

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

Kornelija Borčić
**Numeričko istraživanje utjecaja plitke vode na ukupni otpor solarnog
katamarana**

Zagreb, 2023.

Ovaj rad izrađen je na Katedri za hidromehaniku plovnih objekata pri Zavodu za brodogradnju i pomorsku tehniku Fakulteta strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu, pod vodstvom mentorica prof. dr. sc. Nastie Degiuli i dr. sc. Ivane Martić te je predan na natječaj za dodjelu Rektorove nagrade u akademskoj godini 2022./2023. Rad je izrađen u sklopu projekta IP-2020-02-8568 Hrvatske zaklade za znanost.

Kornelija Borčić

SADRŽAJ

SADRŽAJ	1
POPIS SLIKA	3
POPIS TABLICA.....	5
POPIS OZNAKA	6
1. UVOD.....	8
2. PREGLED LITERATURE.....	10
3. UTJECAJ PLITKE VODE NA OTPOR BRODA	12
4. MATEMATIČKI MODEL.....	19
4.1. Reynoldsove osrednjene Navier – Stokesove jednadžbe	19
4.2. Model turbulencije	21
4.3. Metoda konačnih volumena	22
4.4. Metoda udjela fluida u volumenu	23
4.5. Zidne funkcije	23
4.6. Bezdimenzijske značajke	25
4.7. Verifikacija rezultata.....	26
5. PRIPREMA NUMERIČKIH SIMULACIJA	28
5.1. Pregled osnovnih geometrijskih značajki katamarana	28
5.2. Proračunska domena	29
5.3. Rubni uvjeti.....	30
5.4. Diskretizacija proračunske domene	31
5.4.1. Granični sloj.....	31
5.4.2. Slobodna površina.....	34
5.4.3. Kelvinov kut.....	35
5.5. Usporedba broja ćelija proračunske domene neograničene i ograničene dubine pri operativnoj brzini	35
5.6. Fizikalni model numeričke simulacije	36
5.7. Parametar rješavača.....	37
6. ANALIZA REZULTATA	39
6.1. Verifikacija rezultata.....	39
6.2. Usporedba rezultata ukupnog otpora, urona i trima.....	42
6.3. Položaj slobodne površine duž trupa katamarana	45
6.4. Slika valova.....	46
6.5. Hidrodinamički tlak i tlak na dnu proračunske domene ograničene dubine.....	50
6.6. Tangencijalna naprezanja.....	54
6.7. Polje brzine	55
7. ZAKLJUČAK.....	59
ZAHVALE	61
LITERATURA.....	62
SAŽETAK.....	64

SUMMARY 65

POPIS SLIKA

Slika 1. SolarCat katamaran [1]	9
Slika 2. Rubni uvjeti gibanja valova [21].....	13
Slika 3. Promjena slike valova u ovisnosti o Fr_h [22]	16
Slika 4. Schlichtingov dijagram za proračun smanjenja brzine broda u plitkoj vodi.....	17
Slika 5. Dio diskretiziranog područja proračunske domene [23].....	22
Slika 6. Granični sloj pri strujanju fluida uz krutu stijenu [28].....	24
Slika 7. 3D model katamarana	28
Slika 8. Dimenzije proračunske domene neograničene dubine.....	29
Slika 9. Rubni uvjeti u proračunskoj domeni neograničene dubine.....	30
Slika 10. Rubni uvjeti u proračunskoj domeni ograničene dubine	31
Slika 11. Diskretizacija graničnog sloja uz trup katamarana pri operativnoj brzini od 5,5 čvorova	33
Slika 12. Diskretizacija graničnog sloja na dnu proračunske domene granične dubine pri operativnoj brzini od 5,5 čvorova.....	33
Slika 13. Parametar y^+ po trupu katamarana u neograničenoj dubini pri operativnoj brzini od 5,5 čvorova	34
Slika 14. Diskretizacija slobodne površine	34
Slika 15. Diskretizacija područja Kelvinovog kuta.....	35
Slika 16. Odabrani fizikalni model numeričke simulacije	37
Slika 17. Slobodna površina duž trupa katamarana za $h/T=2$ pri brzini od 5,5 čvorova	45
Slika 18. Slobodna površina duž trupa katamarana za $h/T=2$ pri brzini od 4 čvora	46
Slika 19. Slika valova u neograničenoj dubini pri brzini od 5,5 čvorova	46
Slika 20. Slika valova za $h/T=7,6$ pri brzini od 5,5 čvorova.....	47
Slika 21. Slika valova za $h/T=4$ pri brzini od 5,5 čvorova.....	48
Slika 22. Slika valova za $h/T=2$ pri brzini od 5,5 čvorova.....	49
Slika 23. Slika valova za $h/T=2$ pri brzini od 4 čvora.....	49
Slika 24. Raspodjela hidrodinamičkog tlaka po trupu katamarana u neograničenoj dubini pri brzini od 5,5 čvorova.....	50
Slika 25. Raspodjela hidrodinamičkog tlaka po trupu katamarana u graničnoj dubini pri brzini od 5,5 čvorova	50
Slika 26. Raspodjela hidrodinamičkog tlaka po trupu katamarana za $h/T=4$ pri brzini od 5,5 čvorova	51
Slika 27. Raspodjela hidrodinamičkog tlaka po trupu katamarana za $h/T=2$ pri brzini od 5,5 čvorova	51
Slika 28. Raspodjela hidrodinamičkog tlaka po trupu katamarana za graničnu dubinu pri brzini od 4 čvora.....	51
Slika 29. Raspodjela hidrodinamičkog tlaka po trupu katamarana za $h/T=4$ pri brzini od 4 čvora	52
Slika 30. Raspodjela hidrodinamičkog tlaka po trupu katamarana za $h/T=2$ pri brzini od 4 čvora	52
Slika 31. Raspodjela tlaka na dnu proračunske domene za $h/T=4$ pri brzini od 5,5 čvorova	52
Slika 32. Raspodjela tlaka na dnu proračunske domene za $h/T=2$ pri brzini od 5,5 čvorova	53
Slika 33. Raspodjela tlaka na dnu proračunske domene za $h/T=4$ pri brzini od 4 čvora	53
Slika 34. Raspodjela tlaka na dnu proračunske domene za $h/T=2$ pri brzini od 4 čvora	54
Slika 35. Raspodjela tangencijalnih naprezanja po trupu katamarana u graničnoj dubini pri brzini od 5,5 čvorova.....	54

Slika 36. Raspodjela tangencijalnih naprežanja po trupu katamarana za $h/T=2$ pri brzini od 5,5 čvorova	55
Slika 37. Raspodjela tangencijalnih naprežanja po trupu katamarana za $h/T=2$ pri brzini od 4 čvora	55
Slika 38. Polje brzine u graničnoj dubini pri brzini od 5,5 čvorova	56
Slika 39. Polje brzine za $h/T=4$ pri brzini od 5,5 čvorova	56
Slika 40. Polje brzine za $h/T=2$ pri brzini od 5,5 čvorova	56
Slika 41. Polje brzine u graničnoj dubini pri brzini od 4 čvora	57
Slika 42. Polje brzine za $h/T=4$ pri brzini od 4 čvora	57
Slika 43. Polje brzine za $h/T=2$ pri brzini od 4 čvora	58

POPIS TABLICA

Tablica 1. Očitavanja iz Schlichtingovog dijagrama	18
Tablica 2. Tipovi konvergencije.....	27
Tablica 3. Osnovne geometrijske značajke katamarana.....	28
Tablica 4. Diskretizacija graničnog sloja na trupu katamarana i dnu pri operativnoj brzini od 5,5 čvorova	32
Tablica 5. Diskretizacija graničnog sloja na trupu katamarana i dnu pri brzini od 4 čvora.....	32
Tablica 6. Broj ćelija proračunskih domena pri operativnoj brzini.....	35
Tablica 7. Veličina osnovne ćelije	36
Tablica 8. Numerička nesigurnost gustoće mreže proračunske domene neograničene dubine za ukupni otpor	39
Tablica 9. Numerička nesigurnost vremenskog koraka proračunske domene neograničene dubine za ukupni otpor	39
Tablica 10. Numerička nesigurnost gustoće mreže proračunske domene najmanje dubine za ukupni otpor	40
Tablica 11. Numerička nesigurnost vremenskog koraka proračunske domene najmanje dubine za ukupni otpor	40
Tablica 12. Ukupna numerička nesigurnost ukupnog otpora za proračunske domene neograničene i najmanje dubine	40
Tablica 13. Numerička nesigurnost gustoće mreže proračunske domene neograničene dubine za uron	41
Tablica 14. Numerička nesigurnost vremenskog koraka proračunske domene neograničene dubine za uron	41
Tablica 15. Numerička nesigurnost gustoće mreže proračunske domene najmanje dubine za uron.....	41
Tablica 16. Numerička nesigurnost vremenskog koraka proračunske domene najmanje dubine za uron	41
Tablica 17. Ukupna numerička nesigurnost urona za proračunske domene neograničene i najmanje dubine	42
Tablica 18. Usporedba ukupnog otpora za ograničenu i neograničenu dubinu	43
Tablica 19. Usporedba otpora trenja i otpora tlaka katamarana za ograničenu i neograničenu dubinu.....	44
Tablica 20. Usporedba urona za ograničenu i neograničenu dubinu	44
Tablica 21. Usporedba kuta trima za ograničenu i neograničenu dubinu	45

POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
A_M	m^2	Najveća površina poprečnog presjeka
b	m	Širina jednog trupa katamarana
B	m	Širina katamarana
c	m/s	Brzina vala
C_f	/	Koeficijent otpora trenja
D_{ij}	s^{-1}	Tenzor brzine deformacije
Fr	/	Froudeov broj
Fr_h	/	Froudeov broj na temelju dubine
$F(z)$	m^2/s	Funkcija koja opisuje vertikalnu raspodjelu potencijala
g	m/s^2	Gravitacijska konstanta
h	m	Dubina vode
k	rad/m	Valni broj
KG	m	Vertikalni položaj težišta mase
LCG	m	Uzdužni položaj težišta mase
L_{pp}	m	Duljina između okomica
p	N/m^2	Tlak
\bar{p}	N/m^2	Vremenski osrednjena komponenta polja tlaka
p'	N/m^2	Pulsirajuća komponenta polja tlaka
p_i	/	Red točnosti
R_F	N	Otpor trenja
Rn	/	Reynoldsov broj
R_i	/	Omjer konvergencije
R_p	N	Otpor tlaka
R_T	N	Ukupan otpor
S_L	/	Najmanja vrijednost numeričkog rješenja
S_U	/	Najveća vrijednost numeričkog rješenja
t	°	Kut trima
t	s	Vrijeme
T	m	Gaz
T	s	Period definiran kao omjer duljine i brzine broda
\bar{u}	m/s	Komponenta brzine strujanja paralelno sa stijenkom
u_t	m/s	Brzina trenja
U_{SN}	/	Ukupna numerička nesigurnost
U_i	/	Numerička nesigurnost
U_I		Numerička nesigurnost broja iteracija
U_G	/	Numerička nesigurnost mreže

U_p		Numerička nesigurnost ostalih parametara
U_T	/	Numerička nesigurnost vremenskog koraka
v	m/s	Brzina broda
\bar{v}_i	m/s	Vremenski osrednjena komponenta polja brzine
\dot{v}_i	m/s	Pulsirajuća komponenta polja brzine
v_j	m/s	Vektor brzine
V_∞	m/s	Brzina broda u neograničenoj dubini
V_1	m/s	Brzina broda u ograničenoj dubini
V	m ³	Volumen
z	m	Geodetska visina
z	m	Uron
y	m	Udaljenost od stijenke
y^+		Bezdimenzijska udaljenost od stijenke
ρ	kg/m ³	Gustoća fluida
Δ	kg	Masa istisnine
Δ_t	s	Vremenski korak
ε_i	/	Razlika rezultata
δ_{RE}^*	/	Numerička pogreška
τ	N/m ²	Tangencijalno naprezanje
τ_w	N/m ²	Tangencijalno naprezanje na stijenci
ν	m ² /s	Kinematički koeficijent viskoznosti
μ	Pas	Dinamički koeficijent viskoznosti
μ_t	Pas	Dinamički koeficijent turbulentne viskoznosti
ε_i	/	Razlika rezultata
ϕ	m ² /s	Potencijal brzine strujanja
ω	rad/s	Kružna frekvencija
ζ_a	m	Valna elevacija
ΔV	%	Pad brzine broda
σ_{ji}	N/m ²	Tenzor naprezanja
δ_{ij}	/	Kroneckerov simbol
Σ_{ij}	N/m ²	Devijatorski dio tenzora naprezanja
α_i	/	Volumni udio pojedinog fluida u kontrolnom volumenu
λ	m	Valna duljina
λ_0	m	Valna duljina u dubokoj vodi

1. UVOD

U posljednjih nekoliko godina razvoj i podizanje ekološke svijesti doveli su do ekspanzije zelenih tehnologija s ciljem očuvanja i zaštite okoliša. Ideja o ekološki prihvatljivom i energetski učinkovitom samoodrživom plovilu rezultirala je prvim solarno – električnim katamaranom za prijevoz putnika u Nacionalnom parku Mljet pod nazivom SolarCat [1]. SolarCat je električni putnički katamaran s integriranom solarnom elektranom koji svu potrebnu energiju dobiva iz vlastitih izvora i samim time predstavlja značajan tehnološki iskorak.

Katamarani koji plove pri srednjim brzinama ispunjavaju zahtjeve visoko učinkovitog transporta s malim utjecajem na okoliš [2]. Povećanje cijena goriva te promicanje ekološke osviještenosti rezultirali su razvojem energetski učinkovitijih katamarana koji imaju veću nosivost, ali plove manjim brzinama. Drugim riječima, katamarani većih duljina koji plove srednjim brzinama nalaze se u prijelaznom režimu plovidbe što rezultira manjim tangencijalnim i normalnim naprezanjima u odnosu na glisirajući režim plovidbe s dominantnim normalnim naprezanjima.

Poboljšane značajke poprečnog stabiliteta koje ovise o razmaku trupova katamarana, manji kut ljuljanja na valovima u odnosu na jednotrupne brodove, poboljšane značajke pomorstvenosti na valovima koso u pramac i krmu te veća površina namijenjena za korisnu nosivost samo su neke od prednosti katamarana u odnosu na jednotrupne brodove [3]. Kao i kod jednotrupnih brodova, kod katamarana u uvjetima ograničene i plitke vode, primjerice pri plovidbi u kanalima, lukama i pristaništima, dolazi do promjene strujanja oko trupa što rezultira pojavom trima, urona i potencijalnim udaranjem o dno. U plitkoj i ograničenoj vodi ubrzava se strujanje vode oko trupa broda i stijenki kanala te između trupa i dna plovnog puta što posljedično utječe na viskozni otpor broda. Osim viskoznog otpora, plitka voda utječe i na otpor valova kroz promjenu slike valova te valnih amplituda. Izrazite promjene u gazu i trimu broda do kojih može doći pri plovidbi u plitkoj vodi mogu dovesti do privremenog privlačenja trupa prema dnu što u konačnici može rezultirati udaranjem dna broda o dno plovnog puta.

U okviru ovog rada provedena je analiza hidrodinamičkih značajki katamarana pri plovidbi u plitkoj vodi provođenjem numeričkih simulacija temeljenih na računalnoj dinamici fluida (eng. *Computational Fluid Dynamics*, CFD) u programskom paketu STAR–CCM+. Ispitan je utjecaj granične dubine te plitke vode za tri različite dubine. Istraživanje je provedeno za katamaran SolarCat projektiran od strane tvrtke iCat d.o.o. [1] pri operativnoj brzini od 5,5 čvorova te pri brzini od 4 čvora koju je moguće postići u plitkoj vodi, slika 1. Nestacionarno strujanje

viskoznog fluida modelirano je Reynoldsovim osrednjenim Navier – Stokesovim (eng. *Reynolds Averaged Navier – Stokes*, RANS) jednadžbama, koje su diskretizirane metodom konačnih volumena, uz $k-\omega$ SST (eng. *k-\omega Shear Stress Transport*) model turbulencije. Navedeni model turbulencije nastao je kombinacijom $k-\varepsilon$ modela turbulencije u slobodnoj struji fluida i standardnog $k-\omega$ modela turbulencije za opis strujanja uz krutu stijenku. Slobodna površina opisana je primjenom metode udjela fluida u volumenu (eng. *Volume of Fluid*, VOF), a njezin početni položaj definiran je pomoću VOF valova (eng. *Flat VOF Waves*). S ciljem određivanja numeričke nesigurnosti gustoće mreže i vremenskog koraka proveden je postupak verifikacije numeričkih rezultata za slučaj neograničene dubine te najmanjeg omjera dubine i gaza katamarana. Postupak verifikacije proveden je prema preporukama međunarodnog udruženja bazena za modelska ispitivanja ITTC (*International Towing Tank Conference*) te je određena numerička nesigurnost ukupnog otpora i urona katamarana. U konačnici je provedena detaljna analiza strujanja oko katamarana te je opisan utjecaj ograničene dubine na ukupni otpor katamarana.



Slika 1. SolarCat katamaran [1]

2. PREGLED LITERATURE

Istraživanja pokazuju da je upotreba solarnog energetskog sustava na brodovima jedan od najboljih načina korištenja zelene energije kao alternative fosilnim gorivima [4]. S obzirom na sporiju pretvorbu energije putem solarnih panela, solarna energija kao glavni izvor energije uglavnom se primjenjuje na manjim brodovima dok na većim brodovima služi kao pomoćni izvor energije [5]. Nadalje, potvrđeno je da solarno potpomognuta proizvodnja energije na većim brodovima smanjuje potrošnju goriva i do 8 tona/dan te da potencijalno smanjuje emisiju ugljikovog dioksida i do 12% [6]. Također, dokazano je da upotreba solarne energije ispunjava zahtjeve za emisije stakleničkih plinova brodova prema preporukama Međunarodne pomorske organizacije, IMO (*International Maritime Organization*) [7].

Znanstveni interes prema pojavama u plitkoj ili ograničenoj vodi koje utječu na otpor broda postojao je oduvijek, ali su istraživanja utjecaja plitke i ograničene vode na otpor broda dobila dodatno na važnosti s povećanjem veličine brodova i povećanim prometom plovidbenim putovima [8]. Pri gibanju broda u plitkoj i ograničenoj vodi dolazi do promjene strujanja vode oko trupa broda uzrokovane interakcijom trupa i dna ili stijenki plovnog puta [9]. Povećanje brzine strujanja vode oko trupa broda rezultira smanjenjem tlaka te može rezultirati pomorskim nesrećama kao što su udaranje broda o dno ili nasukavanje. Stoga, kako bi se omogućila sigurna plovidba od velike je važnosti što točnije predvidjeti djelovanje hidrodinamičkih sila na brod uzimajući u obzir utjecaj plitke vode [10]. Povećanje brzine strujanja oko trupa broda primarno je uzrokovano gradijentom tlaka nastalim uslijed ograničenja plovnog puta što dovodi do povećanja otpora, urona te trima broda [11]. U plitkoj vodi tlak na središnjem dijelu trupa broda poprima manje vrijednosti dok su u području pramca i krme vrijednosti tlaka veće. Sukladno takvoj raspodjeli tlaka razina vode se povećava na pramčanom i krmenom dijelu broda, a smanjuje na središnjem dijelu broda. Pojava dodatnog zagažaja ili urona broda u vodi ograničene dubine pri velikim brzinama može uzrokovati nasukavanje ukoliko dubina vode ispod kobilice (eng. *Under Keel Clearance*) nije dovoljna [12]. Plitka voda utječe i na otpor valova zbog promjene slike valova u ovisnosti o Froudeovom broju na temelju dubine, koji predstavlja omjer brzine broda i kritične brzine napredovanja vala u plitkoj vodi. Izjednačavanjem navedenih brzina, odnosno za vrijednost $Fr_h = 1$, moguće je odrediti kritičnu brzinu plovidbe broda. Sve brzine manje od kritične brzine za koje vrijedi $Fr_h < 1$ nazivaju se podkritičnim brzinama, dok se brzine za koje vrijedi $Fr_h > 1$ nazivaju nadkritičnim brzinama. U slučaju podkritične brzine, istovremeno povećanje gaza na pramcu i na krmi broda veće je u

uspoređi s njihovom međusobnom razlikom [13]. Parametri koji najviše utječu na povećanje urona broda su koeficijent punoće brodske forme, brzina broda te omjer površine poprečnog presjeka uronjenog dijela trupa broda na glavnom rebru i površine poprečnog presjeka podvodnog dijela kanala ili plovnog puta [14]. Prema Schlichtingovom istraživanju o utjecaju plitke vode proizlazi da je za istu vrijednost otpora valova brzina u plitkoj vodi manja u odnosu na brzinu u dubokoj vodi [8]. Održavanje jednake brzine u plitkoj vodi kao i u dubokoj dovodi do povećanja otpora, urona te trima broda i samim time mogućeg nasukavanja [15].

Obzirom na važnost utjecaja dubine vode i brzine napredovanja broda definiran je Fr_h [16]. Plitka voda utječe na otpor valova kroz promjenu slike valova u ovisnosti o Fr_h . Općenito, vrijednost koeficijenta otpora valova značajno raste kada Fr_h dosegne kritičnu vrijednost ($Fr_h=1$), ali brzo opada daljnjim povećanjem Fr_h [17].

Postoje razni pristupi predviđanju otpora broda u plitkoj vodi temeljeni na empirijskim ili analitičkim izrazima, numeričkim te eksperimentalnim istraživanjima. Analitičke se metode većinom temelje na pretpostavkama potencijalnog strujanja fluida, a brod se razmatra kao vitko tijelo. Empirijske formule također imaju određena ograničenja i uvjete koje je potrebno zadovoljiti prilikom primjene [18]. Nadalje, učinci koji se zanemaruju u potencijalnoj teoriji, kao što su lomljenje valova, turbulencija i viskoznost, izraženi su u plitkoj vodi te ih treba uključiti u razmatranje. RANS jednadžbe dobra su alternativa potencijalnoj teoriji strujanja fluida jer uzimaju u obzir viskozne učinke strujanja fluida [19]. Također, numerički alati temeljeni na RANS jednadžbama pokazali su se vrlo učinkovitima prilikom određivanja ukupnog otpora te komponenata otpora katamarana koji plove pri srednjim brzinama [2]. Računalna dinamika fluida omogućuje točno predviđanje urona, trima i otpora broda u plitkoj vodi [14] te kao takva može biti alternativa skupim i dugotrajnim eksperimentalnim ispitivanjima u bazenima za provođenje pokusa u plitkoj i ograničenoj vodi. Prilikom primjene alata temeljenih na računalnoj dinamici fluida dokazano je kako broj ćelija generirane mreže ima značajan utjecaj na dobivene numeričke rezultate te je potrebno osigurati kompromis između zahtijevanog vremena provođenja numeričke simulacije te točnosti rezultata [20].

3. UTJECAJ PLITKE VODE NA OTPOR BRODA

Voda se smatra plitkom ako je dubina h manja od $1/20$ duljine vala λ , odnosno ukoliko je $\frac{h}{\lambda} < 0,05$. Izraz za potencijal brzine strujanja u valu harmonijska je funkcija koja se može

prikazati u sljedećem obliku:

$$\phi(x, z, t) = F(z) \sin(kx - \omega t) \quad (1)$$

gdje je:

$F(z)$ – funkcija koja opisuje vertikalnu raspodjelu potencijala,

k – valni broj,

ω – kružna frekvencija,

t – vrijeme.

Potencijal brzine strujanja harmonijskog vala mora zadovoljiti četiri uvjeta [21]:

1. Uvjet kontinuiteta ili Laplaceovu jednadžbu u području fluida iz koje proizlazi sljedeći oblik potencijala strujanja:

$$\frac{\partial^2 F(z)}{\partial z^2} - k^2 F(z) = 0 \quad (2)$$

2. Rubni uvjet nepromočivosti na dnu, koji određuje da je vertikalna komponenta brzine strujanja čestice fluida na dnu jednaka nuli, iz kojeg slijedi izraz za potencijal brzine strujanja u obliku:

$$\phi(x, z, t) = C \cosh k(h + z) \sin(kx - \omega t) \quad (3)$$

gdje je:

C – konstanta,

z – geodetska visina.

3. Dinamički rubni uvjet na slobodnoj površini koji određuje da je tlak na slobodnoj površini jednak atmosferskom tlaku iz čega slijedi konačan izraz potencijala brzine strujanja:

$$\phi(x, z, t) = \frac{\zeta_a g}{\omega} \frac{\cosh[k(h + z)]}{\cosh(kh)} \sin(kx - \omega t) \quad (4)$$

gdje je:

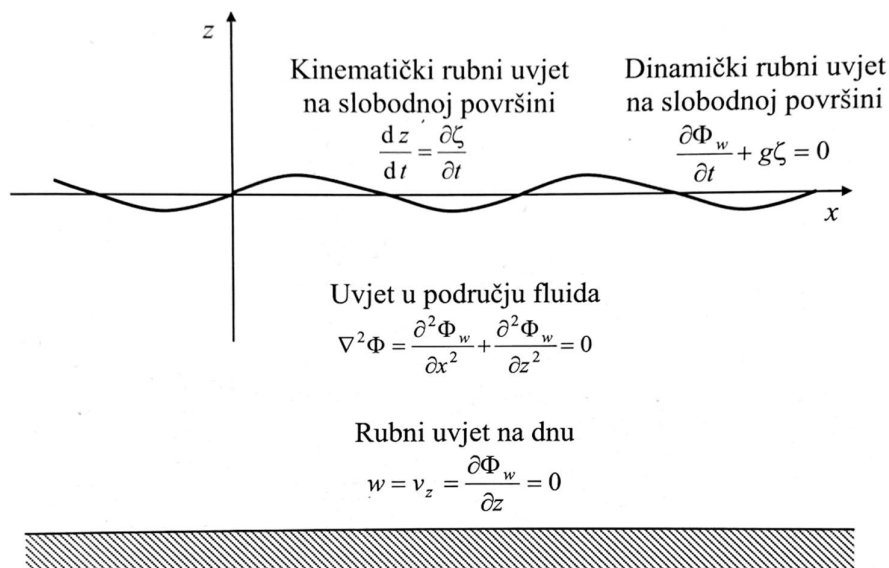
ζ_a – valna elevacija,

g – gravitacijska konstanta.

4. Kinematički rubni uvjet koji određuje da je vertikalna komponenta brzine čestice fluida na slobodnoj površini jednaka vertikalnoj brzini slobodne površine u kombinaciji s dinamičkim rubnim uvjetom definira Cauchy-Poissonov uvjet iz kojeg slijedi disperzivna jednadžba:

$$\omega^2 = kg \tanh(kh) \quad (5)$$

Na slici 2. dan je prikaz navedenih rubnih uvjeta.



Slika 2. Rubni uvjeti gibanja valova [21]

Uvrštavanjem relacija $k = 2\pi/\lambda$ i $\omega = 2\pi c/\lambda$ u disperzivnu jednadžbu dobije se izraz za brzinu valova:

$$c = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi h}{\lambda}\right)} \quad (6)$$

Obzirom da za $h/\lambda \ll 1$ vrijedi sljedeća relacija:

$$\tanh\left(\frac{2\pi h}{\lambda}\right) \cong \frac{2\pi h}{\lambda} \quad (7)$$

brzina valova u plitkoj vodi poprima sljedeći oblik:

$$c = \sqrt{gh} \quad (8)$$

Navedeni izraz predstavlja kritičnu brzinu napredovanja vala u plitkoj vodi iz kojeg je vidljivo da brzina ne ovisi o duljini vala već samo o dubini vode h . Omjer maksimalne brzine vala i brzine broda važan je parametar kod istraživanja otpora broda u plitkoj vodi obzirom da se slika valova značajno mijenja u ovisnosti o navedenom parametru.

Slika valova sastoji se od sustava poprečnih i razilaznih valova. Linije brjegovia i dolova poprečnih valova blago su ispupčene prema pramcu i okomite na simetralnu liniju broda dok se na njih nastavljaju razilazni valovi obrnuto zakrivljenih linija. Fiktivna spojnica poprečnih i razilaznih valova zatvara sa simetralnom linijom broda Kelvinov kut čiji je iznos $19^{\circ}28'$. Kelvinov kut se u dubokoj vodi ne mijenja s brzinom broda i oblikom trupa. Navedeni sustav valova formira se na pramcu, pramčanom i krmenom ramenu te na krmi broda. Promjena slike valova u konačnici rezultira promjenom otpora broda što je detaljno opisano u nastavku na temelju različitih vrijednosti Fr_h prema [22]:

a) Niske podkritične vrijednosti: $Fr_h < 0,7$

Slika valova nalazi se između pravaca koji sa simetralnom linijom broda (putanjom kretanja) zatvaraju kut θ od $19^{\circ}28'$ (Kelvinov kut) te odgovara slici valova u dubokoj vodi. Čak i za male vrijednosti Froudeovog broja na temelju dubine, omjer dubine i gaza može poprimiti male vrijednosti što upućuje na to da je kobilica broda vrlo blizu dna. U tom slučaju dno plovnog puta ograničava protok fluida ispod trupa broda i usmjerava ga uz bočne dijelove trupa što u konačnici dovodi do povećanja valnih amplituda. Također, povećana brzina strujanja oko trupa broda dovodi do povećanja otpora trenja. Osim toga, dolazi do povećanja debljine graničnog sloja na krmi broda te mogućeg odvajanja strujanja čime se također može bitno povećati viskozni otpor kao posljedica ograničene dubine vode.

b) Visoke podkritične vrijednosti: $0,7 < Fr_h < 0,9$

Promjena slike valova očituje se poprečnim valovima veće duljine kao i većom vrijednosti kuta θ . Istodobno uz navedenu promjenu slike valova, manja udaljenost između dna i trupa broda uzrokuje povećanje valnih amplituda kao i viskoznog otpora te otpora valova.

c) Trans(kritične) vrijednosti: $0,9 < Fr_h < 1,1$

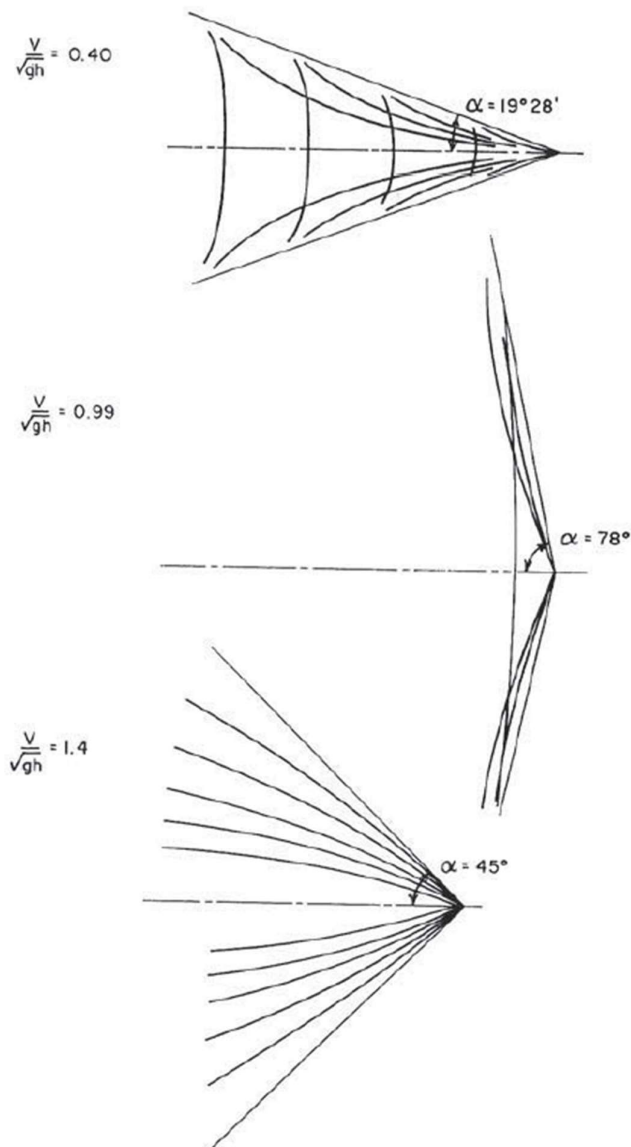
Utjecaj plitke vode u području oko $Fr_h=1$ može biti izraženiji. Kako poprečni valovi napreduju brzinom jednakom brzini gibanja broda, ta brzina odgovara maksimalnoj valnoj brzini te poprečni valovi postaju čisti (teorijski) valovi plitke vode. Točnije, razilazni i poprečni valovi

stapaju se u jedan dominantan val, dok kut θ poprima vrijednost od 90° . Ukoliko su navedeni kritični valovi značajni, velika količina vode je potisnuta prema naprijed te dolazi do iznimno velikog povećanja otpora popraćenog značajnim trimom i uronom. Većina deplasmanskih brodova nije u mogućnosti prijeći područje kritične brzine zbog manjka snage ili zbog udara o dno.

d) Nadkritične vrijednosti: $Fr_h > 1$

Ukoliko dođe do povećanja brzine broda ili do još većeg smanjenja dubine brod se nalazi u nadkritičnom području. U ovom slučaju brzina broda je veća od maksimalne brzine napredovanja vala, poprečni valovi izostaju, a kut θ poprima vrijednost manju od one karakteristične za neograničenu dubinu. Značajne promjene slike valova su uobičajeno popraćene znatnim smanjenjem trima i urona kao i vrijednosti otpora nakon prelaska područja kritične brzine.

Slika 3. prikazuje sve navedene promjene slike valova u ovisnosti o Froudeovom broju na temelju dubine.



Slika 3. Promjena slike valova u ovisnosti o Fr_h [22]

Jedna od analitičkih metoda za određivanje povećanja otpora i pada brzine u plitkoj vodi je Schlichtingova metoda. Schlichting je analizirao utjecaj plitke vode za nadkritične brzine na temelju teorijskih razmatranja i rezultata modelskih ispitivanja [22]. Metoda se temelji na izjednačavanju otpora valova u dubokoj i plitkoj vodi, odnosno polazi od pretpostavke da su duljina i otpor valova u plitkoj vodi pri manjoj brzini jednaki kao i u dubokoj vodi pri većoj brzini što omogućuje određivanje smanjenja brzine broda u plitkoj vodi. Prema tome izraz za brzinu broda u dubokoj vodi V_∞ pri kojoj se generiraju valovi duljine λ_0 glasi:

$$V_{\infty} = \sqrt{\frac{g\lambda_0}{2\pi}} \quad (9)$$

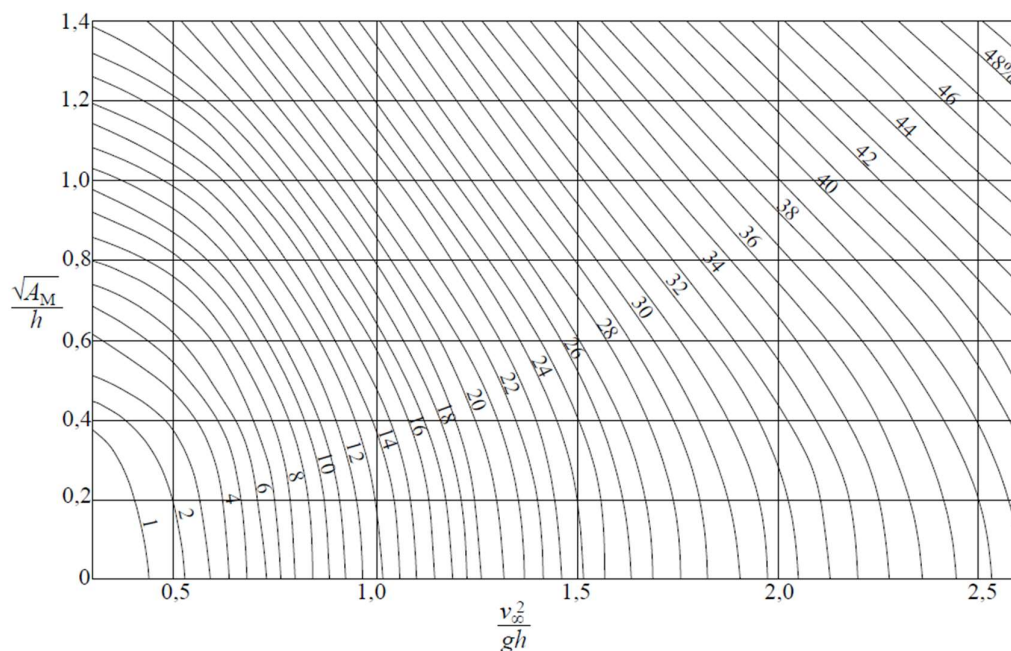
Izraz za smanjenu brzinu V_1 u vodi ograničene dubine h pri kojoj će se generirati valovi jednake valne duljine λ_0 poprima sljedeći oblik:

$$V_1 = \sqrt{\frac{g\lambda_0}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi h}{\lambda_0}\right)} \quad (10)$$

Omjer dviju navedenih brzina glasi:

$$V_1 / V_{\infty} = \left[\tanh\left(\frac{2\pi h}{\lambda_0}\right) \right]^{1/2} = \left[\tanh\left(\frac{gh}{V_{\infty}^2}\right) \right]^{1/2} \quad (11)$$

što je moguće očitati iz dijagrama prikazanog na slici 4. na temelju omjera $\sqrt{A_M}/h$, gdje A_M predstavlja najveću površinu poprečnog presjeka trupa, te kvadrata vrijednosti Froudeovog broja za brod u vodi neograničene dubine.



Slika 4. Schlichtingov dijagram za proračun smanjenja brzine broda u plitkoj vodi

U okviru ovog rada postupak određivanja pada brzine katamarana u različitim dubinama proveden je upravo prema Schlichtingovom dijagramu. Poznavajući vrijednosti najveće površine poprečnog presjeka podvodnog dijela trupa katamarana, dobivene iz 3D modela katamarana, kao i operativnu brzinu katamarana, a variranjem dubine očitane su vrijednosti pada brzine izražene u postotcima, tablica 1.

Tablica 1. Očitavanja iz Schlichtingovog dijagrama

h/T	7,6	4	2
$\sqrt{A_M}/h$	0,24	0,47	0,94
V_∞^2/gh	0,16	0,30	0,60
$\Delta V, \%$	0-1	3,25	11

Obzirom da je za najmanju dubinu dobiven pad brzine od 11%, za provedbu numeričkih simulacija odabrana je brzina od 4 čvora s ciljem usporedbe dobivenih rezultata u odnosu na rezultate dobivene za operativnu brzinu od 5,5 čvorova.

Za određivanje granične dubine pri kojoj katamaran još uvijek postiže operativnu brzinu od 5,5 čvorova te pri kojoj nema utjecaja dubine korišten je sljedeći empirijski izraz:

$$\frac{h}{T} \geq 4 + 3Fr_T^2 \quad (12)$$

gdje je:

$$Fr_T = \frac{v}{\sqrt{gT}} \quad (13)$$

Froudeov broj računat na temelju gaza katamarana T , a v je operativna brzina katamarana.

Nadalje, očitanjem pada brzine iz Schlichtingovog dijagrama za graničnu vrijednost omjera dubine i gaza $h/T = 7,6$ dobivena je vrijednost u rasponu 0-1% što potvrđuje da je pri toj dubini pad brzine zanemariv te da nema utjecaja plitke vode.

4. MATEMATIČKI MODEL

4.1. Reynoldsove osrednjene Navier – Stokesove jednadžbe

Svaka numerička simulacija započinje definicijom fizikalnog problema i izborom odgovarajućeg matematičkog modela. Matematički model je najčešće prikazan sustavom parcijalnih diferencijalnih jednadžbi [23]. Navier – Stokesove jednadžbe primijenjene su za opis nestlačivog viskoznog strujanja fluida, a temelje se na jednadžbi kontinuiteta, jednadžbi količine gibanja te dopunskim jednadžbama odnosno zakonima posebnih ponašanja fluida.

Jednadžba kontinuiteta za nestlačivi fluid glasi:

$$\nabla \cdot \vec{v} = \text{div} \vec{v} = \frac{\partial v_j}{\partial x_j} = 0 \quad (14)$$

gdje je:

v_j – vektor brzine

Jednadžba količine gibanja ili Eulerova jednadžba za nestlačivi fluid glasi:

$$\rho \frac{Dv_i}{Dt} = \rho \frac{\partial v_i}{\partial t} + \rho v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = \rho f_i + \frac{\partial \sigma_{ji}}{\partial x_j} \quad (15)$$

gdje je:

ρ – gustoća fluida,

f_i – gustoća masene sile,

σ_{ji} – tenzor naprezanja,

$\frac{D}{Dt}$ – operator materijalne derivacije.

Zakoni posebnih ponašanja fluida odnosno konstitutivne jednadžbe definirane su sljedećim izrazima:

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \Sigma_{ij} \quad (16)$$

$$p = -\frac{1}{3}\sigma_{kk} \quad (17)$$

$$\Sigma_{ij} = 2\mu D_{ij} - \frac{2}{3}\mu D_{kk}\delta_{ij} \quad (18)$$

$$D_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad (19)$$

gdje je:

p – tlak,

δ_{ij} – Kroneckerov delta simbol,

Σ_{ij} – devijatorski dio tenzora naprezanja,

μ – dinamički koeficijent viskoznosti,

D_{ij} – tenzor brzine deformacije.

Kombinacijom jednadžbi (15)-(19) slijede Navier-Stokesove jednadžbe:

$$\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} + \rho v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = \rho f_i - \frac{\partial}{\partial x_i} \left(p + \frac{2}{3} \mu D_{kk} \right) + 2 \frac{\partial}{\partial x_j} (\mu D_{ij}) \quad (20)$$

Uvođenje supstitucije $\nu = \frac{\mu}{\rho}$, gdje je ν kinematički koeficijent viskoznosti, jednadžba (20)

glasi:

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = f_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \nabla^2 v_i \quad (21)$$

Vremenski osrednjeno turbulentno strujanje matematički je model u kojem su strujnice pravilne krivulje. Strujanje je u slojevima, slično laminarnom strujanju, ali je profil brzine vremenski osrednjenog strujanja bitno različit od profila brzine laminarnog strujanja. U stvarnom turbulentnom strujanju strujnice pulsacijskog gibanja presijecaju strujnice tog urednog osrednjenog strujanja i time se iz sloja u sloj fluida prenosi količina gibanja, toplina, masa i ostale karakteristične veličine. Skup vremenski osrednjenih jednadžbi kontinuiteta i količine gibanja naziva se Reynoldsovim jednadžbama [24] ili Reynoldsovim osrednjenjim Navier – Stokesovim jednadžbama (RANS) koje se u računalnoj dinamici fluida koriste za opisivanje viskoznog strujanja fluida [23].

Prema jednadžbama (14) i (15), uz zanemarenje masenih sila, jasno je vidljivo da su nepoznate veličine tlak i brzina koje se mogu izraziti kao zbroj osrednjene vrijednosti i pulsirajuće komponente kako slijedi:

$$v_i = \bar{v}_i + v_i' \quad (22)$$

$$p = \bar{p} + p' \quad (23)$$

gdje je:

\bar{v}_i – vremenski osrednjena komponenta polja brzine,

v_i' – pulsirajuća komponenta polja brzine,

\bar{p} –vremenski osrednjeno polje tlaka,

p' – pulsirajuće polje tlaka.

Uvrštavanjem jednadžbe (22) u (14) i osrednjavanjem slijedi:

$$\frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_j} = 0 \quad (24)$$

Uvrštavanjem jednadžbi (22) i (23) u jednadžbu (21) dobiju se Reynoldsove osrednjene Navier-Stokesove jednadžbe:

$$\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{\rho v_i v_j}) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\mu \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} - \overline{\rho v_i' v_j'} \right) \quad (25)$$

u kojima su nepoznanice komponente osrednjenog polja brzine \bar{v}_i i osrednjeno polje tlaka \bar{p} dok član $\overline{\rho v_i' v_j'}$ označuje turbulentnu difuziju količine gibanja te se naziva turbulentnim ili Reynoldsovim naprezanjima. Obzirom da Reynoldsove jednadžbe sadrže više nepoznanica nego jednadžbi uvodi se model turbulencije čiji je zadatak usklađivanje broja jednadžbi s brojem nepoznanica.

4.2. Model turbulencije

U okviru ovog rada primijenjen je $k - \omega$ SST model turbulencije s dodatne dvije transportne jednadžbe koje predstavljaju turbulentne značajke strujanja uzimajući u obzir konvekciju i difuziju turbulentne energije. Varijabla k odnosi se na turbulentnu kinetičku energiju dok varijabla ω predstavlja specifičnu disipaciju turbulentne kinetičke energije. $k - \omega$ SST model turbulencije, kao kombinacija $k - \omega$ i $k - \varepsilon$ modela turbulencije može se primijeniti pri niskim i visokim vrijednostima Reynoldsovog broja, odnosno uz stijenku gdje je utjecaj viskoznih sila dominantan te izvan graničnog sloja kada prelazi u $k - \varepsilon$ model turbulencije. Na taj način se izbjegavaju uobičajeni problemi $k - \omega$ modela turbulencije poput prevelike osjetljivosti modela na karakteristike turbulentnog strujanja [25].

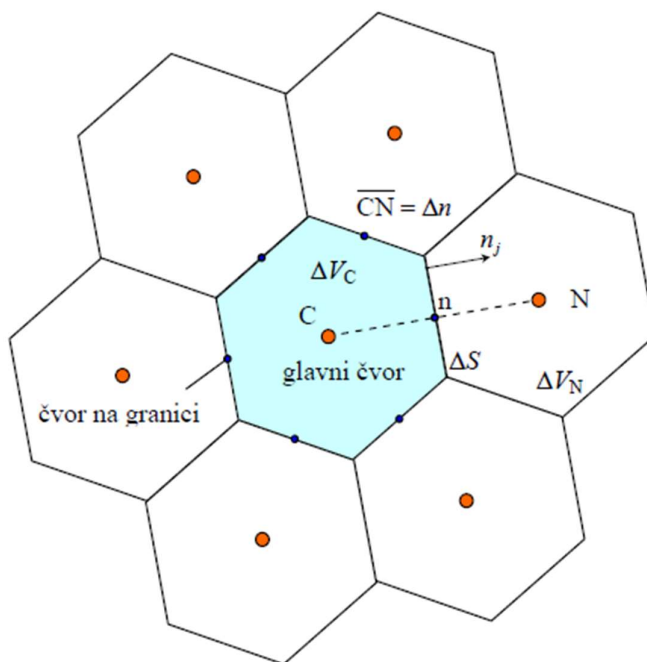
4.3. Metoda konačnih volumena

Prilikom opisivanja strujanja fluida oko trupa broda Navier-Stokesove jednačbe nije moguće riješiti analitički stoga se rješavaju numerički. Numeričko rješavanje Navier-Stokesovih jednačbi provodi se numeričkim metodama poput metode konačnih volumena koja omogućuje diskretizaciju Reynoldsovih osrednjenih Navier-Stokesovih jednačbi.

Metoda konačnih volumena (eng. *Finite Volume Method*) integralna je metoda koja diskretizira parcijalne diferencijalne jednačbe u sustav algebarskih jednačbi [26] odnosno temelji se na integriranju konzervativnog oblika transportnih jednačbi po konačnim volumenima na koje je podijeljeno područje proračunske domene. Integral transportne jednačbe po konačnom volumenu prema slici 5. glasi [23]:

$$\frac{d}{dt} \int_{\Delta V} \rho \varphi dV = - \int_{\Sigma \Delta S} \left(\rho v_j \varphi - \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right) n_j dS + \int_{\Delta V} S_\varphi dV \quad (26)$$

gdje član s lijeve strane jednačbe predstavlja brzinu promjene sadržaja razmatranog fizikalnog svojstva φ u volumenu ΔV , prvi član s desne strane jednačbe predstavlja konvekcijski i difuzijski protok φ kroz granice, a drugi član s desne strane jednačbe predstavlja izvor fizikalnog svojstva.



Slika 5. Dio diskretiziranog područja proračunske domene [23]

4.4. Metoda udjela fluida u volumenu

Metoda udjela fluida u volumenu VOF je višefazni model pogodan za simuliranje strujanja više fluida koji se ne miješaju s mogućnošću određivanja granice među njima [27]. Navedena metoda koristi se za određivanje položaja slobodne površine između zraka i vode, a sam model temelji se na činjenici da sve faze na zajedničkoj granici imaju definirano isto polje brzina, tlaka i temperature.

Izraz za definiranje volumnog udjela fluida unutar kontrolnog volumena glasi [27]:

$$\alpha_i = \frac{V_i}{V} \quad (27)$$

gdje je:

α_i – volumni udio pojedinog fluida u kontrolnom volumenu,

V – kontrolni volumen,

V_i – volumen i -tog fluida unutar kontrolnog volumena.

Gustoća ρ i dinamički koeficijent viskoznosti μ pojedinih faza računaju se prema sljedećim izrazima:

$$\rho = \sum_i \rho_i \alpha_i \quad (28)$$

$$\mu = \sum_i \mu_i \alpha_i \quad (29)$$

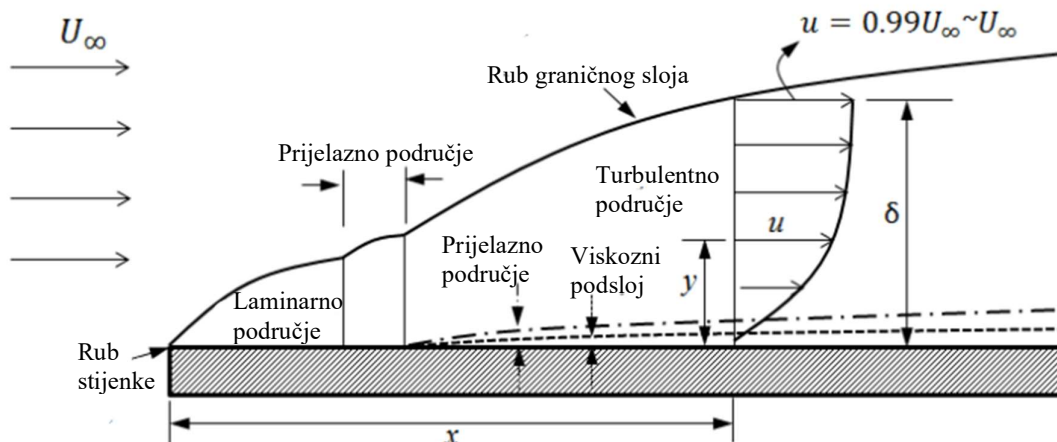
pri čemu je:

ρ_i – gustoća i -te faze unutar kontrolnog volumena,

μ_i – dinamički koeficijent viskoznosti i -te faze unutar kontrolnog volumena.

4.5. Zidne funkcije

Granični sloj je područje strujanja viskoznog fluida uz stijenku u kojem su viskozne i inercijske sile istog reda veličine, a dijeli se na laminarno, prijelazno i turbulentno područje [24]. Slika 6. prikazuje razvoj graničnog sloja pri strujanju fluida uz krutu stijenku.



Slika 6. Granični sloj pri strujanju fluida uz krutu stijenku [28]

Poznato je da se viskozni fluid lijepi uz stijenku te da je brzina fluida u neposrednoj blizini stijenke jako mala što rezultira niskim vrijednostima Reynoldsovog broja. Obzirom da su modeli turbulencije primjenjivi pri visokim vrijednostima Reynoldsovog broja potrebno je premostiti područja uz samu stijenku definiranjem unutarnjih rubnih uvjeta. Najčešće rješenje navedenog problema je upotreba tzv. zidnih funkcija (eng. *wall functions*).

U neposrednoj blizini stijenke, strujanje je paralelno sa stijenkom (\bar{u}), a komponenta brzine okomita na stijenku (y) je zanemarivo mala te slijedi:

$$\frac{\partial}{\partial y} \left[(\mu + \mu_t) \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right] = \frac{\partial \tau}{\partial y} = 0 \quad (30)$$

gdje je ukupno tangencijalno naprezanje τ konstantno i jednako naprezanju na stijenci $\tau = \tau_w$, a μ_t je dinamički koeficijent turbulentne viskoznosti.

U viskoznom podsloju turbulentne pulsacije su prigušene, a molekularna viskoznost dominira pa se turbulentna viskoznost može zanemariti iz čega slijedi da je u tom području profil brzine linearan [23]:

$$\bar{u} = \frac{\tau}{\mu} y \quad (31)$$

odnosno u bezdimenzijskom zapisu:

$$u^+ = y^+ \quad (32)$$

Izraz za bezdimenzijsku udaljenost od stijenke glasi:

$$y^+ = u^+ = \frac{\rho u_\tau}{\mu} y \quad (33)$$

gdje su:

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (34)$$

$$y = \frac{y^+ L}{Rn \sqrt{\frac{C_f}{2}}} \quad (35)$$

$$C_f = \frac{0,075}{[\log_{10}(Rn) - 2]^2} \quad (36)$$

Parametar y predstavlja polovinu visine prve ćelije u graničnom sloju, u_τ brzinu trenja, a C_f koeficijent otpora trenja.

4.6. Bezdimenzijske značajke

U nekim slučajevima formiranja matematičkog modela potrebno je primijeniti poseban sustav mjernih jedinica. U tom slučaju dolazi do promjene originalnih koeficijenata u jednadžbama te je prikladnije formirati bezdimenzijske matematičke jednadžbe. Prednost primjene bezdimenzijskih veličina pri analizi fizikalnih zakona je smanjenje broja parametara odnosno varijabli [29].

Reynoldsov broj predstavlja odnos između inercijskih i viskoznih sila te je definiran izrazom:

$$Rn = \frac{vL}{\nu} \quad (37)$$

gdje v predstavlja brzinu, L duljinu, a ν kinematički koeficijent viskoznosti.

Froudeov broj predstavlja odnos između inercijskih i gravitacijskih sila:

$$Fr = \frac{v}{\sqrt{gL}} \quad (38)$$

gdje je v brzina, L duljina, a g gravitacijska konstanta.

Uz navedene bezdimenzijske značajke u brodskoj hidrodinamici, važno je istaknuti već spomenuti Froudeov broj izražen na temelju dubine vode h , koji omogućuje analizu utjecaja ograničene dubine, a koji je definiran sljedećim izrazom:

$$Fr_h = \frac{v}{\sqrt{gh}} \quad (39)$$

4.7. Verifikacija rezultata

Postupak verifikacije omogućuje procjenu ukupne numeričke nesigurnosti rezultata simulacije U_{SN} . Ukupna numerička nesigurnost definirana je na temelju broja iteracija δ_I , veličine mreže δ_G , vremenskog koraka δ_T i ostalih parametara δ_P kako slijedi [30]:

$$U_{SN}^2 = U_I^2 + U_G^2 + U_T^2 + U_P^2 \quad (40)$$

gdje je:

U_I – numerička nesigurnost broja iteracija,

U_G – numerička nesigurnost mreže,

U_T – numerička nesigurnost vremenskog koraka,

U_P – numerička nesigurnost ostalih parametara.

Postupak verifikacije u okviru ovog rada proveden je za ukupni otpor i uron katamarana primjenom različite gustoće mreže i vremenskog koraka. Numerička nesigurnost broja iteracija i ostalih parametara može se zanemariti te je ukupna numerička nesigurnost definirana na sljedeći način:

$$U_{SN}^2 = U_G^2 + U_T^2 \quad (41)$$

Studije konvergencije zahtijevaju minimalno tri rješenja s ciljem određivanja omjera konvergencije na temelju razlika rješenja dobivenih primjenom različitih gustoća mreže i vremenskog koraka prema izrazima:

$$\varepsilon_{i,21} = \hat{S}_{i,2} - \hat{S}_{i,1} \quad (42)$$

$$\varepsilon_{i,32} = \hat{S}_{i,3} - \hat{S}_{i,2} \quad (43)$$

$$R_i = \varepsilon_{i,21} / \varepsilon_{i,32} \quad (44)$$

gdje je:

$\hat{S}_{i,1}$ – rezultat dobiven primjenom fine mreže,

$\hat{S}_{i,2}$ – rezultat dobiven primjenom srednje mreže,

$\hat{S}_{i,3}$ – rezultat dobiven primjenom grube mreže,

ε_i – razlika rezultata,

R_i – omjer konvergencije.

U tablici 2. prikazani su mogući tipovi konvergencije kao i izrazi za određivanje numeričke nesigurnosti mreže i vremenskog koraka za pojedini tip konvergencije, gdje je S_U najveća, a S_L najmanja vrijednost numeričkog rezultata.

Tablica 2. Tipovi konvergencije

Omjer konvergencije	Tip konvergencije	Numerička nesigurnost
$-1 < R_i < 0$	Oscilatorna	$U_i = \frac{S_U - S_L}{2}$
$0 < R_i < 1$	Monotona	$U_i = 1,25 \left \delta_{RE}^* \right $
$ R_i > 1$	Divergencija	$U_i = S_U - S_L $

Za slučaj monotone konvergencije koristi se generalizirana Richardsonova ekstrapolacija za procjenu numeričke nesigurnosti. Pogreška δ_{RE}^* i red točnosti p_i određuju se kako slijedi:

$$\delta_{RE}^* = \frac{\varepsilon_{i,21}}{r_i^{p_i} - 1} \quad (45)$$

$$p_i = \frac{\ln\left(\frac{\varepsilon_{i,32}}{\varepsilon_{i,21}}\right)}{\ln(r_i)} \quad (46)$$

gdje je r_i omjer profinjenja, koji za gustoću mreže iznosi $\sqrt{2}$, a za vremenski korak 2 [30].

5. PRIPREMA NUMERIČKIH SIMULACIJA

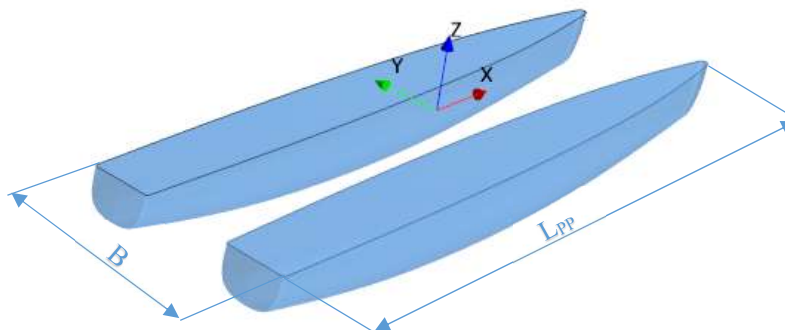
5.1. Pregled osnovnih geometrijskih značajki katamarana

U tablici 3. dan je prikaz osnovnih geometrijskih značajki solarnog katamarana za kojeg su provedene numeričke simulacije utjecaja plitke vode na ukupni otpor, uron i trim [1].

Tablica 3. Osnovne geometrijske značajke katamarana

Podatak	Oznaka	Vrijednost
Duljina između okomica	L_{PP}	15 m
Širina katamarana	B	5 m
Širina jednog trupa katamarana	b	1,59 m
Gaz	T	0,68 m
Masa istisnine	Δ	15,45 t
Vertikalni položaj težišta mase	KG	1,78 m
Uzdužni položaj težišta mase	LCG	6,88 m

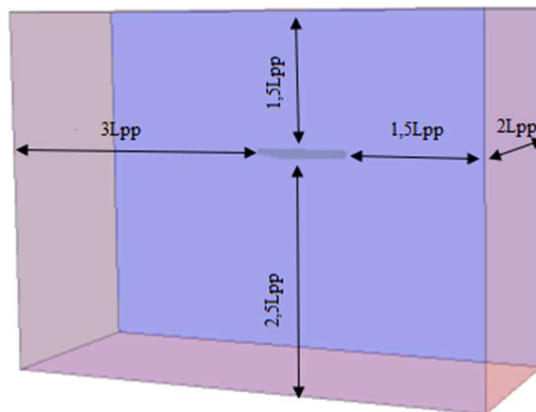
Slika 7. prikazuje 3D model katamarana s koordinatnim sustavom definiranim unutar proračunske domene. Ishodište koordinatnog sustava nalazi se na simetralnoj ravni katamarana u težištu mase prema tablici 3. Pozitivni smjer osi x usmjeren je prema pramcu, osi y prema lijevoj strani, a osi z prema gore. Sukladno tome, uron katamarana predstavlja pomak u negativnom smjeru osi z , pretega predstavlja negativan kut trima, a zatega pozitivan.



Slika 7. 3D model katamarana

5.2. Proračunska domena

Proračunska domena u računalnoj dinamici fluida ograničena je površinama koje ne predstavljaju stvarne fizičke granice [31]. Granice domene moraju biti smještene dovoljno daleko od trupa broda kako bi se minimizirao njihov utjecaj na dobiveno rješenje [32]. Na slici 8. prikazane su dimenzije proračunske domene neograničene dubine odabrane prema preporukama ITTC-a [32].



Slika 8. Dimenzije proračunske domene neograničene dubine

Kako je katamaran simetričan, numeričke simulacije provedene su za jedan trup katamarana, a granice proračunske domene neograničene dubine postavljene su kako slijedi:

- $1,5 L_{pp}$ ispred trupa,
- $3 L_{pp}$ iza trupa,
- $1,5 L_{pp}$ iznad trupa,
- $2,5 L_{pp}$ ispod trupa,
- $2 L_{pp}$ od simetralne ravnine katamarana,

gdje L_{pp} predstavlja duljinu katamarana između okomica.

Položaj granice dna proračunskih domena za numeričke simulacije strujanja fluida oko katamarana u ograničenoj dubini definiran je sukladno omjerima h/T i iznosi:

- $0,3 L_{pp}$ ispod trupa za $h/T=7,6$,
- $0,14 L_{pp}$ ispod trupa za $h/T=4$,

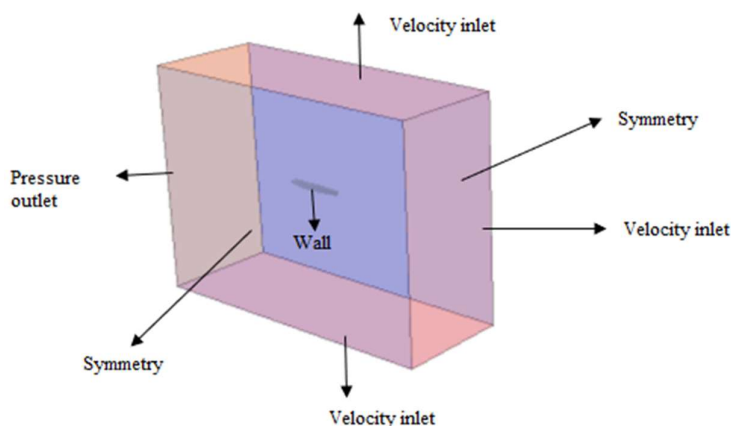
- $0,05 L_{pp}$ ispod trupa za $h/T=2$.

5.3. Rubni uvjeti

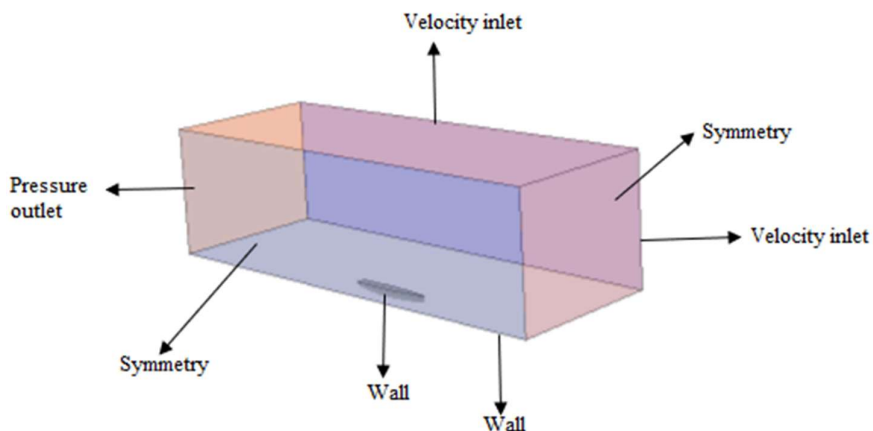
Prilikom opisa strujanja računalnom dinamikom fluida, potrebno je definirati početne i rubne uvjete što je od presudne važnosti za ostvarivanje točnih rješenja [33]. Dirichletov rubni uvjet koji se očituje u zadanoj brzini strujanja definiran je na ulaznoj, gornjoj i donjoj granici domene u slučaju neograničene dubine. Von Neumannov rubni uvjet definira gradijent tlaka čiji je iznos jednak nuli i postavljen je na izlaznoj granici. Rubni uvjet simetrije definiran je na polovici razmaka trupova katamarana obzirom da navedena ravnina predstavlja simetralnu ravninu katamarana. Obzirom da kroz trup broda nema protoka fluida definira se rubni uvjet zida (eng. *wall*) kojim se opisuje strujanje u blizini krute stijenke.

U slučaju ograničene dubine na dnu se također postavlja rubni uvjet zida kao i na trupu katamarana te je potrebno definirati relativnu brzinu između trupa broda i dna plovnog puta zbog utjecaja dna na strujanje oko trupa katamarana te formiranja graničnog sloja na dnu. S obzirom da brod miruje, a fluid nastrojava na njega, brzina pomicanja dna jednaka je brzini gibanja broda [15] u suprotnom smjeru.

Na slikama 9. i 10. prikazani su navedeni rubni uvjeti za proračunske domene neograničene i ograničene dubine.



Slika 9. Rubni uvjeti u proračunskoj domeni neograničene dubine



Slika 10. Rubni uvjeti u proračunskoj domeni ograničene dubine

5.4. Diskretizacija proračunske domene

S ciljem profinjenja pojedinih područja proračunske domene u kojima dolazi do značajnih promjena fizikalnih veličina, kao što su tlak i brzina, primijenjene su dodatne volumetrijske kontrole. Definirane su oko trupa broda te u području pramca i krme broda, na području očekivane slobodne površine i Kelvinovog kuta. Osim navedenih volumetrijskih kontrola, primijenjeno je dodatno profinjenje na području između trupa broda i dna plovnog puta za slučaj ograničene dubine kako bi se što točnije opisalo strujanje između dna broda i dna plovnog puta.

5.4.1. Granični sloj

Kao što je ranije spomenuto, treba voditi računa da će se uz trup broda formirati granični sloj te je potrebno posebnu pažnju posvetiti diskretizaciji tog dijela [23]. Kako bi se opisalo strujanje unutar graničnog sloja primijenjene su prizmatične ćelije. U uvjetima ograničene dubine granični sloj se formira i na dnu te je samim time i područje uz dno potrebno dodatno profiniti prizmatičnim ćelijama. U tablici 4. dan je prikaz svih parametara potrebnih za diskretizaciju graničnog sloja za slučaj neograničene i ograničene dubine pri operativnoj brzini od 5,5 čvorova.

Tablica 4. Diskretizacija graničnog sloja na trupu katamarana i dnu pri operativnoj brzini od 5,5 čvorova

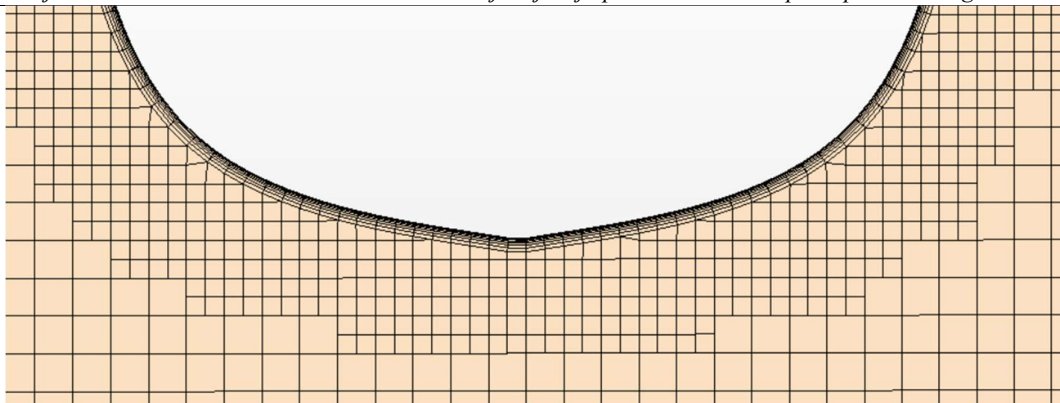
Dubina vode	Područje	Debljina graničnog sloja, m	Broj ćelija u graničnom sloju	Faktor povećanja ćelija
Neograničena	Trup katamarana	0,0244	7	1,3
Ograničena	Trup katamarana	0,1355	13	1,3
	Dno	0,228	13	2

Kao što je vidljivo u izrazu (35) visina prve ćelije u graničnom sloju ovisi o Reynoldsovom broju te samim time i o brzini broda. Sukladno tome, s promjenom brzine broda nužno je prilagoditi sve parametre potrebne za diskretizaciju graničnog sloja. U tablici 5. dan je prikaz svih parametara potrebnih za diskretizaciju graničnog sloja oko trupa katamarana te na dnu za proračunsku domenu ograničene dubine pri brzini od 4 čvora.

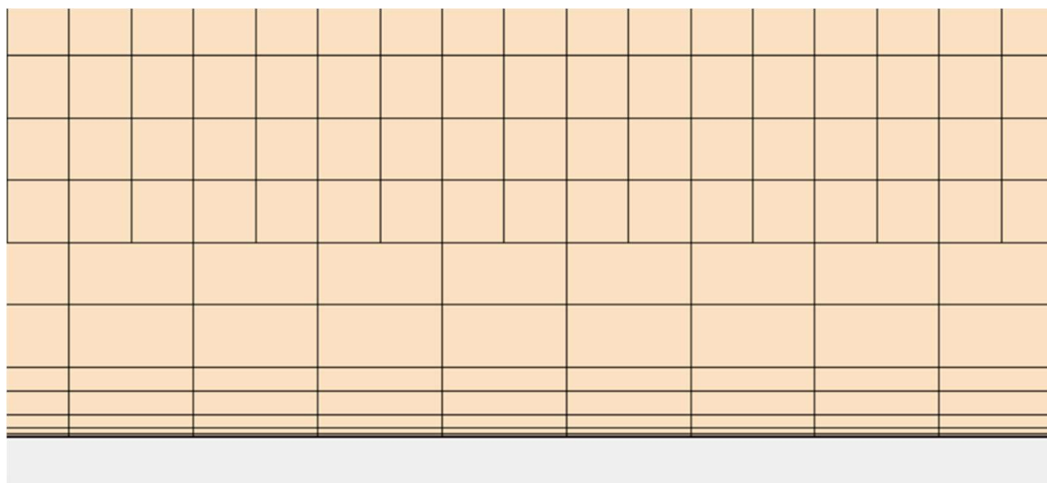
Tablica 5. Diskretizacija graničnog sloja na trupu katamarana i dnu pri brzini od 4 čvora

Dubina vode	Područje	Debljina graničnog sloja, m	Broj ćelija u graničnom sloju	Faktor povećanja ćelija
Ograničena	Trup katamarana	0,1334	15	1,2
	Dno	0,1821	17	1,6

Na slikama 11. i 12. dan je prikaz diskretizacije graničnog sloja uz trup katamarana te na dnu proračunske domene granične dubine pri operativnoj brzini od 5,5 čvorova.



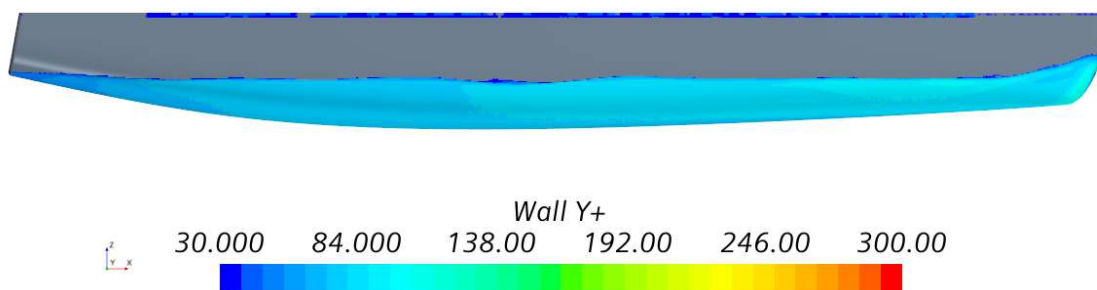
Slika 11. Diskretizacija graničnog sloja uz trup katamarana pri operativnoj brzini od 5,5 čvorova



Slika 12. Diskretizacija graničnog sloja na dnu proračunske domene granične dubine pri operativnoj brzini od 5,5 čvorova

Prema preporukama ITTC-a vrijednost parametra y^+ treba biti veća od 30 kako bi se strujanje opisalo logaritamskim profilom brzine [31] te manja od 1 kako bi se profil brzine opisao linearno što odgovara linearnom odnosno laminarnom podsloju. Važno je napomenuti kako su u graničnom sloju uz trup katamarana primijenjene zidne funkcije dok je na dnu $y^+ < 1$.

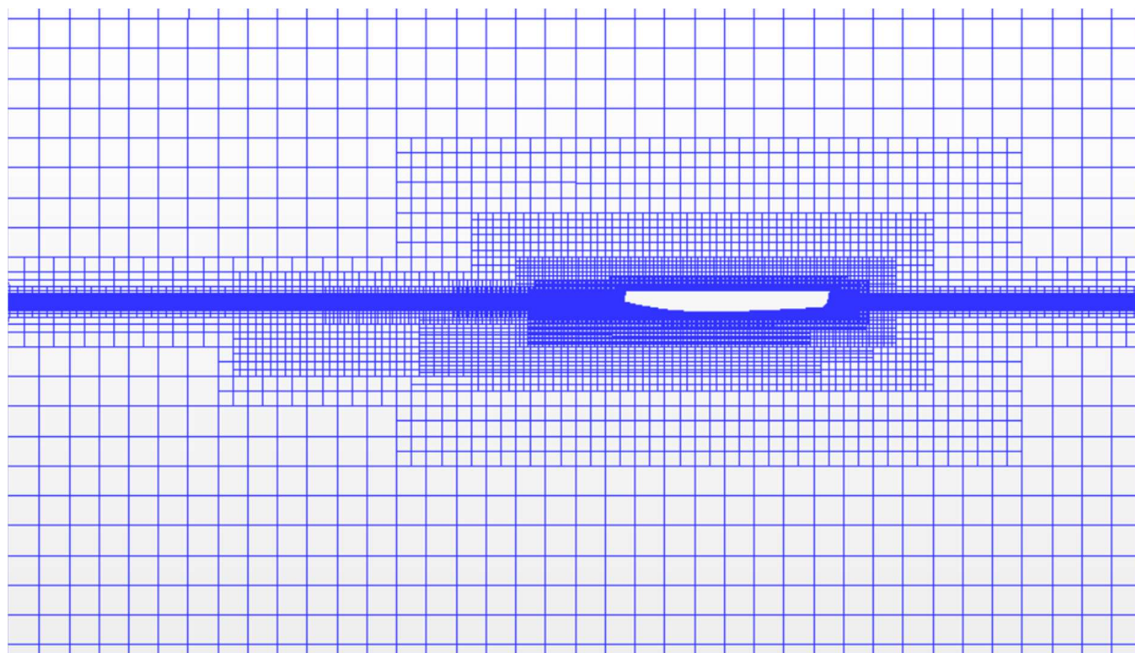
Na slici 13. dan je prikaz bezdimenzijskog parametra y^+ po trupu katamarana u neograničenoj dubini pri operativnoj brzini od 5,5 čvorova te je vidljivo da se nalazi u granicama $30 < y^+ < 300$.



Slika 13. Parametar y^+ po trupu katamarana u neograničenoj dubini pri operativnoj brzini od 5,5 čvorova

5.4.2. Slobodna površina

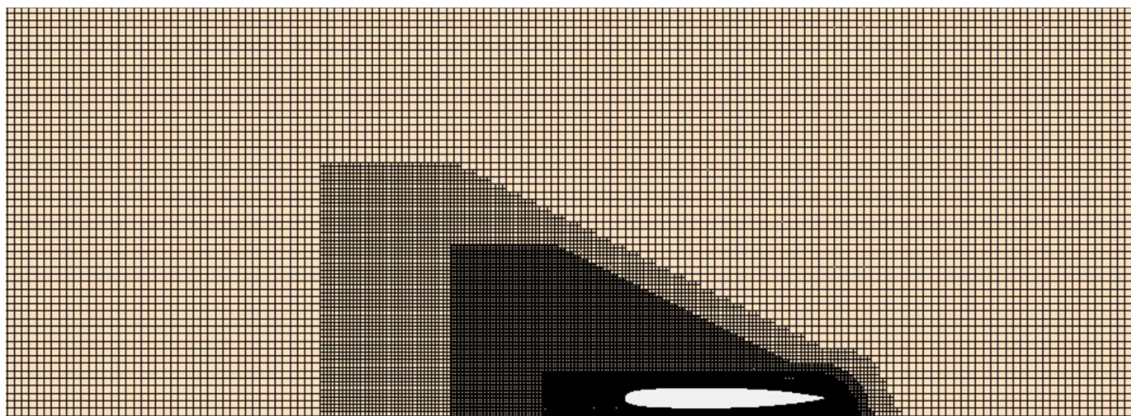
Promjena tlaka u blizini slobodne površine uslijed gibanja tijela kroz fluid uzrokuje nastanak valova koji u konačnici formiraju sliku valova. S ciljem dobivanja što točnije slike valova navedeno područje slobodne površine potrebno je dodatno profiniti kao što je to prikazano na slici 14. Uz to, naglašena je važnost profinjenja slobodne površine, jer upravo ona predstavlja granično područje dvaju fluida [27].



Slika 14. Diskretizacija slobodne površine

5.4.3. Kelvinov kut

Sustav poprečnih i razilaznih valova tvori sliku valova koja se u dubokoj vodi nalazi između pravaca koji sa simetralnom linijom broda (putanjom kretanja) zatvaraju kut θ čiji je iznos $19^\circ 28'$, tzv. Kelvinov kut. Kao što je već spomenuto, slika valova značajno se mijenja u plitkoj vodi u ovisnosti o Fr_h . Na slici 15. dan je prikaz diskretiziranog područja slobodne površine za dobivanje Kelvinovog kuta.



Slika 15. Diskretizacija područja Kelvinovog kuta

5.5. Usporedba broja ćelija proračunske domene neograničene i ograničene dubine pri operativnoj brzini

U okviru ovog rada provedene su numeričke simulacije primjenom četiri različite domene ovisno o dubini vode: proračunska domena neograničene dubine, granične dubine te dvije domene ograničene dubine. U tablici 6. dan je prikaz broja ćelija fine mreže svake od navedenih domena pri operativnoj brzini.

Tablica 6. Broj ćelija proračunskih domena pri operativnoj brzini

Dubina vode	Broj ćelija
$h/T \rightarrow \infty$	3488816
$h/T=7,6$	4187987
$h/T=4$	4234076
$h/T=2$	4419462

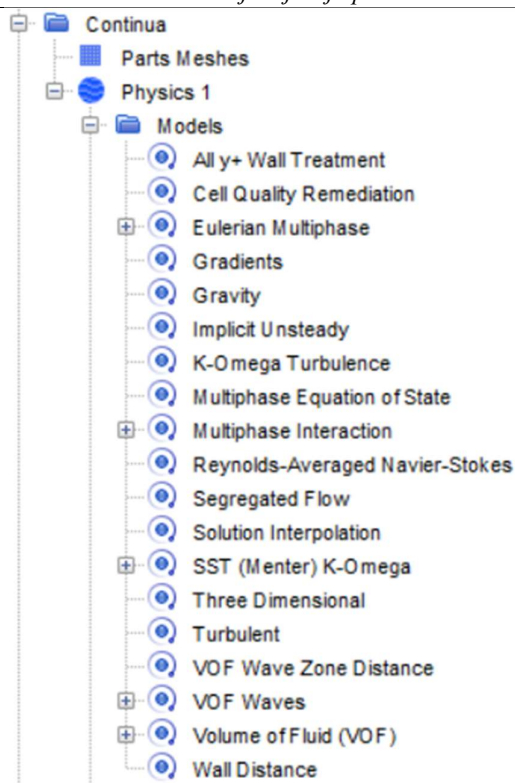
U svrhu postupka verifikacije rezultata, domena neograničene dubine dodatno je diskretizirana srednjom i grubom mrežom kao i domena za slučaj najmanje dubine s odgovarajućim omjerom $h/T=2$. Vrijednosti veličine osnovnih ćelija navedenih mreža prikazane su u tablici 7.

Tablica 7. Veličina osnovne ćelije

Gustoća mreže	Veličina osnovne ćelije, m
Fina mreža	0,135
Srednja mreža	0,191
Gruba mreža	0,27

5.6. Fizikalni model numeričke simulacije

Definiranje fizikalnog modela numeričke simulacije sastoji se između ostalog od odabira višefaznog modela VOF kako bi se odredio položaj slobodne površine na temelju granice dviju faza unutar proračunske domene. Dvije faze, odnosno voda i zrak, definirane su na temelju Eulerovog višefaznog modela (eng. *Eulerian Multiphase*) te su im pridružena svojstva konstantne gustoće i dinamičkog koeficijenta viskoznosti. Početni položaj slobodne površine te brzina nastrojavanja vode definirani su na temelju VOF valova (eng. *Flat VOF Waves*). Kako bi se spriječila refleksija valova o granice proračunske domene definirano je prigušenje VOF valova (eng. *Damping Wave Reflections*) s konstantnom vrijednosti duljine prigušenja (eng. *VOF wave damping length*) u iznosu duljine katamarana na ulaznoj, bočnoj i izlaznoj granici proračunske domene. Fizikalnim modelom dinamičke interakcije fluida i tijela (eng. *Dynamic Fluid Body Interaction*) definirana su dva stupnja slobode gibanja odnosno translacija u smjeru osi z i rotacija oko osi y . Na slici 16. dan je prikaz odabranog fizikalnog modela.



Slika 16. Odabrani fizikalni model numeričke simulacije

U uvjetima ograničene dubine primijenjen je algoritam deformacije mreže (eng. *mesh morphing*) čija je svrha preraspodjela vrhova mreže konačnih volumena na temelju pomicanja krute granice, a s ciljem prilagodbe na potencijalno izraženija gibanja tijela u navedenim uvjetima plitke vode. Algoritam deformacije mreže modificira rubove postojeće mreže kako bi se prilagodili na pomake određenih kontrolnih točaka [26]. Svaka kontrolna točka povezana je odgovarajućim vektorom pomaka na temelju kojega algoritam interpolira pomak preostalih vrhova mreže. Deformacija mreže provodi se u odnosu na početni položaj mreže u nultom koraku (eng. *morph from zero*) čime se postiže periodičnost promjene mreže kao i gibanja broda. Upotreba navedenog algoritma omogućuje uzimanje u obzir učinke granica koje se pomiču te je korištenje algoritma temeljenog na *B-Spline* krivuljama povoljnije za očuvanje mreže koja sadrži prizmatične ćelije [27].

5.7. Parametar rješavača

Prema [27] odabran je implicitni rješavač (eng. *Implicit Unsteady*) te je definiran vremenski korak prema izrazu:

$$\Delta t = \frac{T}{c} \quad (47)$$

gdje je:

$$T = \frac{L_{PP}}{v} \quad (48)$$

Koeficijent c za finu mrežu iznosi 200, za srednju 100, a za grubu mrežu 50. Prema tome, fini vremenski korak iznosi 0,0265 s, srednji 0,053 s, dok grubi poprima vrijednost 0,106 s.

Podrelaksacijski faktori za brzinu i tlak definirani su s ciljem poboljšanja konvergencije rezultata te smanjivanja nestabilnosti rješenja uslijed značajnije promjene rješenja između koraka iteracije. Ako se u jednom koraku iterativnog postupka rješenje promjeni sa φ_j^k na φ_j^{k+1} , tada se od ukupne promjene rješenja u trenutnom koraku iteracije uzima samo dio, tako da za vrijednost φ u čvoru C vrijedi [23]:

$$\varphi_C^{podr} = \varphi_C^k + \alpha(\varphi_C^{k+1} - \varphi_C^k) \quad (49)$$

gdje je α faktor podrelaksacije manji od 1. U ovom radu faktor podrelaksacije poprima vrijednost 0,7 za brzinu te 0,4 za tlak.

Kriterij zaustavljanja numeričke simulacije definiran je maksimalnim brojem unutarnjih iteracija koji iznosi 5, a fizikalno vrijeme ograničeno je na $20 T$.

6. ANALIZA REZULTATA

U ovom poglavlju dan je prikaz rezultata numeričkih simulacija viskoznog strujanja fluida oko trupa katamarana. Procijenjena je numerička nesigurnost u određivanju ukupnog otpora i urona katamarana pri operativnoj brzini od 5,5 čvorova za slučaj neograničene dubine i najmanje ispitane dubine s odgovarajućim omjerom $h/T=2$ te je dan prikaz slobodne površine, slike valova, hidrodinamičkog tlaka duž trupa katamarana, tlaka na dnu proračunske domene ograničene dubine, tangencijalnih naprezanja i polja brzine. Također, dana je usporedba dobivenih rezultata otpora, urona i trima za sve ispitane dubine i brzine.

6.1. Verifikacija rezultata

Postupak verifikacije rezultata proveden je za slučaj neograničene dubine te za slučaj najmanje dubine s omjerom $h/T=2$ pri operativnoj brzini katamarana od 5,5 čvorova primjenom različitih gustoća mreže i vremenskog koraka. U svrhu verifikacije gustoće mreže proračunske domene ispitane su tri različite mreže uz primjenu finog vremenskog koraka kako slijedi: fina, srednja i gruba mreža, a u svrhu verifikacije vremenskog koraka ispitana su tri različita vremenska koraka uz primjenu fine mreže kako slijedi: fini, srednji i grubi vremenski korak, s ciljem određivanja ukupne numeričke nesigurnosti. Proračuni su provedeni prema izrazima u potpoglavlju 4.7., a u tablicama 8.-11. prikazane su vrijednosti ukupnog otpora dobivene primjenom različitih vremenskih koraka i gustoće mreže te rezultati proračuna numeričke nesigurnosti.

Tablica 8. Numerička nesigurnost gustoće mreže proračunske domene neograničene dubine za ukupni otpor

$\hat{S}_{i,1}$, N	$\hat{S}_{i,2}$, N	$\hat{S}_{i,3}$, N	$\varepsilon_{i,21}$, N	$\varepsilon_{i,32}$, N	R_i	U_i	U_G , %
683,51	689,49	677,59	5,9751	-11,8984	-0,5022	5,9492	0,8704

Tablica 9. Numerička nesigurnost vremenskog koraka proračunske domene neograničene dubine za ukupni otpor

$\hat{S}_{i,1}$, N	$\hat{S}_{i,2}$, N	$\hat{S}_{i,3}$, N	$\varepsilon_{i,21}$, N	$\varepsilon_{i,32}$, N	R_i	U_i	U_T , %
683,51	704,26	710,84	20,7475	6,5775	3,1543	27,3250	3,9977

Iz tablica 8. i 9. vidljivo je da je za ukupni otpor primjenom različite gustoće mreže dobivena oscilatorna konvergencija, dok je za vremenski korak dobivena divergencija. Numerička nesigurnost gustoće mreže i vremenskog koraka je unutar 4%.

Za proračunsku domenu najmanje dubine dobivena je monotona konvergencija ukupnog otpora primjenom različite gustoće mreže te divergencija za različite vrijednosti vremenskog koraka. Numerička nesigurnost vremenskog koraka u domeni ograničene dubine veća je u odnosu na nesigurnost vremenskog koraka u domeni neograničene dubine te iznosi 7,2%. Vidljivo je kako je u oba slučaja nesigurnost gustoće mreže manja od 1%, dok je nesigurnost vremenskog koraka izraženija.

Tablica 10. Numerička nesigurnost gustoće mreže proračunske domene najmanje dubine za ukupni otpor

$\hat{S}_{i,1}, N$	$\hat{S}_{i,2}, N$	$\hat{S}_{i,3}, N$	$\varepsilon_{i,21}, N$	$\varepsilon_{i,32}, N$	R_i	U_i	$U_G, \%$
989,51	983,58	963,28	-5,9273	-20,3007	0,29197	3,0553	0,3088

Tablica 11. Numerička nesigurnost vremenskog koraka proračunske domene najmanje dubine za ukupni otpor

$\hat{S}_{i,1}, N$	$\hat{S}_{i,2}, N$	$\hat{S}_{i,3}, N$	$\varepsilon_{i,21}, N$	$\varepsilon_{i,32}, N$	R_i	U_i	$U_T, \%$
989,51	1037,7	1061,4	48,221	23,690	2,0355	71,912	7,2674

Ukupna numerička nesigurnost ukupnog otpora izračunata je prema izrazu (41) te je prikazana u tablici 12. Iz tablice je moguće uočiti kako je dobivena numerička nesigurnost ukupnog otpora za proračunsku domenu najmanje dubine znatno veća u odnosu na proračunsku domenu neograničene dubine i to zbog nesigurnosti vremenskog koraka.

Tablica 12. Ukupna numerička nesigurnost ukupnog otpora za proračunske domene neograničene i najmanje dubine

Dubina vode	$U_G, \%$	$U_T, \%$	$U_{SN}, \%$
$h/T \rightarrow \infty$	0,8704	3,9977	4,0914
$h/T=2$	0,3088	7,2674	7,2740

U tablicama 13.-16. prikazane su vrijednosti urona katamarana dobivene primjenom različitih gustoća mreže i vremenskih koraka te rezultati proračuna numeričke nesigurnosti.

Tablica 13. Numerička nesigurnost gustoće mreže proračunske domene neograničene dubine za uron

$\hat{S}_{i,1}, N$	$\hat{S}_{i,2}, N$	$\hat{S}_{i,3}, N$	$\varepsilon_{i,21}, N$	$\varepsilon_{i,32}, N$	R_i	U_i	$U_G, \%$
-0,0172	-0,0177	-0,0181	-0,0005	-0,0004	1,2119	0,0009	5,5076

Tablica 14. Numerička nesigurnost vremenskog koraka proračunske domene neograničene dubine za uron

$\hat{S}_{i,1}, N$	$\hat{S}_{i,2}, N$	$\hat{S}_{i,3}, N$	$\varepsilon_{i,21}, N$	$\varepsilon_{i,32}, N$	R_i	U_i	$U_T, \%$
-0,0172	-0,0172	-0,0170	0,0000	0,0002	0,1399	0,0000	0,0325

Iz tablica 13. i 14. vidljivo je da je za uron katamarana primjenom različite gustoće mreže dobivena divergencija, dok je za različite vremenske korake dobivena monotona konvergencija. Numerička nesigurnost gustoće mreže veća je u odnosu na numeričku nesigurnost vremenskog koraka i iznosi oko 5,5%. Za proračunsku domenu najmanje dubine dobivena je monotona konvergencija za uron katamarana primjenom različite gustoće mreže i vremenskog koraka, što je prikazano u tablicama 15. i 16. Numerička nesigurnost gustoće mreže i vremenskog koraka proračunske domene najmanje ispitane dubine ne prelazi 0,5%, što predstavlja zadovoljavajući rezultat.

Tablica 15. Numerička nesigurnost gustoće mreže proračunske domene najmanje dubine za uron

$\hat{S}_{i,1}, N$	$\hat{S}_{i,2}, N$	$\hat{S}_{i,3}, N$	$\varepsilon_{i,21}, N$	$\varepsilon_{i,32}, N$	R_i	U_i	$U_G, \%$
-0,1041	-0,1046	-0,1061	-0,0005	-0,0015	0,3319	0,0003	0,2968

Tablica 16. Numerička nesigurnost vremenskog koraka proračunske domene najmanje dubine za uron

$\hat{S}_{i,1}, N$	$\hat{S}_{i,2}, N$	$\hat{S}_{i,3}, N$	$\varepsilon_{i,21}, N$	$\varepsilon_{i,32}, N$	R_i	U_i	$U_T, \%$
-0,1041	-0,1050	-0,1086	-0,0009	-0,0036	0,2510	0,0004	0,3627

Ukupna numerička nesigurnost urona katamarana izračunata je prema izrazu (41) te je prikazana u tablici 17. Vidljivo je da je ukupna numerička nesigurnost urona katamarana u proračunskoj domeni neograničene dubine znatno veća u odnosu na proračunsku domenu najmanje ispitane dubine zbog nesigurnosti gustoće mreže. Važno je napomenuti kako su vrijednosti urona u proračunskoj domeni neograničene dubine znatno manje u odnosu na vrijednosti u domeni ograničene dubine.

Tablica 17. Ukupna numerička nesigurnost urona za proračunske domene neograničene i najmanje dubine

Dubina vode	$U_G, \%$	$U_T, \%$	$U_{SN}, \%$
$h/T \rightarrow \infty$	-5,5076	-0,0325	5,5077
$h/T=2$	-0,2968	-0,3627	0,4686

6.2. Usporedba rezultata ukupnog otpora, urona i trima

Usporedbom rezultata ukupnog otpora prikazanih u tablici 18. moguće je uočiti zanemarivu razliku ukupnog otpora katamarana od oko 1% u neograničenoj i graničnoj dubini s omjerom $h/T=7,6$ što je u skladu s očekivanjima. Važno je napomenuti kako je dobivena razlika unutar numeričke nesigurnosti. Naime, očitavanje pada brzine katamarana u graničnoj dubini u rasponu 0-1% iz Schlichtingovog dijagrama, upućuje na to da je pri toj dubini pad brzine zanemariv te da nema utjecaja dubine. Shodno tome, provedba simulacije određivanja ukupnog otpora katamarana za slučaj neograničene dubine pri brzini od 4 čvora nije bila potrebna, jer bi razlika rezultata u odnosu na graničnu dubinu bila zanemariva.

Nadalje, smanjenjem dubine jasno je vidljivo povećanje ukupnog otpora koje za slučaj najmanje ispitane dubine pri operativnoj brzini doseže relativno odstupanje od gotovo 40% u usporedbi s graničnom dubinom.

S druge strane, smanjenjem brzine za 1,5 čvor postignut je značajan pad ukupnog otpora koji u slučaju najmanje dubine postiže dvostruko manju vrijednost u usporedbi s vrijednosti dobivenom pri operativnoj brzini. Također, razlika između ukupnog otpora katamarana u graničnoj dubini i u najmanjoj ispitanoj dubini iznosi oko 50 N što je u konačnici peterostruko manje u odnosu na razliku dobivenu pri operativnoj brzini od 5,5 čvorova.

Tablica 18. Usporedba ukupnog otpora za ograničenu i neograničenu dubinu

Dubina vode	R_T, N	
	$V=5,5 \text{ čv}$	$V=4 \text{ čv}$
$h/T \rightarrow \infty$	683,51	/
$h/T=7,6$	710,57	348,18
$h/T=4$	749,54	359,97
$h/T=2$	989,51	399,06

U tablici 19. dana je usporedba otpora tlaka R_p i otpora trenja R_f katamarana za obje ispitane brzine. Analizom prikazanih rezultata moguće je uočiti da pri operativnoj brzini od 5,5 čvorova smanjenjem dubine vrijednosti otpora tlaka znatno rastu u odnosu na otpor trenja. Naime, vrijednost otpora tlaka katamarana pri $h/T=4$ postiže porast od oko 13%, dok pri $h/T=2$ porast otpora tlaka iznosi gotovo 100% u usporedbi s graničnom dubinom. Nadalje, razmatrajući udjele komponenti ukupnog otpora katamarana, smanjenjem dubine pri operativnoj brzini vidljivo je da pri $h/T=4$ otpor trenja čini oko 70% ukupnog otpora katamarana, dok je udio otpora trenja pri $h/T=2$ oko 60% ukupnog otpora iz čega je moguće zaključiti da smanjenjem dubine otpor tlaka čini veći udio u ukupnom otporu katamarana.

S druge strane, smanjenjem brzine katamarana na 4 čvora pri najmanjoj ispitanoj dubini vrijednost otpora tlaka gotovo je jednaka vrijednosti otpora tlaka u graničnoj dubini dok je otpor trenja veći za oko 20% u odnosu na graničnu dubinu. Shodno tome, komponenta otpora trenja čini oko 85% ukupnog otpora katamarana pri najmanjoj ispitanoj dubini. Analizom rezultata za ograničenu dubinu pri $h/T=4$ i pri smanjenoj brzini može se uočiti veći porast otpora tlaka od oko 10% u odnosu na graničnu dubinu, iako je u konačnici udio otpora trenja oko 80% ukupnog otpora katamarana pri navedenoj dubini i brzini od 4 čvora.

Iz navedenog moguće je zaključiti da je za sve ispitane dubine i obje ispitane brzine udio otpora trenja u ukupnom otporu katamarana veći u odnosu na otpor tlaka, ali je važno naglasiti da porast otpora tlaka smanjenjem dubine pri operativnoj brzini ima značajan doprinos povećanju ukupnog otpora katamarana.

Tablica 19. Usporedba otpora trenja i otpora tlaka katamarana za ograničenu i neograničenu dubinu

Dubina vode	$V=5,5$ čv		$V=4$ čv	
	R_p, N	R_f, N	R_p, N	R_f, N
$h/T=7,6$	199,84	510,73	64,90	283,28
$h/T=4$	226,42	523,12	72,36	287,61
$h/T=2$	394,39	595,12	63,46	335,60

Analizom rezultata urona prikazanih u tablici 20. vidljivo je da za najmanju dubinu uron katamarana iznosi oko 10 cm pri operativnoj brzini, što je u odnosu na neograničenu dubinu razlika od 9 cm. Dodatnim uronom povećava se oplakana površina katamarana što doprinosi povećanju ukupnog otpora katamarana. Smanjenjem brzine uron katamarana u najmanjoj dubini trostruko je manji te je dobivena vrijednost vrlo slična vrijednosti urona za omjer $h/T=4$ pri plovidbi operativnom brzinom.

Tablica 20. Usporedba urona za ograničenu i neograničenu dubinu

Dubina vode	z, m	
	$V=5,5$ čv	$V=4$ čv
$h/T \rightarrow \infty$	-0,0168	/
$h/T=7,6$	-0,0206	-0,0093
$h/T=4$	-0,0321	-0,0141
$h/T=2$	-0,1041	-0,0307

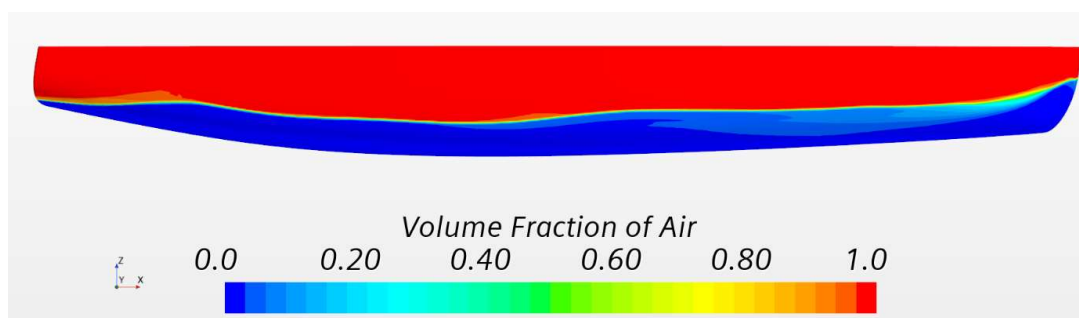
U tablici 21. dan je prikaz kuta trima katamarana za sve ispitane dubine i brzine. Vidljivo je da katamaran plovi gotovo na ravnoj kobilici pri operativnoj brzini. Smanjenjem brzine kut trima gotovo je jednak za sve ispitane dubine te iznosi oko $0,01^\circ$. Moguće je zaključiti kako pri obje ispitane brzine smanjenjem dubine ne dolazi do promjene kuta trima katamarana.

Tablica 21. Usporedba kuta trima za ograničenu i neograničenu dubinu

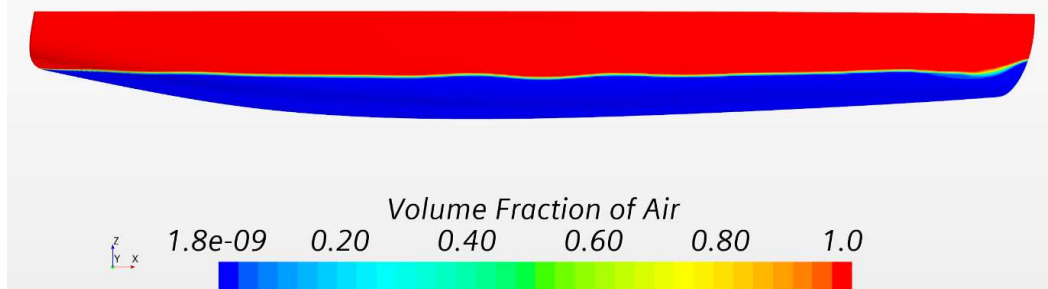
Dubina vode	$t, ^\circ$	
	$V=5,5$ čv	$V=4$ čv
$h/T \rightarrow \infty$	0,0020	/
$h/T=7,6$	0,0076	0,0142
$h/T=4$	0,0022	0,0137
$h/T=2$	-0,0420	0,0088

6.3. Položaj slobodne površine duž trupa katamarana

Na slikama 17. i 18. dan je prikaz slobodne površine duž trupa katamarana za omjer $h/T=2$ pri različitim brzinama. Slobodna površina određena je na temelju volumnog udjela zraka u pojedinoj ćeliji te ukoliko navedeni udio iznosi 0 volumen je ispunjen vodom, što je na slici prikazano plavom bojom, dok vrijednost 1 označava ispunjenost volumena ćelije zrakom, što je na slici prikazano crvenom bojom. Na slici 17. moguće je uočiti da pramčani i krmeni sustav valova započinju valnim brijegom dok sustav valova pramčanog i krmenog ramena započinje valnim dolom. Na slici 18. također je uočljiv pramčani sustav valova koji započinje valnim brijegom kao i sustav valova koji započinje valnim dolom u području pramčanog ramena. Nastanak valova posljedica je promjene tlaka u blizini slobodne površine. Shodno tome, usporedbom slobodnih površina duž trupa katamarana vidljivo je da su pri manjoj brzini valne visine manje što rezultira manjim otporom tlaka, kao što je prikazano i u tablici 19., dok su pri većoj brzini valne visine veće, a samim time i otpor tlaka te ukupni otpor katamarana.



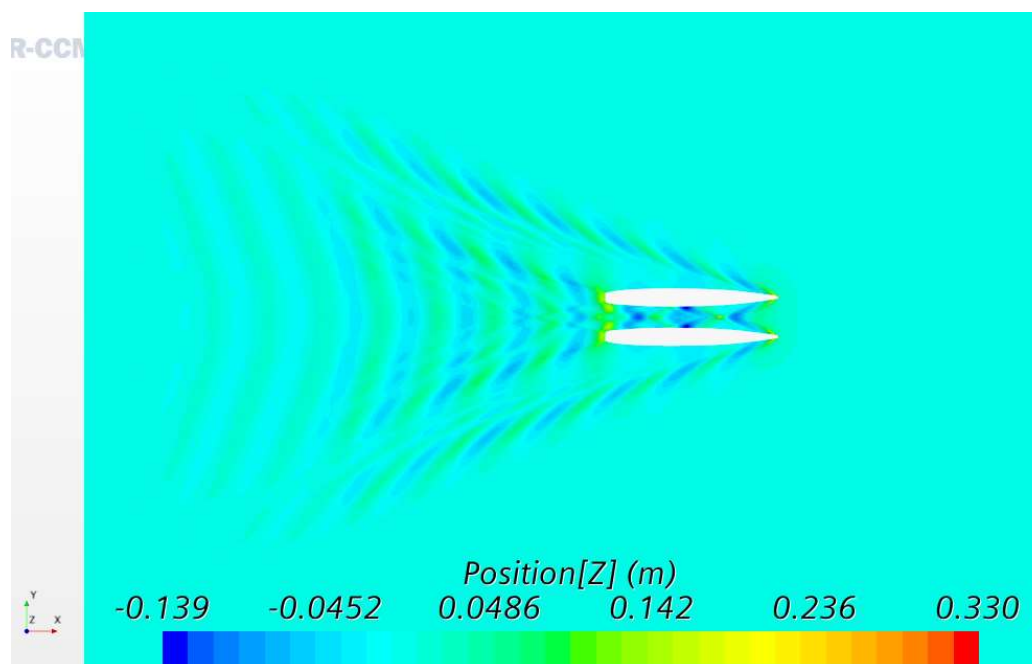
Slika 17. Slobodna površina duž trupa katamarana za $h/T=2$ pri brzini od 5,5 čvorova



Slika 18. Slobodna površina duž trupa katamarana za $h/T=2$ pri brzini od 4 čvora

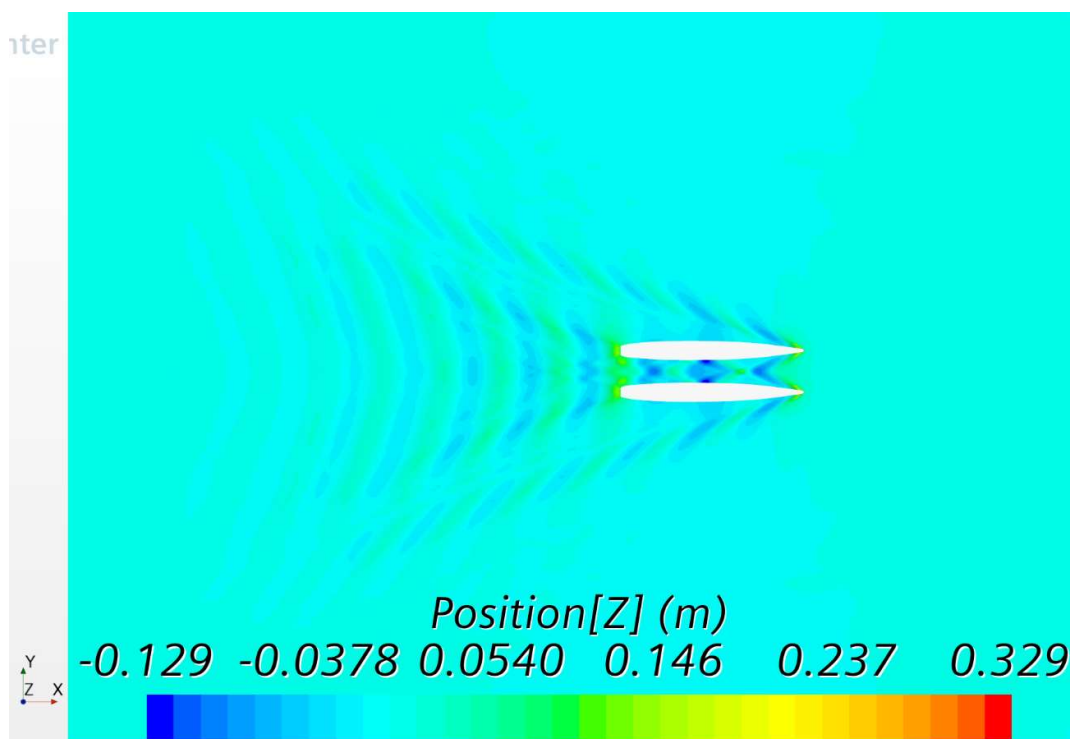
6.4. Slika valova

Na slikama 19.-22. dan je prikaz slike valova za slučaj neograničene dubine te za tri slučaja ograničene dubine pri operativnoj brzini katamarana od 5,5 čvorova. Vrijednosti Froudeovog broja na temelju dubine iznose $Fr_h=0,4$ za slučaj granične dubine $h/T=7,6$ te $Fr_h=0,55$ za $h/T=4$. Obje vrijednosti nalaze se u području niskih podkritičnih vrijednosti Fr_h te su samim time dobivene slike valova slične slici valova u dubokoj vodi, što je jasno vidljivo usporedbom slika 20. i 21. sa slikom 19. Važno je uočiti da su vrijednosti valnih amplituda za $h/T=4$ u odnosu na one u neograničenoj dubini veće. Također, jasno je vidljiv valni sustav koji se sastoji od poprečnih i razilaznih valova kao i Kelvinov kut u iznosu od $19^\circ 28'$.

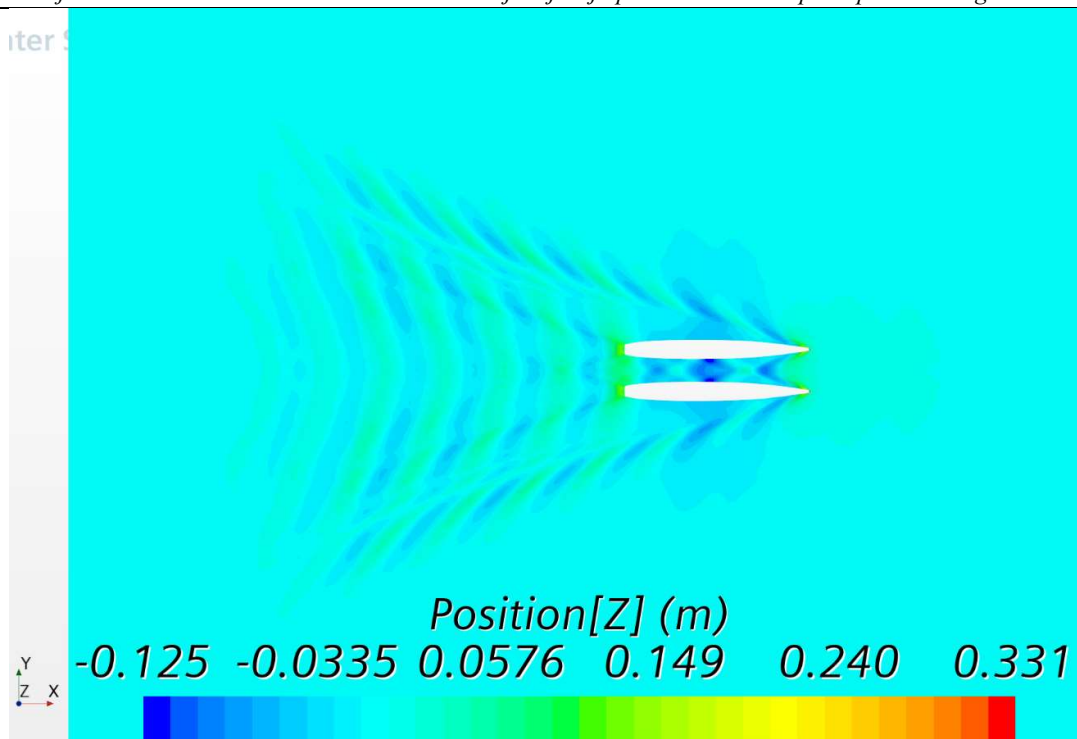


Slika 19. Slika valova u neograničenoj dubini pri brzini od 5,5 čvorova

Sličnost slike valova u graničnoj dubini sa slikom valova pri $h/T=4$ očekivana je i u skladu s povećanjem otpora tlaka od oko 13% za $h/T=4$ u odnosu na graničnu dubinu. To je u konačnici rezultiralo povećanjem ukupnog otpora za oko 5%. Povećanje otpora trenja pri $h/T=4$ iznosi oko 2% u usporedbi s graničnom dubinom iz čega se može zaključiti da otpor tlaka ima puno veći doprinos navedenom povećanju ukupnog otpora pri operativnoj brzini.



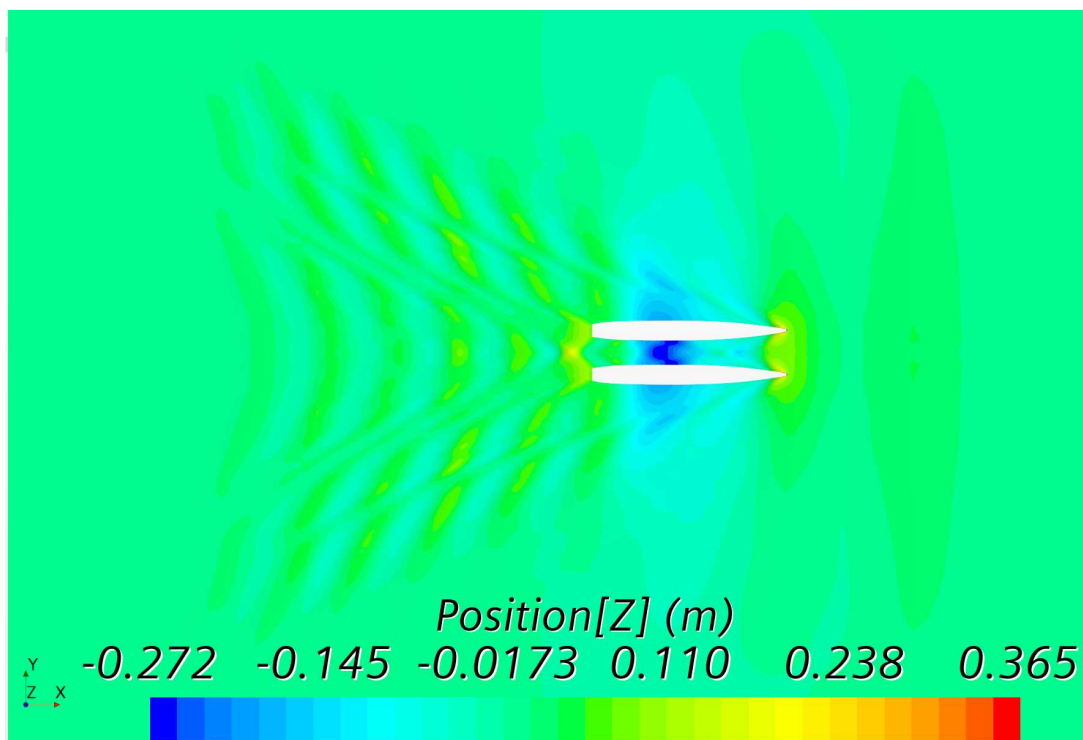
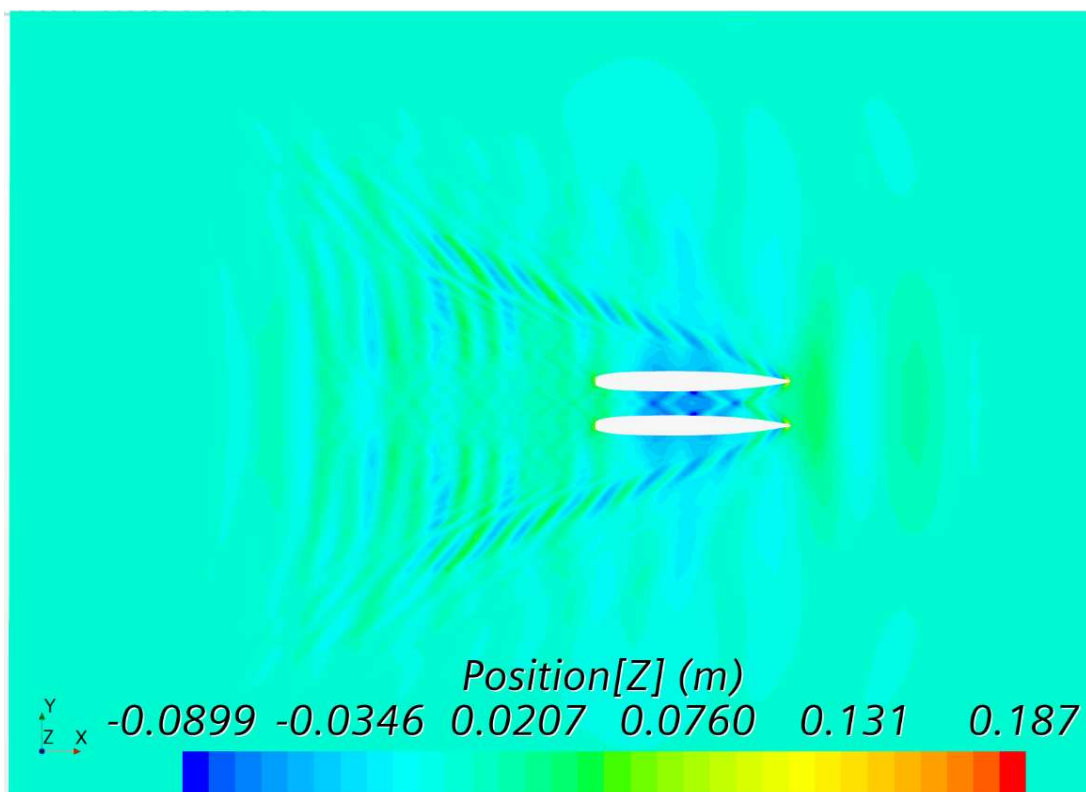
Slika 20. Slika valova za $h/T=7,6$ pri brzini od 5,5 čvorova



Slika 21. Slika valova za $h/T=4$ pri brzini od 5,5 čvorova

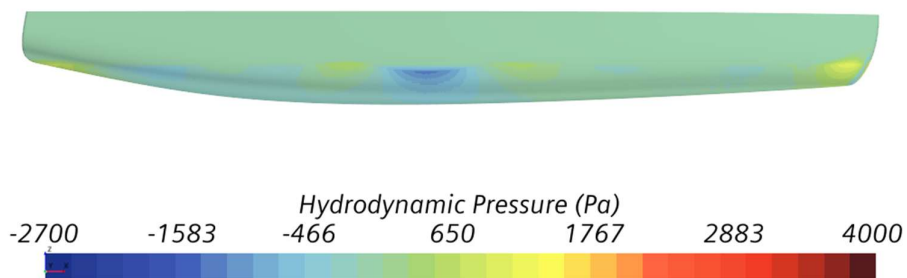
S druge strane, za $h/T=2$ vrijednost Froudeovog broja na temelju dubine iznosi $Fr_h=0,77$ pri operativnoj brzini te se navedena vrijednost nalazi u području visoko podkritičnih vrijednosti Fr_h . Sukladno tome, na slici 22. jasno je vidljiva promjena kuta θ , kojeg fiktivna spojnica poprečnih i razilaznih valova zatvara sa simetralnom linijom trupa katamarana. U usporedbi sa slikama 19.-21. vrijednost kuta θ je veća. Osim toga, očito je i povećanje duljine poprečnih valova. Sukladno navedenoj promjeni slike valova dolazi do povećanja otpora tlaka kao što je prikazano u tablici 19.

Na slici 23. dan je prikaz slike valova za $h/T=2$ pri brzini od 4 čvora. Smanjenjem brzine vrijednost Fr_h za navedeni omjer dubine i gaza iznosi $Fr_h=0,56$ te se nalazi u području nisko podkritičnih vrijednosti. Kao što je vidljivo na slici 23. vrijednost kuta θ manja je u usporedbi s kutom valova na slici 22. za isti omjer dubine i gaza pri brzini od 5,5 čvorova. Jasno je vidljivo da je duljina poprečnih valova manja s nešto manjim vrijednostima valnih amplituda.

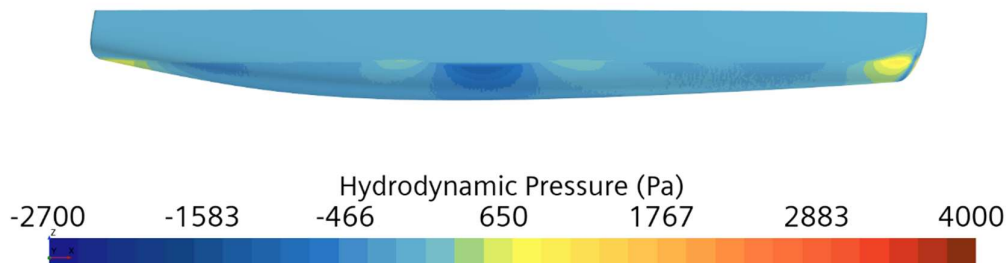
Slika 22. Slika valova za $h/T=2$ pri brzini od 5,5 čvorovaSlika 23. Slika valova za $h/T=2$ pri brzini od 4 čvora

6.5. Hidrodinamički tlak i tlak na dnu proračunske domene ograničene dubine

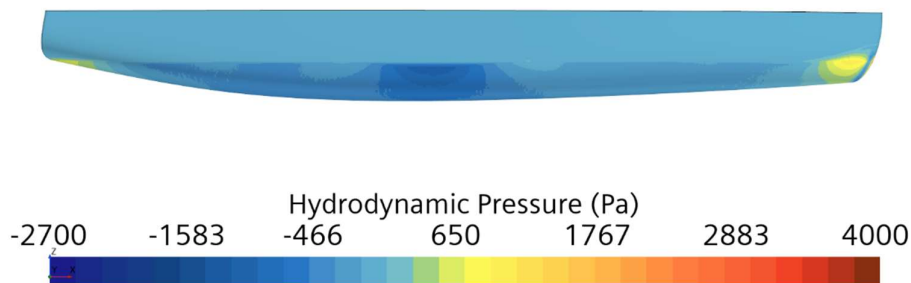
Na slikama 24.-27. dan je prikaz raspodjele hidrodinamičkog tlaka po trupu katamarana za sve ispitane dubine pri operativnoj brzini od 5,5 čvorova. Promjena tlaka u blizini slobodne površine izaziva deformaciju slobodne površine odnosno nastanak valova. Prema tome, područje visokog tlaka na pramčanom dijelu, jasno vidljivo na slikama 24.-27., uzrokuje stvaranje pramčanog vala kojeg je moguće uočiti i na slikama 17. i 18., a koji započinje valnim brijegom. Na slici 24. vidljiv je pad tlaka pomičući se od pramca prema središnjem dijelu trupa katamarana, što je u graničnoj dubini kao i za $h/T=4$ izraženije, slike 25 i 26. Za slučaj najmanje dubine pad tlaka je najizraženiji, slika 27. Pad tlaka uzrokuje promjenu brzine strujanja vode oko trupa broda te tangencijalnih naprezanja, a u konačnici utječe i na ukupni otpor katamarana. Zbog nižeg tlaka sustav pramčanog i krmenog ramena započinje valnim dolom. Daljnjim pomakom prema krmi tlak ponovno poprima sve veće vrijednosti te zbog područja visokog tlaka na krmi, krmeni sustav valova započinje valnim brijegom. Na slikama 24.-27. jasno se vidi kako vrijednosti tlaka duž trupa katamarana padaju smanjenjem dubine.



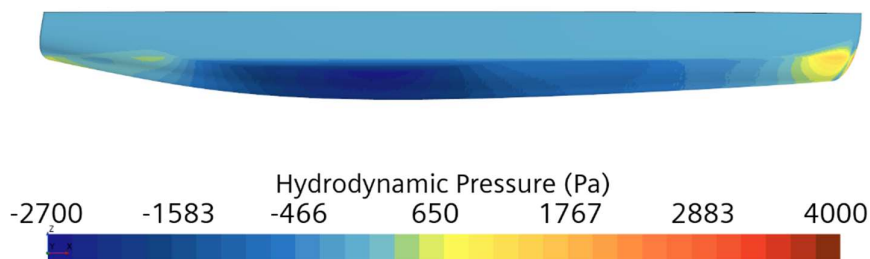
Slika 24. Raspodjela hidrodinamičkog tlaka po trupu katamarana u neograničenoj dubini pri brzini od 5,5 čvorova



Slika 25. Raspodjela hidrodinamičkog tlaka po trupu katamarana u graničnoj dubini pri brzini od 5,5 čvorova

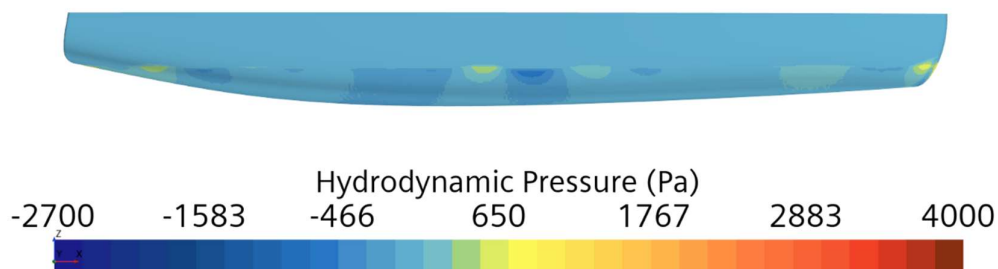


Slika 26. Raspodjela hidrodinamičkog tlaka po trupu katamarana za $h/T=4$ pri brzini od 5,5 čvorova

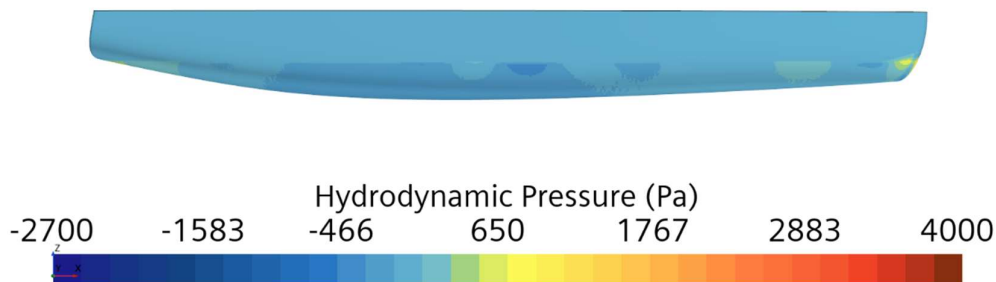


Slika 27. Raspodjela hidrodinamičkog tlaka po trupu katamarana za $h/T=2$ pri brzini od 5,5 čvorova

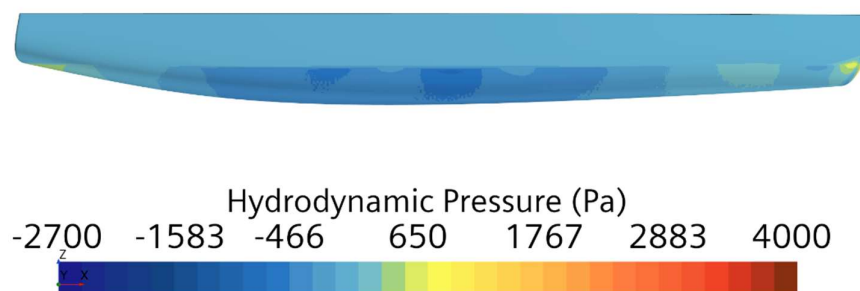
Smanjenjem brzine za 1,5 čvor pad tlaka duž trupa katamarana znatno je manji u odnosu na pad tlaka za operativnu brzinu, slike 28.-30. Nadalje, uspoređujući slike 27. i 30. koje prikazuju raspodjelu hidrodinamičkog tlaka za $h/T=2$ pri različitim brzinama moguće je primijetiti značajnu razliku u raspodjeli tlaka te niže vrijednosti tlaka pri operativnoj brzini što rezultira većom vrijednosti ukupnog otpora. Također, pri manjoj brzini manja je vrijednost pretlaka na pramčanom dijelu u odnosu na operativnu brzinu.



Slika 28. Raspodjela hidrodinamičkog tlaka po trupu katamarana za graničnu dubinu pri brzini od 4 čvora

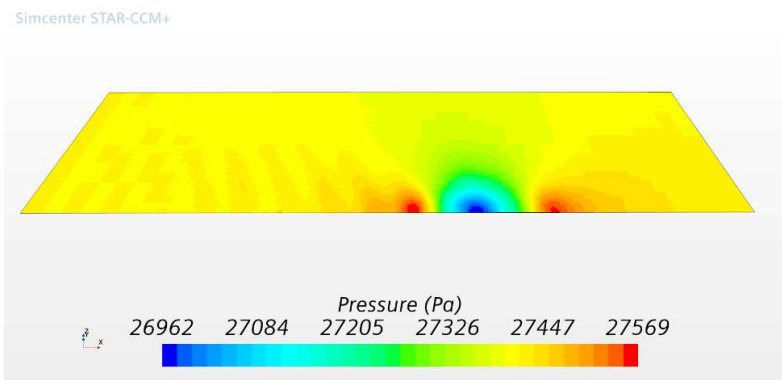


Slika 29. Raspodjela hidrodinamičkog tlaka po trupu katamarana za $h/T=4$ pri brzini od 4 čvora

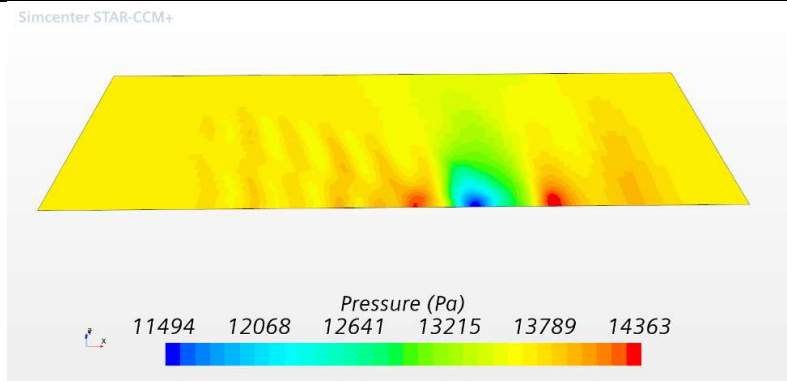


Slika 30. Raspodjela hidrodinamičkog tlaka po trupu katamarana za $h/T=2$ pri brzini od 4 čvora

Nadalje, navedene promjene u raspodjeli hidrodinamičkog tlaka uzrokovane smanjenjem brzine odgovaraju promjeni tlaka na dnu proračunske domene. Usporedbom slika 31. i 32., koje prikazuju donju granicu proračunske domene za $h/T=4$ i $h/T=2$ pri operativnoj brzini, moguće je uočiti kako su vrijednosti tlaka znatno manje za $h/T=2$ zbog povećanja brzine strujanja vode između trupa katamarana i dna.

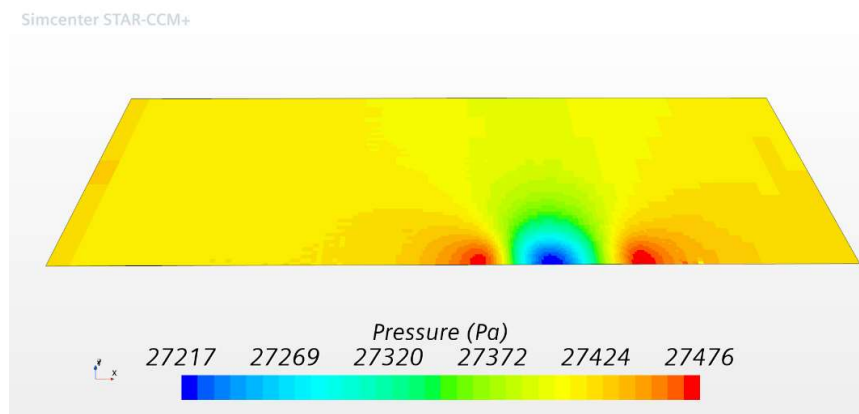


Slika 31. Raspodjela tlaka na dnu proračunske domene za $h/T=4$ pri brzini od 5,5 čvorova

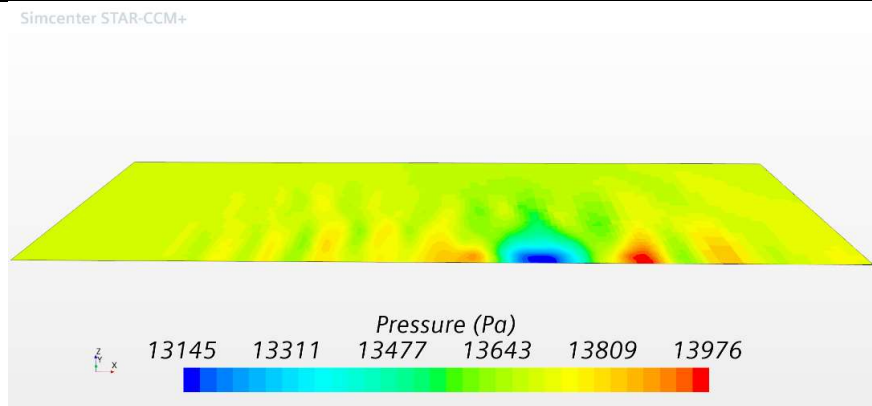


Slika 32. Raspodjela tlaka na dnu proračunske domene za $h/T=2$ pri brzini od 5,5 čvorova

Također, uspoređujući raspodjelu tlaka na dnu proračunske domene pri brzini od 4 čvora, prikazanu na slikama 33. i 34., vidljivo je da su vrijednosti tlaka znatno manje za $h/T=2$. Usporedbom vrijednosti tlaka na dnu za različite dubine pri istim brzinama vidljivo je kako su za $h/T=4$ vrijednosti tlaka manje ispod središnjeg dijela trupa katamarana pri brzini od 5,5 čvorova u odnosu na 4 čvora, dok je tlak ispod pramčanog i krmenog dijela nešto veći pri brzini od 5,5 čvorova. To odgovara raspodjeli hidrodinamičkog tlaka po trupu katamarana. Slično je moguće uočiti i za $h/T=2$.



Slika 33. Raspodjela tlaka na dnu proračunske domene za $h/T=4$ pri brzini od 4 čvora

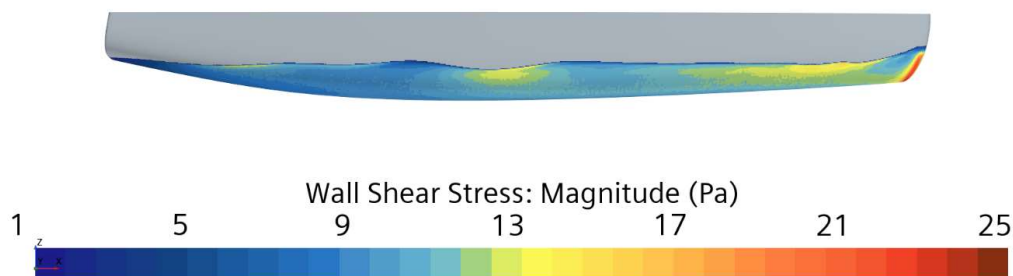


Slika 34. Raspodjela tlaka na dnu proračunske domene za $h/T=2$ pri brzini od 4 čvora

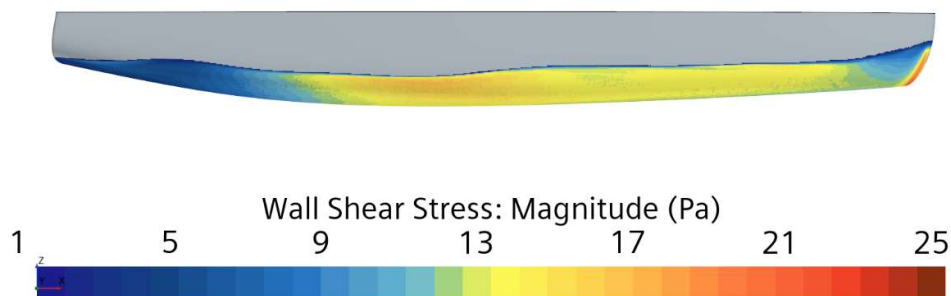
6.6. Tangencijalna naprezanja

Kao što je već spomenuto, pad tlaka na središnjem dijelu trupa katamarana uzrokuje porast tangencijalnih naprezanja, što je prikazano na slikama 35. i 36. za slučaj granične dubine i $h/T=2$ pri brzini od 5,5 čvorova. Povećanje tangencijalnih naprezanja uzrokovano je povećanjem brzine strujanja vode između trupa katamarana i dna plovnog puta što je posebno uočljivo za najmanju ispitanu dubinu. Povećanje tangencijalnih naprezanja uzrokuje porast otpora trenja što u konačnici rezultira povećanjem ukupnog otpora katamarana.

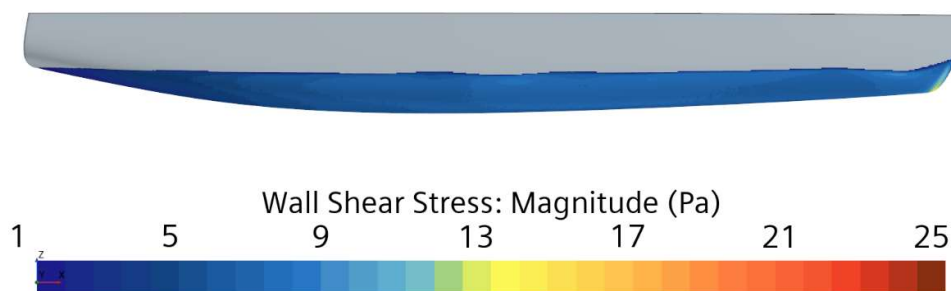
Na slici 37. prikazane su vrijednosti tangencijalnih naprezanja po trupu katamarana za $h/T=2$ uslijed smanjenja brzine za 1,5 čvor. Vidljivo je kako su tangencijalna naprezanja smanjenjem brzine znatno manja u odnosu ona dobivena pri operativnoj brzini.



Slika 35. Raspodjela tangencijalnih naprezanja po trupu katamarana u graničnoj dubini pri brzini od 5,5 čvorova



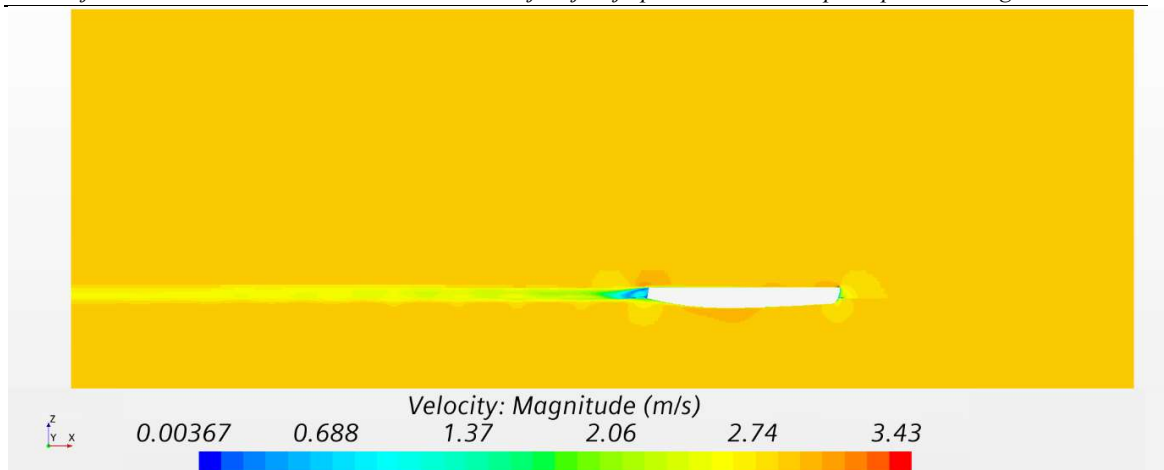
Slika 36. Raspodjela tangencijalnih napreznja po trupu katamarana za $h/T=2$ pri brzini od 5,5 čvorova



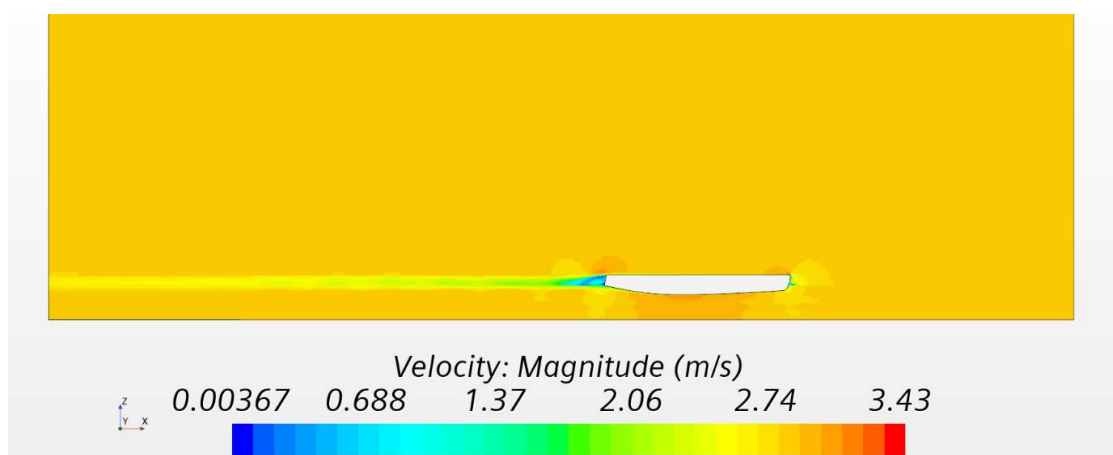
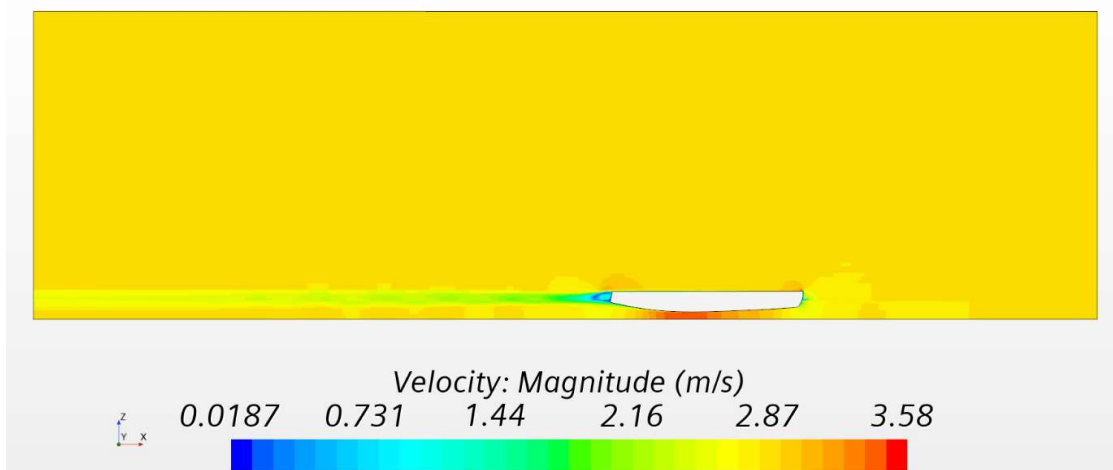
Slika 37. Raspodjela tangencijalnih napreznja po trupu katamarana za $h/T=2$ pri brzini od 4 čvora

6.7. Polje brzine

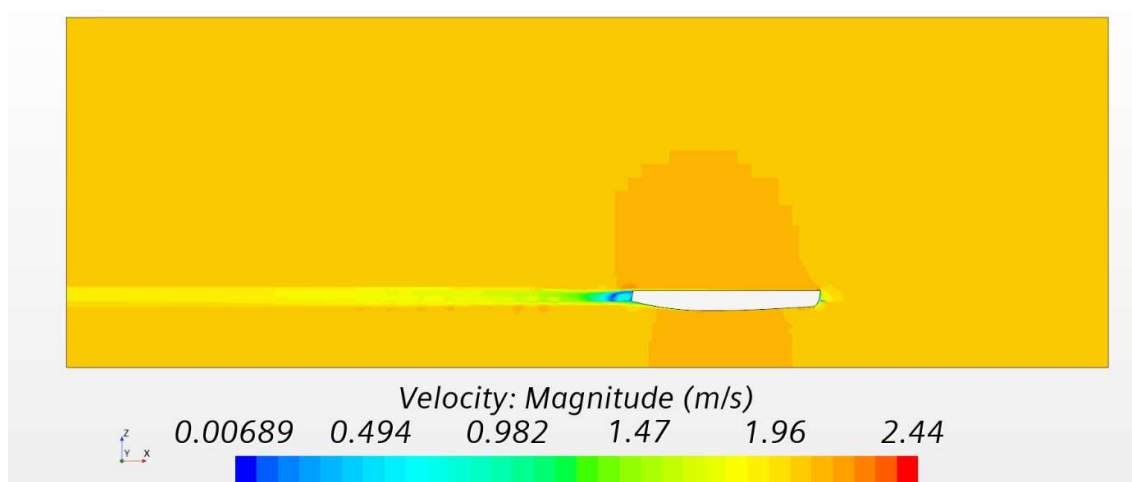
Prikaz polja brzine na simetralnoj ravnini trupa katamarana za sve ispitane dubine pri operativnoj brzini od 5,5 čvorova dan je na slikama 38.-40. U odnosu na graničnu dubinu, na slici 39. vidljivo je kako je za $h/T=4$ brzina strujanja vode ispod središnjeg dijela trupa veća. Za istu brzinu dodatnim smanjenjem dubine na $h/T=2$, slika 40., moguće je uočiti značajan porast brzine strujanja što odgovara prethodno prikazanom značajnom padu tlaka te povećanju tangencijalnih napreznja po trupu katamarana.



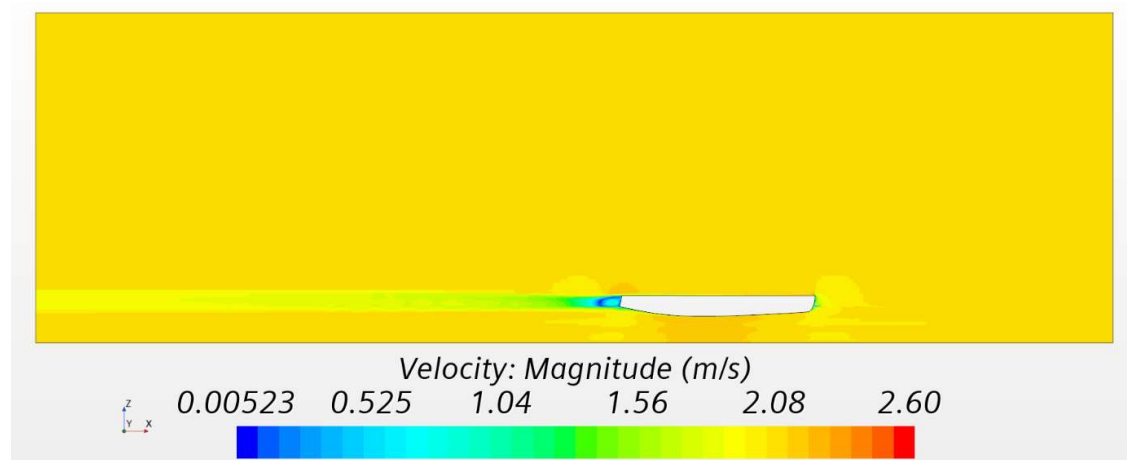
Slika 38. Polje brzine u graničnoj dubini pri brzini od 5,5 čvorova

Slika 39. Polje brzine za $h/T=4$ pri brzini od 5,5 čvorovaSlika 40. Polje brzine za $h/T=2$ pri brzini od 5,5 čvorova

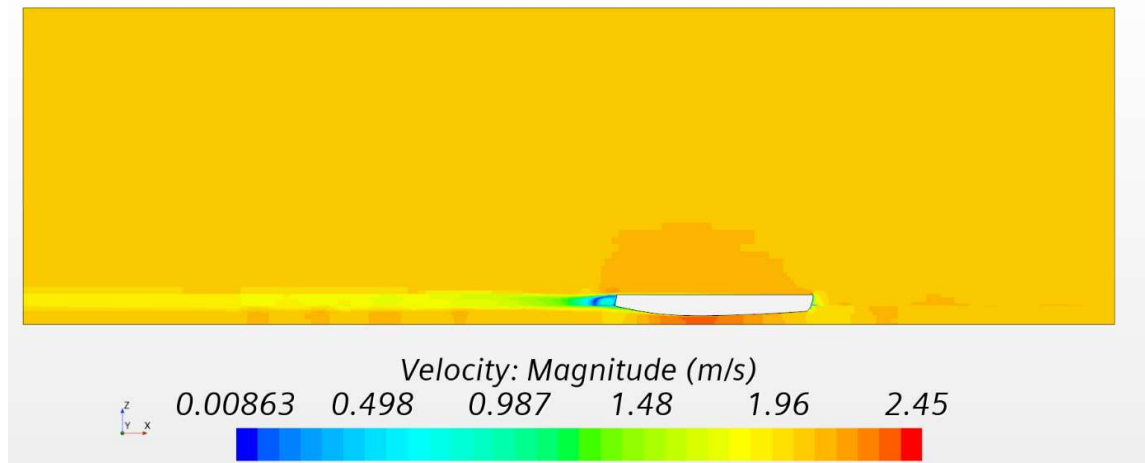
Usporedbom rezultata dobivenih za graničnu dubinu pri operativnoj brzini i brzini od 4 čvora, slika 41., vidljivo je kako je brzina strujanja vode ispod trupa katamarana znatno manja. Kao i kod operativne brzine, pri brzini od 4 čvora smanjenjem dubine vidljivo je kako se brzina strujanja vode ispod trupa katamarana povećava, slike 42. i 43. Za najmanju ispitanu dubinu, vidljivo je kako je najveća brzina strujanja vode ispod trupa katamarana oko 30% manja ukoliko se brzina katamarana smanji s 5,5 na 4 čvora.



Slika 41. Polje brzine u graničnoj dubini pri brzini od 4 čvora



Slika 42. Polje brzine za $h/T=4$ pri brzini od 4 čvora



Slika 43. Polje brzine za $h/T=2$ pri brzini od 4 čvora

7. ZAKLJUČAK

U okviru ovog rada provedene su numeričke simulacije s ciljem određivanja utjecaja plitke vode na ukupni otpor solarnog katamarana za četiri različite dubine pri dvije brzine. Simulacije su provedene u programskom paketu za računalnu dinamiku fluida STAR – CCM+. Dan je pregled dosadašnjih istraživanja vezanih uz plovidbu broda u uvjetima ograničene dubine te je objašnjen utjecaj plitke vode na ukupni otpor broda. Prikazan je matematički model temeljen na RANS jednadžbama te $k - \omega$ SST modelu turbulencije. Proračunska domena diskretizirana je na temelju metode konačnih volumena, a za određivanje položaja slobodne površine primijenjena je metoda udjela fluida u volumenu. U uvjetima plitke vode primijenjen je algoritam deformacije mreže kako bi se mreža prilagodila pomacima katamarana u plitkoj vodi. Proveden je postupak verifikacije rezultata te je proračunata ukupna numerička nesigurnost određivanja ukupnog otpora i urona katamarana. Postupak verifikacije proveden je za neograničenu te najmanju ispitano dubinu $h/T=2$ pri operativnoj brzini katamarana od 5,5 čvorova. Dobivena je ukupna numerička nesigurnost od 4,09% za slučaj neograničene dubine te 7,27% za slučaj najmanje ispitane dubine. Dobiveni rezultati ukazuju na to da je ukupna numerička nesigurnost pri određivanju ukupnog otpora katamarana znatno veća za slučaj najmanje ispitane dubine što je u skladu s očekivanjima obzirom na složenost fizikalnih pojava karakterističnih za plovidbu ograničenim plovim putevima.

Pad brzine u plitkoj vodi određen je na temelju očitavanja iz Schlichtingovog dijagrama za pad brzine u uvjetima plitke vode te je prema dobivenim rezultatima moguće zaključiti kako se navedena metoda pokazala vrlo praktičnom za procjenu smanjenja brzine u plitkoj vodi s ciljem izbjegavanja negativnih učinaka poput potencijalnog nasukavanja ili udara trupa o dno.

Usporedbom rezultata ukupnog otpora, urona i trima moguće je zaključiti kako se ukupni otpor katamarana pri operativnoj brzini naglo povećava smanjenjem dubine te dolazi do sve većeg urona katamarana. S druge strane, katamaran plovi na gotovo ravnoj kobilici pri operativnoj brzini u svim ispitanim dubinama. Smanjenjem brzine za 1,5 čvor dolazi do značajnog smanjenja ukupnog otpora i to dvostruko u odnosu na operativnu brzinu za slučaj najmanje ispitane dubine. Uron katamarana također je znatno manji za sve ispitane dubine pri brzini od 4 čvora u odnosu na operativnu brzinu, a kut trima gotovo je jednak za sve ispitane dubine i za obje brzine te iznosi oko $0,01^\circ$.

Utjecaj plitke vode na ukupni otpor katamarana očituje se i kroz sliku valova gdje je za slučaj najmanje ispitane dubine pri operativnoj brzini uočeno povećanje kuta kojeg zamišljena

spojnica razilaznih i poprečnih valova zatvara sa simetralnom linijom trupa katamarana, kao i veće valne duljine poprečnih valova što se očituje u porastu komponente otpora tlaka. Analizom raspodjele hidrodinamičkog tlaka i tangencijalnih naprezanja duž trupa katamarana moguće je uočiti veće vrijednosti tangencijalnih naprezanja za manje ispitane dubine, što rezultira povećanjem otpora trenja.

Pokazano je kako je primjenom računalne dinamike fluida moguće detaljno analizirati strujanje oko trupa katamarana pri plovidbi u uvjetima plitke vode te odrediti povećanje ukupnog otpora i eventualnu promjenu urona i trima, a s ciljem izbjegavanja potencijalnih negativnih pojava vezanih uz ograničenu dubinu plovnog puta.

ZAHVALE

Zahvaljujem se mentoricama prof. dr. sc. Nastii Degiuli i dr.sc. Ivani Martić na pruženoj prilici za pisanje rada i ustupljenim računalnim resursima za provođenje numeričkih simulacija u sklopu ovog numeričkog istraživanja kao i na odvojenom vremenu, strpljenju, prenesenom znanju i pruženoj pomoći. Također se želim zahvaliti mag. ing. aeroing. Carlu Giorgiu Grlju na savjetima i pruženoj pomoći.

LITERATURA

- [1] <https://www.icat.hr/hr/>
- [2] M. Haase, G. Davidson, G. Thomas, J. Binns, N. Bose: *A practical design approach including resistance predictions for medium-speed catamarans*, Ship Technology Research, 2013., 60 (1), 4-12
- [3] L. Yun, A. Bliault, H. Z. Rong: *High speed catamarans and multihulls: Technology, performance, and applications*, Springer, 2018., 1-746
- [4] H. Wang, E. Oguz, B. Jeong, P. Zhou: *Life cycle and economic assessment of a solar panel array applied to a short route ferry*, Journal of Cleaner Production, 2019., 219, 471–484
- [5] D. Zakiah, V. Selasдини: *Solar and wind energy for ship power system, current status and future prospect*, Jurnal Maritim Malahayati, 2023, 4 (1), 7-15
- [6] T. Tuswan: *Current research outlook on solar-assisted new energy ships: representative applications and fuel & GHG emission benefits*, IOP Conference Series: Earth and Environmental Science, 2022., 1081, 12011
- [7] Y. Zhu, S. Zhou, Y. Feng, Z. Hu, L. Yuan: *Influences of solar energy on the energy efficiency design index for new building ships*, International Journal of Hydrogen Energy, 2017., 42, 19389–19394
- [8] S. Prakash, B. Chandra: *Numerical Estimation of Shallow Water Resistance of a River-Sea Ship using CFD*, International Journal of Computer Applications, 2013., 71 (5), 975-8887
- [9] A. F. Molland, S. R. Turnock, D. A. Hudson: *Ship Resistance and Propulsion : Practical Estimation of Ship Propulsive Power*, Cambridge University Press, 2011.
- [10] K. Uliczka, C.-U. Böttner, M. Kastens, K. Eloot, G. Delefortrie, M. Vantorre, M. Candries, E. Lataire: *4th MASHCON*, International Conference on Ship Manoeuvring in Shallow and Confined Water with Special Focus on Ship Bottom Interaction, 2016.
- [11] S. Song, M. Terziev, T. Tezdogan, Y. K. Demirel, C. De Marco Muscat-Fenech, A. Incecik: *Investigating roughness effects on ship resistance in shallow waters*, Ocean Engineering, 2023., 270, 113643
- [12] J. Jachowski: *Assessment of ship squat in shallow water using CFD*, Archives of Civil and Mechanical Engineering, 2008., 8 (1), 27–36
- [13] E. O. Tuck: *Hydrodynamic problems of ships in restricted waters*, Annual Review of Fluid Mechanics, 1978.
- [14] M. Terziev, T. Tezdogan, E. Oguz, T. Gourlay, Y. K. Demirel, A. Incecik: *Numerical investigation of the behaviour and performance of ships advancing through restricted shallow waters*, Journal of Fluids and Structures, 2018., 76, 185–215
- [15] P. Kumar Patel: *Numerical Investigation of the Influence of Water Depth on Ship Resistance*, International Journal of Computer Applications, 2015., 116 (17), 975-8887
- [16] P. Mucha, O. el Moctar, T. Dettmann, M. Tenzer: *An experimental study on the effect of confined water on resistance and propulsion of an inland waterway ship*, Ocean Engineering, 2018., 167, 11–22
- [17] Q. Zeng, R. Hekkenberg, C. Thill, H. Hopman: *Scale effects on the wave-making resistance of ships sailing in shallow water*, Ocean Engineering, 2020., 212, 107654
- [18] T. Tezdogan, A. Incecik, O. Turan: *A numerical investigation of the squat and resistance of ships advancing through a canal using CFD*, Journal of Marine Science and Technology, 2016., 21 (1), 86–101
- [19] T. Tezdogan, A. Incecik, O. Turan: *Full-scale unsteady RANS simulations of vertical ship motions in shallow water*, Ocean Engineering, 2016., 123, 131–145

- [20] L. Larsson, F. Stern, M. Visonneau: *CFD in ship hydrodynamics-results of the Gothenburg 2010 workshop*, International Conference on Computational Methods in Marine Engineering, Marine, 2011.
- [21] J. Prpić – Oršić, V. Čorić, *Pomorstvenost plovnih objekata*, Rijeka, 2006.
- [22] L. Larsson, H. C. Raven, J. Randolph Paulling: *Ship resistance and flow*, The Society of naval Architects and Marine Engineers, 2010.
- [23] I. Džijan: *Računalna dinamika fluida*, predavanja, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2010.
- [24] A. Werner, N. Degiuli: *Mehanika fluida IIB*, podloge za nastavu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb
- [25] <https://www.cfd-online.com/>
- [26] F. Moukalled, L. Mangani, M. Darwish: *Fluid Mechanics and Its Applications The Finite Volume Method in Computational Fluid Dynamics*, Springer, 2016., 113
- [27] STAR-CCM+, User guide
- [28] H. Shahmohamadi, M. M. Rashidi: *Experimental investigation and a novel analytical solution of turbulent boundary layer flow over a flat plate in a wind tunnel*, International Journal of Mechanical Sciences, 2017., 133, 121–128
- [29] N. Degiuli: *Otpor i propulzija broda*, predavanja, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb
- [30] ITTC-Recommended Procedures and Guidelines, *Uncertainty Analysis in CFD Verification and Validation Methodology and Procedures*, 2008.
- [31] ITTC-Recommended Procedures and Guidelines, 2014.
- [32] ITTC - Recommended Procedures and Guidelines, 2011.
- [33] A. Farkas, N. Degiuli, I. Martić: *Numerical investigation into the interaction of resistance components for a series 60 catamaran*, Ocean Engineering, 2017., 146, 151–169

SAŽETAK

U ovom radu provedeno je numeričko istraživanje utjecaja plitke vode na ukupni otpor solarnog katamarana SolarCat primjenom računalne dinamike fluida pomoću programskog paketa STAR – CCM+. Nestacionarno strujanje viskoznog fluida modelirano je Reynoldsovim osrednjenim Navier – Stokesovim (RANS) jednadžbama uz primjenu $k-\omega$ SST (eng. $k-\omega$ *Shear Stress Transport*) modela turbulencije. RANS jednadžbe diskretizirane su metodom konačnih volumena, a položaj slobodne površine određen je metodom udjela fluida u volumenu (eng. *Volume Of Fluid*). U uvjetima ograničene dubine primijenjen je algoritam deformacije mreže (eng. *mesh morphing*), koji preraspodjeljuje vrhove mreže konačnih volumena na temelju pomicanja krute granice, a s ciljem prilagodbe na potencijalno izraženija gibanja. Numeričke simulacije provedene su za slučaj neograničene dubine, granične dubine $h/T=7,6$ te ograničenih dubina $h/T=4$ i $h/T=2$ pri dvije brzine. Jedna od ispitanih brzina odgovara operativnoj brzini katamarana od 5,5 čvorova, a druga ispitana brzina od 4 čvora određena je na temelju Schlichtingovog dijagrama za pad brzine u plitkoj vodi. Proveden je postupak verifikacije rezultata te je proračunata ukupna numerička nesigurnosti pri određivanju ukupnog otpora i urona katamarana. Provedena je detaljna analiza strujanja oko katamarana te je analiziran položaj slobodne površine, slike valova, hidrodinamički tlak duž trupa katamarana, tlak na dnu proračunske domene ograničene dubine, tangencijalna naprezanja i polje brzine na simetralnoj ravnini trupa katamarana. Konačno, dana je usporedba dobivenih vrijednosti ukupnog otpora, urona i kuta trima katamarana za sve ispitane dubine i brzine. Zaključeno je da je utjecaj plitke vode na ukupni otpor i strujanje oko katamarana značajan te da je njegovo određivanje od velike važnosti kako bi se izbjegli negativni učinci pri plovidbi u plitkoj vodi poput nasukavanja i udaranja trupa broda o dno.

Ključne riječi: katamaran, plitka voda, računalna dinamika fluida, Reynoldsove osrednjene Navier-Stokesove jednadžbe, ukupni otpor

SUMMARY

In this paper, a numerical investigation of the influence of shallow water on the total resistance of the solar catamaran SolarCat was carried out using computational fluid dynamics within the software package STAR – CCM+. The unsteady viscous fluid flow was modelled based on the Reynolds-averaged Navier-Stokes (RANS) equations with the application of $k-\omega$ SST ($k-\omega$ Shear Stress Transport) turbulence model. The RANS equations were discretized by the finite volume method, and the position of the free surface was determined by the volume of fluid method. In shallow water conditions, a mesh morphing algorithm was applied, which redistributes the mesh vertices in response to the displacement of the control points that lie on the mesh boundaries, intending to adapt to a potentially pronounced displacement of a catamaran. Numerical simulations were carried out for the deep water, and limited depths $h/T=7.6$, $h/T=4$, and $h/T=2$ at two speeds. One of the investigated speeds corresponds to the operating speed of the catamaran equal to 5.5 knots, and the other speed equal to 4 knots was determined based on the Schlichting diagram for the speed reduction in shallow water. The verification study was carried out and the total numerical uncertainty was calculated for the total resistance and sinkage of the catamaran. A detailed analysis of the flow around the catamaran was carried out and the position of the free surface, wave pattern, hydrodynamic pressure along the catamaran hull, pressure at the bottom of the calculation domain of limited depth, tangential stresses, and the velocity field on the centre plane of the catamaran hull were analysed. Finally, a comparison of the obtained values of total resistance, sinkage, and trim of catamaran for all investigated depths and speeds was given. It was concluded that the influence of shallow water on the total resistance and flow around the catamaran is significant and that its determination is of great importance in order to avoid negative effects when sailing in shallow water such as grounding and stranding.

Key words: catamaran, shallow water, Computational Fluid Dynamics, Reynolds Averaged Navier – Stokes Equations, total resistance