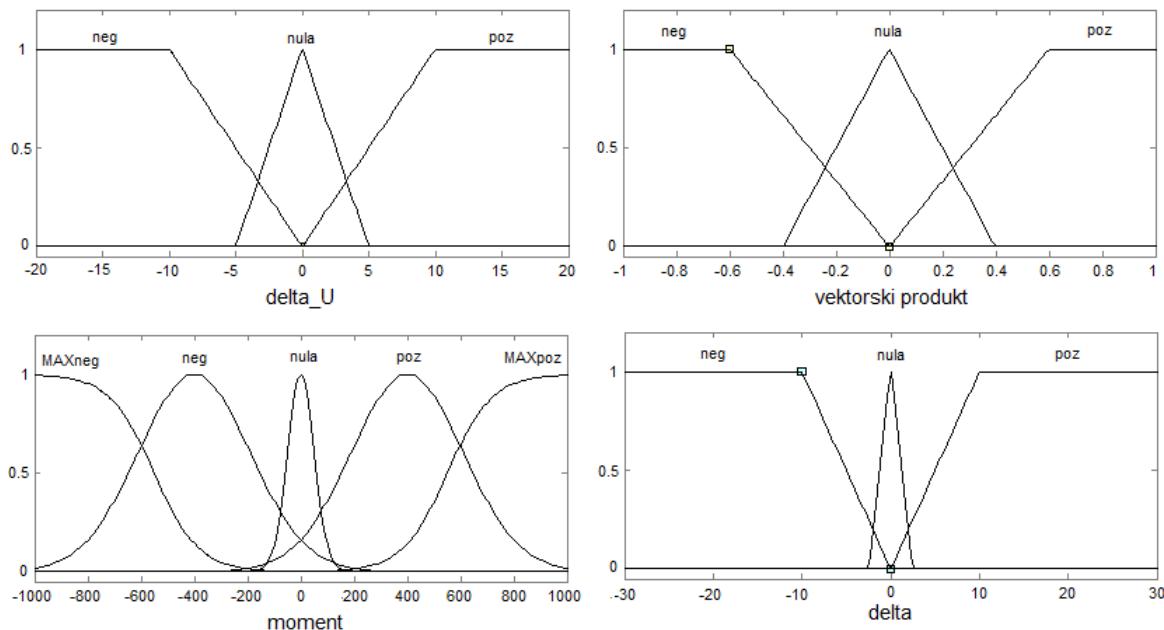
Neizraziti sustav sastoji se od izrazitih ulaza i izlaza, te neizrazitog odlučivanja, [17]. Veza između izrazitog ulaza i neizrazitog odlučivanja jest proces omekšivanja (fazifikacije), kojim se izraziti ulaz, preko funkcija pripadnosti, zapisuje kao neizraziti ulaz, koji zapravo predstavlja ulazne varijable procesa neizrazitog odlučivanja. Veza između neizrazitog odlučivanja, koji je skup AKO-ONDA pravila, i izrazitog izlaza jest proces izoštravanja (defazifikacije), kojim se neizrazite izlazne varijable procesa neizrazitog odlučivanja zapisuju kao izraziti izlaz, koji je zapravo izlaz iz sustava.

U slučaju analitičkog neizrazitog regulatora, ulazne varijable bile su vektorski produkt i razlika brzine referentne i trajektorije automobila, dani u (3-12) i (3-15), a izlazne zakret i moment prednjih kotača, dani u (3-8) i (3-14), sve respektivno. Da bi se klasični neizraziti regulator mogao uspoređivati sa analitičkim, ulazno-izlazni skup varijabli ostao je isti. Odabir funkcija pripadnosti ulaznog-izlaznog skupa varijabli subjektivan je, i o problemu ovisan postupak. Ipak, jer se želi usporediti klasičan i analitički neizraziti regulator, funkcije pripadnosti biti će odabrane tako da oblik površine preslikavanja bude što sličniji obliku funkcija prikazanih izrazima (3-8) i (3-14). Slika 5.1. prikazuje odabrane funkcije pripadnosti ulaznih i izlaznih varijabli.

Odabirom funkcija pripadnosti vektorskog produkta i zakreta prednjih kotača, prikazanih slikom 5.1., te primjenom pravila odlučivanja na ovaj ulazno-izlazni skup, dobije se površina preslikavanja koju prikazuje slika 5.2., lijevi dio. Kako izlazna varijabla – zakret kotača, ovisi samo o jednoj

ulaznoj varijabli – vektorskom produktu, a ne i o razlici brzina referentne i trajektorije automobila, koja predstavlja drugu ulaznu varijablu, te kao takva i treću os trodimenzionalnog prikaza, može se zanemariti ova varijabla, pa se 3D prikaz svodi na 2D prikaz ovisnosti zakreta kotača o vektorskem produkту. Iz 2D prikaza očito je kako je ovisnost zakreta kotača o vektorskem produktu (približno) oblika  $\tanh$  trigonometrijske funkcije. Time je osiguran (sličan) upravljački zakon zakreta kotača kao i u slučaju analitičkog neizrazitog regulatora, danog izrazom (3-8).

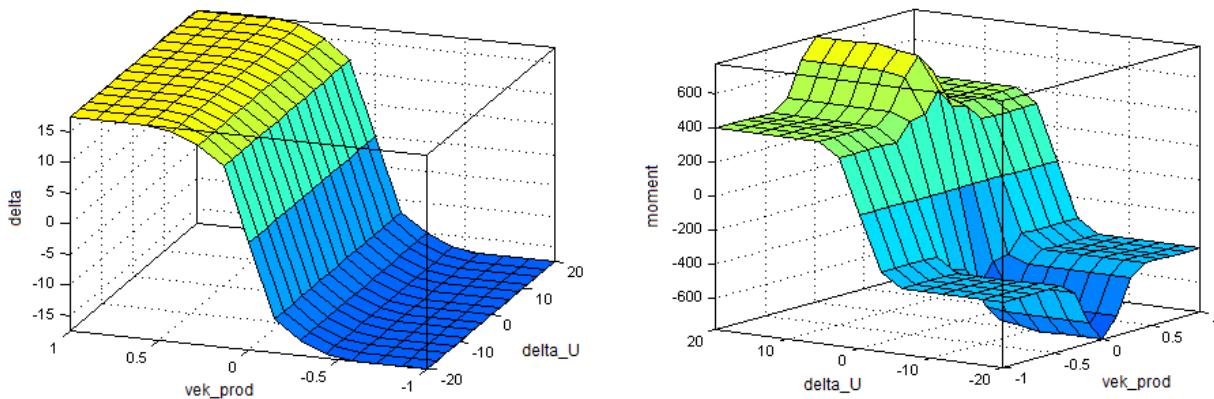
Funkcije pripadnosti druge ulazne varijable – razlike brzina, odabrane su slično funkcijama pripadnosti vektorskog produkta, dok su funkcije pripadnosti momenta odabrane nešto drugačije, kako prikazuje slika 5.1. Razlog tome je ovisnost momenta o obje ulazne varijable – vektorskem produktu i razlici brzina, jer se želi postići upravljački zakon dan izrazom (3-14). Slika 5.2., desni dio, prikazuje površinu preslikavanja vektorskog produkta i razlike brzina u izlaznu varijablu – moment na prednjim kotačima. Ukoliko se iz 3D prikaza ovisnosti momenta o obje ulazne varijable izbaci dimenzija koja prikazuje vektorski produkt (neka nakratko vrijedi pretpostavka da moment ne ovisi o vektorskem produkту), dobije se 2D prikaz ovisnosti momenta o razlici brzina, iz kojeg je očito kako će i ova ovisnost biti slična obliku  $\tanh$  trigonometrijske funkcije. Isto se dobije ukoliko se iz izraza (3-14) izbaci eksponencijalni dio.



Slika 5.1.:Funkcije pripadnosti ulaznih i izlaznih varijabli klasičnog neizrazitog regulatora

Eksponencijalna funkcija dodana je u izraz (3-14) kako se ne bi zahtijevao maksimalni moment u slučaju velikog iznosa vektorskog produkta, jer se u tom slučaju već zahtijeva maksimalni zakret kotača. Ako se pogleda slika 5.2., desni dio, vidi se isti efekt i u slučaju klasičnog neizrazitog regulatora – maksimalni moment zahtijevati će se samo u slučaju kada je vektorski produkt jednak nuli, ili barem oko nule. Kada vektorski produkt primi maksimalnu vrijednost (pozitivnu ili negativnu), moment će biti manji od maksimalno dozvoljenog, da se spriječi klizanje.

Površine preslikavanja, prikazane slikom 5.2., dobivene su definiranjem funkcija pripadnosti i pravila odlučivanja. U principu, pravila odlučivanja su ta koja iz danih funkcija pripadnosti ulazno-izlaznih varijabli generiraju površine preslikavanja. Neka druga pravila generirala bi drugačije površine preslikavanja. U ovom radu definirano je deset pravila, kojima su obuhvaćena sva moguća ponašanja, odnosno, kojima je postignuta logika definirana izrazima (3-8) i (3-14).



**Slika 5.2.:Površina ulazno-izlaznog preslikavanja klasičnog neizrazitog regulatora**

Pravila su sljedeća:

- Pravilo 1: IF (vek\_prod is poz) THEN (delta is poz)
- Pravilo 2: IF (vek\_prod is neg) THEN (delta is neg)
- Pravilo 3: IF (vek\_prod is nula) THEN (delta is nula)
- Pravilo 4: IF (delta\_U is nula) THEN (moment is nula)
- Pravilo 5: IF (delta\_U is poz) AND (vek\_prod is nula)  
THEN (moment is MAXpoz)
- Pravilo 6: IF (delta\_U is poz) AND (vek\_prod is poz)  
THEN (moment is poz)

Pravilo 7: IF (delta\_U is poz) AND (vek\_prod is neg)  
                   THEN (moment is poz)

Pravilo 8: IF (delta\_U is neg) AND (vek\_prod is nula)  
                   THEN (moment is MAXneg)

Pravilo 9: IF (delta\_U is neg) AND (vek\_prod is poz)  
                   THEN (moment is neg)

Pravilo 10: IF (delta\_U is neg) AND (vek\_prod is neg)  
                   THEN (moment is neg)

## 5.2. Simulacijski model

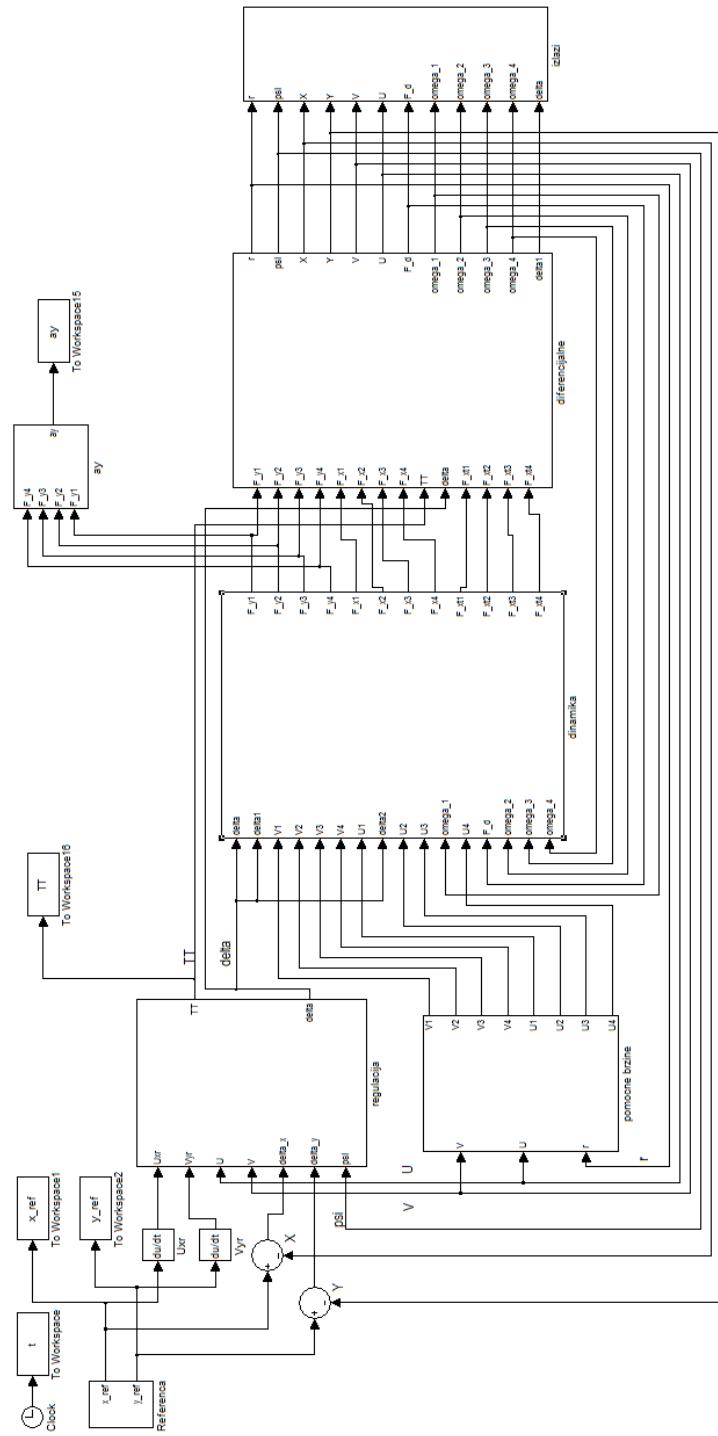
Simulacijski model automobila napravljen je u programskom paketu Matlab, korištenjem Simulink Toolbox-a. Slika 5.3. prikazuje simulacijski model, dok slika 5.4. prikazuje odabране parametre simulacijskog modela.

Simulacijski model sastoji se od četiri glavna bloka – bloka *regulator*, bloka *pomoćne brzine*, bloka *dinamika*, te bloka *diferencijalne*. Svaki od tih blokova sastoji se od jednog ili više manjih blokova, a sve kako bi se povećala preglednost modela. U ovom radu neće biti prikazana struktura blokova, jer simulacijski model nije ništa drugo nego dinamika automobila prikazana preko Matlab-ovog simulacijskog alata.

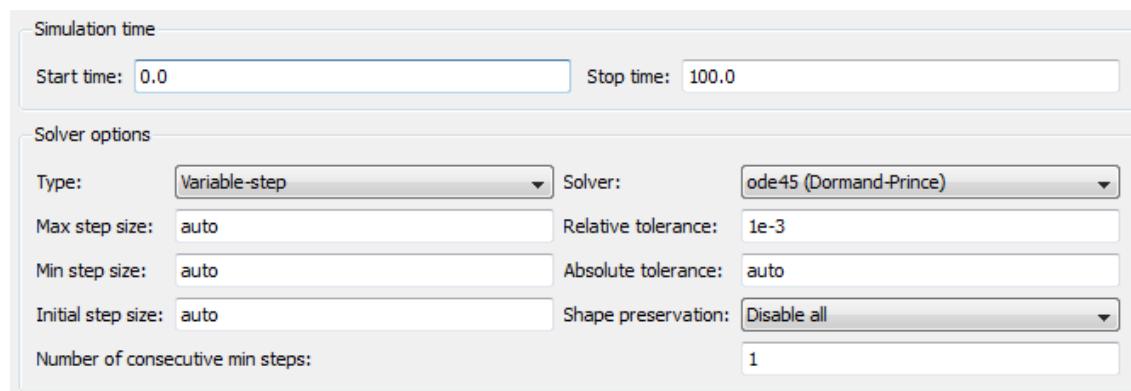
Iako je simulacijski model napravljen kako bi se pomoću njega testirao klasični neizraziti regulator, u simulacijski model ubačen je i analitički neizraziti regulator, kako bi se testirala ispravnost modela. Drugim riječima, simulacijski model ima dva neizrazita regulatora – klasični i analitički. Prebacivanje sa jednog na drugi ostvareno je jednostavnim sklopkama, kako prikazuje slika 5.5.

Ispravnost simulacijskog modela automobila biti će testirana na primjeru slijedenja referentne sinus trajektorije, dane izrazima (3-22) i (3-23). Ukoliko rezultati dobiveni ovim testiranjem budu jednakim rezultatima dobivenim u trećem poglavlju, slike 3.3. i 3.4., tada je model ispravan, te se može započeti sa testiranjem modela korištenjem klasičnog neizrazitog regulatora.

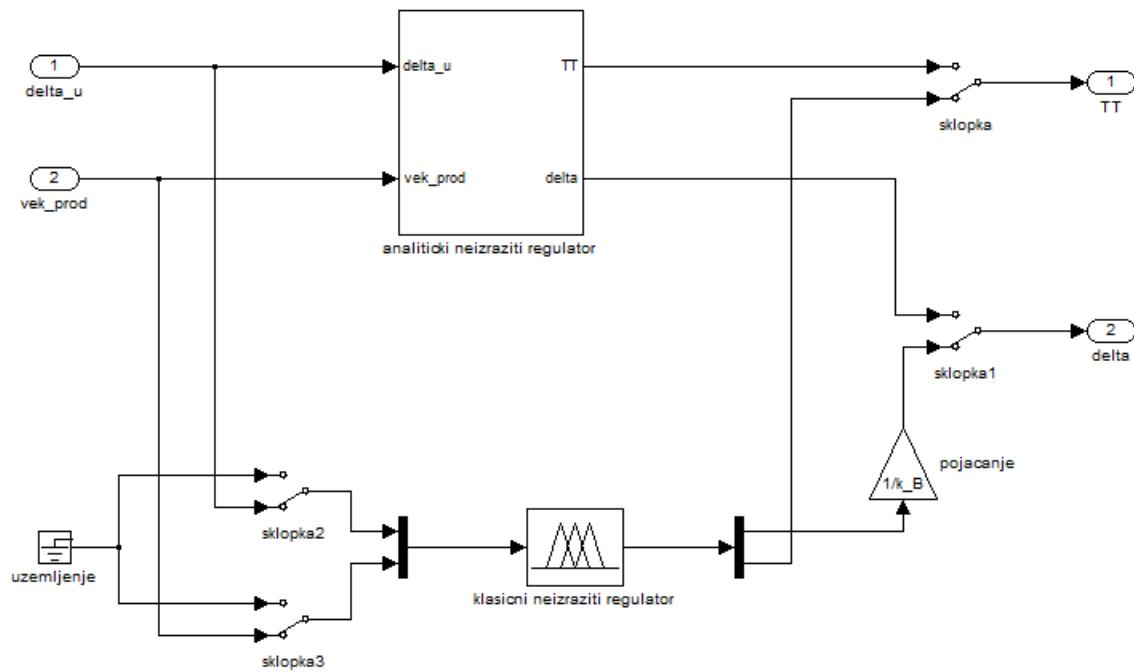
Slika 5.6. prikazuje odziv simulacijskog modela sa analitičkim neizrazitim regulatorom u slučaju slijedenja referentne sinus trajektorije, sa istim parametrima regulatora, te istim početnim uvjetima kao i u poglavlju 3.2., prvo testiranje, čiji su rezultati prikazani slikama 3.3. i 3.4. Očito je da slike 5.6., ako se usporedi sa slikama 3.3. i 3.4., kako su svi odzivi identični, iz čega slijedi kako je simulacijski model automobila točan. Stoga će u nastavku biti prikazani rezultati dobiveni klasičnim neizrazitim regulatorom, kao i usporedba ovog regulatora sa analitičkom verzijom istog.



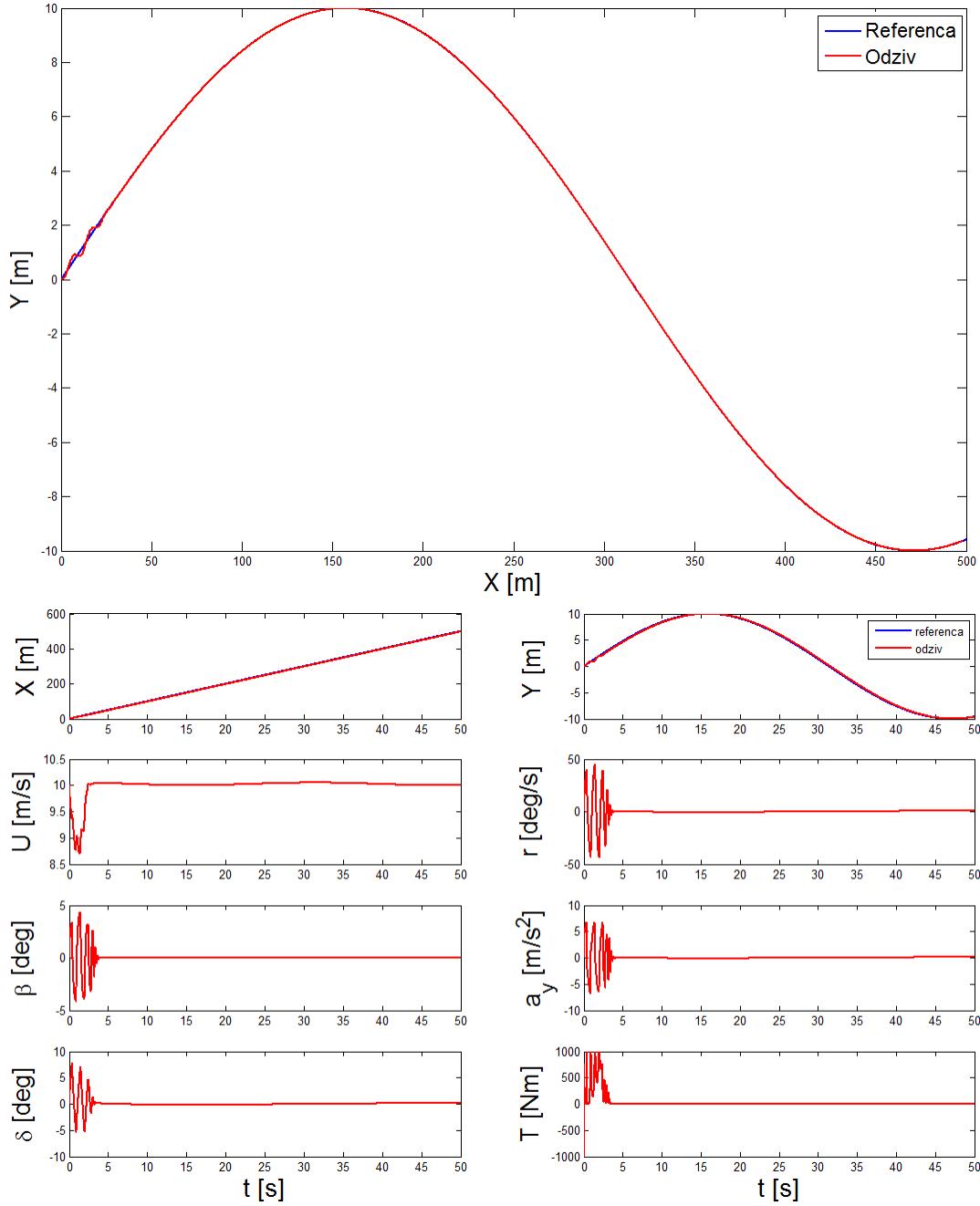
Slika 5.3.:Simulacijski model automobila



Slika 5.4.:Parametri simulacijskog modela



Slika 5.5.:Blok regulator simulacijskog modela automobila

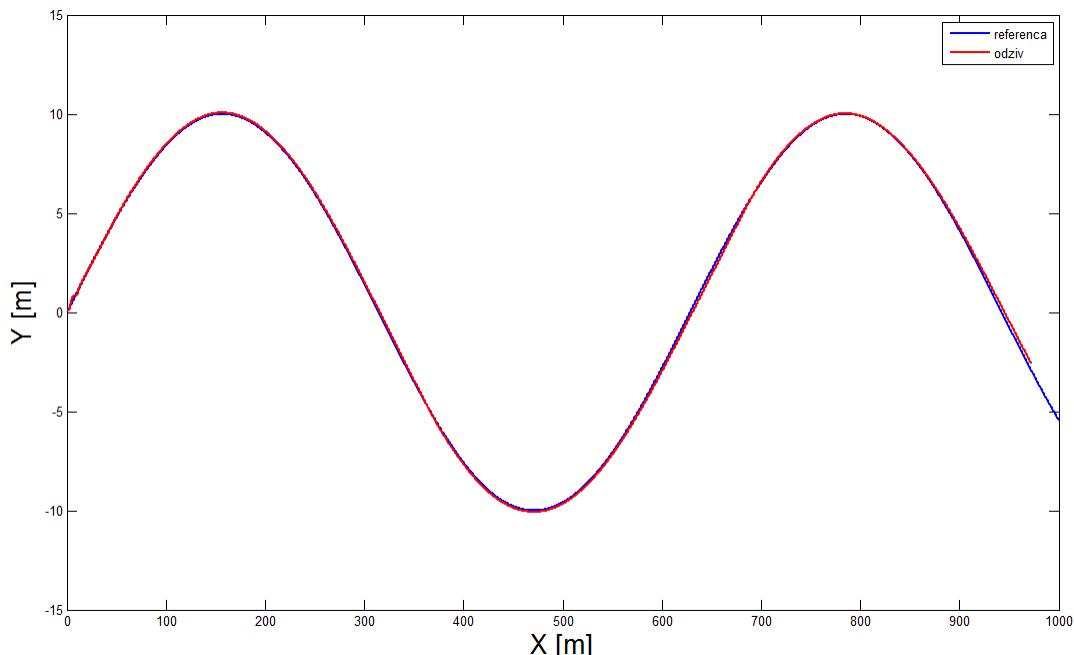


**Slika 5.6.: Trajektorija automobila u slučaju slijedenja referentne sinus trajektorije i odziv parametara automobila, u slučaju testiranja simulacijskog modela sa analitičkim neizrazitim regulatorom**

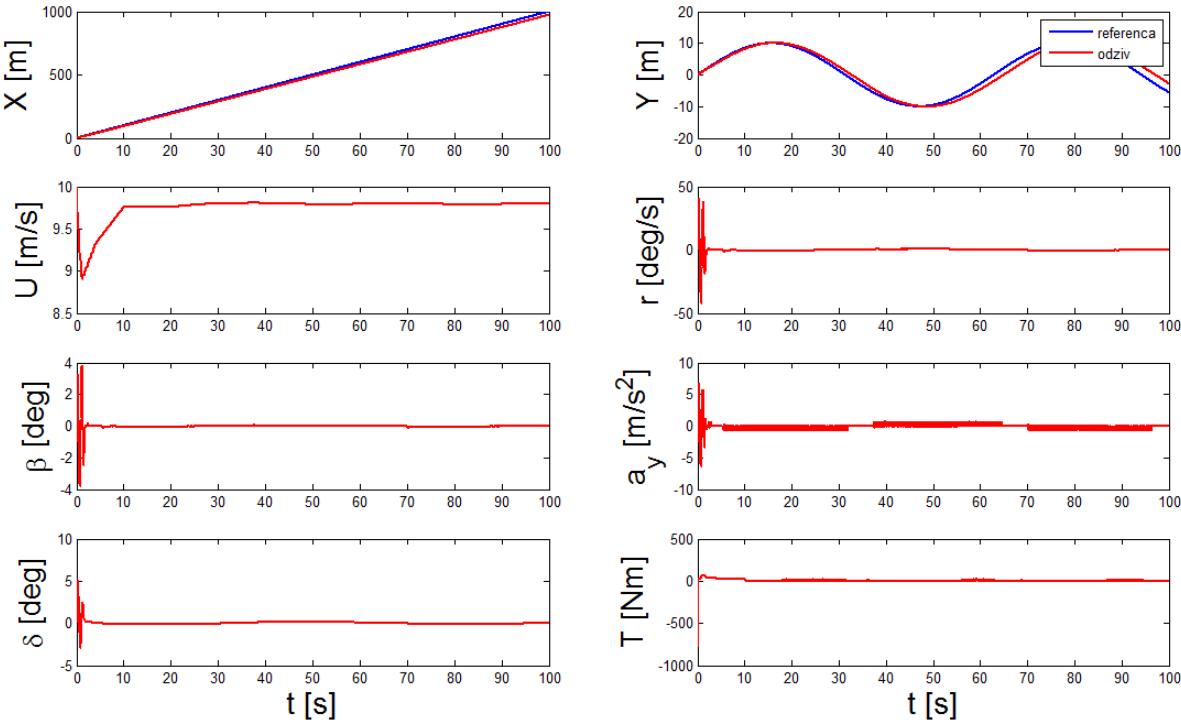
### 5.3. Simulacijski rezultati modela sa klasičnim neizrazitim regulatorom

Usporedba klasičnog i analitičkog neizrazitog regulatora biti će prikazana na primjerima slijedenja referentne kružne i sinus trajektorije. U slučaju klasičnog regulatora nema parametara regulatora  $k_i$ , kao što je to bilo u slučaju analitičkog regulatora. Ovi parametri zamijenjeni su funkcijama pripadnosti, prikazanima na slici 5.1. Već se iz ovoga može zaključiti kako je značajno lakše podesiti i prepodešavati analitički nego klasični neizraziti regulator. Naime, u slučaju neizrazitog regulatora, prepodešavanje se svodi na promjene parametara  $k_i$ , što je jednostavno, brzo i lako razumljivo (svaki parametar ima specifično djelovanje na oblik funkcije). U slučaju klasičnog regulatora, prepodešavanje se svodi na izmjenu funkcija pripadnosti, što je značajno složenije, jer je teško precizno podesiti oblik površine preslikavanja, i jer je potrebno poznavanje pravila preslikavanja ulaza na izlaz (koji oblik funkcija pripadnosti rezultira željenim oblikom površine preslikavanja).

Slijedenje referente sinus trajektorije, uz koeficijent trenja guma-podloga  $\mu=1$ , te početnu uzdužnu brzinu automobila  $U_0=10$  m/s (ostali početni uvjeti jednaki su nuli) prikazuje slika 5.7., dok odziv svih parametara za dani slučaj prikazuje slika 5.8.



**Slika 5.7.:** Trajektorija automobila u slučaju slijedenja referentne sinus trajektorije sa klasičnim neizrazitim regulatorom

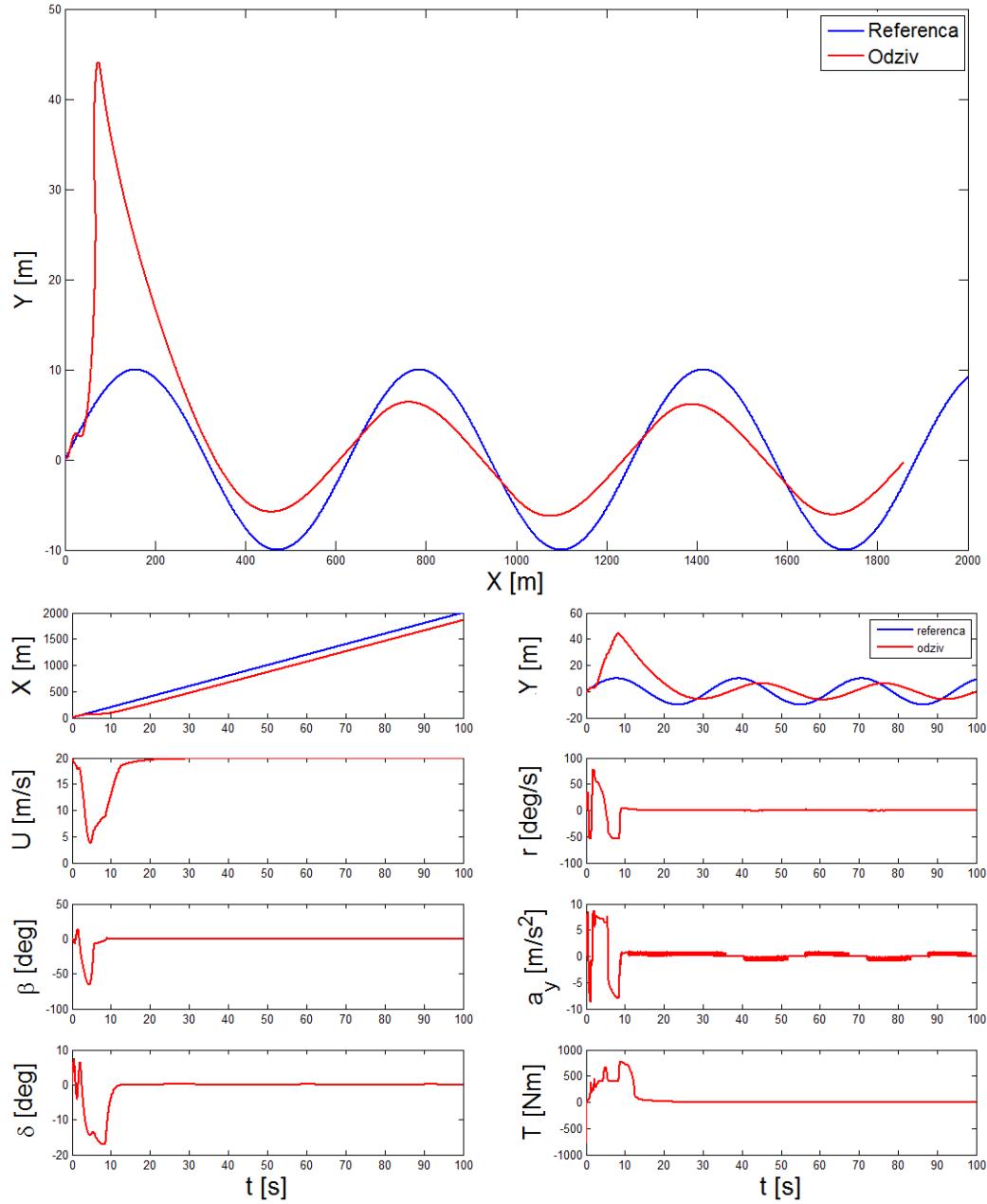


**Slika 5.8.:** Odziv parametara modela automobila u slučaju slijedenja referentne sinus trajektorije sa klasičnim neizrazitim regulatorom

Vidi se sa slike 5.7. kako automobil uspijeva uspješno slijediti referentnu trajektoriju, no ipak nešto slabije nego u slučaju analitičkog regulatora. Usporedbom odziva sa slikom 3.3., očito je kako u ovom slučaju postoji malo odstupanje od referentne trajektorije. Svakako, promatrano zasebno, odstupanje od referentne trajektorije, u slučaju regulacije klasičnim neizrazitim regulatorom, toliko je malo da se može zanemariti. No ipak, ostaje činjenica da u slučaju analitičkog regulatora nema ni ovog malog odstupanja. Ovo se još bolje vidi ako se pogledaju i usporede slike 3.4. i 5.8., koje prikazuju odzive parametara u slučaju slijedenja referente trajektorije analitičkim i klasičnim regulatorom, respektivno. Vidi se u odzivu položaja automobila  $X(t)$  i  $Y(t)$  kako postoji pogreška, odstupanje od referentnih trajektorija, koje s vremenom raste. Ovo odstupanje može biti posljedica numerike, odnosno, načina na koji Matlab obrađuje podatke kroz Simulink, a može biti i posljedica odabranih funkcija pripadnosti. Ipak, zanimljivo je vidjeti kako su oscilacije na početku slijedenja manje u slučaju regulacije klasičnim regulatorom, što se može vidjeti i iz odziva zakreta kotača, bočnog klizanja i bočnog ubrzanja. Bočno ubrzanje  $a_y$  poprilično je nestabilno, odnosno, oscilirajuće, što je posljedica već spomenute numerike.

Povećavanjem početne brzine automobila na 20 m/s, dolazi do odstupanja od referentne trajek-

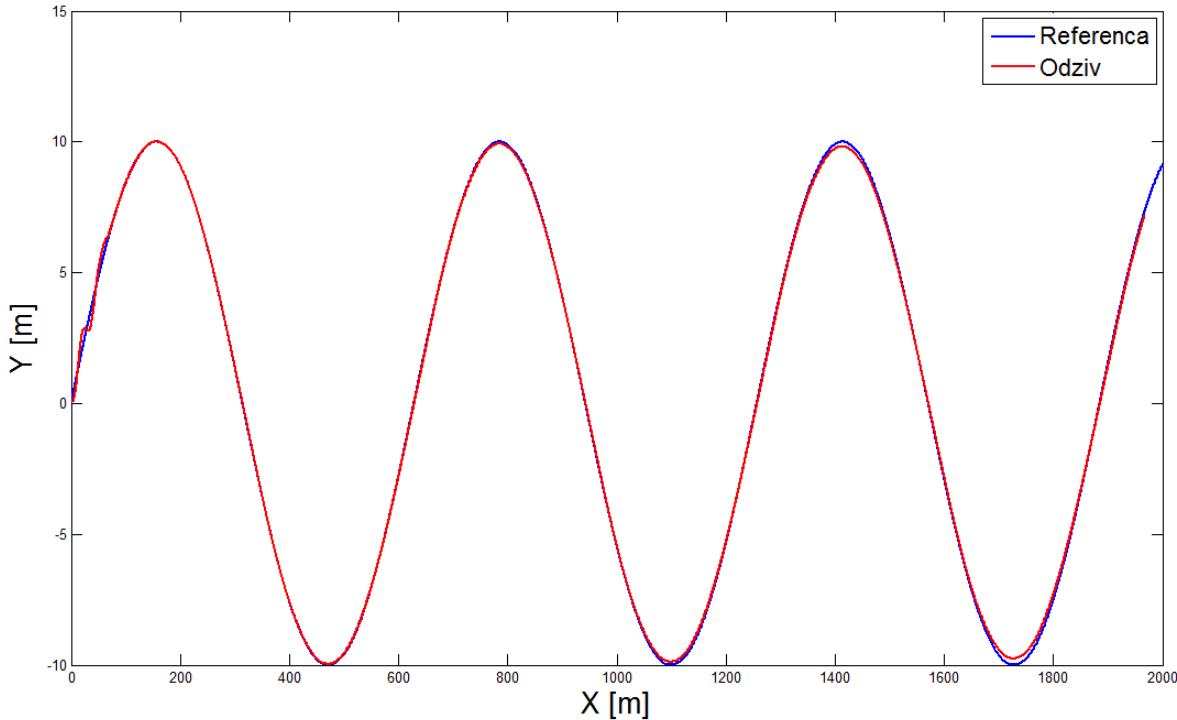
torije, kako prikazuje slika 5.9., dok pri početnoj brzini od 30 m/s, automobil uopće ne uspijeva slijediti referentnu trajektoriju.



**Slika 5.9.:** Trajektorija automobila u slučaju slijeđenja referentne sinus trajektorije i odziv parametara modela automobila pri povećanoj početnoj brzini automobila, sa upravljanjem preko klasičnog neizrazitog regulatora

Ovo je posljedica korištenja klasičnog regulatora, koji je, u ovom slučaju, osjetljiviji na promjene pojedinih uvjeta nego je to slučaj sa analitičkim regulatorom. Kod analitičkog regulatora upravljački zakon dan je egzaktno, u obliku funkcije sa poznatim pojačanjima, dok je u slučaju klasičnog regulatora upravljački zakon dan preko ulazno-izlaznog skupa funkcija pripadnosti i pravila odlučivanja, te se oblik funkcije (površine) preslikavanja određuje grafičkom metodom. Zbog toga se već na ovom primjeru može zaključiti kako je podešavanje klasičnog regulatora značajno složenije nego li je to slučaj sa analitičkim regulatorom.

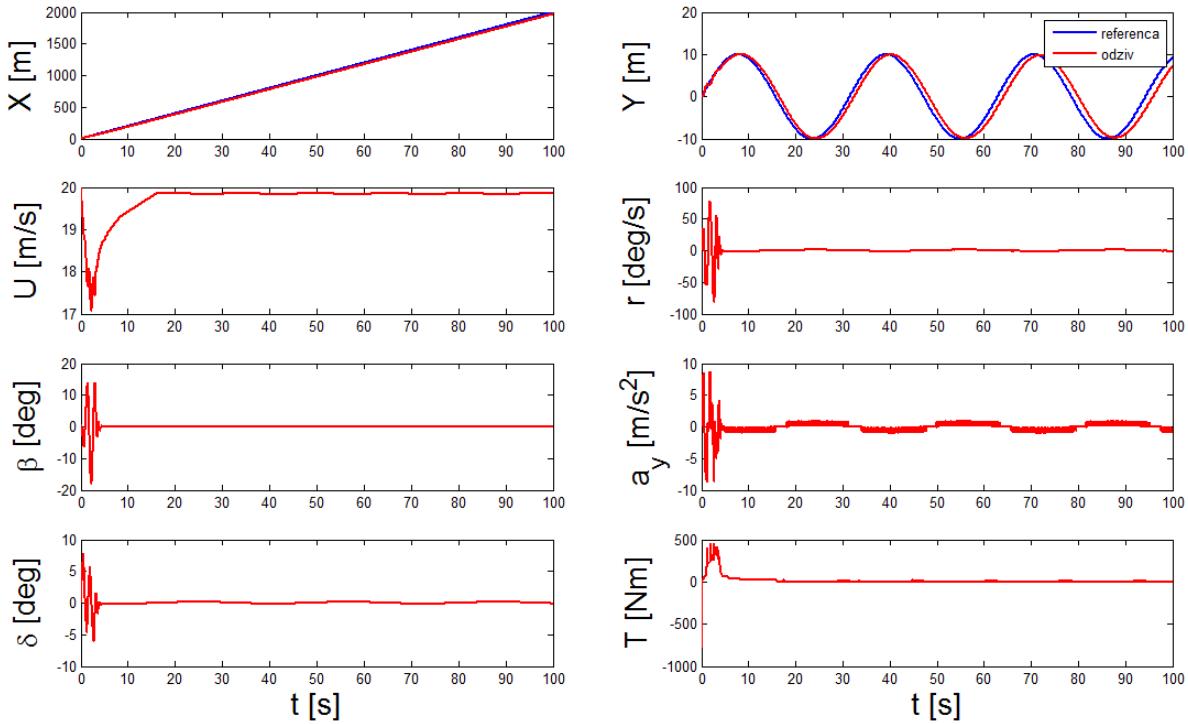
Slika 5.10. prikazuje slijedeće referentne trajektorije uz početnu brzinu 20 m/s i prepodešeni regulator, dok slika 5.11. prikazuje odziv parametara automobila za dani slučaj. Promijenjene su funkcije pripadnosti vektorskog produkta, čime je dobiven ekvivalent povećanju parametra  $k_2$  kod analitičkog regulatora.



**Slika 5.10.:** Trajektorija automobila u slučaju slijedenja referentne sinus trajektorije pri povećanoj početnoj brzini automobila, sa upravljanjem preko prepodešenog klasičnog neizrazitog regulatora

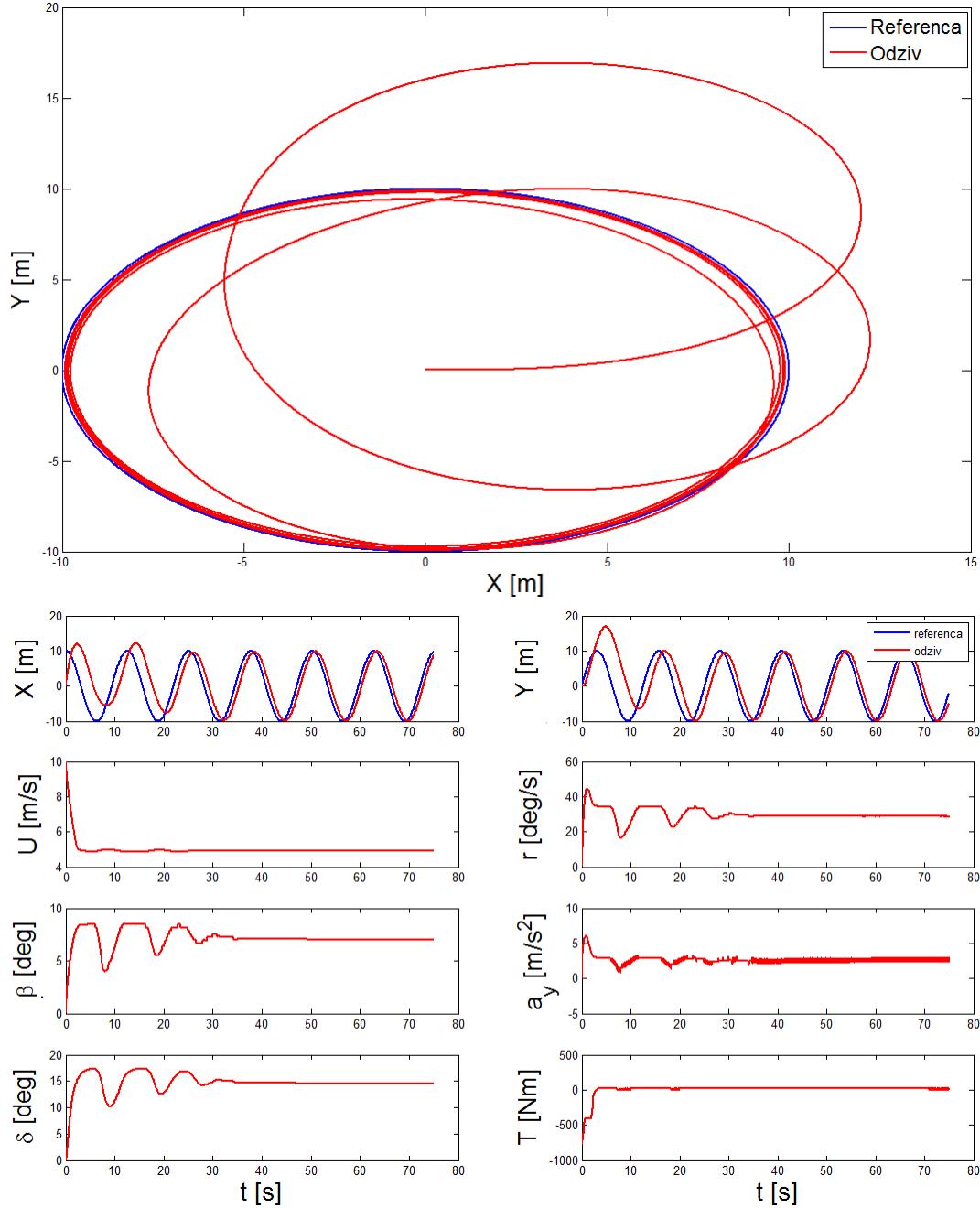
Naime, zbog velikog bočnog klizanja, koje je očito veliki problem, ideja je bila povećati osjetljivost zakreta kotača na vektorski produkt, kako bi se automobil što prije pokušao izvući iz neželjene situacije. Vidi se iz slika 5.10. i 5.11. kako je ova promjena dovela do željenih rezultata,

jer je bočno klizanje smanjeno sa više od  $50^\circ$  na manje od  $20^\circ$ .



**Slika 5.11.:** Odziv parametara modela automobila u slučaju slijedenja referentne sinus trajektorije, pri povećanoj početnoj brzini automobila, sa upravljanjem preko prepodešenog klasičnog neizrazitog regulatora

Slijedenje referentne kružne trajektorije, uz početnu brzinu  $U_0=10$  m/s (ostali početni uvjeti jednaki su nuli) i koeficijent trenja guma-podloga  $\mu=1$ , kao i odziv parametara automobila za dani slučaj, prikazuje slika 5.12. Iz slike se vidi kako automobil uspješno slijedi referentnu kružnu trajektoriju, iako nešto lošije nego je to bio slučaj slijedenja sa analitičkim regulatorom. Ovo, pak, kako je već rečeno, nije nužno pokazatelj da je regulacija klasičnim regulatorom u osnovi lošija. Prepodešavanjem se može odziv značajno poboljšati, kako je pokazano na prethodnom primjeru slijedenja sinus referentne trajektorije. Regulator je, zapravo, već i prepodešen, jer se pokazalo kako automobil nemože slijediti referentnu kružnu trajektoriju sa funkcijama pripadnosti koje se bile korištene u slučaju sinus trajektorije. No, upravo je ovo prepodešavanjem problematično, jer se postavlja pitanje kako podešiti funkcije pripadnosti da se dobije željeno preslikavanje. U slučaju analitičkog regulatora ovo je značajno jednostavnije.

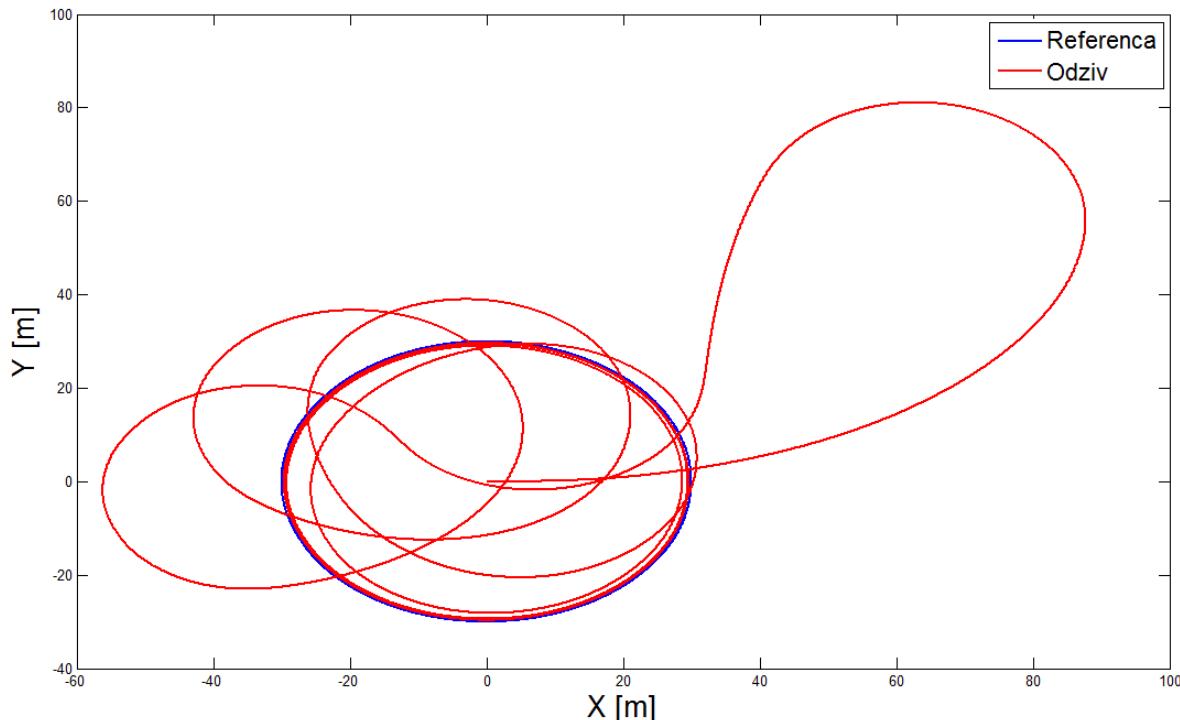


**Slika 5.12.:** Trajektorija automobila u slučaju slijedenja referentne kružne trajektorije i odziv parametara modela automobila, sa upravljanjem preko klasičnog neizrazitog regulatora

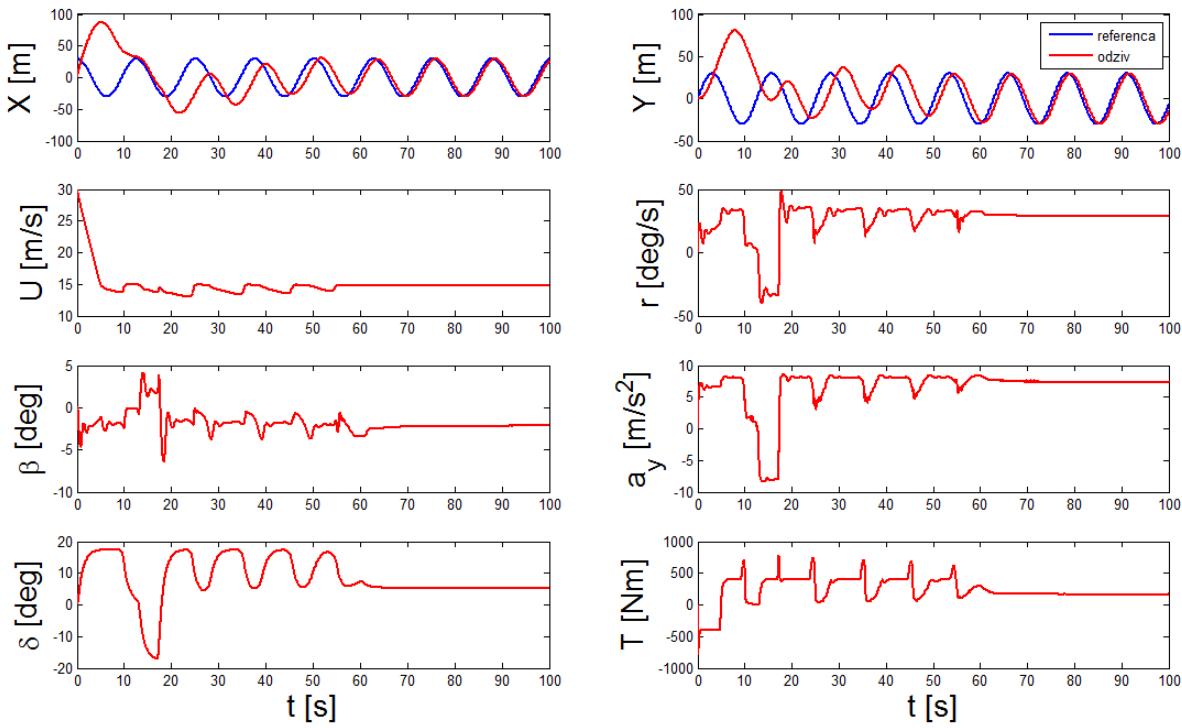
Što se događa kada se početna uzdužna brzina automobila poveća na  $U_0=30$  m/s, prikazuje slika 5.13., dok odziv parametara za dani slučaj prikazuje slika 5.14. I uz povećanu brzinu automobil uspijeva slijediti referentnu kružnu trajektoriju. Istini za volju, u početku ima velikih

problema, ali ipak na kraju ulazi u kružnu putanju, i slijedi referentnu trajektoriju. Velika početna brzina uzrokuje početnu pogrešku, ali zanimljivo, nema forsiranja zakreta kotača, a onda ni velikog bočnog klizanja, ali je bočno ubrzanje blizu svog maksimuma, što znači da je model blizu krajnjih granica svojih mogućnosti. Razlika brzine referentne i trajektorije automobila postoji, uslijed stalne pogreške slijedeњa, te se nastoji uloviti referentna trajektorija (zato skokovi u odzivu momenta). Iako automobil ne uspijeva sustići referentnu krivulju, jer moment ne pada na nulu, ipak uspijeva, naposljetku, dobro slijediti referentnu trajektoriju.

Valja ovdje primjetiti još jednu zanimljivost. U slučaju analitičkog regulatora, povećanjem početne brzine automobila sa  $U_0=10$  m/s na  $U_0=30$  m/s, sa istim parametrima regulatora  $k_i$ , automobil ne uspijeva slijediti referentnu kružnu trajektoriju. U slučaju klasičnog regulatora, iako je pri početnoj brzini od  $U_0=10$  m/s isti dao lošije rezultate nego analitički regulator, pri povećanju početne brzine sa  $U_0=10$  m/s na  $U_0=30$  m/s, on daje, ali bez promjene funkcija pripadnosti, bolje rezultate nego analitički regulator. Ne samo da daje bolje rezultate, nego uspijeva slijediti referentnu kružnu trajektoriju, dok analitički to ne uspijeva.



**Slika 5.13.:** Trajektorija automobila u slučaju slijedeњa referentne kružne trajektorije, sa upravljanjem preko klasičnog neizrazitog regulatora, pri povećanoj početnoj brzini automobila



**Slika 5.14.:** Odziv parametara modela automobila u slučaju slijedećeg referentne kružne trajektorije, sa upravljanjem preko klasičnog neizrazitog regulatora, pri povećanoj početnoj brzini automobila

## 6. ZAKLJUČAK

U ovom radu prikazano je neizrazito autonomno upravljanje automobilom. Ovakvo upravljanje zapravo je simulacija vozača, jer (i) upravljački zakon računalu je razumljiv zapis subjektivnog znanja čovjeka, odnosno, tehnike vožnje (ii) upravljačke varijable jednake su onima koje čovjek ima na raspolaganju prilikom upravljanja automobilom.

Korišteni model automobila potpuni je, nelinearni model sa jedanaest diferencijalnih jednadžbi prvog reda i tri stupnja slobode gibanja. Kao upravljačke varijable korišteni su zakret i moment prednjih kotača, kojima se upravljalo na temelju dvije ulazne varijable, dok je kao upravljački algoritam korišten analitički neizraziti regulator sa ograničenim upravljačkim varijablama. Upravljački zakon momenta ovisio je o obje ulazne varijable kako ne bi, uslijed istovremenog maksimalnog zakreta i momenta prednjih kotača, došlo do proklizavanja automobila.

Upravljački sustav testiran je na slijedeću sinus i kružne referentne trajektorije, te zaobilaženju jedne i više prepreka. Pritom su mijenjani koeficijent trenja guma-podloga (koji su odgovarali suhoj i mokroj cesti), te brzina automobila, koja je dosezala i do 30 m/s (108 km/h). Osim toga, mijenjani su i početni položaj i orientacija automobila. Iz prikazanih rezultata vidi se kako kvaliteta upravljanja ne ovisi o početnom položaju i orientaciji automobila.

Odziv bitnih parametara automobila, kao i usporedba referentnih i trajektorija automobila, pokazuju kako predloženi upravljački sustav uspijeva uspješno upravljati složenim dinamičkim modelom. Kvaliteta upravljačkog sustava posebno se vidi na problemu zaobilaženja prepreka, gdje, unatoč tome što su odzivi svih parametara automobila u značajnoj mjeri nestabilni, automobil gotovo idealno slijedi željenu putanju.

Naposljetu je dana usporedba klasičnog i analitičkog neizrazitog regulatora, gdje je pokazano kako oba regulatora daju gotovo iste rezultate. Ipak, uslijed jednostavnosti, lakšeg podešavanja i implementacije, prednost je na strani analitičkog regulatora.

Rezultati dobiveni i prikazani u okviru ovog rada pokazuju kako predloženi upravljački sustav uspijeva uspješno upravljati automobilom, neovisno radi li se o suhoj ili mokroj cesti, o maloj ili (relativno) velikoj brzini automobila, kao i neovisno o početnom položaju i orientaciji automobila. Daljnja ispitivanja predloženog upravljačkog sustava biti će ostvarena na problemu mimoilaženja dva automobila, kao i problemu konvoja više vozila. Isto tako, namjera je implementirati neuronske mreže kao algoritam podešavanja parametara regulatora.

## 7. ZAHVALA

Zahvaljujem mentorima prof. dr. sc. Dubravku Majetić i doc. dr. sc. Josipu Kasać na prihvaćanju mentorstva, te korisnim primjedbama i prijedozima prilikom izrade ovog rada.

B.T.

## 8. DODATAK

### 8.1. Parametri modela automobila

$$m_f = 1000 \text{ [kg]} \Rightarrow \text{masa na prednjoj osovini automobila}$$

$$m_r = 800 \text{ [kg]} \Rightarrow \text{masa na stražnjoj osovini automobila}$$

$$M = m_f + m_r = 1800 \text{ [kg]} \Rightarrow \text{ukupna masa automobila}$$

$$t = 1.4 \text{ [m]} \Rightarrow \text{širina automobila}$$

$$l = 2.5 \text{ [m]} \Rightarrow \text{udaljenost prednje i stražnje osovine automobila}$$

$$c = \left( \frac{m_f \cdot l}{m_f + m_r} \right) = 1.39 \text{ [m]} \Rightarrow \text{udaljenost prednje osovine od težišta automobila}$$

$$b = \left( \frac{m_r \cdot l}{m_f + m_r} \right) = 1.11 \text{ [m]} \Rightarrow \text{udaljenost prednje osovine od težišta automobila}$$

$$I_{zz} = 3000 \text{ [kg/m}^2\text{]} \Rightarrow \text{moment inercije automobila oko } z \text{ osi}$$

$$I_{wi} = 0.36 \text{ [kg/m}^2\text{]} \Rightarrow \text{inercija } i\text{-tog kotača}$$

$$B = (0.1898 \cdot k) = 10.875 \Rightarrow \text{parametar magične formule}$$

$$C = 1.33 \Rightarrow \text{parametar magične formule}$$

$$D = 0.897 \Rightarrow \text{parametar magične formule}$$

$$\tau_d = 0.70 \text{ [s]} \Rightarrow \text{vremenska konstanta}$$

### 8.2. Parametri neizrazitog regulatora

Dva su regulatora korištena u ovom radu za autonomno upravljanje automobilom – regulator zakreta prednjih kotača i regulator momenta na prednjim kotačima. Matematički zapisi ovih regulatora dani su u poglavljiju 3., podpoglavlje 3.1., u izrazima (3-8) i (3-14). U slučaju regulatora zakreta prednjih kotača, potrebno je podesiti dva parametra –  $k_1$  i  $k_2$ , dok je u slučaju regulatora momenta na prednjim kotačima potrebno podesiti tri parametra –  $k_3$ ,  $k_4$  i  $k_5$ . U dosadašnjem dijelu rada, izuzev parametara  $k_1$  i  $k_3$ , koji, respektivno, predstavljaju maksimalni zakret i moment prednjih kotača, nije rečeno koliko iznose ti parametri. Stoga će u nastavku biti dane vrijednosti parametara korištene za potrebe ovog rada (sve vrijednosti su iz skupa pozitivnih, cijelih brojeva).

- $k_1 = 30 \Rightarrow$  jedini parametar regulatora koji se nije mijenjao kroz čitavi rad; predstavlja maksimalni zakret prednjih kotača automobila

- $k_2 \in [1,20] \Rightarrow$  predstavlja osjetljivost zakreta kotača na iznos vektorskog produkta
- $k_3 = 1000$  (900)  $\Rightarrow$  samo u jednom slučaju smanjen na 900, inače stalno bio 1000; predstavlja maksimalni moment na prednjim kotačima
- $k_4 \in [5,20] \Rightarrow$  predstavlja osjetljivost momenta na iznos razlike brzina referentne i trajektorije automobila
- $k_5 \in [20,50] \Rightarrow$  predstavlja osjetljivost momenta na iznos vektorskog produkta (posljedично, na iznos zakreta kotača)

## Literatura

- [1] T. Keviczky, P. Falcone, F. Borrelli, J. Asgari and D. Hrovat, “Predictive Control Approach to Autonomous Vehicle Steering”, *American Control Conference*, Minneapolis, Minnesota, June 14-16, 2006.
- [2] P. Petrov and O. Boumbarov, “Nonlinear Adaptive Control of a Two-Vehicle Autonomous Convoy Using a Look-Ahead Approach ”, *Proceedings of the 7th WSEAS International Conference on SIGNAL PROCESSING, ROBOTICS and AUTOMATION (ISPRA '08)*, 2008.
- [3] H. K. Goi, T. D. Barfoot, B. A. Francis and J. L. Giesbrecht, “Vision-Based Vehicle Trajectory Following with Constant Time Delay”, in *The 7th International Conference on Field and Service Robotics*, 2009.
- [4] V. Kapse, B. Jharia and S. S. Thakur, “A Design of Fuzzy Controller for Autonomous Navigation of Unmmaned Vehicle”, *International Journal of Artificial Intelligence and Expert Systems (IJAE)*, Vol. 1, Issue 3, pp. 65-74, October 2010.
- [5] B.H. Krogh and C.E. Thorpe, “Integrated Path Planning and Dynamic Steering Control for Autonomous Vehicle”, *International Journal of Approximate Reasoning*, Vol. 2, Issue 2, April 1988., pp. 177-187
- [6] A. Deshpande, K. Mathur and E. Hall, “Comparison of Three Control Methods for an Autonomous Vehicle Control”, in *SPIE Conference Proceedings*, 2010.
- [7] R. Jakša, P. Sinčák, “Neuro-controller Complex for Autonomous Vehicle Control”, *Proceedings of the 1-st Slovak Neural Networks Symposium*, Herlany, 1996.
- [8] W. Li and F.M. Wahl, “Vision Navigation of an Autonomous Vehicle by Fuzzy Reasoning”, *Proceedings of IX European Signal Processing Conference*, Vol. IV, pp. 2213-2216, 1998.
- [9] J. Kasać, J. Deur, B. Novaković, M. Hancock and F. Assadian, “Optimization of global chassis control variables”, *17th IFAC World Congress*, July 6-11, 2008, Seoul, Korea
- [10] V. Milic, J. Kasać, M. Essert, “A Potential Field Method Approach to Robotic Convoy Obstacle Avoidance”, *Annals of DAAAM for 2009 and Proceedings of the 20th International DAAAM Symposium*, Vienna, 2009.
- [11] J. Kasać, J. Deur, B. Novaković, I. Kolmanovsky, “A BPTT-like optimal control algorithm with vehicle dynamics control application”, *Proceedings of the 2008 ASME International Mechanical Engineering Congress & Exposition*, Boston, 2008.

- [12] G. Mester, “Sensor Based Control of Autonomous Wheeled Robots”, *The Ipsi BgD Transactions on Internet Research*, TIR, Vol. 6, Number 2, pp. 29-34, New York, Frankfurt, Tokio, Belgrade, 2010.
- [13] J. Kasać, “Vježba 2:Neizrazito upravljanje mobilnim robotom (slijedenje referentne trajektorije)”, Interna skripta, FSB, Zagreb, 2010.
- [14] J. Kasać, “Vježba 4:Reaktivna navigacija mobilnog robota primjenom metode potencijalnih polja”, Interna skripta, FSB, Zagreb, 2010.
- [15] A. Saffiotti, “Fuzzy Logic in Autonomous Navigation”, in *Fuzzy Logic Techniques for Autonomous Vehicle Navigation*, Springer-Physica Verlag, DE, pp. 3-24, 2001.
- [16] O. Calvo, G. Rodriguez, R. Picos, “Real Time Navigation of Autonomous Robot with Fuzzy Controller and Ultrasonic Sensors”, *Proceedings of the 1999 EUSFLAT-ESTYLF Joint Conference*, pp. 95-98, Palma de Mallorca, Spain, September 22-25, 1999.
- [17] J. Kasać, “Digitalno i neizrazito upravljanje”, Interna skripta, FSB, Zagreb, 2010.

## SAŽETAK

### Baček Tomislav:**Neizrazito autonomno upravljanje automobilom**

U ovom radu razmatra se autonomno upravljanje automobilom primjenom analitičkog neizrazitog regulatora. Neizraziti regulator, zasnovan na neizrazitoj logici, omogućuje reprezentaciju znanja eksperta (vozača) u obliku algoritma pogodnog za direktnu implementaciju upravljačkog zakona. Analitički neizraziti regulator, za razliku od klasičnog neizrazitog regulatora, omogućuje analitički prikaz zakona upravljanja, koji je bitno jednostavniji za implementaciju na realnom sustavu. Kako bi se dobila što realnija slika mogućnosti ovakvog upravljačkog sustava, korišten je potpuni, nelinearni dinamički model automobila jedanaestog reda [9], koji uključuje tri stupnja slobode gibanja, dinamiku kotača i nelinearni model trenja gume. Automobilom je upravljano preko dvije upravljačke varijable – zakreta i momenta prednjih kotača. Na upravljački sustav, a time i čitavi model, postavljena su ograničenja realnog sustava (maksimalni zakret kotača i maksimalni dozvoljeni moment). Model je testiran na osnovnim problemima autonomnog upravljanja – slijedenju referentne trajektorije i zaobilaženju prepreka, pri različitim brzinama i različitim koeficijentima trenja guma-podloga. Zaobilaženje prepreka ostvareno je kombinacijom neizrazitog upravljanja i metode potencijalnih polja [10, 14], što omogućuje reaktivnu navigaciju automobila u realnom vremenu. Na kraju, dana je usporedba klasičnog i analitičkog neizrazitog regulatora.

Ključne riječi:analitički neizraziti regulator, klasični neizraziti regulator, autonomno upravljanje automobilom, zaobilaženje prepreka, slijedenje referentne trajektorije

## SUMMARY

### Baček Tomislav:Fuzzy autonomous vehicle control

In this paper, the autonomous vehicle control, using analytical fuzzy controller, is presented. Fuzzy controller, based on fuzzy logic, allows representation of expert's (driver's) knowledge in the form of an algorithm suitable for direct control law implementation. Analytical fuzzy controller, unlike the conventional fuzzy controller, enables analytical representation of control law, which is much simpler for real system implementation. In order to obtain realistic picture about fuzzy control system capabilities, full nonlinear, eleventh order vehicle's dynamics model [9], which includes three degrees of freedom, wheel dynamics and nonlinear tyre friction model, is used. Also, two control variables are used – front wheel steering angle and front wheel momentum. Both fuzzy control system, and consequently model, are restricted by real system limitations (maximum wheel steering angle and maximum wheel momentum). The model is tested using basic autonomous vehicle control problems – reference trajectory following and obstacle avoidance, with different automobile speed and tyre-surface friction coefficient. Obstacle avoidance is obtained using both analytical fuzzy controller and potential field method [10, 14], which enables real-time reactive vehicle navigation. In conclusion, comparison of conventional and analytical fuzzy controller is presented.

Keywords:analytical fuzzy controller, conventional fuzzy controller, autonomous vehicle control, obstacle avoidance, reference trajectory following

## ŽIVOTOPIS

Baček Tomislav rođen je 1987. godine u Zagrebu, Hrvatska. Nakon završetka XV. Gimnazije u Zagrebu, 2006. godine upisao je, bez polaganja razredbenog postupka, Fakultet strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu. Na drugoj godini studija upisao je smjer Mehatronika i robotika. Preddiplomski dio studija završio je 2010. godine uz obranu završnog rada pod nazivom ‘Modificirano učenje statičke neuronske mreže s povratnim rasprostiranjem pogreške’ uz mentorstvo prof. dr. sc. Dubravka Majetić. Trenutno pohađa zadnji semestar diplomskog dijela studija na istome smjeru.