

Sveučilište u Zagrebu

Građevinski fakultet

Lovro Štefan, Luka Đud

Klasifikacija hidrograma prema obliku na slivu rijeke Kupe i Krapine pomoću algoritma  
strojnog učenja

Zagreb, 2024.

Ovaj rad izrađen je u Hidrotehničkom zavodu Građevinskog fakulteta (GF) i u suradnji s Fakultetom elektrotehnike i računarstva pod vodstvom izv. prof. dr. sc. Kristine Potočki (GF), prof. dr. sc. Damira Pintara (FER) i predan je na natječaj za dodjelu Rektorove nagrade u akademskoj godini 2023./2024.

Istraživanja u ovom radu predstavljaju nastavak preliminarnih istraživanja provedenih u okviru doktorskog rada “Influence of climate change and flood wave characteristics on local scour around bridge piers“ koji je financiran od Hrvatske zaklade za znanost u okviru projekta R3PEAT - “Remote Real-time Riprap Protection Erosion Assessment on large rivers” (UIP-2019-04-4046) i natječaja „Projekt razvoja karijera mladih istraživača – Izobrazba novih doktora znanosti“ (DOK-2020-01-5354).

## POPIS KRATICA

| Kratika | Objašnjenje   |
|---------|---|
| AM      | Metoda godišnjih maksimuma (engl. <i>Annual Maxima</i> )    |
| POT     | Metoda premašenja praga (engl. <i>Peak Over Threshold</i> ) |
| DHMZ    | Državni hidrometeorološki zavod                             |
| GMP     | Glavna meteorološka postaja                                 |
| AMP     | Automatska meteorološka postaja                             |

# SADRŽAJ

|    |                                      |    |
|----|--------------------------------------|----|
| 1  | UVOD.....                            | 1  |
| 2  | OPĆI I SPECIFIČNI CILJEVI RADA ..... | 3  |
| 3  | METODE I TIJEK RADA .....            | 3  |
| 4  | REZULTATI .....                      | 17 |
| 5  | RASPRAVA.....                        | 42 |
| 6  | ZAKLJUČCI .....                      | 44 |
| 7  | ZAHVALE.....                         | 46 |
| 8  | POPIS LITERATURE .....               | 46 |
| 9  | SAŽETAK .....                        | 50 |
| 10 | SUMMARY .....                        | 51 |
|    | PRILOG .....                         | 53 |

# 1 UVOD

Pri projektiranju većine hidrotehničkih građevina ili osmišljanju mjera obrane od poplava jedan od ključnih problema je određivanje mjerodavnih projektnih vodostaja, odnosno projektnih protoka na koje se dimenzioniraju hidrotehničke građevine. Na području Europe, ali i u ostatku svijeta svake godine događaju se poplave koje često imaju razorne posljedice na ljude, prirodu i građevine, a njihov učinak sve je naglašeniji klimatskim promjenama [1]. Izbor mjerodavnog projektnog protoka prema tome izravno utječe na sigurnost ljudi i građevina, a istovremeno uvjetuje troškove i racionalnost građevine ili mjera zaštite od voda. Stoga je u hidrološkoj i hidrotehničkoj praksi vrlo važno pitanje definiranja novih ili aktualizacije postojećih metoda određivanja projektnog protoka koje bi na optimalan način ispunile sve zahtjeve. Osim vršnog protoka, važne (a često zanemarivane) su i informacije o volumenu, trajanju i obliku vodnog vala, a objedinjene su u projektnom hidrogramu [2].

Metode definiranja projektnog protoka i hidrograma mogu se podijeliti u dvije glavne skupine, probabilističke i determinističke metode, ovisno o tome radi li se na izučenim ili neizučenim slivovima [3]. Izučeni slivovi su oni za koje postoje dugi nizovi izmjerenih protoka, a neizučeni su oni na kojima se mjerenja ne provode ili su kraćeg vremenskog niza. Determinističke metode koriste se kod nedovoljno izučenih ili neizučenih slivova. Ove metode podatke o oborinama koje koristeći razne parametre sliva ili klime modeliraju u protok na izlazu iz sliva. Često su u obliku iskustvenih jednadžbi, poput racionalne metode korištene diljem svijeta ili Srebreviševe metode koju često primjenjuju inženjeri u Hrvatskoj. Sljedeću skupinu determinističkih metoda predstavljaju jedinični hidrogrami iz kojih se na temelju količine i prostornog rasporeda kiše mogu odrediti maksimalni protok i volumen vodnog vala. Iz jediničnog hidrograma može se dobiti sintetički hidrogram, koji jednostavnim oblikom trokuta definiranim vremenom rasta i pada te vršnom ordinatom opisuje otjecanje na neizučenim ili nedovoljno izučenim slivovima [4]. Prednosti determinističkih metoda su uporabivost na bilo kojem poprečnom profilu vodotoka ili na neizučenim slivovima, a mane grubi rezultati i osjetljivost na ulazne parametre koji su subjektivan izbor projektanta. Druga skupina su probabilističke (vjerojatnosne) metode za izučene slivove. Baziraju se na definiranju uzorka vodnih valova - izborom po jednog najvećeg vala po godini u slučaju dužeg kontinuiranog niza podataka (metoda godišnjih maksimuma, *annual maxima*, AM) ili svih valova iznad određenog praga za kraće nizove podataka (niz premašenja, *peak over threshold*, POT). Na tako formirane nizove vodnih valova može se prilagoditi funkcija distribucije vjerojatnosti, poput normalne, log-normalne, Gumbelove raspodjele i drugih. Ovdje je važan

ispravan izbor krivulje vjerojatnosti jer za velika povratna razdoblja, odnosno male vjerojatnosti premašenja, različite funkcije raspodjele vjerojatnosti za isti ulazni niz vodnih valova mogu dati drastično različite protoke [5]. Uz determinističke metode i probabilističke analize mogu se koristiti i složenije metode kao kombinacije spomenutih, poput računalnih modela oborine-otjecanje kod kojih je potrebna kalibracija, stohastičko generiranje nizova oborina te vjerojatnosna analiza. Kombinirane metode rjeđe su u praksi, kao i metode regionalnih analiza, koje se kod slivova s nedovoljno podataka koriste za određivanje protoka i hidrograma usporedbom s izučanim slivovima sličnih svojstava [6].

Rezultat određivanja projektnog protoka i projektnog hidrograma često je samo jedna vrijednost protoka i jedan oblik hidrograma, koji ne moraju nužno dobro predstavljati različitost otjecanja na promatranom slivu, a događaju s najvećim protokom ne mora odgovarati i maksimalni volumen vodnog vala [5]. Stoga se nameće pitanje prikaza ponašanja sliva većim brojem projektnih hidrograma različitih oblika [7], a sintetičke dijagrame grubo pojednostavljenih oblika danas sve više zamjenjuju složenije aproksimacijske krivulje. Brunner i sur. [2] predlažu metodu definiranja projektnog hidrograma na način da se vodni valovi aproksimiraju kontinuiranim funkcijama i klasificiraju po obliku u određeni broj klastera. Metoda omogućava bolje obuhvaćanje varijabilnosti oblika hidrograma i olakšava analizu te predviđanje poplavnog ponašanja na regionalnoj razini. Slična metoda u literaturi je primijenjena i za tipologiju poplavnih događaja korištenjem parametarskog klasteriranja [8]. Preliminarna istraživanja klasifikacije hidrograma na jednoj vodomjernoj postaji na rijeci Savi, pokazala su potencijal za primjenu metoda strojnog učenja za primjenu ovih metoda za analizu hidrograma u Hrvatskoj [9], međutim rezultati nisu bili statistički validirani, niti primijenjeni na izučene slivove različite veličine.

Ovim se radom istražuje mogućnost primjene slične metodologije - klasteriranja na temelju oblika hidrograma aproksimiranih kontinuiranim funkcijama (funkcijska analiza) - na slivove rijeka Krapine i Kupe. Slivovi su odabrani prema kriteriju površine, sliv rijeke Krapine kao mali sliv, a sliv rijeke Kupe kao srednje velik sliv te predstavljaju ogledne kategorije slivova za koje se u Republici Hrvatskoj može primijeniti navedena metodologija. Osim toga, radi se o slivovima na kojima postoji velika opasnost od poplava. Nadalje, projektni hidrogrami s ovih slivova predstavljaju dio ulaznih podataka za hidrološko-hidraulički model sustava za obranu od poplava Srednje Posavlje te su za određivanje njihovog oblika korišteni ranije spomenuti pristupi bazirani na empirijskim izrazima ili njihove varijacije [10]. Sliv rijeke Krapine zbog svojih karakteristika sklon je plavljenju potencijalno uzrokujući velike štete na

gusto naseljenom području velike gospodarske aktivnosti [11]. Sliv rijeke Kupe smatra se područjem iznimne strateške vrijednosti [12], a zbog geografskog položaja njegova zaštita od poplava ima međunarodni značaj [13].

## **2 OPĆI I SPECIFIČNI CILJEVI RADA**

Cilj rada je testirati metodu predstavljenu u Brunner i sur. [2], prema potrebi je dodatno razviti i prilagoditi, te provesti postupak klasificiranja vodnih valova na hidrološkim postajama Kupljenovo na rijeci Krapini i Farkašić na Kupi u svrhu definiranja normaliziranih oblika projektnih hidrograma, a kroz rad iskoristiti u hidrologiji često korišten programski jezik R te kroz njega primijeniti strojno učenje za obradu i klasteriranje podataka - vodnih valova. Dodatni ciljevi su analizirati podatke o oborinama na promatranim slivovima u ovisnosti o dobivenim klasterima te identificirati i predložiti daljnje korake prema izradi projektnih dijagrama iz dobivenih klastera.

## **3 METODE I TIJEK RADA**

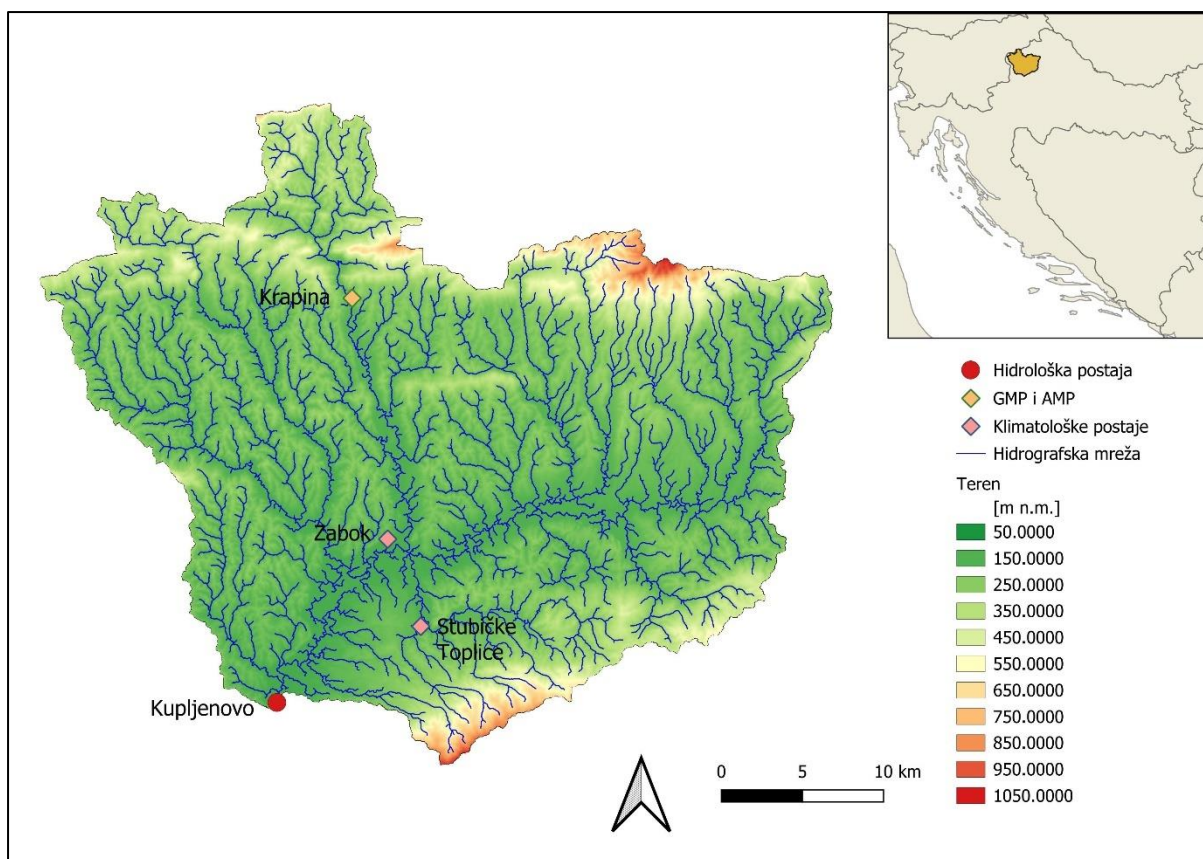
### **3.1. Podaci i područje istraživanja**

Glavni ulazni podaci za izradu rada su hidrološki i meteorološki podaci. Hidrološki podaci su dnevni podaci o protocima na hidrološkim postajama Kupljenovo na rijeci Krapini te postaji Farkašić na Kupi. Hidrološka postaja Kupljenovo (podaci o postaji u Tablica 1) nalazi se na geografskoj širini  $45^{\circ} 56' 05''$  i geografskoj dužini  $15^{\circ} 49' 04''$ , 13,8 km uzvodno od ušća Krapine u Savu, a pripadno slivno područje površine je  $1150 \text{ km}^2$ . Dnevni protoci dostupni su za razdoblje od 1. siječnja 1964. do 31. prosinca 2022. godine. Postaja Farkašić (Tablica 2) na Kupi smještena je 47,15 km uzvodno od ušća u Savu, na širini  $45^{\circ} 29' 00''$  i dužini  $16^{\circ} 09' 10''$ . Površina sliva rijeke Kupe do postaje Farkašić iznosi  $8992 \text{ km}^2$ . Podaci o dnevnim protocima dostupni su za razdoblja od 1. siječnja 1965. do 31. prosinca 1990. te od 1. siječnja 2000. do 31. prosinca 2022. godine. Podaci od 1991. do 1999. izostaju zbog ne provođenja mjerenja uslijed ratnog stanja. Za dodatnu analizu uzeti su i podaci o satnim protocima koji su za Kupljenovo dostupni u razdoblju od 1.1.2001. do 31.12.2022., a za Farkašić od 1.1.2007. do 31.12.2022. Dodatno su prikupljeni i meteorološki podaci o dnevnim oborinama - na slivu rijeke Krapine odabrane su glavna i automatska meteorološka postaja (GMP i AMP) Krapina (dostupni podaci od 1994. do 2022.), klimatološka postaja Stubičke Toplice (1961.-1987.,

1990.-2015., 2016. - 2021.) i klimatološka postaja Zabok (1992.-2021.), a na slivu Kupe GMP i AMP Parg (1961.-2022.), klimatološka postaja Delnice (1981.-1994., 2007.-2021.), GMP i AMP Karlovac (1961.-2022.) i klimatološka postaja Pisarovina (1981.-2003., 2005.-2021.). Svi prethodno navedeni podaci zatraženi su od Državnog hidrometeorološkog zavoda te dobiveni u txt i csv formatu. Slika 1 i Slika 2 prikazuju karte slivova Kupe i Krapine do promatranih hidroloških postaja izrađene u programu QGIS 3.38 Grenoble. Na kartama su označeni topografija terena, hidrografska mreža sliva i položaj hidrološke, meteoroloških i klimatoloških postaja. Vidljiv je i položaj sliva u Republici Hrvatskoj.

Tablica 3 prikazuje pregled statistike podataka o protocima dobivenih od DHMZ-a, redom su navedeni broj opservacija dnevnih protoka, prosječni protok, standardna devijacija, minimalni i maksimalni protok, protok 1. kvartila, medijalni protok te protok 3. kvartila. Tablica 4 daje popis meteoroloških i klimatoloških postaja za koje su dobiveni podaci o oborinama, a iz tablice su vidljivi periodi mjerenja oborina i razdoblja prekida mjerenja.

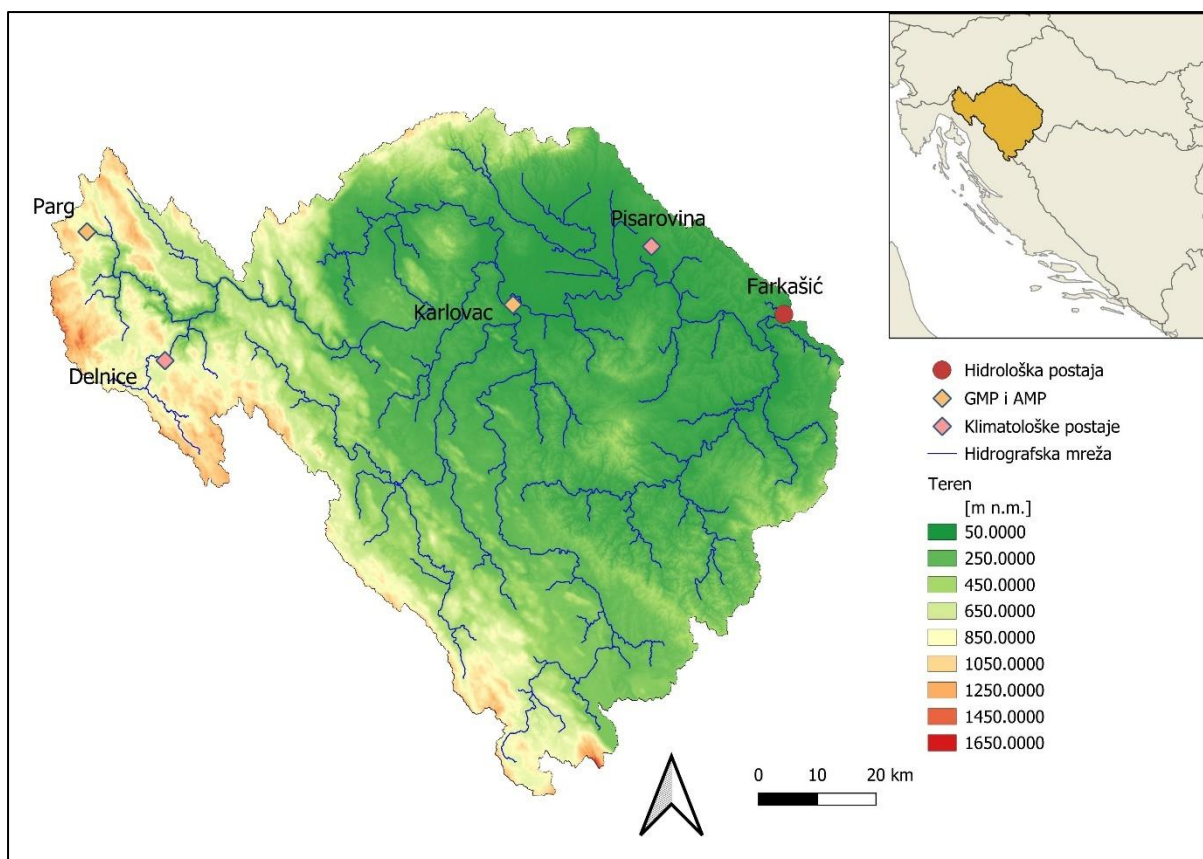




Slika 1: Karta sliva rijeke Krapine do hidrološke postaje Kupljenovo

Tablica 1: Podaci o hidrološkoj postaji Kupljenovo

|  |                                 |               |
|--|---------------------------------|---------------|
| <b>Izvor podataka</b>                  | Državni hidrometeorološki zavod |               |
| <b>Vodotok</b>                         | Krapina                         |               |
| <b>Hidrološka postaja</b>              | Kupljenovo                      |               |
| <b>Šifra postaje</b>                   | 3054                            |               |
| <b>Početak rada</b>                    | 10. rujna 1963.                 |               |
| <b>Kota nule vodokaza [m.n.m]</b>      | 128.877                         |               |
| <b>Geografske koordinate postaje</b>   | <b>širina</b>                   | <b>dužina</b> |
|  | 45° 56' 05"                     | 15° 49' 04"   |
| <b>Gaus-Krueger</b>                    | <b>X</b>                        | <b>Y</b>      |
|  | 5088155                         | 5563758       |
| <b>Površina sliva [km<sup>2</sup>]</b> | 1150                            |               |
| <b>Udaljenost od ušća [km]</b>         | 13.8                            |               |



Slika 2: Karta sliva rijeke Kupe do hidrološke postaje Farkašić

Tablica 2: Podaci o hidrološkoj postaji Farkašić

|  |                                 |               |
|--|---------------------------------|---------------|
| <b>Izvor podataka</b>                  | Državni hidrometeorološki zavod |               |
| <b>Vodotok</b>                         | Kupa                            |               |
| <b>Hidrološka postaja</b>              | Farkašić                        |               |
| <b>Šifra postaje</b>                   | 4010                            |               |
| <b>Početak rada</b>                    | 17. rujna 1964.                 |               |
| <b>Kota nule vodokaza [m.n.m]</b>      | 93.820                          |               |
| <b>Geografske koordinate postaje</b>   | <b>širina</b>                   | <b>dužina</b> |
|  | 45° 29' 00"                     | 16° 09' 10"   |
| <b>Gaus-Krueger</b>                    | <b>X</b>                        | <b>Y</b>      |
|  | 5038321                         | 5590513       |
| <b>Površina sliva [km<sup>2</sup>]</b> | 8992                            |               |
| <b>Udaljenost od ušća [km]</b>         | 47.15                           |               |

Tablica 3: Pregled podataka o dnevnim protocima na hidrološkim postajama Kupljenovo i Farkašić

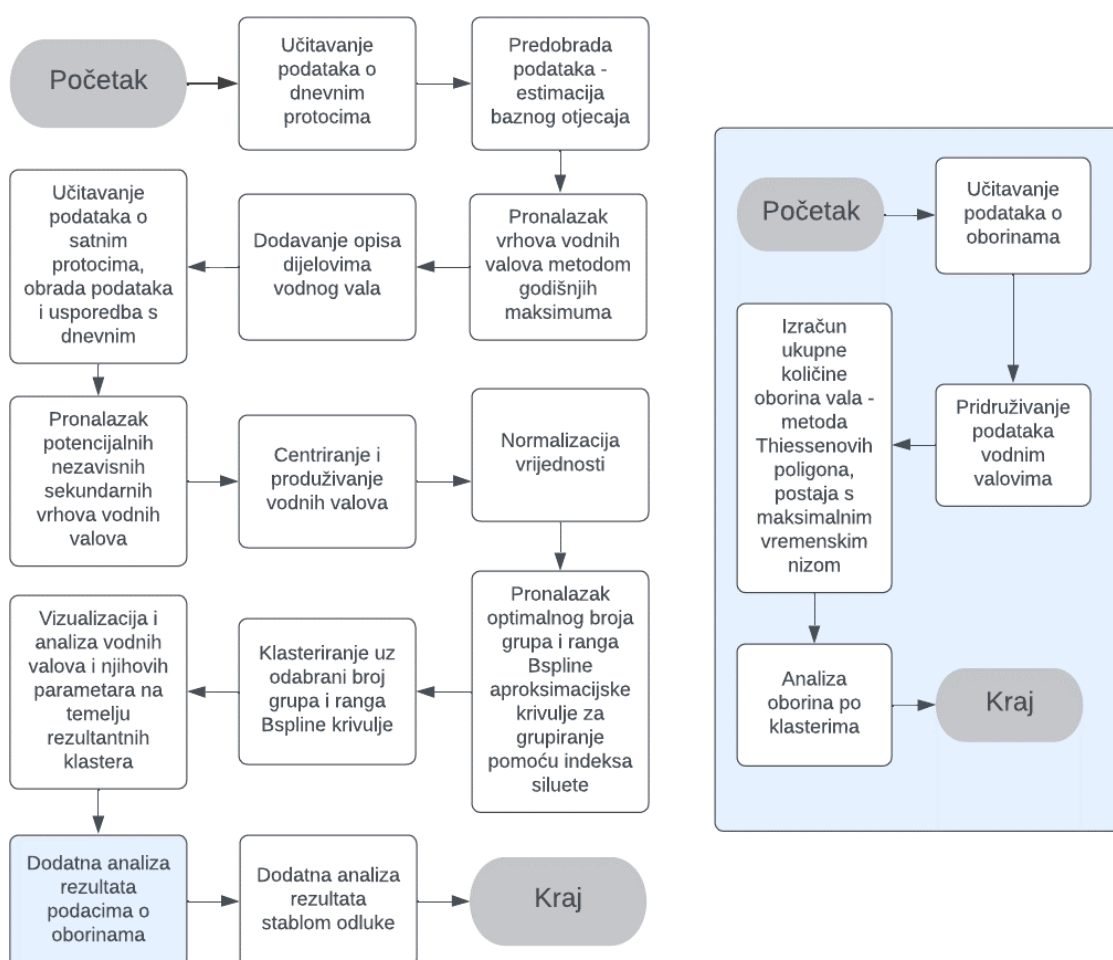
| Hidrološka postaja | Broj dnevnih podataka o protoku | $Q_{avg}$ [m <sup>3</sup> /s] | St. dev. [m <sup>3</sup> /s] | $Q_{min}$ [m <sup>3</sup> /s] | $Q_{max}$ [m <sup>3</sup> /s] | $Q_{1.kvartil}$ [m <sup>3</sup> /s] | $Q_{med}$ [m <sup>3</sup> /s] | $Q_{3.kvartil}$ [m <sup>3</sup> /s] |
|--------------------|---------------------------------|-------------------------------|------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------|-------------------------------------|
| Kupljenovo         | 21550                           | 11.10                         | 17.88                        | 0.34                          | 252.00                        | 2.59                                | 4.93                          | 11.23                               |
| Farkašić           | 17897                           | 193.55                        | 202.57                       | 13.60                         | 1585.00                       | 56.20                               | 193.55                        | 256.00                              |

Tablica 4: Pregled podataka o meteorološkim i kišomjernim postajama

| Sliv    | Ime postaje      | Vrsta postaje | Lokacija [N, E]             | Nadmorska visina [m n.m.] | Mjerenje oborina | Prekidi u mjerenjima    |
|---------|------------------|---------------|-----------------------------|---------------------------|------------------|-------------------------|
| Krapina | Krapina          | GMP i AMP     | 46° 8' 16",<br>15° 53' 18"  | 202                       | 1994. -<br>2022. | -                       |
|         | Zabok            | klimatološka  | 46° 1' 11",<br>15° 53' 26"  | 150                       | 1992. -<br>2001. | -                       |
|         | Stubičke Toplice | klimatološka  | 45° 58' 31",<br>15° 55' 27" | 180                       | 1961. -<br>2021. | 1988. -<br>1999., 2015. |
| Kupa    | Parg             | GMP i AMP     | 45° 35' 37",<br>14° 37' 50" | 863                       | 1961. -<br>2022. | -                       |
|         | Delnice          | Klimatološka  | 45° 24' 16",<br>14° 48' 29" | 681                       | 1981. -<br>2021. | 1995. -<br>2006.        |
|         | Karlovac         | GMP i AMP     | 45° 29' 37",<br>15° 33' 54" | 110                       | 1961. -<br>2022. | -                       |
|         | Pisarovina       | klimatološka  | 45° 34' 35",<br>15° 52' 57" | 138                       | 1981. -<br>2021. | 2004.                   |

## 3.2. Metodologija

Glavni koraci korištene metodologije temeljeni su na radu Brunner i sur. [2], a prikazani su dijagramom toka (Slika 3). Koraci su detaljnije objašnjeni u nastavku.

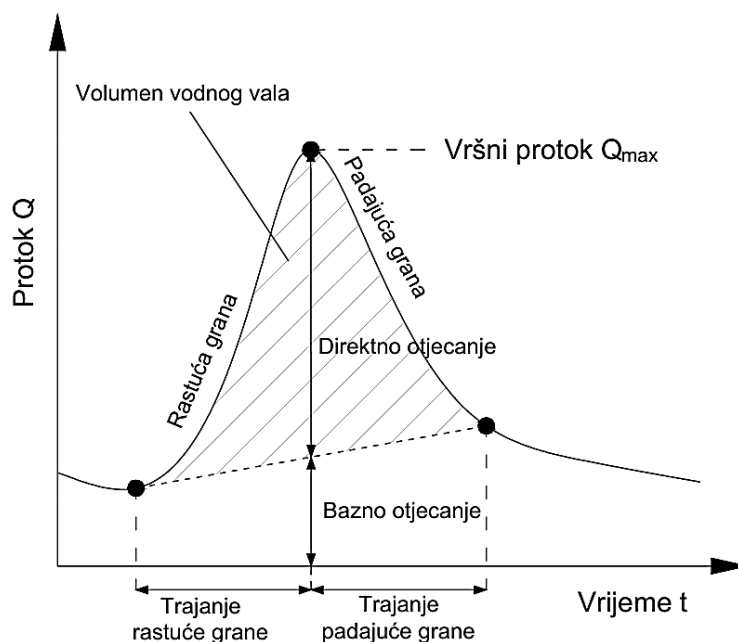


Slika 3: Pojednostavljeni prikaz glavnih koraka metodologije određivanja klastera oblika hidrograma

Obrada i analiza podataka provedeni su koristeći RStudio, razvojno okruženje za programski jezik R koji je pogodan za statističke analize. R se često koristi u području hidrologije za koju su razvijeni i brojni paketi koji omogućuju obradu, analizu i prikaz hidroloških podataka. Korišteni paketi uključuju tidyverse - zbirku paketa za obradu, uređivanje, čišćenje i prikaz podataka [14], lubridate - olakšava rad s vremenskim serijama

[15], fda - funkcijska analiza podataka [16], writexl - ispis rezultata u xlsx obliku [17], zoo - obrada nepravilnih vremenskih serija [18], funData - statistička analiza funkcijskih podataka [19], cluster - klasifikacija podataka u klastere i njihova analiza [20], factoextra - vizualizacija i interpretacija rezultata multivarijantne analize podataka [21], rpart - stvaranje stabla odlučivanja [22], te caret - treniranje i prikaz klasifikacijskih i regresijskih modela. Također je korišten i lfstat – paket specijaliziran za analizu i modeliranje hidrologijskih podataka, uključujući određivanje baznog protoka [23].

Podaci dobiveni od DHMZ-a predstavljaju ukupni protok, odnosno otjecanje te je potrebno provesti odvajanje baznog otjecanja kako bi se u daljnje korake išlo s vodnim valovima formiranim na temelju protoka direktnog otjecanja. Bazno otjecanje je protok koji se sporo mijenja te protječe vodotokom i u sušnim razdobljima, dok je direktno otjecanje uzrokovano oborinama i očituje se skokovima u hidrogramu otjecanja [24]. Odvajanje baznog otjecanja te glavne značajke hidrograma koje definiraju njegov oblik prikazane su shematski (Slika 4). Glavne značajke hidrograma koje definiraju njegov oblik su trajanje rastuće i padajuće grane, vršni protok te volumen vodnog vala. Za odvajanje baznog otjecanja korištena je naredba *createlfobj* iz paketa *lfstat*. Ta funkcija je pogodna za stvaranje objekta baznog protoka za vremenski niz dnevnih podataka o protoku. Bazno otjecanje definira detektiranjem minimalnih lomnih točaka u hidrogramu kao početak i kraj baznog otjecanja, a vrijednosti između njih linearno interpolira. Direktni protok dobiven je oduzimanjem baznog otjecanja od dnevnih podataka o protoku te se za njega dalje određuje oblik.

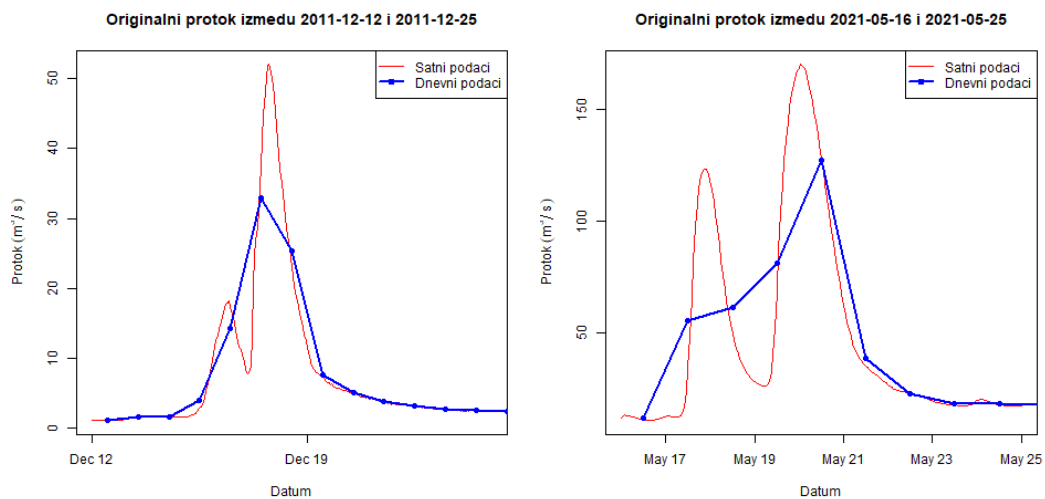


Slika 4: Shematski prikaz hidrograma

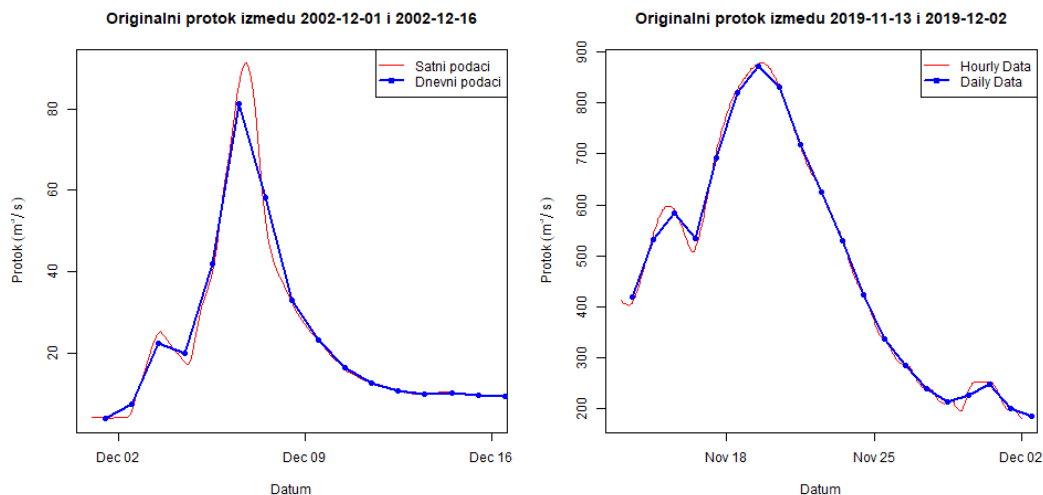
Nizovi dnevnih podataka dovoljno su dugi (58 godina za Kupljenovo, 47 godina za Farkašić) za formiranje uzorka vodnih valova pristupom godišnjih maksimuma - u literaturi se različito opisuje potrebna dužina vremenskog niza, od 14 do 30-ak godina [25, 26]. Maksimalni protoci su određeni na temelju hidrološke godine. Hidrološke godine su za oba sliva definirane s početkom 1. rujna i krajem 31. kolovoza, a nazvane su prema kalendarskoj godini u kojoj počinju. Ovakve hidrološke godine odabrane su jer je uočeno da se najveći protoci u godini u najvećem broju događaju u zimskom razdoblju te se njihovim korištenjem izbjegava protezanje maksimalnog vodnog vala kroz dvije godine, kakav slučaj bi se dogodio uporabom kalendarskih godina (ili hidroloških godina s početkom u siječnju).

Provedena je usporedba dnevnih i satnih podataka o protoku na obje hidrološke postaje za presjek razdoblja dostupnosti dnevnih i satnih mjerenja. Dnevne i satne podatke važno je usporediti jer dnevni podaci daju samo jednu vrijednost protoka, prosječnu dnevnu, a satni daju 24 satnih prosječnih protoka. Prema tome satni podaci puno točnije opisuju protok kao kontinuiranu varijablu te vršni protok, a time je i oblik hidrograma definiranog satnim podacima bliži stvarnom obliku vodnog vala nego hidrogram definiran dnevnim podacima. Određena je njihova prosječna razlika za valove definirane prema dnevnim podacima. Za Kupljenovo prosječno odstupanje iznosi  $17.85 \text{ m}^3/\text{s}$  (13.8% razlike), a za Farkašić  $15.19 \text{ m}^3/\text{s}$  (1.5% odstupanja). U određenim godinama za Kupljenovo se maksimalni protok iz dnevnih podataka ne poklapa s datumom pojave maksimalnog satnog protoka (npr. za hidrološku

godinu 2006. - dnevni maksimum: 21.3.2007, 65.7 m<sup>3</sup>/s; satni maksimum: 13.2.2007, 91 m<sup>3</sup>/s). Osim toga, u određenim godinama se jednak maksimalni protok pojavljuje više različitih datuma. Napravljena je i vizualna usporedba oblika hidrograma satnih i dnevnih podataka prema kojoj se može zaključiti da se uglavnom vrlo dobro poklapaju valovi određeni dnevnim i satnim podacima o protoku, uz par iznimaka znatnijeg odstupanja na postaji Kupljenovo (Slika 5). Primjer usporedbe dnevnog i satnog vala dan je na Slika 6. S obzirom na veliku sličnost oblika, a samim time i volumena hidrograma za satne i dnevne podatke, te zbog činjenice da su nizovi dnevnih podataka na raspolaganju za znatno dulji vremenski interval od satnih, odlučeno je da su dnevni podaci o protoku primjereni za daljnje korake.



Slika 5: Hidrogrami s najvećim odstupanjem satnih i dnevnih podataka o protoku



Slika 6: Primjer dobrog poklapanja satnih i dnevnih podataka za Kupljenovo (lijevo) i Farkašić (desno)

Nakon određivanja maksimalnih protoka po hidrološkim godinama, pristupa se definiranju pripadajućeg hidrograma. Definirani su početak i kraj hidrograma (kao dani najbliži vrhu u kojima je vrijednost direktnog otjecanja 0). Zatim je provjereno postoji li unutar tako definiranog vodnog vala još koji sekundarni vrh vodnog vala te su takvi sekundarni vrhovi odbačeni ako su zadovoljen jedan od sljedećih kriterija [27]:

$$t > 5 \text{ dana} + \log(A)$$

$$Q_{min} < \frac{3}{4} \min [Q_{max,1}, Q_{max,2}]$$

Ovdje je:

$t$  - broj dana između maksimalnog protoka i detektiranog sekundarnog vrha

$A$  - površina sliva u četvornim miljama

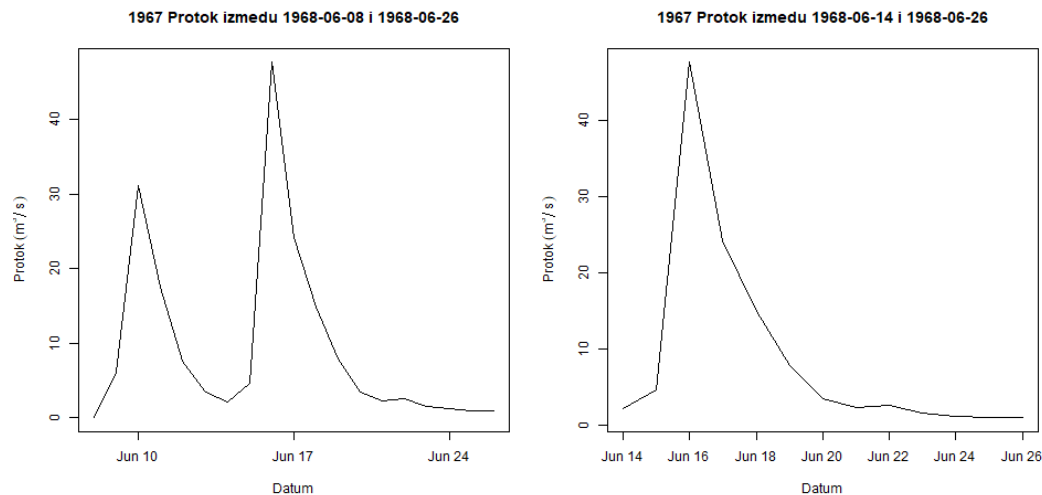
$Q_{min}$  - minimalna vrijednost protoka između primarnog i sekundarnog vrha

$Q_{max,1}, Q_{max,2}$  - redom vrijednosti primarnog i sekundarnog vršnog protoka

Drugim riječima, ako je vrijeme proteklo između dvaju vršnih protoka veće od broja dana dobivenih prvim od gornjih kriterija ili ako je minimalni protok između njih manji od tri četvrtine vrijednosti vrha manjeg protoka, sekundarni vrh se može smatrati nezavisnim o primarnom vršnom protoku te se smatra vrhom zasebnog vodnog vala. U takvim slučajevima



sekundarni vrh se odbacuje iz početno definiranog vodnog vala. Njemu se za novi početni ili krajnji trenutak (ovisno je li sekundarni vrh bio smješten prije ili nakon primarnog vrha) postavlja dan koji odgovara postizanju minimalne vrijednosti između sekundarnog i primarnog vrha. Primjer „rezanja“ sekundarnog vala dan je na Slika 7.



Slika 7: Usporedba prikaza vodnog vala prije (lijevo) i nakon (desno) odbacivanja neovisnog sekundarnog vala

Valovi su zatim centrirani na način da se za svaki val dan postizanja vršnog protoka smatra nulnim danom (prema tome dani rasta vala nalaze se na negativnoj strani x osi, a dani pada vala na pozitivnoj strani). Osim toga određeni su valovi s maksimalnim trajanjem grane rasta i grane pada te su prema tim vrijednostima produžene grane rasta i pada za preostale valove (produžene u smislu produženja datumi trajanja, no njima je pridružena vrijednost protoka nula, tako da zadržavaju svoj stvarni prijašnji oblik). Slijedi normalizacija valova - izračunana je površina ispod krivulje svakog vodnog vala te je svaka vrijednost ordinate hidrograma podijeljena s površinom ispod krivulje. Na taj način dobiveni su svojevrsni jedinični dijagrami koji nose informaciju o obliku svakog vala. Prethodni koraci potrebni su kako bi se mogli pristupiti klasteriranju vodnih valova prema obliku hidrograma.

### 3.2.1. K-means klasteriranje

K-means klasteriranje jedna je od najčešće korištenih metoda za klasteriranje u domeni znanosti o podacima. Ova metoda grupira skup podataka u klasterne na način da je sličnost između objekata unutar istog klastera najveća, uz minimiziranje sličnosti objekata različitih klastera [28]. Ključni koncept K-meansa temelji se na traženju  $k$  centroida kojima se minimiziraju razlike unutar klastera.

Algoritam započinje inicijalizacijom  $k$  centroida, što može biti nasumično ili prema određenom kriteriju. Zatim se svaki podatak dodjeljuje najbližem centru, nakon čega se centri ažuriraju kao srednja vrijednost svih točaka unutar pojedinog klastera. Ovaj proces se ponavlja dok se centri ne prestanu mijenjati, odnosno dok sustav konvergira, ili dok se ne dostigne zadani broj iteracija [28].

Glavni izazov ovog algoritma je određivanje optimalnog broja klastera  $k$ , jer se taj broj često ne zna unaprijed. Također, K-means je osjetljiv na početne uvjete odnosno početni odabir centroida, što može dovesti do različitih rezultata za različite početne točke. Zbog toga su razvijena brojna proširenja i varijante algoritma, kao što je X-means, koji automatski prilagođava broj klastera tijekom iteracija [28].

Još jedna nadogradnja K-meansa je fuzzy K-means algoritam, koji omogućava djelomično pripadanje točaka u više klastera. Svaka točka ima svoj stupanj pripadnosti klasterima, umjesto da strogo pripada samo jednom. Novi centri izračunavaju se kao ponderirane srednje vrijednosti svih točaka, pri čemu je ponderiranje određeno stupnjem pripadnosti. Ovaj pristup često rezultira boljim performansama kod podataka koji imaju nejasne granice između klastera te je posebno koristan u područjima poput segmentacije slika [29].

U ovom istraživanju korišten je K-means algoritam za klasteriranje hidrograma, pri čemu su ulazni podaci aproksimirani pomoću Bspline krivulja. K-means je odabran zbog svoje jednostavnosti i efikasnosti u grupiranju podataka prema sličnosti, dok Bspline krivulje omogućuju fleksibilnu i preciznu aproksimaciju složenih oblika hidrograma. Bspline krivulje su vrsta spline funkcija koje koriste niz kontrolnih točaka za formiranje glatke krivulje koja prolazi kroz ili blizu ovih točaka, što omogućuje kontinuiranu i preciznu reprezentaciju hidroloških podataka zabilježenih na diskretnim vremenskim točkama. Ova metodologija je inspirirana radom Brunner i sur. [2], koji su koristili funkcionalne podatke za klasteriranje oblika hidrograma u cilju identifikacije regija sa sličnom reaktivnošću na poplave.

Bspline krivulje predstavljaju skupinu matematičkih funkcija koje se koriste za glatko interpoliranje skupa podataka. Svaka Bspline krivulja se definira pomoću kontrolnih točaka, čiji položaj utječe na oblik krivulje. Prednost Bspline krivulja je njihova fleksibilnost i sposobnost da precizno aproksimiraju složene oblike, što je posebno korisno kod reprezentacije hidrograma, gdje preciznost u opisivanju oblika krivulje protoka-vremena (Q-t) može biti ključna za analizu hidroloških procesa. Kontrolne točke omogućuju prilagodbu krivulje tako

da prolazi blizu zadanih podataka, čime se osigurava glatka i kontinuirana reprezentacija koja može biti korisna za daljnje analize, točnije funkcijske analize oblika krivulje hidrograma [2].

Za evaluaciju stabilnosti i kvalitete formiranih klastera korištena je analiza siluete. Koeficijent siluete mjeri koliko su objekti unutar istog klastera slični jedni drugima u usporedbi s objektima iz drugih klastera. Formalno, vrijednost siluete za podatkovnu točku je definirana kao:

$$s(i) = (b(i) - a(i)) / \max \{a(i), b(i)\}$$

gdje je  $a(i)$  prosječna udaljenost između točke  $i$  te do svih ostalih objekata unutar istog klastera, a  $b(i)$  najmanja prosječna udaljenost od točke do objekata iz drugih klastera. Ukupni koeficijent siluete je prosječna vrijednost  $s(i)$  za sve objekte. Vrijednosti koeficijenta siluete kreću se od -1 do 1, gdje veće vrijednosti ukazuju na bolje definirane klastere. Visoke vrijednosti siluete (blizu 1) ukazuju na to da je podatkovna točka dobro smještena unutar svog klastera, dok niske vrijednosti (blizu -1) sugeriraju da bi podatkovna točka mogla biti bolje smještena u neki drugi klaster. [30]

Za optimizaciju parametara K-means algoritma, provedeno je pretraživanje mreže (engl. *grid search*) kako bi se pronašao optimalni broj klastera i odgovarajući rang Bspline krivulje. Testirani su različiti rangovi Bsplinea (4, 10, 15, 20, 25), kako bi se osiguralo da se podaci adekvatno modeliraju, dok je broj klastera varirao između 2 i 6. Ovaj pristup omogućio je sustavno ispitivanje kombinacija parametara kako bi se identificirala ona koja rezultira najkvalitetnijim klasterima. Dodatno je provjerena stabilnost indeksa siluete na podskupovima vremenskih nizova za oba sliva. Ovim postupkom se osigurava dosljednost i kvaliteta klasteriranja. Stabilni rezultati indeksa siluete na različitim podskupovima ukazuju na to da klasteri nisu slučajni, već da se njihova kvaliteta održava kroz različite vremenske nizove. To pruža dodatnu potvrdu pouzdanosti dobivenih grupacija i dokazuje robusnost klasteriranja prema promjenama u podacima.

Nakon klasteriranja provedena je analiza varijance (ANOVA) kako bi se provjerila statistička značajnost razlike parametara koji opisuju oblik projektnog hidrograma (protok, volumen, trajanje - rast i pad, oborine) po klasterima.

Dodatno je provedena i analiza količine oborina koja prethodi vršnom protoku vala. Uzete su oborine za vrijeme trajanja rasta hidrograma uz dodatak jednog dana prije početka hidrograma. Promatrane su dvije različite količine oborina: oborine s postaje s maksimalnim

vremenskim nizom podataka te oborina određena kao težinski prosjek (metoda Thiessenovih poligona) za najduže razdoblje s podacima iz svih postaja za koje su dostavljeni podaci. Provjerena je povezanost količine oborina s pripadnosti valova prethodno dobivenim klasterima.

U svrhu dodatne analize rezultata klasteriranja i boljeg razumijevanja faktora (parametri koji opisuju vodni val) koji utječu na grupiranje podataka, primijenjena je tehnika nadziranog učenja, konkretno stablo odluke. Na ovaj način, klasteri koji su formirani K-means algoritmom sada služe kao oznake (labele) odnosno klase za podatke, čime omogućavamo izgradnju prediktivnog modela koji može objasniti na koji način se specifične karakteristike hidrograma povezuju s dodijeljenim klasterima [31]. Korištenje stabla odluke pomaže nam u vizualizaciji i interpretaciji ključnih parametara koji određuju pripadnost određenom klasteru, što dodatno doprinosi razumijevanju hidroloških obrazaca i procesa specifičnih za odabrane lokacije te može biti od velike koristi za buduće analize hidroloških ponašanja.

## 4 REZULTATI

### 4.1. Sliv rijeke Krapine

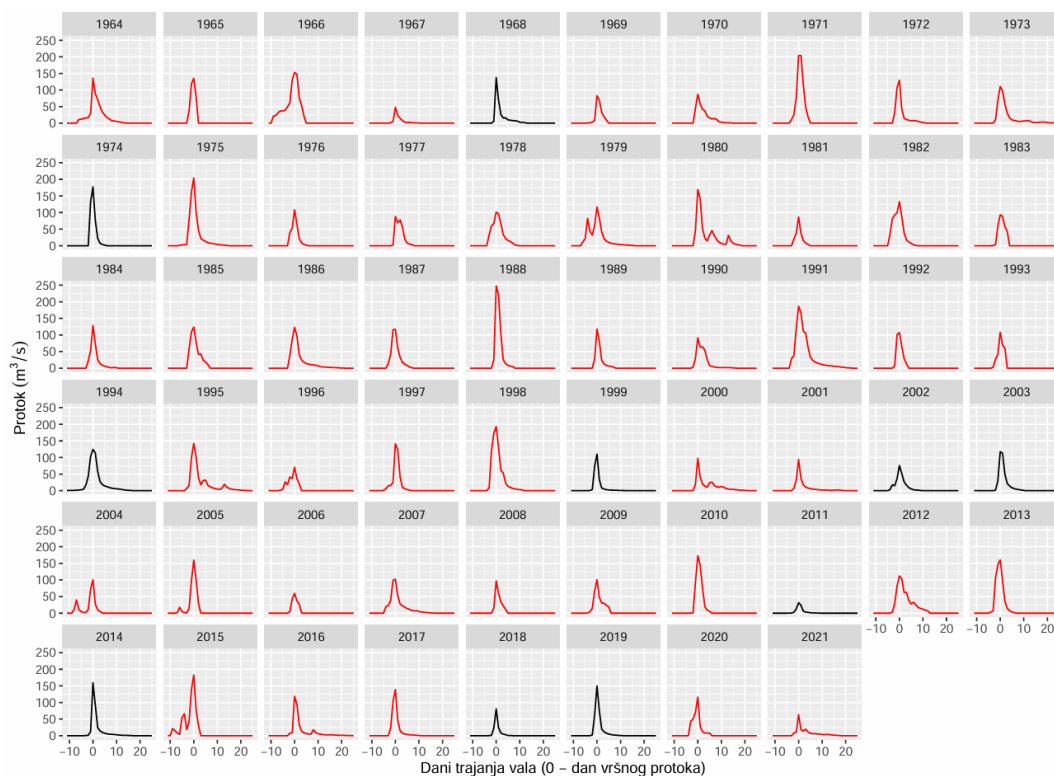
Za rijeku Krapinu definirano je 58 vodnih valova, čije su karakteristike dani u Tablica P1. Tablica 5 prikazuje statističke vrijednosti parametara za sve valove - prosječne, maksimalne i minimalne vrijednosti, standardnu devijaciju, medijan te prvi i treći kvartil.

Tablica 5: Statističke vrijednosti parametara vodnih valova na rijeci Krapini

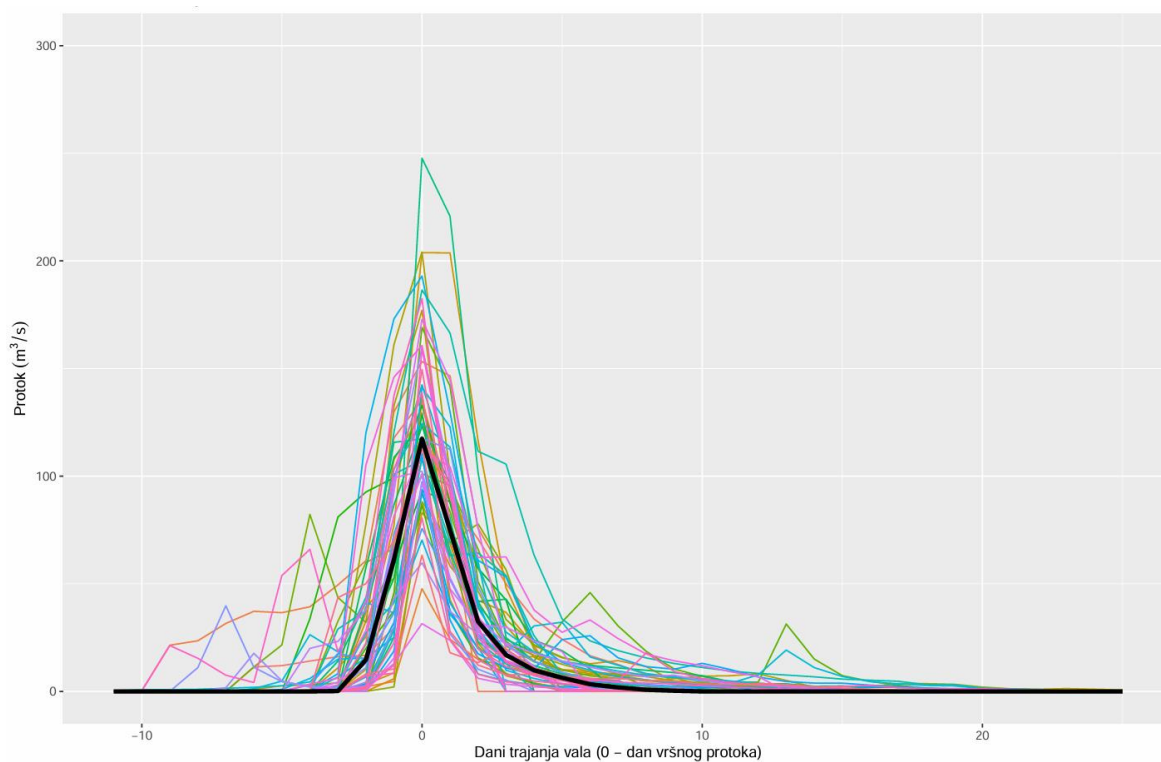
|                   | <b>Izmjereni protok [m<sup>3</sup>/s]</b> | <b>Direktno otjecanje [m<sup>3</sup>/s]</b> | <b>Trajanje rasta [dani]</b> | <b>Trajanje pada [dani]</b> | <b>Ukupno trajanje [dani]</b> | <b>Volumen vodnog vala [10<sup>6</sup> m<sup>3</sup>]</b> |
|-------------------|---|---|------------------------------|-----------------------------|-------------------------------|---|
| <b>Prosjek</b>    | 129.29                                    | 122.82                                      | 3.67                         | 10.19                       | 14.86                         | 36.28   |
| <b>Min</b>        | 33.00                                     | 31.51                                       | 1.00                         | 1.00                        | 5.00                          | 7.47  |
| <b>Max</b>        | 252.00                                    | 247.70                                      | 11.00                        | 25.00                       | 29.00                         | 85.87   |
| <b>St. dev.</b>   | 41.54                                     | 41.30                                       | 2.29                         | 6.50                        | 6.24                          | 16.36   |
| <b>1. kvartil</b> | 103.68                                    | 96.09                                       | 2.00                         | 5.00                        | 10.00                         | 25.79   |
| <b>Medijan</b>    | 125.00                                    | 117.35                                      | 3.00                         | 9.00                        | 13.50                         | 31.17   |
| <b>3. kvartil</b> | 154.50                                    | 144.23                                      | 4.00                         | 15.00                       | 20.00                         | 48.69   |

Prosječni vršni protok maksimalnih godišnjih valova na rijeci Krapini iznosi 129.29 m<sup>3</sup>/s, uz prosječni volumen vodnog vala 36.28 milijuna kubičnih metara, a prosječno trajanje iznosi 14.86 dana. Prosječno trajanje grane rasta iznosi 3.67 dana, a grana pada traje u prosjeku 10.19 dana. Val s minimalnim vršnim protokom od 33 m<sup>3</sup>/s zabilježen je 2011. godine, a maksimalni protok je za val iz 1988. hidrološke godine - 252 m<sup>3</sup>/s. Val s maksimalnim trajanjem od 29 dana je iz 1994. hidrološke godine, a val iz 1965. godine najmanjeg je ukupnog trajanja od 5 dana. Trajanje grane rasta je od minimalno 1 dan (1970., 1980. i 2000. hidrološka godina) do maksimalno 11 dana (1994.), a grane pada od minimalno 1 dan (1965.) do maksimalno 25 dana (1973. i 2016. hidrološka godina). Val s minimalnim protokom iz 2011. godine ima i najmanji pripadni volumen (7.47 milijuna m<sup>3</sup>), dok je val s maksimalnim volumenom (85.87 milijuna m<sup>3</sup>) onaj iz 1991. godine.

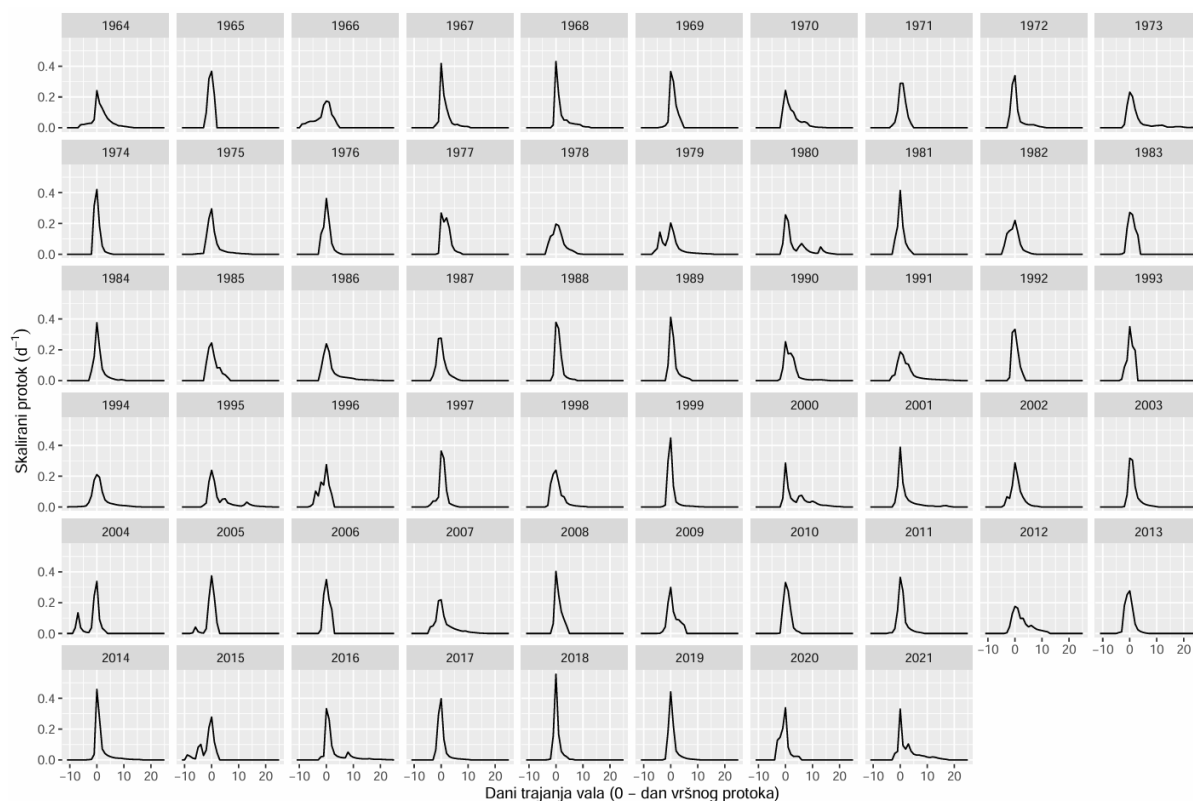
Slika 8 prikazuje sve definirane valove na rijeci Krapini prema ukupnom protoku. Na slici su različito prikazani vodni valovi kod kojih su detektirani te „odrezani“ sekundarni valovi (crveno) te valovi kod kojih nisu bili prisutni sekundarni zavisni valovi (crno). Na svega 10 valova nisu uočeni sekundarni, dok je kod preostalih 48 bio prisutan nezavisni sekundarni val.



Slika 8: Centrirani hidrogrami vodnih valova na rijeci Krapini, crvenom bojom prikazani su valovi kod kojih su odrezani nezavisni sekundarni valovi



Slika 9: Centrirani hidrogrami vodnih valova na rijeci Krapini, crnom bojom prikazan je medijan



Slika 10: Centrirani i normalizirani hidrogrami vodnih valova na rijeci Krapini

Slika 9 je objedinjeni prikaz svih hidrograma vodnih valova na rijeci Krapini centriranih na način da je dan vršnog protoka definiran kao nulti dan, a na Slika 10 vidljivi su pojedinačni vodni valovi u normaliziranom obliku.

Kroz analizu indeksa siluete za različite kombinacije ranga krivlje i broja klastera (Tablica 6), za sliv rijeke Krapine identificirana je najstabilnija karakteristika klastera s indeksom siluete oko 0.6 za Bspline rang 4 i broj klastera 2. Unatoč tome, odabrana su 4 klastera za konačnu analizu. Ova odluka donesena je na temelju vizualne procjene, koja je pokazala da se s 4 klastera mogu bolje uočiti i razumjeti razlike među različitim oblicima hidrograma. Iako je indeks siluete bio nešto niži za ovu konfiguraciju, prednosti u smislu interpretabilnosti i korisnosti rezultata za hidrološku analizu prevagnule su u korist korištenja 4 klastera. Napravljena je i provjera stabilnosti indeksa siluete na podskupovima podataka za rijeku Krapinu (1964-1992 i 1993-2022) te je uočeno da se rezultati otprilike poklapaju, u obje polovice najstabilnija su 2 klastera ranga 4, s vrijednosti koje se malo razlikuju (0.59 za prvu polovicu podataka i 0.63 za drugu polovicu podataka).

Tablica 6: Indeks siluete za različite kombinacije ranga krivulje i broja klastera, Kupljenovo

| <b>Rang Bspline<br/>krivulje</b> | <b>Broj<br/>centroida u<br/>K-means</b> | <b>Indeks<br/>siluete</b> |
|----------------------------------|---|---------------------------|
| 4                                | 2                                       | 0.60348                   |
| 4                                | 3                                       | 0.53968                   |
| 4                                | 4                                       | 0.56821                   |
| 4                                | 5                                       | 0.49652                   |
| 4                                | 6                                       | 0.50179                   |
| 10                               | 2                                       | 0.40955                   |
| 10                               | 3                                       | 0.40771                   |
| 10                               | 4                                       | 0.39629                   |
| 10                               | 5                                       | 0.36739                   |
| 10                               | 6                                       | 0.34405                   |
| 15                               | 2                                       | 0.41442                   |
| 15                               | 3                                       | 0.36085                   |
| 15                               | 4                                       | 0.33964                   |
| 15                               | 5                                       | 0.30460                   |
| 15                               | 6                                       | 0.30044                   |
| 20                               | 2                                       | 0.34103                   |
| 20                               | 3                                       | 0.30360                   |
| 20                               | 4                                       | 0.32839                   |
| 20                               | 5                                       | 0.32251                   |
| 20                               | 6                                       | 0.30187                   |
| 25                               | 2                                       | 0.55227                   |
| 25                               | 3                                       | 0.46341                   |
| 25                               | 4                                       | 0.44776                   |
| 25                               | 5                                       | 0.40021                   |
| 25                               | 6                                       | 0.42447                   |

U nastavku su prikazani rezultati klasteriranja vodnih valova na rijeci Krapini u 4 klastera. Tablica 7 prikazuje koliko valova je svrstano u pojedini klaster, Slika 11 prikazuje normalizirane valove po klasterima sa crno iscrtanim centroidom za svaki klaster, Slika 12 valove prema protoku po klasterima, a pregled parametara valova po klasterima, kao i oborine za valove po klasterima, dani su u Tablica 8, odnosno Tablica 9.

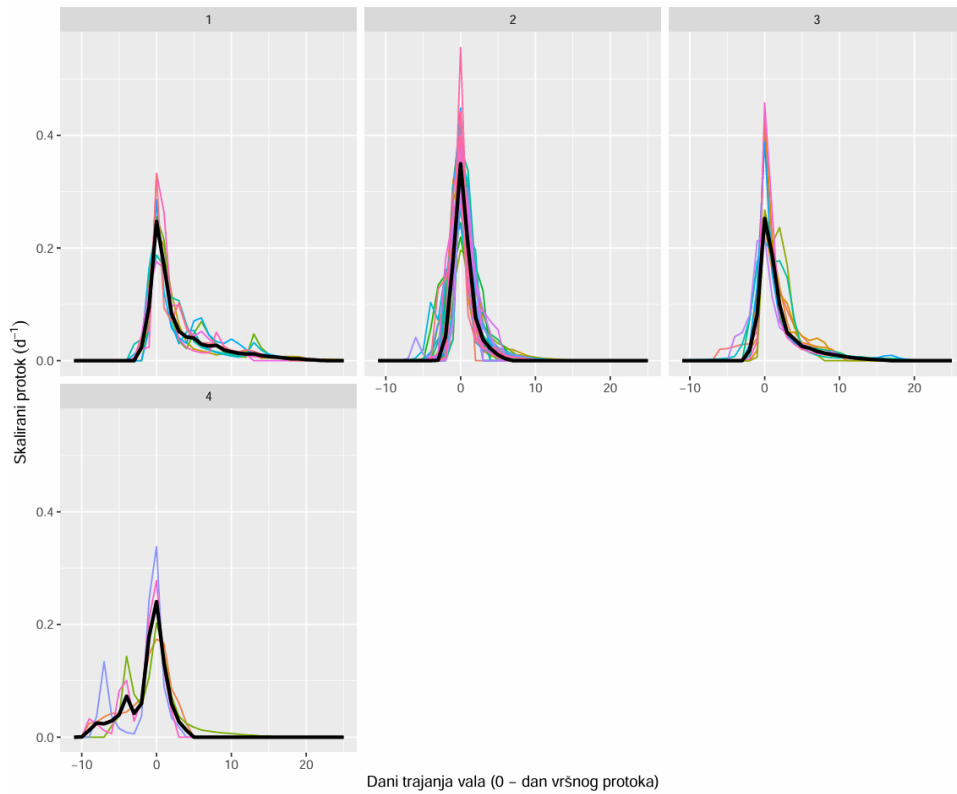


Tablica 7: Broj valova po klasterima za hidrograme na rijeci Krapini

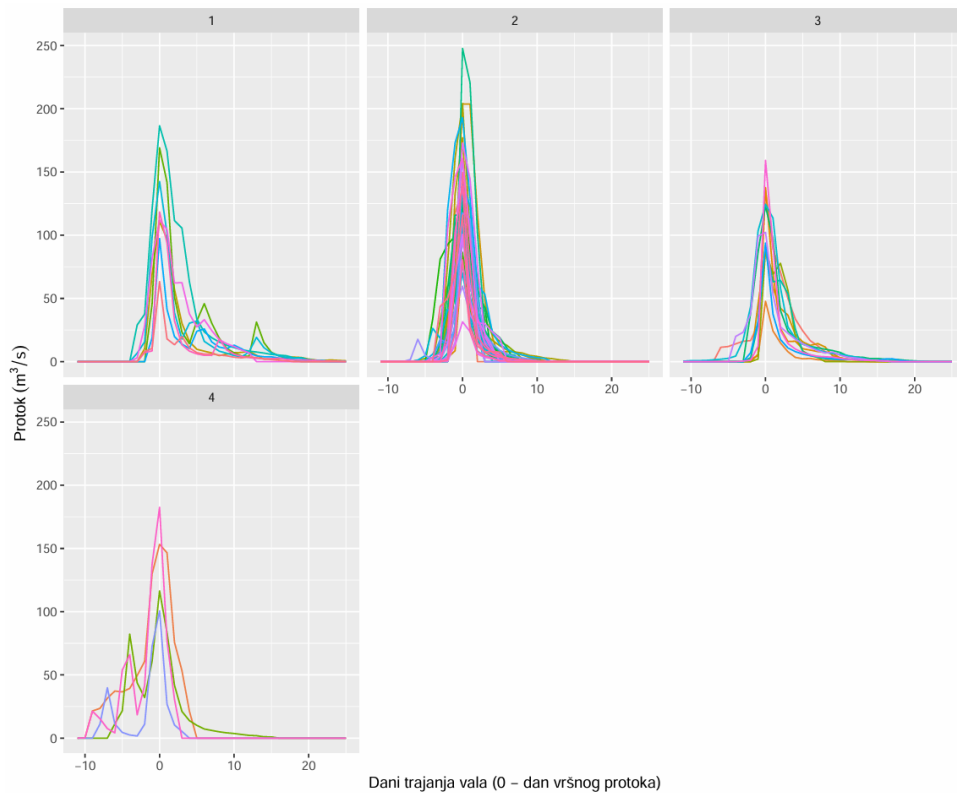
| <b>Klaster</b> | <b>Broj valova</b> | <b>Udio [%]</b> |
|----------------|--------------------|-----------------|
| <b>1</b>       | 8                  | 13.8            |
| <b>2</b>       | 35                 | 60.3            |
| <b>3</b>       | 11                 | 19.0            |
| <b>4</b>       | 4                  | 6.9             |

Najveći broj valova, 35 od 58, svrstano je u 2. klaster. Slijede 3. i 1. klaster s po 11 i 8 valova, dok je u 4. klaster raspoređeno najmanje klastera - 4.

U nastavku su dani kutijasti dijagrami (Slika 13 do Slika 18) koji prikazuju raspone parametara po klasterima. Iz navedenih dijagrama vidljivo je veliko preklapanje vrijednosti parametara za protok, međutim za trajanje rasta, pada i ukupno trajanje, te volumen i količinu oborina vidljive su razlike među klasterima. Navedena vizualna procjena potvrđena je i analizom varijance, čiji su rezultati pokazali da je razlika trajanja (ukupnog, grane rasta i pada) među klasterima statistički vrlo značajna (na razini 0.001), a umjereno značajna je razlika ukupnog volumena vodnog vala i količine oborina po klasterima (na razini 0.05). Analiza varijance nije pokazala statistički značajnu razliku protoka po klasterima. Za svaki klaster prikazan je i hidrogram centroida svih vodnih valova u koji pripadaju tom klasteru u normaliziranom obliku (Slika 19 do Slika 22), a centroidi hidrograma po klasterima s originalnim protokom dani su u prilogu (Slika P1 do P4). Centroid predstavlja krivulju koja prolazi kroz medijane protoka ili normaliziranog protoka po y-osi za svaki dan na x-osi.



Slika 11: Normalizirani hidrogrami vodnih valova na rijeci Krapini po klasterima, crnom bojom prikazan centroid klastera



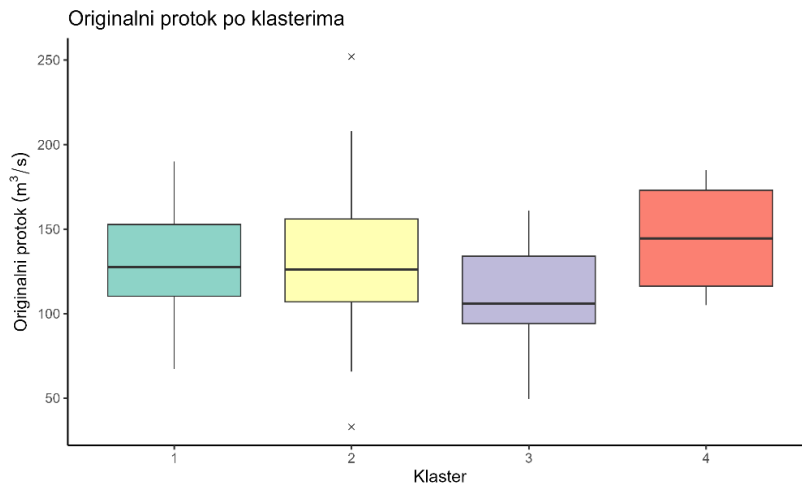
Slika 12: Hidrogrami vodnih valova na rijeci Krapini po klasterima

Tablica 8: Pregled statistike valova po klasterima za hidrograme na rijeci Krapini

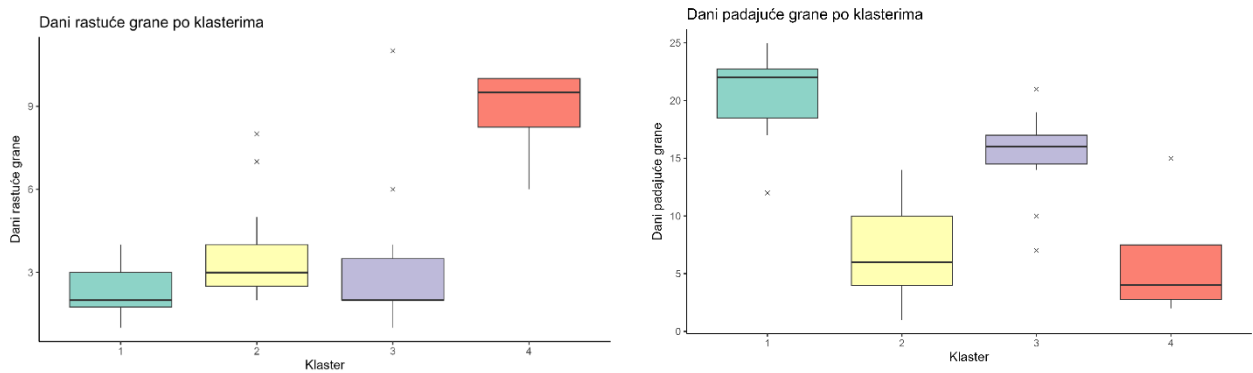
|                 | Klaster           | Izmjereni protok [m <sup>3</sup> /s] | Direktno otjecanje [m <sup>3</sup> /s] | Trajanje rasta [dani] | Trajanje pada [dani] | Ukupno trajanje [dani] | Volumen vodnog vala [10 <sup>6</sup> m <sup>3</sup> ] |
|-----------------|-------------------|--------------------------------------|--|-----------------------|----------------------|------------------------|---|
| <b>Prosjeck</b> | <b>Svi valovi</b> | 129.29                               | 121.27                                 | 3.67                  | 10.19                | 14.86                  | 36.28   |
|                 | <b>1</b>          | 131.04                               | 124.96                                 | 2.25                  | 20.50                | 23.75                  | 45.95   |
|                 | <b>2</b>          | 132.55                               | 125.17                                 | 3.51                  | 6.71                 | 11.23                  | 33.30   |
|                 | <b>3</b>          | 112.04                               | 108.19                                 | 3.36                  | 15.18                | 19.55                  | 33.04   |
|                 | <b>4</b>          | 144.75                               | 138.17                                 | 8.75                  | 6.25                 | 16.00                  | 52.00   |
| <b>Max</b>      | <b>1</b>          | 190.00                               | 186.50                                 | 4.00                  | 25.00                | 28.00                  | 85.87   |
|                 | <b>2</b>          | 252.00                               | 247.70                                 | 8.00                  | 14.00                | 22.00                  | 69.73   |
|                 | <b>3</b>          | 161.00                               | 159.15                                 | 11.00                 | 21.00                | 29.00                  | 50.96   |
|                 | <b>4</b>          | 185.00                               | 182.48                                 | 10.00                 | 15.00                | 22.00                  | 76.07   |
| <b>Min</b>      | <b>1</b>          | 67.30                                | 63.28                                  | 1.00                  | 12.00                | 17.00                  | 16.57   |
|                 | <b>2</b>          | 33.00                                | 31.51                                  | 2.00                  | 1.00                 | 5.00                   | 7.47  |
|                 | <b>3</b>          | 49.60                                | 47.71                                  | 1.00                  | 7.00                 | 10.00                  | 9.87  |
|                 | <b>4</b>          | 105.00                               | 100.59                                 | 6.00                  | 2.00                 | 13.00                  | 25.70   |
| <b>St. dev</b>  | <b>1</b>          | 39.00                                | 39.68                                  | 1.04                  | 4.38                 | 4.03                   | 21.45   |
|                 | <b>2</b>          | 45.00                                | 45.01                                  | 1.50                  | 3.47                 | 3.63                   | 14.43   |
|                 | <b>3</b>          | 31.35                                | 31.16                                  | 2.87                  | 3.89                 | 5.16                   | 12.22   |
|                 | <b>4</b>          | 38.30                                | 36.87                                  | 1.89                  | 5.97                 | 4.24                   | 20.81   |

Tablica 9: Pregled oborina po klasterima za hidrograme na rijeci Krapini

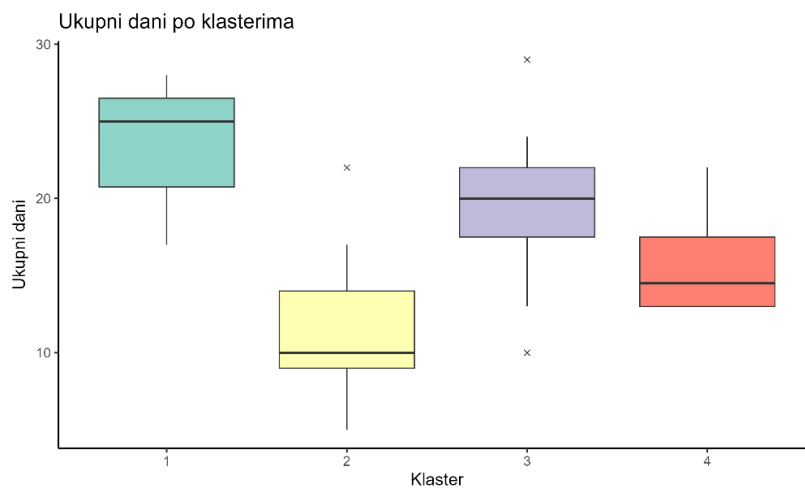
|                 | Klaster  | Oborine - postaja s najduljim nizom [mm] | Oborine - težinski prosjek svih postaja [mm] |
|-----------------|----------|--|--|
| <b>Prosjeck</b> | <b>1</b> | 23.33                                    | 22.55  |
|                 | <b>2</b> | 45.12                                    | 42.11  |
|                 | <b>3</b> | 26.51                                    | 35.34  |
|                 | <b>4</b> | 112.28                                   | 108.49                                       |
| <b>Max</b>      | <b>1</b> | 46.70                                    | 66.68  |
|                 | <b>2</b> | 115.80                                   | 112.29                                       |
|                 | <b>3</b> | 94.40                                    | 70.47  |
|                 | <b>4</b> | 147.50                                   | 124.26                                       |
| <b>Min</b>      | <b>1</b> | 1.50                                     | 1.82   |
|                 | <b>2</b> | 1.50                                     | 0.11   |
|                 | <b>3</b> | 4.30                                     | 6.48   |
|                 | <b>4</b> | 57.50                                    | 92.72  |
| <b>St. dev</b>  | <b>1</b> | 18.37                                    | 27.92  |
|                 | <b>2</b> | 28.48                                    | 32.34  |
|                 | <b>3</b> | 27.54                                    | 27.01  |
|                 | <b>4</b> | 40.96                                    | 22.30  |



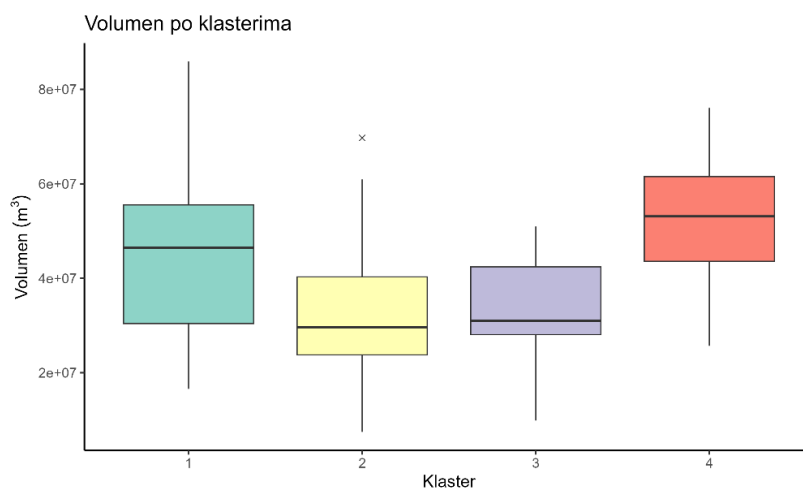
Slika 13: Vršni protok po klasterima za rijeku Krapinu



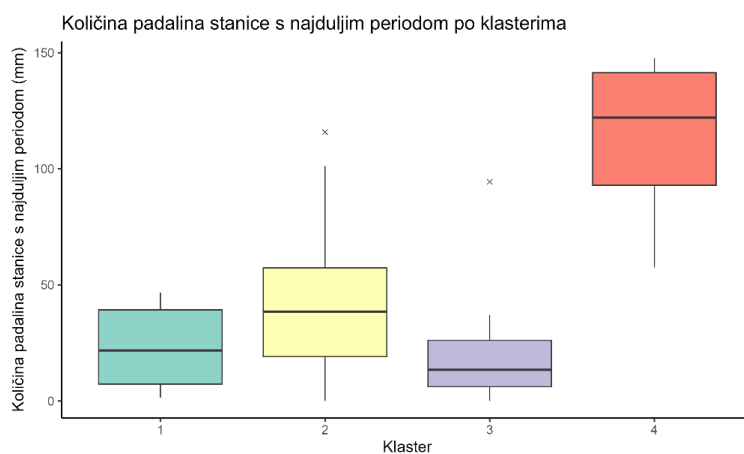
Slika 14: Trajanje rasta (lijevo) i pada (desno) vodnog vala po klasterima za rijeku Krapinu



Slika 15: Ukupno trajanje vodnog vala po klasterima za rijeku Krapinu



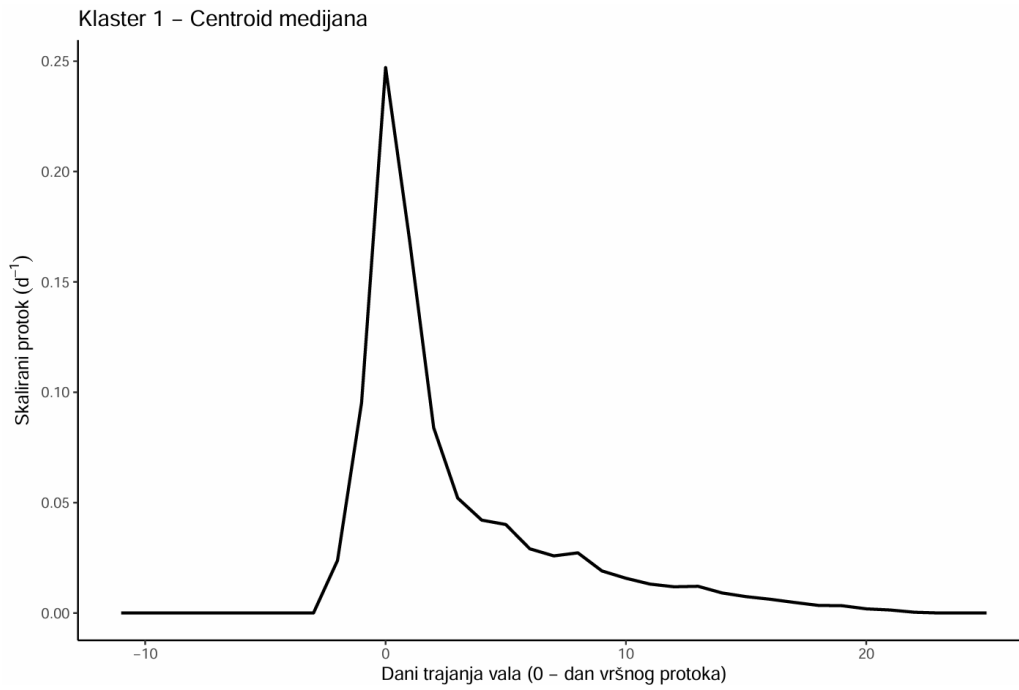
Slika 16: Volumen vodnih valova po klasterima za rijeku Krapinu



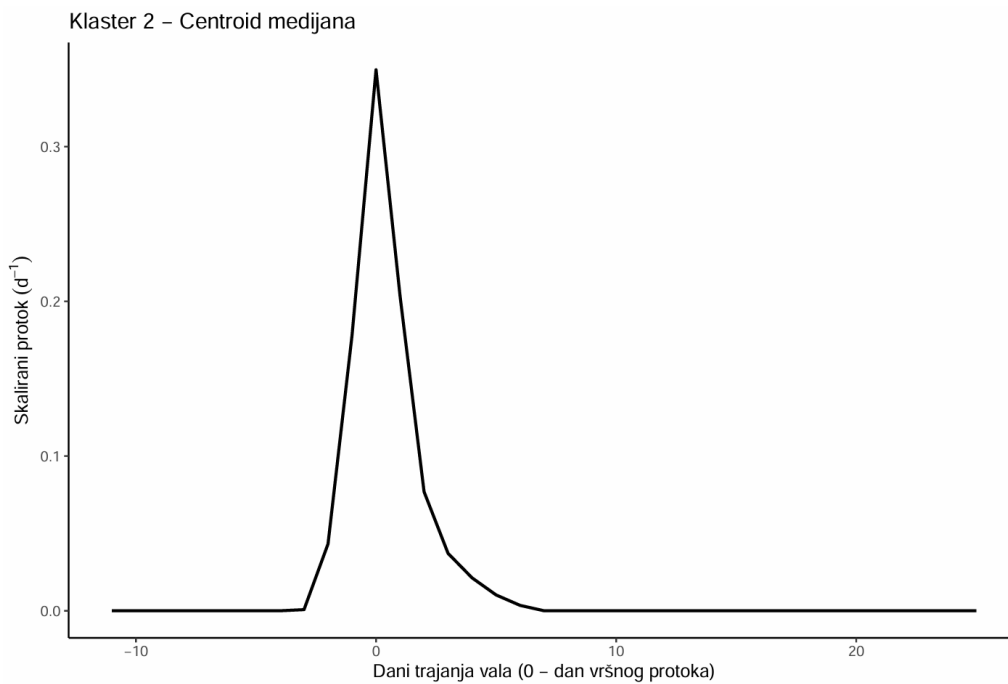
Slika 17: Oborine s kišomjerne stanice s najduljim periodom mjerenja po klasterima za rijeku Krapinu



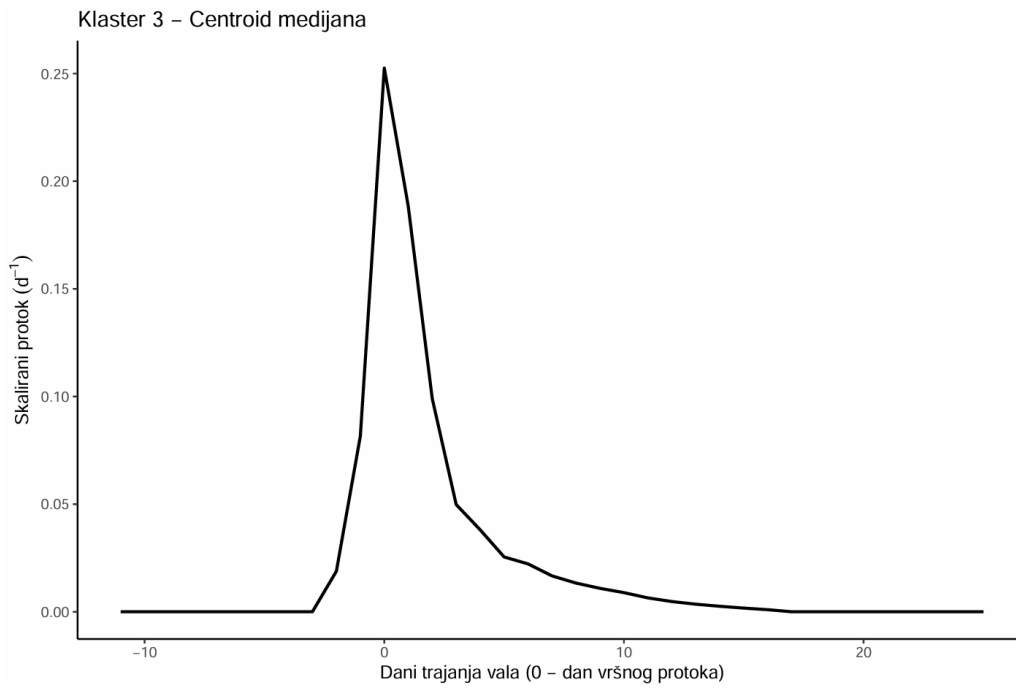
Slika 18: Težinski prosjek količine oborina svih kišomjernih stanica (metoda Thiessena) po klasterima za rijeku Krapinu



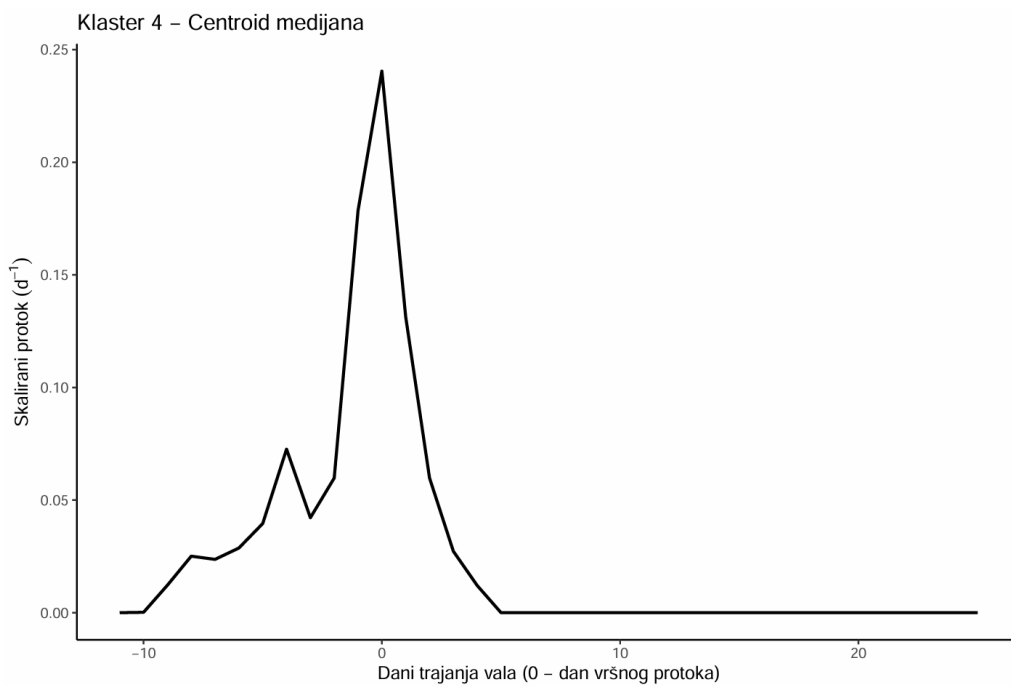
Slika 19: Normalizirani hidrogram centroida vodnog vala za 1. klaster, rijeka Krapina



Slika 20: Normalizirani hidrogram centroida vodnog vala za 2. klaster, rijeka Krapina

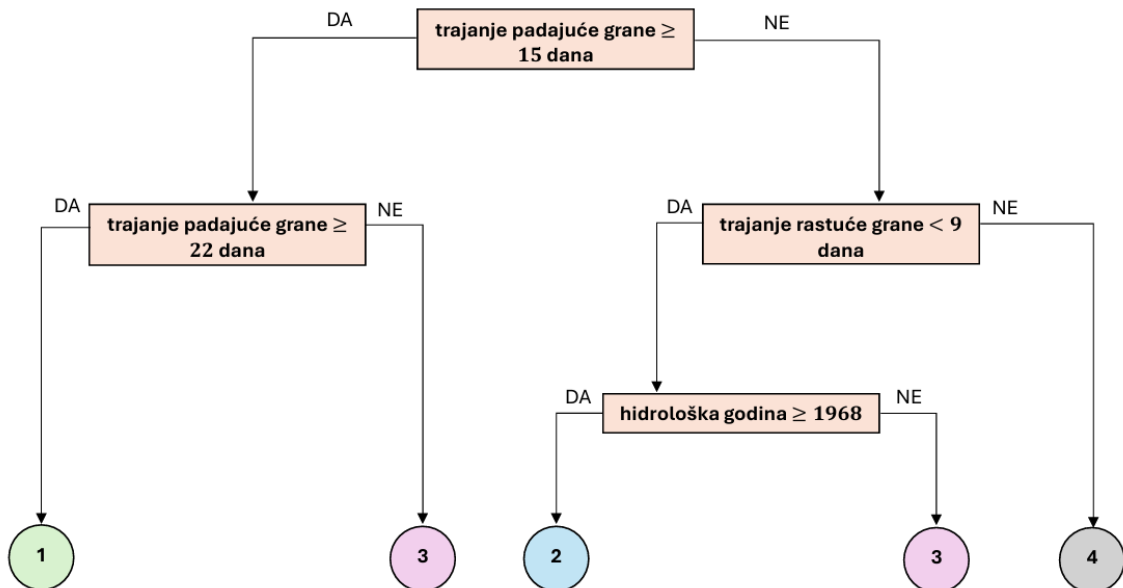


Slika 21: Normalizirani hidrogram centroida vodnog vala za 3. klaster, rijeka Krapina



Slika 22: Normalizirani hidrogram centroida vodnog vala za 4. klaster, rijeka Krapina

Za postaju Kupljenovo, nakon treniranja modela stabla odluke, dobivena je vizualizacija (Slika 23) koja jasno prikazuje kako se podaci granaju u različite klasterne na temelju specifičnih kriterija. Prikazano stablo odluke pokazuje da su trajanje rastuće i padajuće grane vodnog vala te ukupno trajanje među najvažnijim parametrima za klasifikaciju. Na primjer, ako broj dana padajuće grane premašuje 15 dana, model sugerira daljnju podjelu na temelju drugih kriterija kao što je nova granica padajuće grane od 22 dana, što vodi do različitih klastera. S druge strane stabla, kriteriji za daljnju grupaciju su trajanje rastuće grane te hidrološka godina vala.



Slika 23: Prikaz stabla odlučivanja za Kupljenovo



## 4.2. Sliv rijeke Kupe

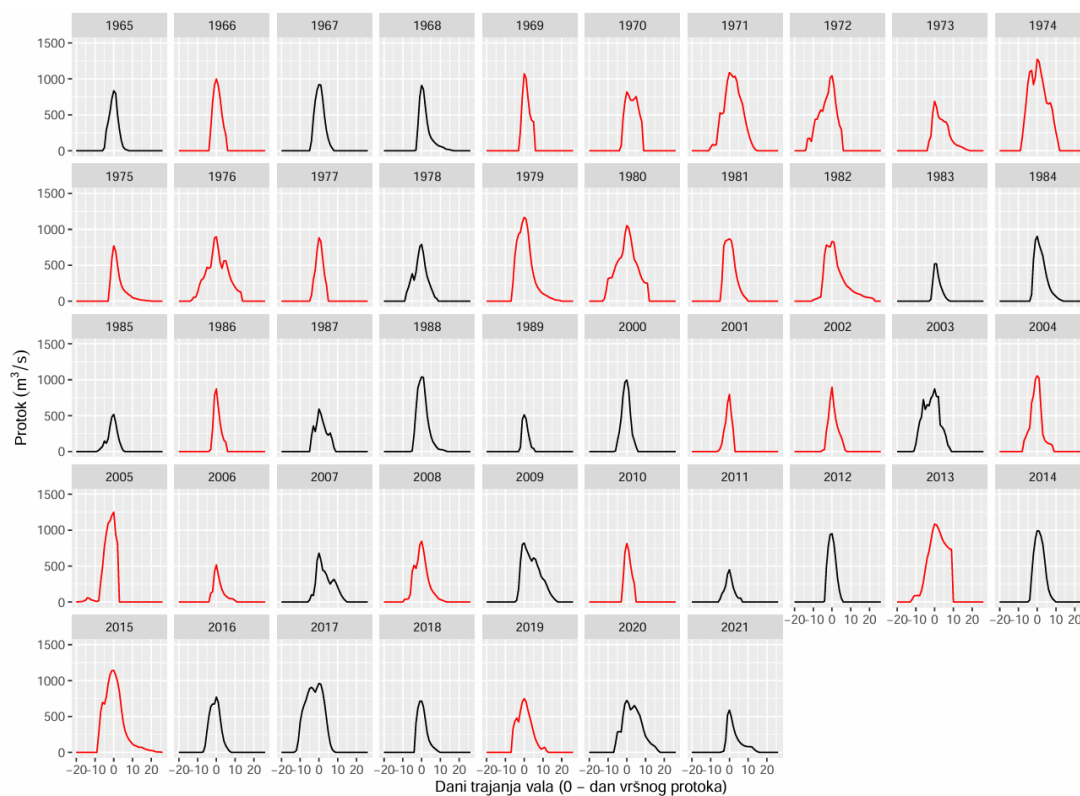
Za rijeku Kupu definirano je 47 vodnih valova, čije su karakteristike dani u tablici P2 u prilogu. Tablica 10 prikazuje statističke vrijednosti parametara za sve valove - prosječne, maksimalne i minimalne vrijednosti, standardnu devijaciju, medijan te prvi i treći kvartil.

Tablica 10: Statističke vrijednosti parametara vodnih valova na rijeci Kupi

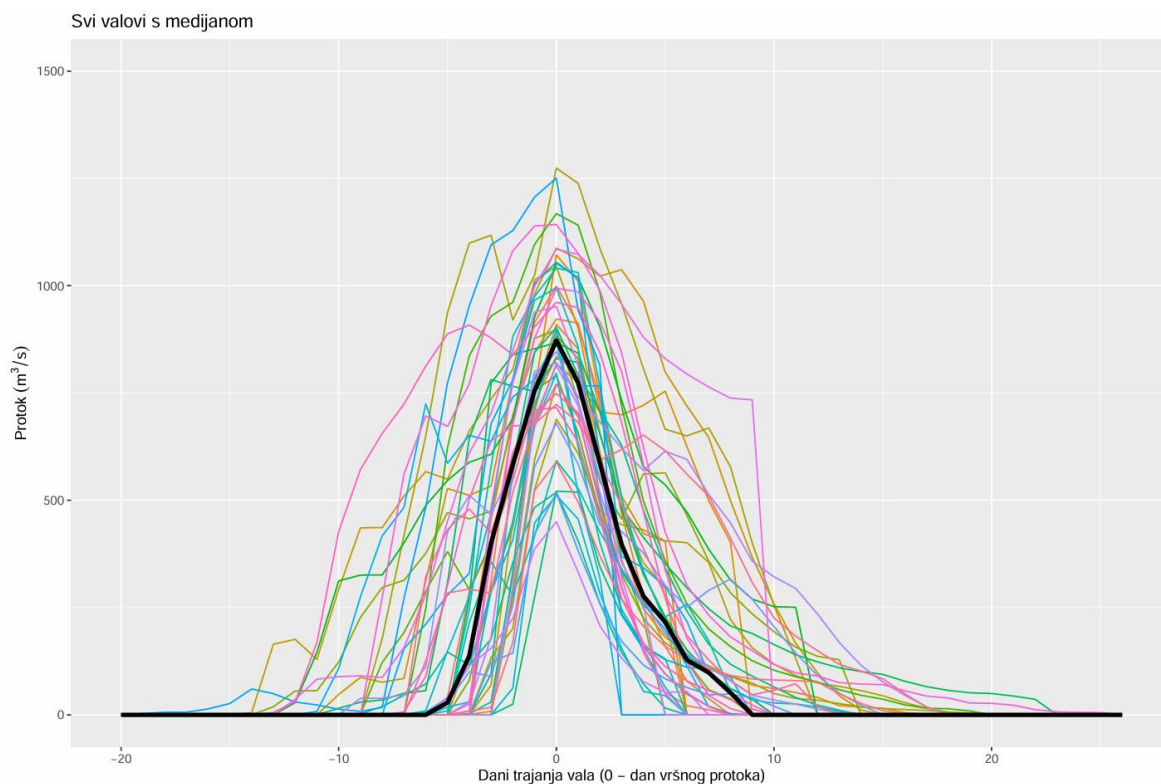
|                   | <b>Izmjereni protok [m<sup>3</sup>/s]</b> | <b>Direktno otjecanje [m<sup>3</sup>/s]</b> | <b>Trajanje rasta [dani]</b> | <b>Trajanje pada [dani]</b> | <b>Ukupno trajanje [dani]</b> | <b>Volumen vodnog vala [10<sup>6</sup> m<sup>3</sup>]</b> |
|-------------------|---|---|------------------------------|-----------------------------|-------------------------------|---|
| <b>Prosjek</b>    | 1015.68                                   | 862.62                                      | 7.06                         | 10.72                       | 18.79                         | 578.14  |
| <b>Max</b>        | 1585.00                                   | 1273.96                                     | 20                           | 26                          | 35                            | 1300.95   |
| <b>Min</b>        | 530.00                                    | 449.85                                      | 2                            | 2                           | 8                             | 174.10  |
| <b>St. dev.</b>   | 223.28                                    | 197.95                                      | 3.85                         | 5.61                        | 6.44                          | 285.63  |
| <b>1. kvartil</b> | 882.00                                    | 748.78                                      | 5.00                         | 6.00                        | 14                            | 369.23  |
| <b>Medijan</b>    | 1001.00                                   | 872.42                                      | 6.00                         | 9.00                        | 19                            | 493.12  |
| <b>3. kvartil</b> | 1192.00                                   | 998.83                                      | 9.00                         | 14.00                       | 24                            | 781.62  |

Prosječni vršni protok vodnih valova rijeke Kupe je 1015.68 m<sup>3</sup>/s. Prosječni volumen vodnog vala iznosi 578.14 milijuna kubičnih metara, a prosječno trajanje 18.79 dana. Prosječno trajanje rasta iznosi 7.06 dana, a grana pada traje prosječnih 10.72 dana. Minimalni vršni protok od 530 m<sup>3</sup>/s zabilježen je 2011. godine, a maksimalni protok od 1585 m<sup>3</sup>/s zabilježen je 1974. hidrološke godine. Maksimalno trajanje vala je 35 dana iz 2015. hidrološke godine, a najmanjeg ukupnog trajanja je val iz od 8 dana. Trajanje grane rasta je u rasponu od minimalno 2 dana (1975. hidrološka godina) do maksimalno 20 dana (2005.), a grane pada od minimalno 2 dana (2001.) do maksimalno 26 dana (2015. hidrološka godina). Val s minimalnim pripadnim volumenom je iz 1989. godine (174.1 milijuna m<sup>3</sup>), dok je val s maksimalnim volumenom (1300.95 milijuna m<sup>3</sup>) ujedno i val s najvećim protokom iz 1974. hidrološke godine.

Slika 24 prikazuje sve definirane valove na rijeci Kupi prema ukupnom protoku. Na slici su različito prikazani vodni valovi kod kojih su detektirani te „odrezani“ sekundarni valovi (crveno) te valovi kod kojih nisu bili prisutni sekundarni zavisni valovi (crno). Na nešto manje od polovice valova, njih 22, nisu uočeni sekundarni valovi, dok je kod preostalih 25 bio prisutan nezavisni sekundarni val.



Slika 24: Centrirani hidrogrami vodnih valova na rijeci Kupi, crvenom bojom prikazani su valovi kod kojih su odrezani nezavisni sekundarni valovi



Slika 25: Centrirani hidrogrami vodnih valova na rijeci Kupi, crnom bojom prikazan je medijan



Slika 26: Centrirani i normalizirani hidrogrami vodnih valova na rijeci Kupi

Na temelju pretraživanja mreže (engl. *grid search*) za sliv rijeke Kupe određeno je da je najstabilnija kombinacija je Bspline rang 4 uz 6 klastera, indeks siluete iznosi 0.56 (Tablica 11). Navedena kombinacija je i na temelju vizualne procjene izabrana valova po klasterima izabrana kao odgovarajuća. Provedena je analiza stabilnosti indeksa siluete na podskupovima podataka s rijeke Kupe (1965-1989 i 2000-2021) te je uočeno da se rezultati ne poklapaju u potpunosti, u prvoj polovici najstabilnije je 6 klastera (indeks siluete 0.54), a u drugoj polovici najstabilnija su 2 klastera (0.65). Ipak, u oba slučaja vrijednosti indeksa su slične i prihvatljive za 2 do 6 klastera za rang 4 te je potrebna vizualna procjena. Treba istaknuti i nedostatak podacima o dnevnim protocima od 1990. do 1999. godine uz mogućnost nehomogenosti podataka nakon ponovne uspostave mjerenja.

Niže su dani rezultati klasteriranja vodnih valova na Kupi u 6 klastera. Tablica 12 prikazuje broj valova raspoređenih u pojedini klaster, Slika 27 prikazuje normalizirane valove po klasterima sa crno iscrtanim centroidom za klaster, a Slika 28 valove prema protoku po klasterima. Pregled parametara valova po klasterima dan je u Tablica 13, a oborine za valove po klasterima u Tablica 14.

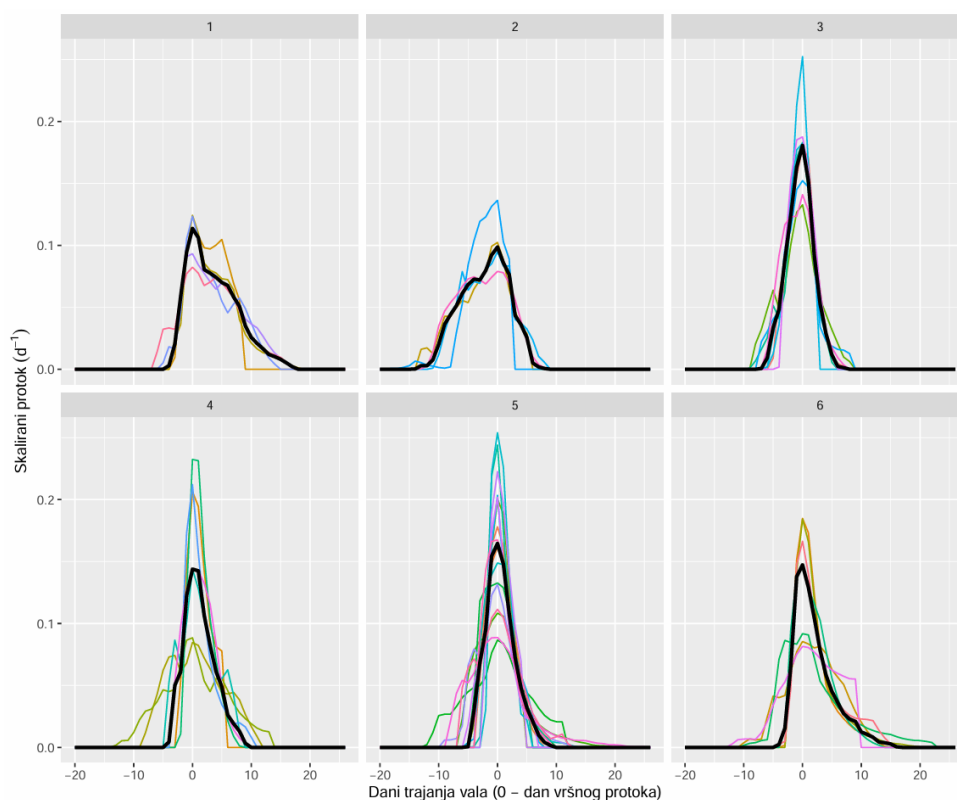
Tablica 11: Indeks siluete za različite kombinacije ranga krivulje i broja klastera, Farkašić

| <b>Rang Bspline<br/>krivulje</b> | <b>Broj<br/>centroida u<br/>K-means</b> | <b>Indeks<br/>siluete</b> |
|----------------------------------|---|---------------------------|
| 4                                | 2                                       | 0.53910                   |
| 4                                | 3                                       | 0.53445                   |
| 4                                | 4                                       | 0.55174                   |
| 4                                | 5                                       | 0.55772                   |
| 4                                | 6                                       | 0.56256                   |
| 10                               | 2                                       | 0.51663                   |
| 10                               | 3                                       | 0.39442                   |
| 10                               | 4                                       | 0.36514                   |
| 10                               | 5                                       | 0.38992                   |
| 10                               | 6                                       | 0.38280                   |
| 15                               | 2                                       | 0.43383                   |
| 15                               | 3                                       | 0.38245                   |
| 15                               | 4                                       | 0.31532                   |
| 15                               | 5                                       | 0.29546                   |
| 15                               | 6                                       | 0.29621                   |
| 20                               | 2                                       | 0.35705                   |
| 20                               | 3                                       | 0.31467                   |
| 20                               | 4                                       | 0.27262                   |
| 20                               | 5                                       | 0.25204                   |
| 20                               | 6                                       | 0.26909                   |
| 25                               | 2                                       | 0.30364                   |
| 25                               | 3                                       | 0.27464                   |
| 25                               | 4                                       | 0.24840                   |
| 25                               | 5                                       | 0.24295                   |
| 25                               | 6                                       | 0.24949                   |

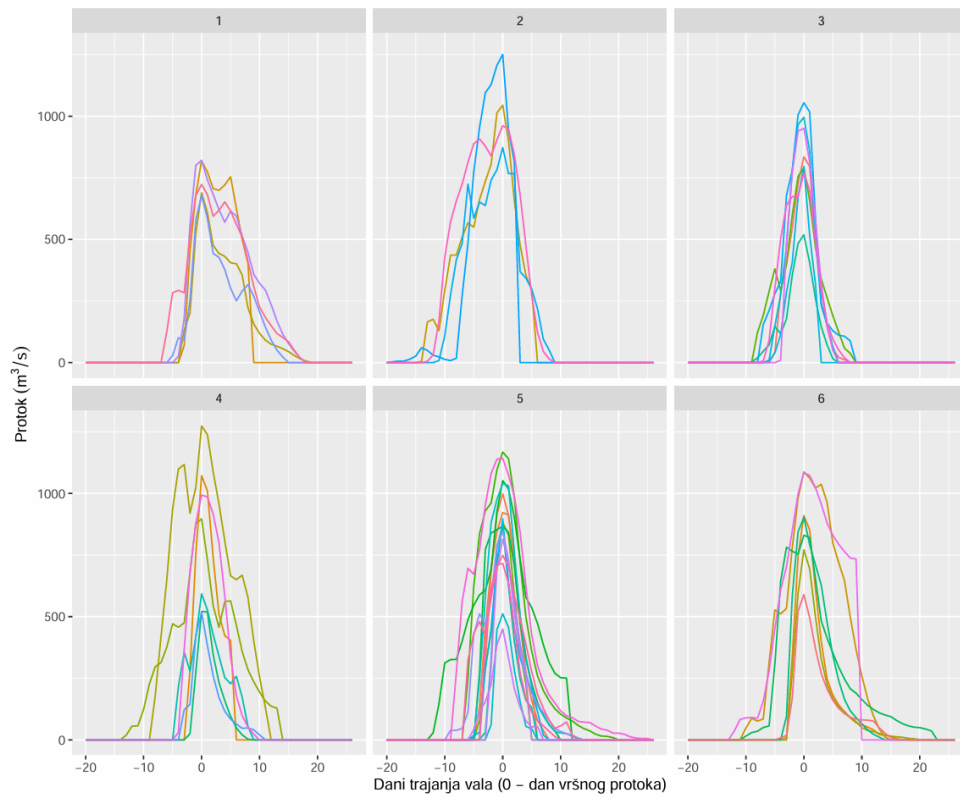
Najveći broj valova, otprilike trećina odnosno njih 16 od 47, svrstano je u 5. klaster. Slijedi 4. klaster s 8 valova, 4. i 6. s po 7 valova. Najmanje valova svrstano je u 1. klaster (5 valova) i 2. klaster (4 vala).

Tablica 12: Broj valova po klasterima za hidrograme na rijeci Kupi

| Klaster | Broj valova | Udio [%] |
|---------|-------------|----------|
| 1       | 5           | 10.6     |
| 2       | 4           | 8.5      |
| 3       | 8           | 17.0     |
| 4       | 7           | 14.9     |
| 5       | 16          | 34.0     |
| 6       | 7           | 14.9     |



Slika 27: Normalizirani hidrogrami vodnih valova na rijeci Kupi po klasterima, crnom bojom prikazan centroid klastera



Slika 28: Hidrogrami vodnih valova na rijeci Kupi po klasterima

Tablica 13: Pregled statistike valova po klasterima za hidrograme na rijeci Kupi

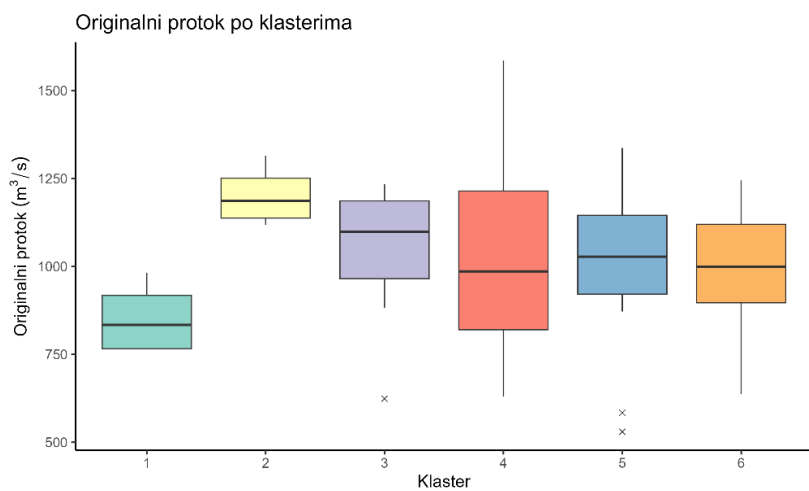
|                 | <b>Klaster</b>    | <b>Izmjereni protok [m<sup>3</sup>/s]</b> | <b>Direktno otjecanje [m<sup>3</sup>/s]</b> | <b>Trajanje rasta [dani]</b> | <b>Trajanje pada [dani]</b> | <b>Ukupno trajanje [dani]</b> | <b>Volumen vodnog vala [10<sup>6</sup> m<sup>3</sup>]</b> |
|-----------------|-------------------|---|---|------------------------------|-----------------------------|-------------------------------|---|
| <b>Prosjek</b>  | <b>Svi valovi</b> | 1015.68                                   | 862.62                                      | 7.06                         | 10.72                       | 18.79                         | 578.14  |
|                 | <b>1</b>          | 853.00                                    | 746.11                                      | 5.00                         | 15.60                       | 21.60                         | 619.42  |
|                 | <b>2</b>          | 1202.00                                   | 1032.25                                     | 15.25                        | 6.25                        | 22.50                         | 880.33  |
|                 | <b>3</b>          | 1041.00                                   | 839.02                                      | 7.63                         | 6.63                        | 15.25                         | 427.08  |
|                 | <b>4</b>          | 1038.71                                   | 838.12                                      | 5.86                         | 9.86                        | 16.71                         | 569.09  |
|                 | <b>5</b>          | 1009.31                                   | 870.61                                      | 5.88                         | 10.19                       | 17.06                         | 531.27  |
|                 | <b>6</b>          | 988.00                                    | 882.11                                      | 7.14                         | 16.57                       | 24.71                         | 664.77  |
| <b>Max</b>      | <b>1</b>          | 982.00                                    | 821.00                                      | 7.00                         | 19.00                       | 26.00                         | 760.87  |
|                 | <b>2</b>          | 1315.00                                   | 1250.53                                     | 20.00                        | 9.00                        | 24.00                         | 1052.09   |
|                 | <b>3</b>          | 1234.00                                   | 1054.52                                     | 10.00                        | 9.00                        | 20.00                         | 598.65  |
|                 | <b>4</b>          | 1585.00                                   | 1273.96                                     | 14.00                        | 13.00                       | 28.00                         | 1300.95   |
|                 | <b>5</b>          | 1337.00                                   | 1167.94                                     | 13.00                        | 26.00                       | 35.00                         | 1112.95   |
|                 | <b>6</b>          | 1245.00                                   | 1087.66                                     | 13.00                        | 22.00                       | 34.00                         | 1150.07   |
| <b>Min</b>      | <b>1</b>          | 765.00                                    | 679.36                                      | 3.00                         | 8.00                        | 13.00                         | 475.60  |
|                 | <b>2</b>          | 1119.00                                   | 872.57                                      | 12.00                        | 2.00                        | 21.00                         | 792.76  |
|                 | <b>3</b>          | 624.00                                    | 518.46                                      | 5.00                         | 2.00                        | 10.00                         | 244.88  |
|                 | <b>4</b>          | 630.00                                    | 516.74                                      | 3.00                         | 5.00                        | 9.00                          | 193.73  |
|                 | <b>5</b>          | 530.00                                    | 449.85                                      | 3.00                         | 4.00                        | 8.00                          | 174.10  |
|                 | <b>6</b>          | 638.00                                    | 589.12                                      | 2.00                         | 9.00                        | 19.00                         | 306.06  |
| <b>St. dev.</b> | <b>1</b>          | 95.58                                     | 68.99                                       | 1.58                         | 4.51                        | 5.03                          | 141.31  |
|                 | <b>2</b>          | 89.08                                     | 161.59                                      | 3.40                         | 3.40                        | 1.29                          | 121.88  |
|                 | <b>3</b>          | 208.95                                    | 166.95                                      | 1.77                         | 2.20                        | 3.20                          | 118.87  |
|                 | <b>4</b>          | 325.18                                    | 299.00                                      | 4.02                         | 2.61                        | 6.13                          | 400.05  |
|                 | <b>5</b>          | 220.03                                    | 198.79                                      | 2.47                         | 6.10                        | 7.58                          | 281.70  |
|                 | <b>6</b>          | 216.24                                    | 175.88                                      | 4.14                         | 4.43                        | 4.61                          | 349.89  |

Tablica 14: Pregled oborina po klasterima za hidrograme na rijeci Kupi

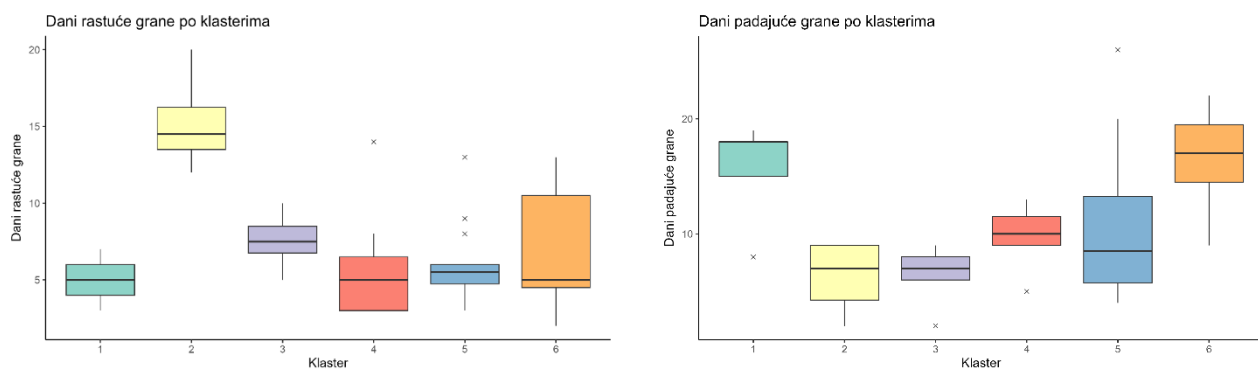
|                 | <b>Klaster</b> | <b>Oborine - postaja s najduljim nizom [mm]</b> | <b>Oborine - težinski prosjek svih postaja [mm]</b> |
|-----------------|----------------|---|---|
| <b>Prosjek</b>  | <b>1</b>       | 49.12   | 76.86   |
|                 | <b>2</b>       | 118.48  | 79.10   |
|                 | <b>3</b>       | 71.86   | 84.31   |
|                 | <b>4</b>       | 92.73   | 139.55  |
|                 | <b>5</b>       | 73.89   | 104.73  |
|                 | <b>6</b>       | 72.01   | 159.79  |
| <b>Max</b>      | <b>1</b>       | 91.20   | 94.57   |
|                 | <b>2</b>       | 149.90  | 79.10   |
|                 | <b>3</b>       | 103.80  | 88.51   |
|                 | <b>4</b>       | 164.60  | 139.55  |
|                 | <b>5</b>       | 170.20  | 181.05  |
|                 | <b>6</b>       | 121.00  | 159.79  |
| <b>Min</b>      | <b>1</b>       | 8.00  | 47.17   |
|                 | <b>2</b>       | 55.70   | 79.10   |
|                 | <b>3</b>       | 32.90   | 80.11   |
|                 | <b>4</b>       | 32.30   | 139.55  |
|                 | <b>5</b>       | 10.80   | 70.75   |
|                 | <b>6</b>       | 23.80   | 159.79  |
| <b>St. dev.</b> | <b>1</b>       | 33.04   | 25.87   |
|                 | <b>2</b>       | 42.90   | -   |
|                 | <b>3</b>       | 27.84   | 5.94  |
|                 | <b>4</b>       | 57.31   | -   |
|                 | <b>5</b>       | 33.69   | 39.71   |
|                 | <b>6</b>       | 35.38   | -   |

U nastavku su dani kutijasti dijagrami (Slika 29 do Slika 34) koji prikazuju raspone parametara po klasterima. Iz navedenih dijagrama vidljivo je veliko preklapanje vrijednosti parametara za protok, međutim za trajanje rasta, pada i ukupno trajanje, te volumen i količinu oborina vidljive su razlike među klasterima. Navedena vizualna procjena djelomično je potvrđena i analizom varijance, čiji su rezultati pokazali da je razlika trajanja (ukupnog, grane rasta i pada) među klasterima statistički vrlo značajna (na razini 0.001), no razlika volumena vodnih valova i količine oborina među klasterima nije statistički značajna. Analiza varijance nije pokazala statistički značajnu razliku protoka po klasterima. Za svaki klaster prikazan je i normalizirani hidrogram centroida svih vodnih valova koji pripadaju tom klasteru (Slika 35 do Slika 40), a centroidi hidrograma po klasterima s originalnim protokom dani su u prilogu (Slika P5 do P10).

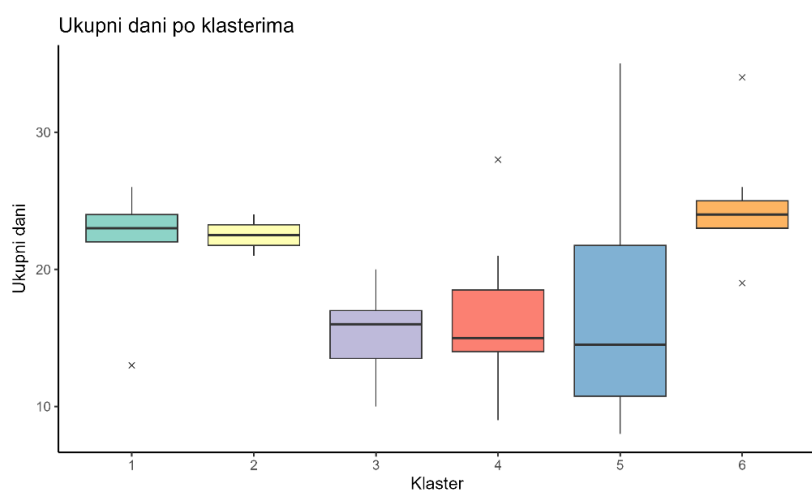




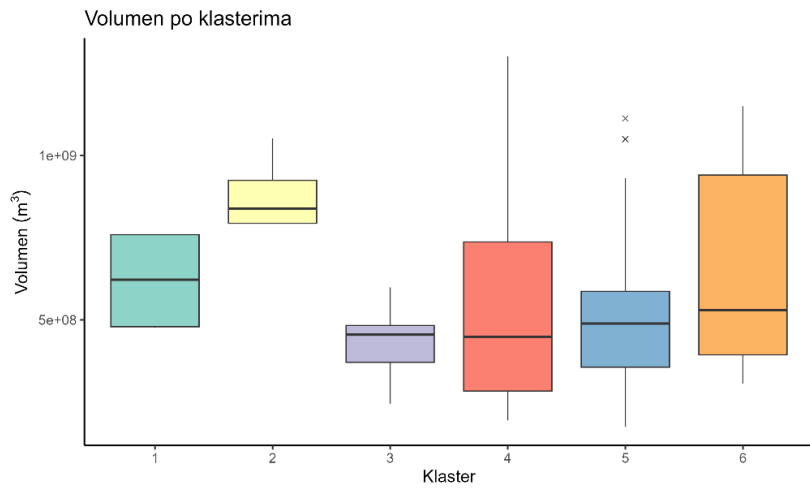
Slika 29: Vršni protok po klasterima za rijeku Kupu



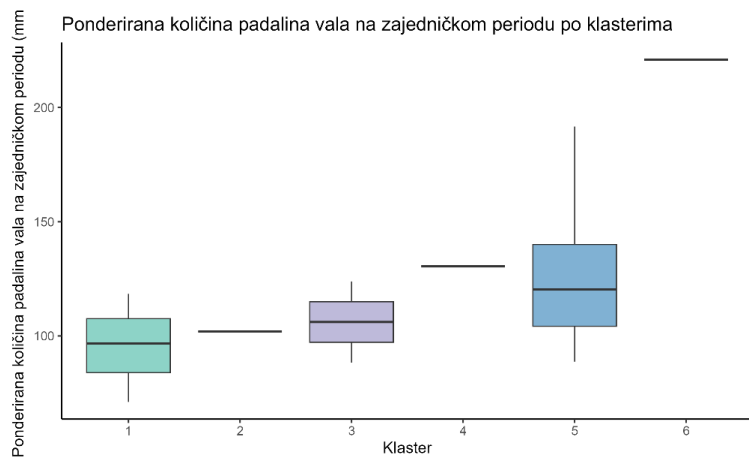
Slika 30: Trajanje grane rasta (lijevo) i pada (desno) vodnog vala po klasterima za rijeku Kupu



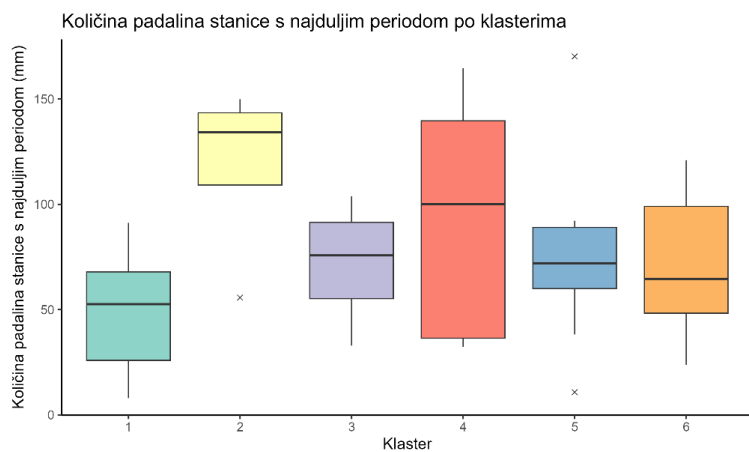
Slika 31: Ukupno trajanje vodnog vala po klasterima za rijeku Kupu



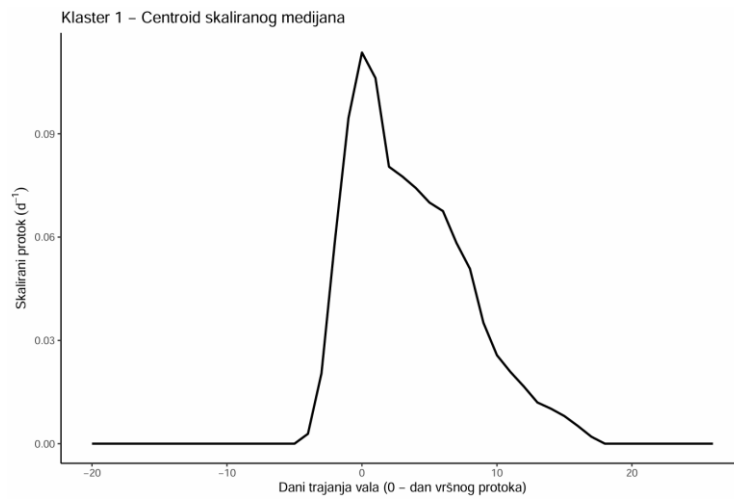
Slika 32: Volumen vodnih valova po klasterima za rijeku Kupu



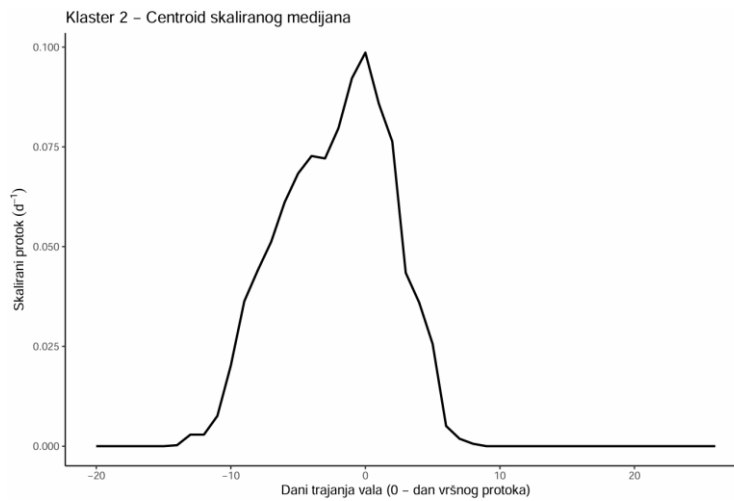
Slika 33: Oborine s kišomjerne stanice s najduljim periodom mjerenja po klasterima za rijeku Kupu



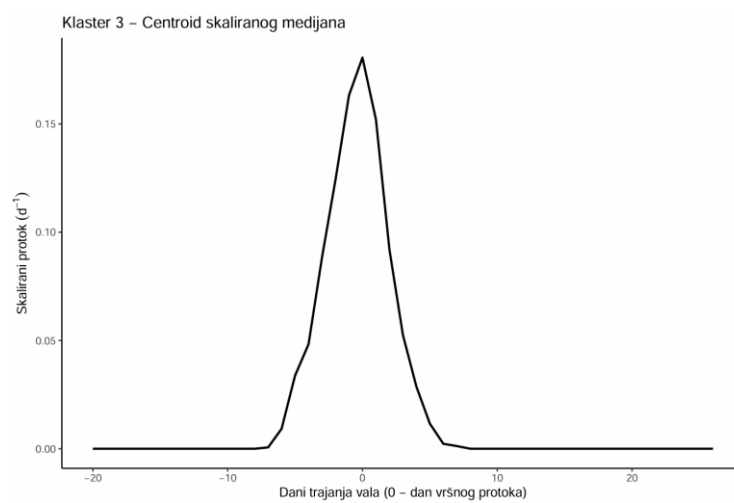
Slika 34: Težinski prosjek količine oborina svih kišomjernih stanica (metoda Thiessena) po klasterima za rijeku Kupu



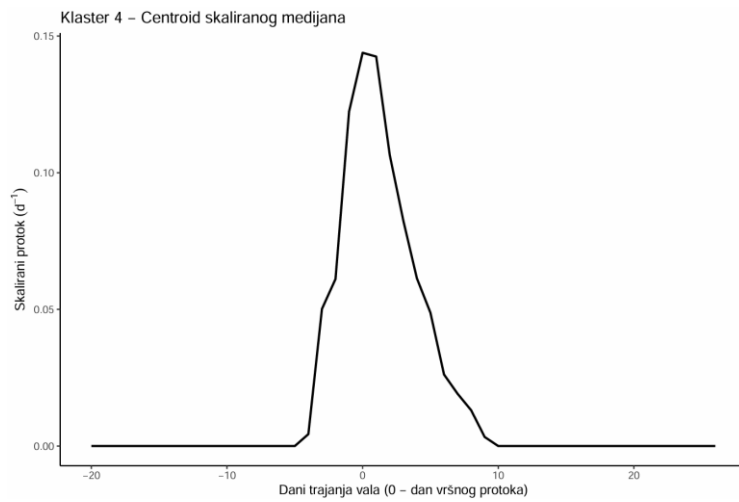
Slika 35: Hidrogram centroida vodnog vala za 1. klaster, rijeka Kupa



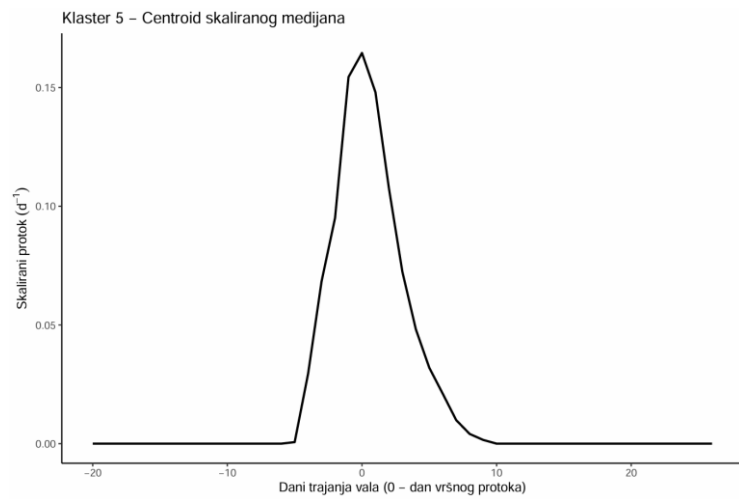
Slika 36: Hidrogram centroida vodnog vala za 2. klaster, rijeka Kupa



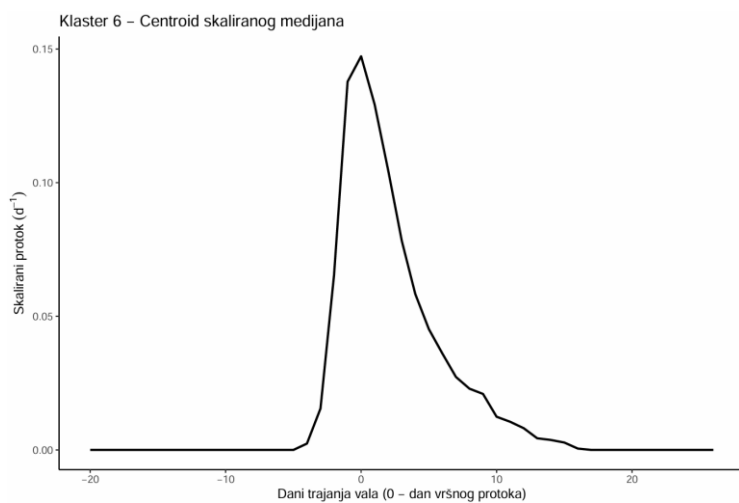
Slika 37: Hidrogram centroida vodnog vala za 3. klaster, rijeka Kupa



Slika 38: Hidrogram centroida vodnog vala za 4. klaster, rijeka Kupa

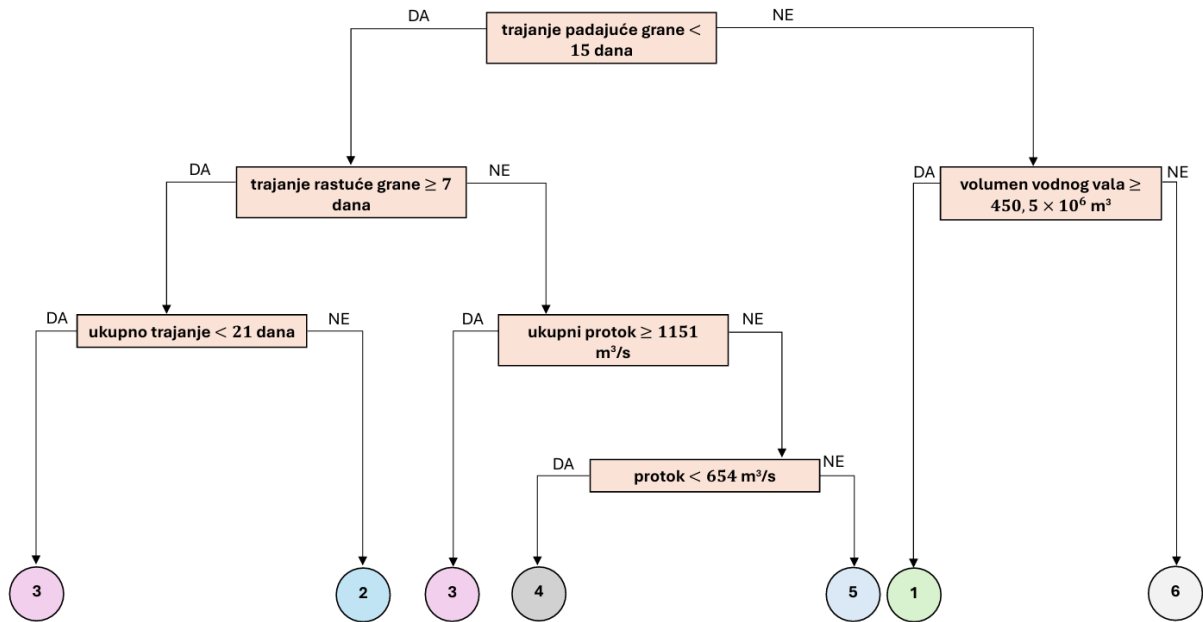


Slika 39: Hidrogram centroida vodnog vala za 5. klaster, rijeka Kupa



Slika 40: Hidrogram centroida vodnog vala za 6. klaster, rijeka Kupa

Za postaju Farkašić također je istrenirano i vizualizirano stablo odlučivanja (Slika 41). Uz značajke trajanja rastuće i padajuće grane te ukupnog trajanja uzima se u obzir i volumen te protok kao dodatne kriterije za kategorizaciju u klasterne. To ima smisla iz razloga što postoji i veći broj različitih labela na koje se podaci dijele, pa mora postojati i veća razgranatost samog stabla uz više različitih kriterija za grupaciju.



Slika 41: Prikaz stabla odlučivanja za Farkašić

## 5 RASPRAVA

Slivovi rijeka Krapine i Kupe razlikuju se prema svojim morfološkim karakteristikama kao i po hidrološkim procesima koji se na njima odvijaju, stoga je prije usporedbe i analize rezultata klasteriranja potrebno usporediti promatrane slivove i vodne valove zabilježene na njima. Sliv Kupe do postaje Farkašić je 7.82 puta veće površine od sliva rijeke Krapine do postaje Kupljenovo (8992 km<sup>2</sup> prema 1150 km<sup>2</sup>). U skladu s odnosom površina ponaša se i odnos prosječnog protoka definiranih vodnih valova - prosječni vršni protok na rijeci Kupi 7.86 puta je veći od prosječnog vršnog protoka na rijeci Krapini. Trajanje, kako ukupno tako i grane rasta i pada, nešto je dulje na rijeci Kupi nego na Krapini. Rast traje prosječno dvostruke dulje na Kupi, pad traje prosječno 1 dan duže, dok je ukupno trajanje vala na Kupi otprilike 4 dana duže nego na Krapini. Prosječni volumen vodnog vala na rijeci Kupi gotovo je 16 puta veći od volumena vodnih valova na Krapini. Navedene razlike, osim površine sliva, mogu proizlaziti i iz njihovog oblika, topografije i rasporeda riječne mreže. Sliv rijeke Kupe obilježava velika visinska razlika najviše i najniže točke - od iznad 1600 m n.m. u planinama Gorskog kotara do otprilike 90 m na izlazu iz sliva. Slive rijeke Krapine s druge strane ima manju razliku - najviši dijelovi iznad 1000 m n.m. nalaze se na Ivanščici i Medvednici, izlaz sa sliva je na oko 130 m n.m., a slivom prevladava brežuljkasti teren nadmorske visine 150 do 350 m. Nadalje, slive rijeke Krapine obilježavaju brojni kraći pritoci, rječice i potoci dok su u slivu rijeke Kupe prisutni i značajniji pritoci poput Mrežnice, Dobre i Korane. Uzimajući u obzir navedene razlike, realno je očekivati veću raznolikost oblika hidrograma na rijeci Kupi, a u skladu s tim i njihovo svrstavanje u veći broj klastera.

S obzirom da je klasteriranje provedeno na temelju oblika, na normaliziranim hidrogramima, logično da nije uočeno grupiranje vodnih valova po protocima u klastera ni za Krapinu ni za Kupu, već su prosječne vrijednosti protoka svih klastera za pojedini sliv slične. S druge strane, kako su glavne značajke koje opisuju hidrogram trajanje rasta i pada te površina ispod krivulje/volumen vodnog vala, u skladu s očekivanjem je da su navedene značajke ispale statistički značajno različite po klasterima.

Klasteri hidrograma na rijeci Krapini mogu se opisati na sljedeći način: 1. klaster - kratko trajanje grane rasta, duga i nepravilnija grana pada, najdulje ukupno trajanje, veliki raspon volumena, manja količina oborina na slivu koja prethodi vršnom protoku; 2. klaster - pravilne i kratkotrajne grane rasta i pada uz najkraće ukupno trajanje, relativno manji volumen, srednja količina oborina; 3. klaster - kratko trajanje grane rasta, srednje trajanje grane pada

(koja je blaža nego u 2. klasteru), relativno manji volumen, srednja količina oborina; 4. klaster - duga i nepravilna grana rasta, brzi i nagli pad, veći volumen vodnog vala, najveće oborine. Treba uzeti u obzir veliku razliku broja valova po klasterima, od tek 4 vala za 4. klaster do 35 valova za 2. klaster. Prema pretraživanju mreže (engl. *grid search*) provedenom prije samog klasteriranja optimalan broj klastera za vodne valove definirane za rijeku Krapinu bio bi 2 klastera, no tako dobiveni klasteri manje bi se međusobno razlikovali po parametrima trajanja i volumena te se ne bi dobili značajno različiti oblici hidrograma između kojih bi se moglo birati pri kasnijoj izradi projektnog hidrograma. S obzirom na manju površinu sliva rijeke Krapine te njegove relativno uniformne morfološke i klimatske karakteristike, postavlja se pitanje potrebe i mogućnosti definiranja različitih oblika hidrograma. Radi se o slivu koji „brzo reagira“ na oborinske događaje te bi se većina valova mogla aproksimirati jednim oblikom hidrograma, no klasteriranjem u 4 klastera ipak su uzete u obzir manje razlike među valovima koje se prema potrebi mogu uzeti u obzir pri definiranju projektnog hidrograma, odnosno projektiranju.

Za razliku od rijeke Krapine, razlike klastera za hidrograme na rijeci Kupi nisu statistički značajne za parametre volumena vodnog vala i količine oborina. Prema tome se klasteri na rijeci Kupi mogu opisati na sljedeći način promatrajući trajanje: 1. klaster - kratko trajanje grane rasta, dugo trajanje padajuće grane, dugo ukupno trajanje; 2. klaster - dugo trajanje rastuće grane, kratki pad, dugo ukupno trajanje; 3. klaster - srednje trajanje rasta, kratki pad, kratko ukupno trajanje; 4. klaster - kratki rast, srednje dugo trajanje padajuće grane, kratko ukupno trajanje; 5. klaster - kratki rast, srednje kratak pad, srednje ukupno trajanje; 6. klaster - kratki do srednji rast, najduže trajanje grane pada, najduže ukupno trajanje. I ovdje je, iako u manjoj mjeri, prisutna razlika u broju valova po klasterima, od 4 vala za 2. klaster do 16 valova za 5. klaster. Upravo je kod 5. klastera s najvećim brojem valova najveće rasipanje vrijednosti promatranih parametara. Podaci o oborinama ovdje su manje uporabivi jer za najduže razdoblje za koje su dostupni podaci svih promatranih kišomjernih postaja nema valova koji pripadaju 3 od 6 klastera. Podaci s meteorološke postaje s najdužim trajanjem mjerenja (Karlovac), ne mogu dovoljno dobro reprezentirati neujednačenost oborine pale na cijeli sliv s obzirom na već ranije opisane značajke sliva rijeke Kupe.

## 6 ZAKLJUČCI

Provedeno je klasteriranje vodnih valova na rijeci Krapini i Kupi po obliku hidrograma korištenjem metoda strojnog učenja. Funkcijsko klasteriranje hidroloških podataka, kao što je ovdje primijenjeno, predstavlja relativno efikasan alat za analizu složenih hidroloških procesa. Kombinacija Bspline krivulja za aproksimaciju podataka i K-means algoritma za klasteriranje omogućuje preciznu i fleksibilnu segmentaciju hidrograma prema njihovim oblikovnim karakteristikama. Međutim, postoji prostor za poboljšanje i daljnji razvoj ove metodologije, posebice primjenom tehnika dubokog učenja kao što su rekurentne neuronske mreže (RNN), koje su dizajnirane za rad s vremenskim nizovima i sekvencijskim podacima, ili razvojem hibridnih modela kombiniranjem metoda nadziranog i nenadziranog strojnog učenja kako bi se u potpunosti iskoristili dostupni podaci te povećala interpretabilnost rezultata. Također, poboljšanje predstavlja i detaljnije pretraživanje mreže uz veći broj kombinacija parametra te provjeru stabilnosti klastera pomoću nekoliko različitih mjera uz već korišten koeficijent siluete.

Za svaki sliv na temelju dnevnih podataka o protocima definirani su vodni valovi metodom godišnjih maksimuma. Za sliv rijeke Krapine dobivena su 4 klastera koja se međusobno statistički razlikuju po parametrima trajanja rastuće i padajuće grane, ukupnog trajanja, volumena vodnog vala te količine oborine koja prethodi danu vršnog protoka vodnog vala. Za sliv rijeke Kupe definirano je 6 klastera između kojih postoji statistički značajna razlika u trajanju rastuće i padajuće grane te ukupnog trajanja. Dobiveni set klastera za Krapinu i Kupu predstavljaju dobru polazišnu točku i dovoljno raznolik izbor za eventualno definiranje sintentičkog projektnog hidrograma za promatrane slivove. Takav pristup predstavlja iskorak u odnosu na još uvijek prevladavajuću praksu u hidrotehnici, gdje se u projektiranju najčešće koriste samo jednoznačno definirane vrijednosti maksimalnog protoka i volumena vodnog vala, čime se zanemaruje različitost velikovodnih događaja na slivu. Glavna prednost korištenja metodologije iz ovog rada kao koraka prema definiranju projektnog hidrograma je raznolikost oblika hidrograma koji predstavljaju različite uvjete na slivu i varijabilnost stvarnih događaja. Osim toga, postupak je lagano prilagoditi za druge slivove te se rezultati mogu dobiti relativno brzo. Međutim, kvaliteta ulaznih podataka i njihova dostupnost značajno utječe na pouzdanost rezultata klasteriranja. Radi se o metodi koja zahtjeva stručno znanje, kako pri izboru broja klastera tako i u potencijalnom naknadnom izboru odgovarajućeg oblika hidrograma. Izbor previše klastera može rezultirati oblicima koji su temeljeni na premalom broju vodnih valova, a premalo klastera može uzrokovati gubitak raznolikosti između oblika.



Daljnji koraci kojima bi se došlo do sintetičkih projektnih hidrograma iz ovdje predstavljenih oblika hidrograma po klasterima su određivanje maksimalnog protoka korištenjem određenih vjerojatnosnih raspodjela te skaliranje oblika hidrograma na tu vrijednost protoka. Pri definiranju vodnih valova umjesto metode godišnjih maksimuma vrijedilo bi isprobati metodu premašenja praga jer su za sušne godine godišnjim maksimumima dobiveni relativno mali vodni valovi, a zanemareni su neki veći vodni valovi u godinama s više velikovodnih događaja. Osim toga, metodologiju bi vrijedilo primijeniti na dužem nizu podataka ili na nizu s više definiranih valova kako bi se dobio veći broj podataka, odnosno vodnih valova po klasterima. Metodologija iz ovog rada mogla bi se primijeniti i na nizu drugih slivova na prostoru Republike Hrvatske, a u slučaju neizučenih slivova, odnosno rijeka na kojima nisu provedena mjerenja, za regionalnu analizu koriste se hidrogrami dobiveni za slivove s dostupnim mjerenjima. Proširenje ovog rada na ostale slivove u RH i definiranje više tipova sintetičkih projektnih hidrograma za svaki sliv stvorilo bi bazu oblika projektnih hidrograma koji bi mogli pomoći u projektiranju hidrotehničkih građevina različitih namjena, a dajući projektantu fleksibilnost izbora prema relevantnim parametrima. Moguća je i nadogradnja metodologije korištenjem podataka o oborinama dobivenih na temelju daljinskih mjerenja (radari, sateliti), povezivanjem oblika s podacima o štetama uzrokovanim pojedinim valovima te uzimanjem u obzir nesigurnosti podataka.

## 7 ZAHVALE

Zahvaljujemo kolegici Martini Lacko, mag. ing. aedif., na savjetima prilikom izrade rada te Državnom hidrometeorološkom zavodu na ustupljenim podacima u zatraženom obimu i formatu.

## 8 POPIS LITERATURE

- [1] Gądek W, Baziak B, Tokarczyk T, Szalińska W. A novel method of design flood hydrographs estimation for flood hazard mapping. *Water*. 2022;14:1856. Dostupno na: <https://doi.org/10.3390/w14121856>
- [2] Brunner M.I., Viviroli D., Furrer R., Seibert J., Favre A.-C. Identification of flood reactivity regions via the functional clustering of hydrographs. *Water Resources Research*. 2018;54:1852-1867. Dostupno na: <https://doi.org/10.1002/2017WR021650>
- [3] Brunner M.I., Viviroli D., Sikorska A.E., Vannier O., Favre A.C., Seibert J. Flood type specific construction of synthetic design hydrographs. *Water Resources Research*. 2017;53(2):1390-1406. doi:10.1002/2016WR019535
- [4] Žugaj R. *Hidrologija*. Zagreb: Rudarsko-geološko-naftni fakultet; 2000.
- [5] Bezak N., Lebar K., Mikoš M., Rusjan S., Šraj M. Razvoj metodologije za izračun visokovodnih valov na podlagi ekstremnih padavinskih događaka. *Končno poročilo*. Ljubljana: Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo; 2023.
- [6] Wilson D., Fleig A.K., Lawrence D., Hisdal H., Pettersson L.-E., Holmqvist E. A review of NVE's flood frequency estimation procedures. *Report no. 9 – 2011*. Oslo: Norwegian Water Resources and Energy Directorate; 2011.
- [7] Fischer S., Schumann A.H. Generation of type-specific synthetic design flood hydrographs. *Hydrological Sciences Journal*. 2023;68(7):982-997. doi:10.1080/02626667.2023.2195560
- [8] Whipple A.A., Viers J.H., Dahlke H.E. Flood regime typology for floodplain ecosystem management as applied to the unregulated Cosumnes River of California, United States. *Ecohydrology*. 2017;e1817. doi:10.1002/eco.1817
- [9] Lacko M., Potočki K., Pintar D., Humski L., Bojanjac D. The applicability of functional clustering in analyzing historical floods of the Sava River in Zagreb. U: Lončarić S.,

- Šmuc T., urednici. *Abstract Book, Sixth International Workshop on Data Science*. Zagreb: Centre of Research Excellence for Data Science and Cooperative Systems, Research Unit for Data Science; 2021. p. 67-69.
- [10] Vodoprivredno-projektni biro d.d. Sustav obrane od poplava Srednjeg Posavlja: Aktualizacija rješenja, SAŽETAK - verzija 1. Zagreb: Vodoprivredno-projektni biro d.d.; 2012.
- [11] Bekić D., Kadić V., Ivezić V., Kerin I. Flood hazard maps for the Krapina River Basin. U: Proceedings of the 6th Croatian Water Conference with International Participation; Svibanj 2015; Opatija; 2015.
- [12] Biondić B., Biondić R., Kapelj S. Karst groundwater protection of the Kupa River catchment area and sustainable development. *Environmental Geology*. 2006; doi:10.1007/s00254-006-0178-4
- [13] Bombač M., Duh L., Filipan S., Mlačnik J., Petan S., Polić S., Potočnik B., Prešeren T., Rački V., Šlehta T., Vošnjak S., Vučak Ž., Žagar Kopitar M. Projekt FRISCO1 prekogranično usklađeno slovensko-hrvatsko smanjenje rizika od poplava – negrađevinske mjere. Ljubljana: Ministarstvo okoliša i prostornog planiranja Republike Slovenije; 2019.
- [14] Wickham H. *Package 'tidyverse'*. Dostupno na: <https://tidyverse.tidyverse.org>, <https://github.com/tidyverse/tidyverse>. [Pristupljeno: 28. svibnja 2024.].
- [15] Spinu V., Grolemond G., Wickham H., Vaughan D., Lyttle I., Costigan I., Law J., Mitarotonda D., Larmarange J., Boiser J., Lee C.H. *Package 'lubridate'*. Dostupno na: <https://lubridate.tidyverse.org>, <https://github.com/tidyverse/lubridate>. [Pristupljeno: 28. svibnja 2024.].
- [16] Ramsay J., Hooker G., Graves S. *Package 'fda'*. Dostupno na: <http://www.functionaldata.org>. [Pristupljeno: 28. svibnja 2024.].
- [17] Ooms J. *Package 'writexl'*. Dostupno na: <https://docs.ropensci.org/writexl/>, <https://github.com/ropensci/writexl>, <https://libxlsxwriter.github.io>. [Pristupljeno: 28. svibnja 2024.].
- [18] Zeileis A., Grothendieck G., Ryan J.A., Ulrich J.M., Andrews F. *Package 'zoo'*. Dostupno na: <https://zoo.R-Forge.R-project.org/>. [Pristupljeno: 28. svibnja 2024.].

- [19] Happ-Kurz C. *Package 'funData'*. Dostupno na: <https://github.com/ClaraHapp/funData>. [Pristupljeno: 28. svibnja 2024.].
- [20] Maechler M., Rousseeuw P., Struyf A., Hubert M., Hornik K., Studer M., Roudier P., Gonzalez J., Kozłowski K., Schubert E., Murphy K. *Package 'cluster'*. Dostupno na: <https://svn.r-project.org/R-packages/trunk/cluster/>. [Pristupljeno: 28. svibnja 2024.].
- [21] Kassambara A., Mundt F. *Package 'factoextra'*. Dostupno na: <http://www.sthda.com/english/rpkgs/factoextra>. [Pristupljeno: 28. svibnja 2024.].
- [22] Therneau T., Atkinson B., Ripley B. *Package 'rpart'*. Dostupno na: <https://github.com/bethatkinson/rpart>; <https://cran.r-project.org/package=rpart>. [Pristupljeno: 28. svibnja 2024.].
- [23] Gauster T., Laaha G., Koffler D. *Package 'lfstat'*. Dostupno na: <https://cran.r-project.org/web/packages/lfstat/index.html>. [Pristupljeno: 28. svibnja 2024.].
- [24] Chow V.T. *Applied hydrology*. McGraw-Hill series in water resources and environmental engineering. New York: McGraw-Hill; 1988.
- [25] Yue S., Ouarda T.B.M.J., Bobée B., Legendre P., Bruneau P. Approach for describing statistical properties of flood hydrograph. *Journal of Hydrologic Engineering*. 2002;7(2):147-157. doi:10.1061/(ASCE)1084-0699(2002)7:2(147)
- [26] Robson A.J., Reed D.W. Statistical procedures for flood frequency estimation. In: *Flood Estimation Handbook*, vol. 3. Wallingford: Centre for Ecology & Hydrology; 1999.
- [27] Bezak N., Brilly M., Šraj M. Comparison between the peaks-over-threshold method and the annual maximum method for flood frequency analysis. *Hydrological Sciences Journal*. 2014;59(5):959-977. doi:10.1080/02626667.2013.831174
- [28] Sinaga K.P., Yang M.-S. Unsupervised K-Means clustering algorithm. *IEEE Access*. 2020;8:67655-67666. doi:10.1109/ACCESS.2020.2988796
- [29] Dehariya V.K., Shrivastava S.K., Jain R.C. Clustering of image data set using K-means and fuzzy K-means algorithms. U: *Proceedings of the 2010 International Conference on Computational Intelligence and Communication Networks*; Nov 26–28, 2010; Bhopal, Indija; 2010. p. 386-391. doi:10.1109/CICN.2010.80

- [30] Řezanková H. Different approaches to the silhouette coefficient calculation in cluster evaluation. U: Proceedings of the 21st International Scientific Conference AMSE Applications of Mathematics and Statistics in Economics; 29. kolovoza–2. rujna 2018; Kutná Hora, Češka; 2018.
- [31] Jain AK, Murty MN, Flynn PJ. Data Clustering: A Review. *ACM Computing Surveys*. 1999;31(3).

## 9 SAŽETAK

**Autori rada:** Lovro Štefan, Luka Đud

**Naslov rada:** Klasifikacija hidrograma prema obliku na slivu rijeke Kupe i Krapine pomoću algoritma strojnog učenja

**Sažetak:** Projektni hidrogram, koji objedinjuje podatke o vršnom protoku, trajanju i volumenu vodnog vala, ključan je ulazni podatak u projektiranju različitih hidrotehničkih objekata i sustava zaštite od poplava. U mnogim projektnim zahtjevima, osim vršne vrijednosti projektnog hidrograma, važan je i njegov oblik. Ovaj rad primjenjuje metodu klasifikacije hidrograma vodnih valova na temelju oblika za slivove rijeka Krapine i Kupe. Korištena je metoda strojnog učenja i funkcijske analize. K-means klasteriranjem valova reprezentiranih kontinuiranim B-spline funkcijama definirana su 4 klastera za rijeku Krapinu i 6 za rijeku Kupu. Uočene su i opisane razlike parametara vodnih valova, a u manjem opsegu ispitana je i povezanost oborina s dobivenim klasterima. Klasteri mogu poslužiti kao baza oblika za izbor pri kasnijem definiranju projektnog hidrograma. Provedena metodologija može se ponoviti za slivove sličnih karakteristika ili primijeniti prilagođene dobivene oblike na neizučeni slivovima. Metoda je osjetljiva na ulazne podatke i zavisi o subjektivnom odabiru broja klastera, no bolje predstavlja raznolikost poplavnih događaja na slivu od tradicionalnih metoda koje se koriste u praksi.

**Ključne riječi:** poplavni valovi, projektni hidrogram, klasteriranje, K-means, funkcijska analiza

## 10 SUMMARY

**Authors:** Lovro Štefan, Luka Đud

**Title:** Shape-Based Hydrograph Classification for the Kupa and Krapina Catchments Using a Machine Learning Algorithm

**Summary:** The design hydrograph, which integrates data on peak flow, duration, and volume of flood waves, is a crucial input for designing various hydraulic structures and flood protection systems. In many design requirements, the shape of the design hydrograph, in addition to its peak value, is also important. This paper employs a hydrograph classification method based on the shape of flood waves for the Krapina and Kupa river catchments. Machine learning methods and functional analysis were used. K-means clustering of waves, represented by continuous B-spline functions, identified 4 clusters for the Krapina River and 6 for the Kupa River. Differences in flood wave parameters were observed and described, and the relationship between precipitation and the identified clusters was also examined to a lesser extent. The clusters can serve as a basis for shape selection in the subsequent definition of the design hydrograph. The applied methodology can be replicated for catchments with similar characteristics or adapted for unstudied catchments using the derived shapes. While the method is sensitive to input data and depends on the subjective choice of the number of clusters, it provides a more nuanced representation of flood event diversity in the catchment compared to traditional methods used in practice.

**Key words:** flood waves, design hydrograph, clustering, K-means, functional analysis

**Lovro Štefan** rođen je 3. travnja 2001. godine u Varaždinu, gdje je završio prirodoslovno-matematički smjer Prve gimnazije Varaždin te srednje glazbeno obrazovanje na Glazbenoj školi u Varaždinu. Student je prve godine diplomskog studija Građevinarstvo, smjer Hidrotehnika na Građevinskom fakultetu Sveučilišta u Zagrebu na kojem je prijediplomski studij završio s najvećom pohvalom (*summa cum laude*). Plaketom je nagrađen za uspjeh na prvoj i drugoj godini studija.

**Luka Đud** rođen je 29. kolovoza 2001. godine u Varaždinu, gdje je i završio prirodoslovno-matematički smjer Prve gimnazije Varaždin. Student je prve godine diplomskog studija Fakulteta elektrotehnike i računarstva u Zagrebu, smjer Računarska znanost, uz završeni prijediplomski studij smjera Računarstvo.



## PRILOG

Tablica P1: Vodni valovi na postaji Kupljenovo, rijeka Krapina

| Redni broj | Hidrološka godina | Datum vršnog protoka | Izmjereni protok [m <sup>3</sup> /s] | Direktno otjecanje [m <sup>3</sup> /s] | Trajanje rasta [dani] | Trajanje pada [dani] | Ukupno trajanje [dani] | Volumen vodnog vala [10 <sup>6</sup> m <sup>3</sup> ] |
|------------|-------------------|----------------------|--------------------------------------|--|-----------------------|----------------------|------------------------|---|
| 1          | 1964              | 25.10.1964.          | 143                                  | 135.31                                 | 6                     | 14                   | 21                     | 48.40   |
| 2          | 1965              | 9.12.1965.           | 153                                  | 135.32                                 | 3                     | 1                    | 5                      | 31.88   |
| 3          | 1966              | 26.11.1966.          | 169                                  | 153.24                                 | 10                    | 5                    | 16                     | 76.07   |
| 4          | 1967              | 16.6.1968.           | 49.6                                 | 47.71                                  | 2                     | 10                   | 13                     | 9.87  |
| 5          | 1968              | 19.12.1968.          | 141                                  | 137.63                                 | 2                     | 15                   | 18                     | 27.63   |
| 6          | 1969              | 6.1.1970.            | 89.8                                 | 83.10                                  | 4                     | 4                    | 9                      | 19.67   |
| 7          | 1970              | 25.1.1971.           | 92.6                                 | 87.08                                  | 1                     | 15                   | 17                     | 31.01   |
| 8          | 1971              | 14.7.1972.           | 206                                  | 203.81                                 | 4                     | 4                    | 9                      | 60.94   |
| 9          | 1972              | 25.11.1972.          | 135                                  | 129.48                                 | 2                     | 12                   | 15                     | 33.04   |
| 10         | 1973              | 6.5.1974.            | 112                                  | 110.72                                 | 2                     | 25                   | 28                     | 41.29   |
| 11         | 1974              | 22.10.1974.          | 193                                  | 177.03                                 | 2                     | 6                    | 9                      | 36.38   |
| 12         | 1975              | 29.4.1976.           | 208                                  | 204.11                                 | 7                     | 14                   | 22                     | 59.89   |
| 13         | 1976              | 11.12.1976.          | 119                                  | 108.18                                 | 2                     | 6                    | 9                      | 25.83   |
| 14         | 1977              | 14.11.1977.          | 93.3                                 | 88.16                                  | 2                     | 7                    | 10                     | 28.48   |
| 15         | 1978              | 30.1.1979.           | 109                                  | 101.16                                 | 3                     | 10                   | 14                     | 44.62   |
| 16         | 1979              | 20.11.1979.          | 120                                  | 116.37                                 | 6                     | 15                   | 22                     | 49.55   |
| 17         | 1980              | 13.10.1980.          | 173                                  | 169.09                                 | 1                     | 19                   | 21                     | 57.12   |
| 18         | 1981              | 13.12.1981.          | 96.8                                 | 86.45                                  | 2                     | 5                    | 8                      | 18.04   |
| 19         | 1982              | 25.12.1982.          | 152                                  | 132.88                                 | 4                     | 8                    | 13                     | 52.33   |
| 20         | 1983              | 27.2.1984.           | 99.7                                 | 93.11                                  | 3                     | 3                    | 7                      | 29.64   |
| 21         | 1984              | 8.5.1985.            | 141                                  | 128.77                                 | 2                     | 11                   | 14                     | 29.58   |
| 22         | 1985              | 17.6.1986.           | 131                                  | 123.91                                 | 3                     | 6                    | 10                     | 43.69   |
| 23         | 1986              | 21.2.1987.           | 127                                  | 123.00                                 | 2                     | 21                   | 24                     | 44.45   |
| 24         | 1987              | 16.11.1987.          | 124                                  | 117.26                                 | 3                     | 8                    | 12                     | 36.66   |
| 25         | 1988              | 4.7.1989.            | 252                                  | 247.70                                 | 2                     | 7                    | 10                     | 56.51   |
| 26         | 1989              | 29.9.1989.           | 121                                  | 117.87                                 | 2                     | 7                    | 10                     | 24.76   |
| 27         | 1990              | 2.11.1990.           | 94.9                                 | 91.59                                  | 2                     | 16                   | 19                     | 31.33   |
| 28         | 1991              | 22.11.1991.          | 190                                  | 186.50                                 | 3                     | 22                   | 26                     | 85.87   |
| 29         | 1992              | 31.10.1992.          | 110                                  | 107.54                                 | 3                     | 3                    | 7                      | 27.90   |

Tablica P1 (nastavak): Vodni valovi na postaji Kupljenovo, rijeka Krapina

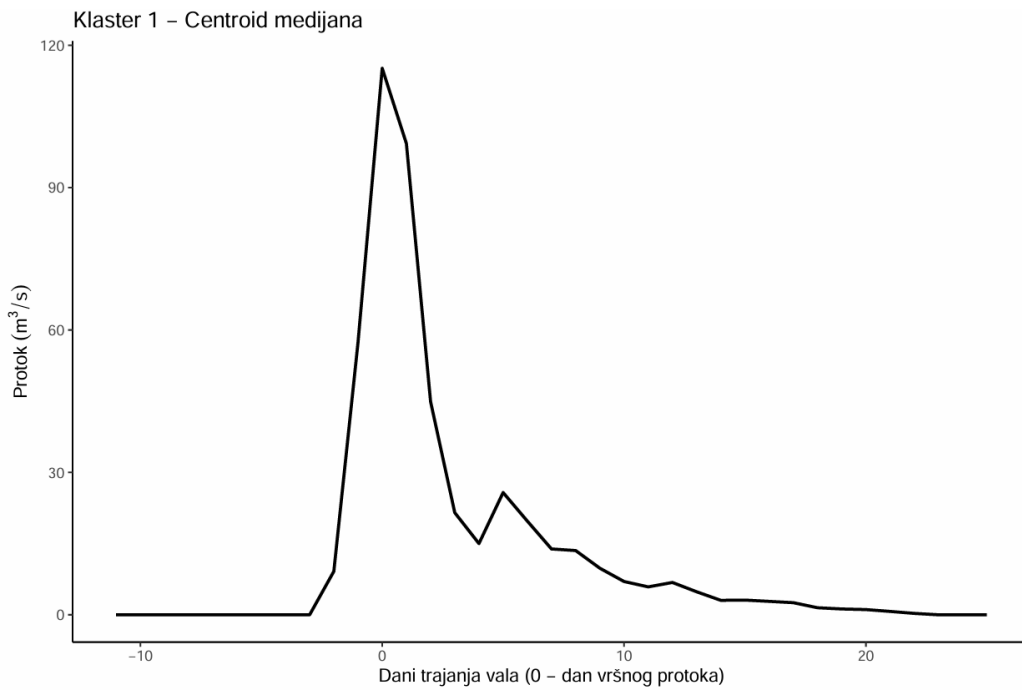
| Redni broj | Hidrološka godina | Datum vršnog protoka | Izmjereni protok [m <sup>3</sup> /s] | Direktno otjecanje [m <sup>3</sup> /s] | Trajanje rasta [dani] | Trajanje pada [dani] | Ukupno trajanje [dani] | Volumen vodnog vala [10 <sup>6</sup> m <sup>3</sup> ] |
|------------|-------------------|----------------------|--------------------------------------|--|-----------------------|----------------------|------------------------|---|
| 30         | 1993              | 12.12.1993.          | 126                                  | 108.11                                 | 4                     | 2                    | 7                      | 26.67   |
| 31         | 1994              | 1.1.1995.            | 127                                  | 124.49                                 | 11                    | 17                   | 29                     | 50.96   |
| 32         | 1995              | 16.9.1995.           | 146                                  | 142.43                                 | 3                     | 22                   | 26                     | 51.60   |
| 33         | 1996              | 23.11.1996.          | 74                                   | 70.31                                  | 7                     | 2                    | 10                     | 22.05   |
| 34         | 1997              | 4.12.1997.           | 148                                  | 141.26                                 | 5                     | 7                    | 13                     | 33.59   |
| 35         | 1998              | 15.9.1998.           | 197                                  | 192.99                                 | 4                     | 11                   | 16                     | 69.73   |
| 36         | 1999              | 5.10.1999.           | 113                                  | 110.15                                 | 3                     | 13                   | 17                     | 21.23   |
| 37         | 2000              | 12.4.2001.           | 105                                  | 97.36                                  | 1                     | 22                   | 24                     | 29.42   |
| 38         | 2001              | 28.4.2002.           | 97                                   | 93.76                                  | 2                     | 19                   | 22                     | 20.86   |
| 39         | 2002              | 6.12.2002.           | 81.4                                 | 75.64                                  | 5                     | 10                   | 16                     | 22.79   |
| 40         | 2003              | 24.3.2004.           | 124                                  | 117.44                                 | 3                     | 11                   | 15                     | 31.97   |
| 41         | 2004              | 18.10.2004.          | 105                                  | 100.59                                 | 9                     | 3                    | 13                     | 25.70   |
| 42         | 2005              | 31.5.2006.           | 163                                  | 159.85                                 | 8                     | 2                    | 11                     | 36.92   |
| 43         | 2006              | 21.3.2007.           | 65.7                                 | 59.70                                  | 3                     | 2                    | 6                      | 14.75   |
| 44         | 2007              | 25.3.2008.           | 106                                  | 102.24                                 | 4                     | 17                   | 22                     | 40.41   |
| 45         | 2008              | 22.1.2009.           | 107                                  | 96.86                                  | 2                     | 4                    | 7                      | 20.78   |
| 46         | 2009              | 21.2.2010.           | 107                                  | 100.70                                 | 4                     | 5                    | 10                     | 29.15   |
| 47         | 2010              | 19.9.2010.           | 175                                  | 172.90                                 | 3                     | 5                    | 9                      | 45.11   |
| 48         | 2011              | 17.12.2011.          | 33                                   | 31.51                                  | 5                     | 8                    | 14                     | 7.47  |
| 49         | 2012              | 31.3.2013.           | 133                                  | 111.96                                 | 4                     | 12                   | 17                     | 55.01   |
| 50         | 2013              | 12.11.2013.          | 168                                  | 160.68                                 | 4                     | 7                    | 12                     | 50.16   |
| 51         | 2014              | 23.5.2015.           | 161                                  | 159.15                                 | 3                     | 16                   | 20                     | 30.04   |
| 52         | 2015              | 16.10.2015.          | 185                                  | 182.48                                 | 10                    | 2                    | 13                     | 56.70   |
| 53         | 2016              | 12.11.2016.          | 122                                  | 118.35                                 | 2                     | 25                   | 28                     | 30.75   |
| 54         | 2017              | 20.9.2017.           | 142                                  | 138.90                                 | 2                     | 10                   | 13                     | 30.27   |
| 55         | 2018              | 30.5.2019.           | 88.9                                 | 80.51                                  | 3                     | 6                    | 10                     | 12.51   |
| 56         | 2019              | 23.12.2019.          | 159                                  | 149.62                                 | 3                     | 10                   | 14                     | 29.28   |
| 57         | 2020              | 20.5.2021.           | 127                                  | 115.97                                 | 4                     | 5                    | 10                     | 29.63   |
| 58         | 2021              | 3.12.2021.           | 67.3                                 | 63.28                                  | 2                     | 17                   | 20                     | 16.57   |

Tablica P2: Vodni valovi na postaji Farkašić, rijeka Kupa

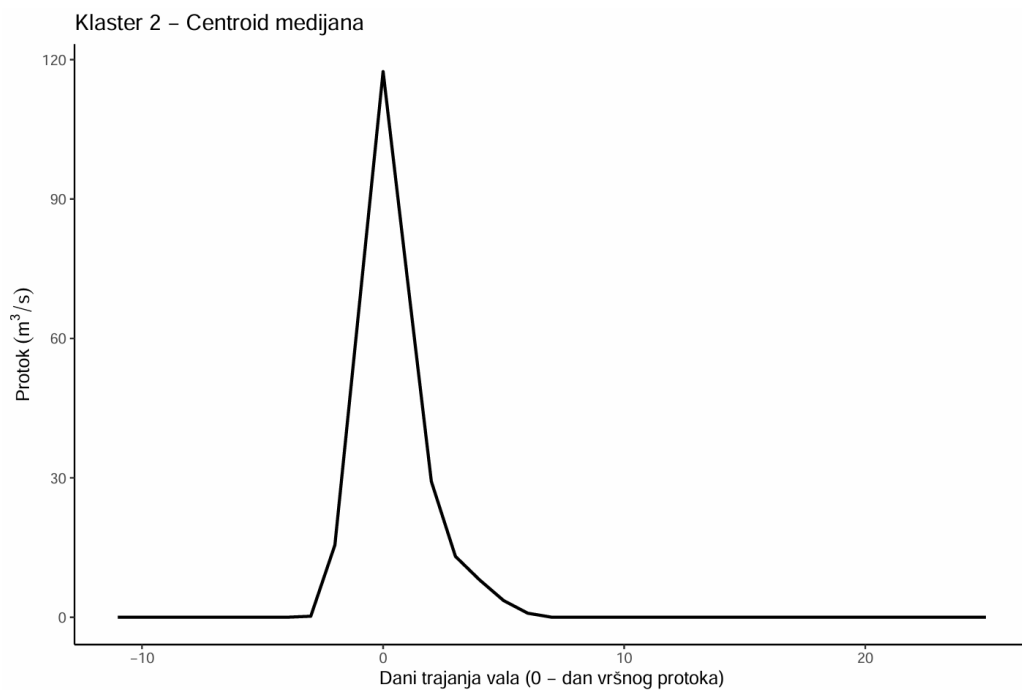
| Redni broj | Hidrološka godina | Datum vršnog protoka | Izmjereni protok [m <sup>3</sup> /s] | Direktno otjecanje [m <sup>3</sup> /s] | Trajanje rasta [dani] | Trajanje pada [dani] | Ukupno trajanje [dani] | Volumen vodnog vala [10 <sup>6</sup> m <sup>3</sup> ] |
|------------|-------------------|----------------------|--------------------------------------|--|-----------------------|----------------------|------------------------|---|
| 1          | 1965              | 13.12.1965.          | 1166                                 | 835.14                                 | 6                     | 8                    | 15                     | 403.36  |
| 2          | 1966              | 6.12.1966.           | 1337                                 | 998.83                                 | 4                     | 5                    | 10                     | 484.59  |
| 3          | 1967              | 28.12.1967.          | 1054                                 | 922.37                                 | 5                     | 8                    | 14                     | 493.12  |
| 4          | 1968              | 21.12.1968.          | 975                                  | 909.85                                 | 5                     | 18                   | 24                     | 425.42  |
| 5          | 1969              | 8.1.1970.            | 1220                                 | 1071.91                                | 3                     | 5                    | 9                      | 448.75  |
| 6          | 1970              | 24.1.1971.           | 918                                  | 818.08                                 | 4                     | 8                    | 13                     | 622.12  |
| 7          | 1971              | 20.4.1972.           | 1245                                 | 1087.66                                | 10                    | 15                   | 26                     | 1099.50   |
| 8          | 1972              | 26.11.1972.          | 1119                                 | 1044.64                                | 15                    | 5                    | 21                     | 882.11  |
| 9          | 1973              | 3.5.1974.            | 765                                  | 688.97                                 | 3                     | 19                   | 23                     | 479.30  |
| 10         | 1974              | 8.10.1974.           | 1585                                 | 1273.96                                | 8                     | 12                   | 21                     | 1300.95   |
| 11         | 1975              | 19.10.1975.          | 819                                  | 770.57                                 | 2                     | 21                   | 24                     | 361.30  |
| 12         | 1976              | 12.4.1977.           | 986                                  | 897.02                                 | 14                    | 13                   | 28                     | 876.22  |
| 13         | 1977              | 18.11.1977.          | 982                                  | 882.76                                 | 5                     | 4                    | 10                     | 380.92  |
| 14         | 1978              | 1.2.1979.            | 993                                  | 790.75                                 | 10                    | 9                    | 20                     | 514.87  |
| 15         | 1979              | 21.11.1979.          | 1272                                 | 1167.94                                | 6                     | 20                   | 27                     | 931.48  |
| 16         | 1980              | 15.3.1981.           | 1174                                 | 1052.15                                | 13                    | 11                   | 25                     | 1049.92   |
| 17         | 1981              | 3.1.1982.            | 1119                                 | 867.24                                 | 5                     | 9                    | 15                     | 564.72  |
| 18         | 1982              | 31.3.1983.           | 1001                                 | 830.05                                 | 11                    | 22                   | 34                     | 781.62  |
| 19         | 1983              | 15.4.1984.           | 888                                  | 521.10                                 | 3                     | 9                    | 13                     | 193.73  |
| 20         | 1984              | 26.1.1985.           | 999                                  | 902.51                                 | 4                     | 14                   | 19                     | 529.44  |
| 21         | 1985              | 8.6.1986.            | 624                                  | 518.46                                 | 10                    | 6                    | 17                     | 244.88  |
| 22         | 1986              | 9.5.1987.            | 978                                  | 872.42                                 | 5                     | 5                    | 11                     | 308.93  |
| 23         | 1987              | 16.11.1987.          | 753                                  | 592.46                                 | 5                     | 9                    | 15                     | 355.76  |
| 24         | 1988              | 20.5.1989.           | 1136                                 | 1040.75                                | 6                     | 14                   | 21                     | 604.23  |
| 25         | 1989              | 1.10.1989.           | 584                                  | 511.68                                 | 3                     | 6                    | 10                     | 174.10  |

Tablica P2 (nastavak): Vodni valovi na postaji Farkašić, rijeka Kupa

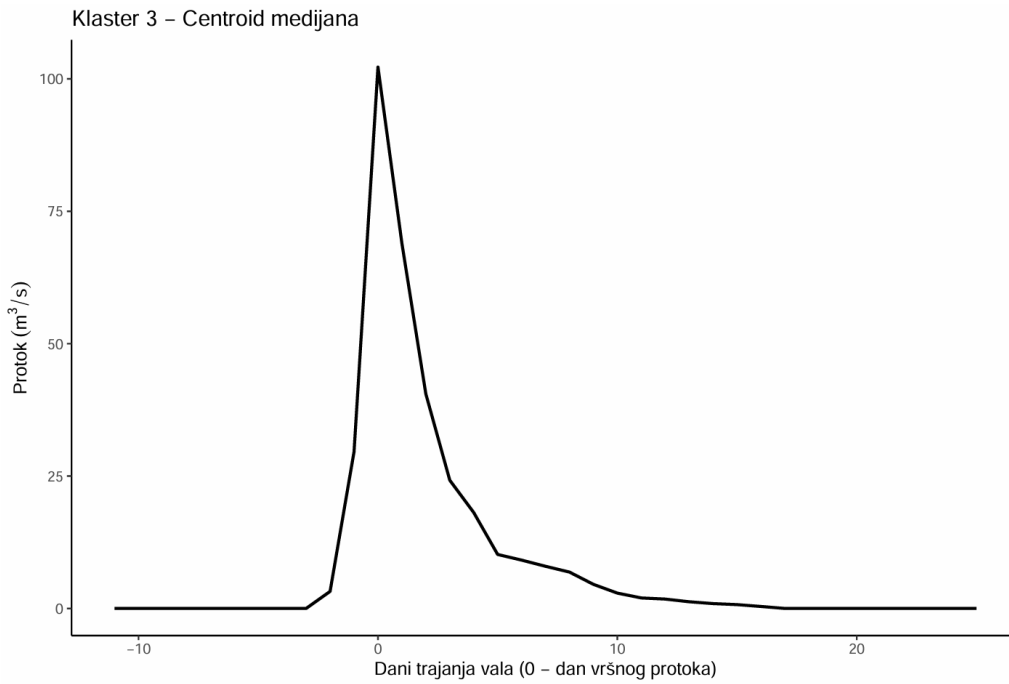
| Redni broj | Hidrološka godina | Datum vršnog protoka | Izmjereni protok [m <sup>3</sup> /s] | Direktno otjecanje [m <sup>3</sup> /s] | Trajanje rasta [dani] | Trajanje pada [dani] | Ukupno trajanje [dani] | Volumen vodnog vala [10 <sup>6</sup> m <sup>3</sup> ] |
|------------|-------------------|----------------------|--------------------------------------|--|-----------------------|----------------------|------------------------|---|
| 26         | 2000              | 8.3.2001.            | 1224                                 | 995.29                                 | 7                     | 6                    | 14                     | 471.55  |
| 27         | 2001              | 16.4.2002.           | 1031                                 | 796.24                                 | 7                     | 2                    | 10                     | 272.66  |
| 28         | 2002              | 9.12.2002.           | 1096                                 | 897.11                                 | 6                     | 7                    | 14                     | 381.13  |
| 29         | 2003              | 16.4.2004.           | 1144                                 | 872.57                                 | 12                    | 9                    | 22                     | 794.36  |
| 30         | 2004              | 15.4.2005.           | 1234                                 | 1054.52                                | 8                     | 8                    | 17                     | 598.65  |
| 31         | 2005              | 4.12.2005.           | 1315                                 | 1250.53                                | 20                    | 2                    | 23                     | 792.76  |
| 32         | 2006              | 15.2.2007.           | 630                                  | 516.74                                 | 3                     | 11                   | 15                     | 210.52  |
| 33         | 2007              | 25.10.2007.          | 766                                  | 679.36                                 | 6                     | 15                   | 22                     | 475.60  |
| 34         | 2008              | 5.4.2009.            | 932                                  | 846.24                                 | 9                     | 14                   | 24                     | 556.13  |
| 35         | 2009              | 23.2.2010.           | 982                                  | 821.00                                 | 5                     | 18                   | 24                     | 760.87  |
| 36         | 2010              | 21.9.2010.           | 889                                  | 813.17                                 | 3                     | 4                    | 8                      | 315.63  |
| 37         | 2011              | 19.12.2011.          | 530                                  | 449.85                                 | 6                     | 7                    | 14                     | 192.55  |
| 38         | 2012              | 25.1.2013.           | 1174                                 | 951.31                                 | 5                     | 6                    | 12                     | 438.26  |
| 39         | 2013              | 14.2.2014.           | 1239                                 | 1085.00                                | 13                    | 9                    | 23                     | 1150.07   |
| 40         | 2014              | 26.10.2014.          | 1209                                 | 993.67                                 | 5                     | 10                   | 16                     | 597.72  |
| 41         | 2015              | 19.10.2015.          | 1192                                 | 1142.55                                | 8                     | 26                   | 35                     | 1112.95   |
| 42         | 2016              | 8.2.2017.            | 882                                  | 770.45                                 | 8                     | 8                    | 17                     | 472.45  |
| 43         | 2017              | 19.3.2018.           | 1230                                 | 961.26                                 | 14                    | 9                    | 24                     | 1052.09   |
| 44         | 2018              | 17.5.2019.           | 1002                                 | 716.00                                 | 4                     | 10                   | 15                     | 369.23  |
| 45         | 2019              | 19.11.2019.          | 872                                  | 748.78                                 | 6                     | 13                   | 20                     | 580.64  |
| 46         | 2020              | 1.1.2021.            | 834                                  | 723.15                                 | 7                     | 18                   | 26                     | 759.22  |
| 47         | 2021              | 3.4.2022.            | 638                                  | 589.12                                 | 5                     | 17                   | 23                     | 306.06  |



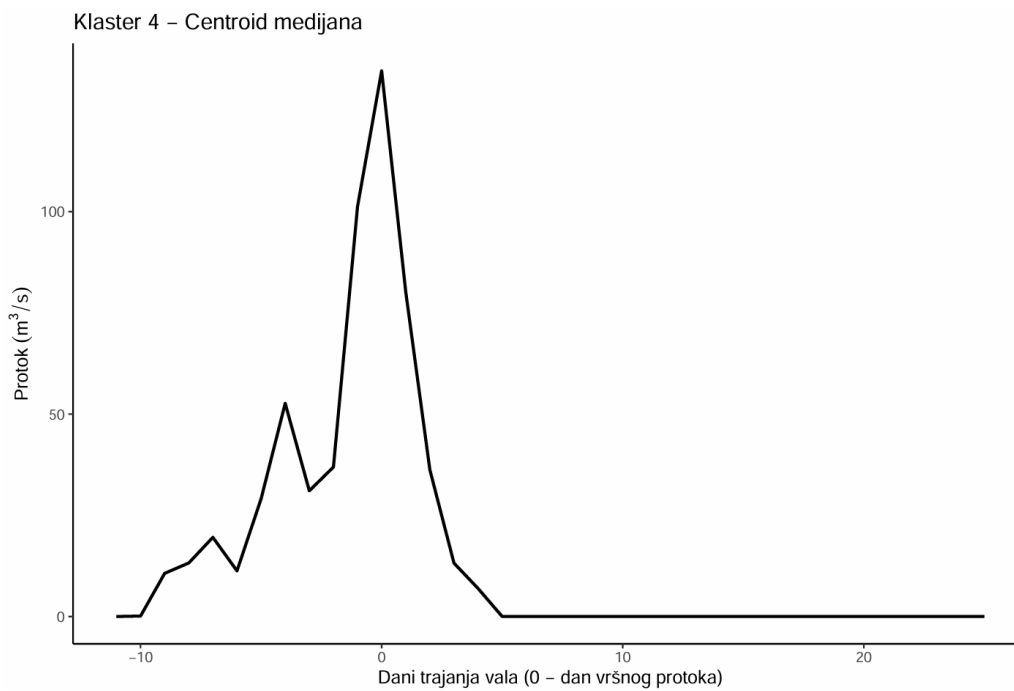
Slika P1: Hidrogram centroida vodnog vala za 1. klaster, rijeka Krapina



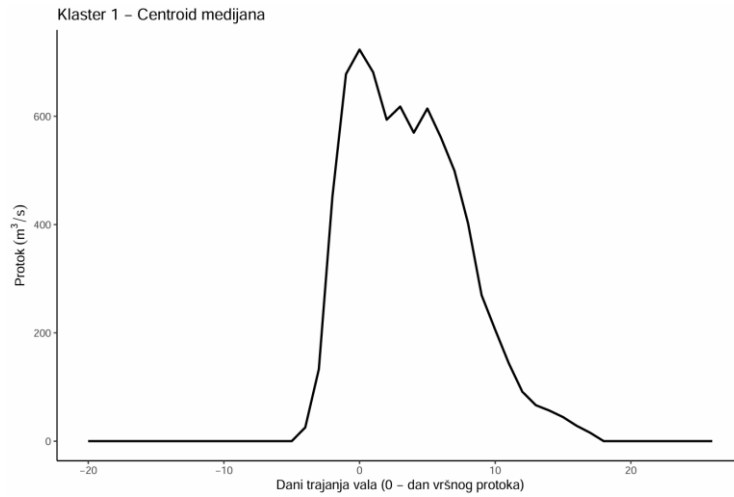
Slika P2: Hidrogram centroida vodnog vala za 2. klaster, rijeka Krapina



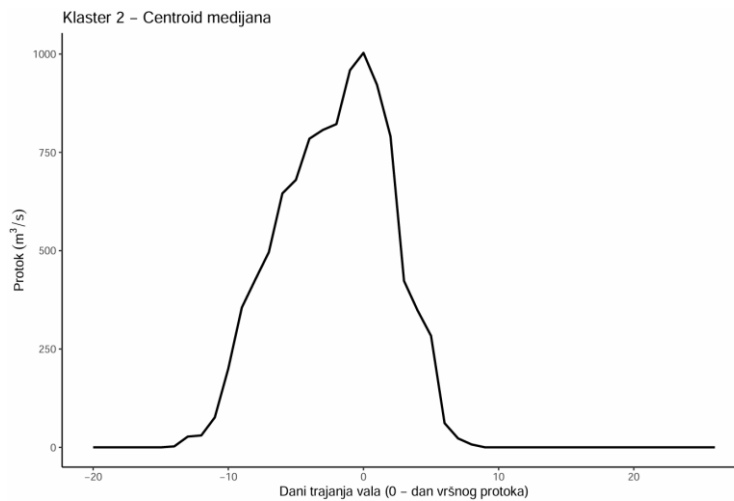
Slika P3: Hidrogram centroida vodnog vala za 3. klaster, rijeka Krapina



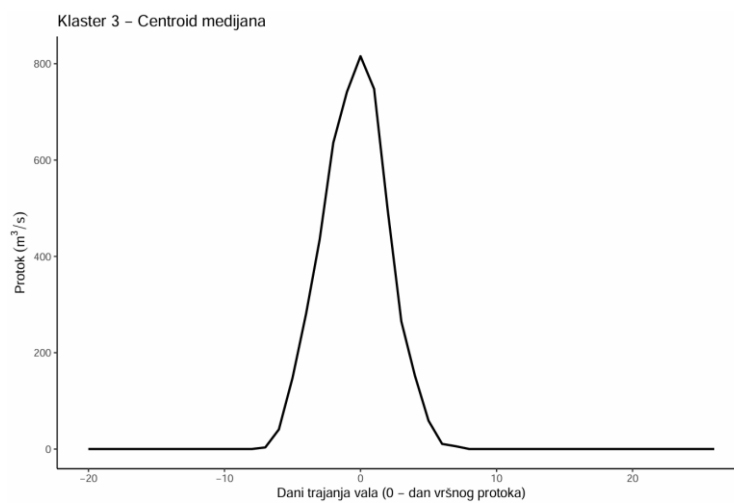
Slika P4: Hidrogram centroida vodnog vala za 4. klaster, rijeka Krapina



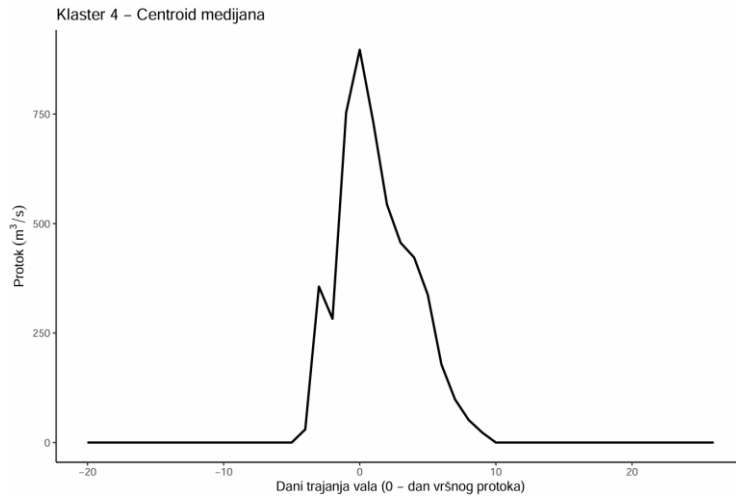
Slika P5: Hidrogram centroida vodnog vala za 1. klaster, rijeka Kupa



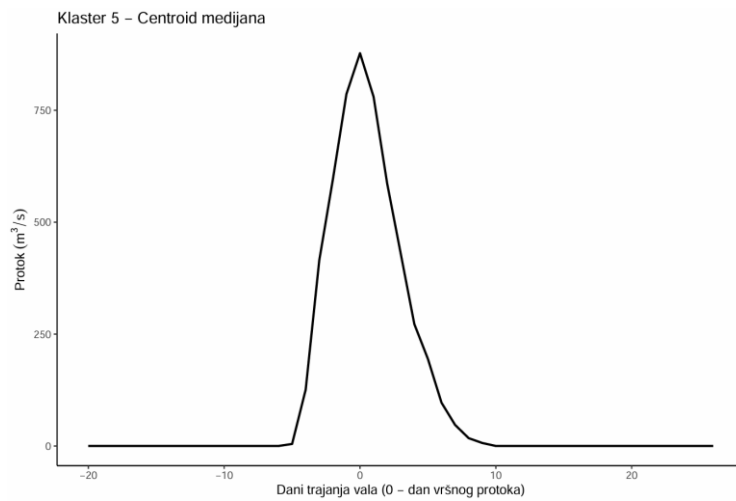
Slika P6: Hidrogram centroida vodnog vala za 2. klaster, rijeka Kupa



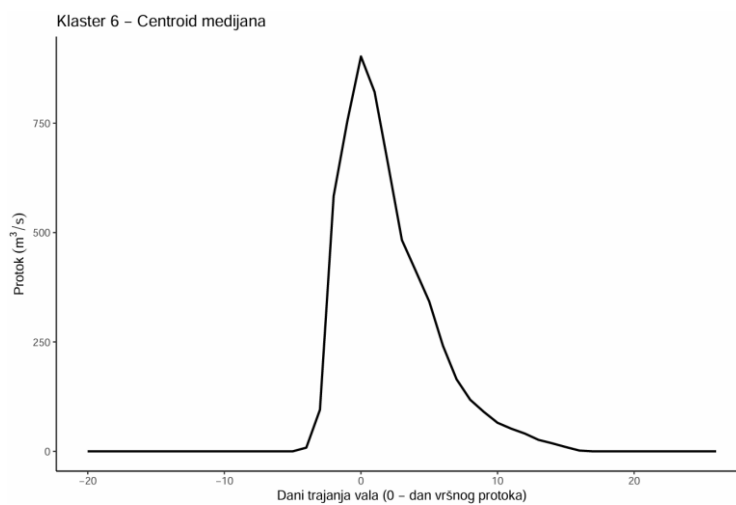
Slika P7: Hidrogram centroida vodnog vala za 3. klaster, rijeka Kupa



Slika P8: Hidrogram centroida vodnog vala za 4. klaster, rijeka Kupa



Slika P9: Hidrogram centroida vodnog vala za 5. klaster, rijeka Kupa



Slika P10: Hidrogram centroida vodnog vala za 6. klaster, rijeka Kupa